МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по учебной работе,
качеству образования – первый
проректор
_____ Т.А. Хагуров
«28» мая 2021 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.13.02 Аналитическая геометрия и линейная алгебра

Направление подготовки: 09.03.02 Информационные системы и технологии

Направленность (профиль): Аналитические информационные системы

Форма обучения: очная

Квалификация: бакалавр

Краснодар 2021

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат:
4E23D21DF7CC6DF6D9D04D6AEAE74F342DA725D9
Владелец: Хагуров Темыр Айтечевич
Действителен: с 13.05.2021 до 13.08.2022

Рабочая программа дисциплины Б1.О.13.02 АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 09.03.02 Информационные системы и технологии

Программу составил(и):
Дорошенко О. В., доцент, к. ф.-м. н. _____

Рабочая программа дисциплины Б1.О.13.02 АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА обсуждена на заседании кафедры ТЕОРИИ ФУНКЦИЙ
протокол № 7 «6» апреля 2021 г.
Заведующий кафедрой Голуб М. В. _____

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук
протокол № 3 «12» мая 2021 г.
Председатель УМК факультета/института Шмалько С. П. _____

Рецензенты:

Гусаков Валерий Александрович,
канд. физ. – мат. наук, директор ООО «Просвещение – Юг»

Засядко Ольга Владимировна, канд. физ. – мат. наук, доцент
доцент кафедры информационных образовательных технологий

1 Цели и задачи изучения дисциплины

1.1 Цель освоения дисциплины – приобретение знаний по основам линейной алгебры и аналитической геометрии и создание фундаментальных понятий математического образования, которые необходимы в дальнейшем при изучении целого ряда специальных и общих дисциплин. Важной целью дисциплины является формирование у студентов строгого научного доказательного подхода при освоении математических теорий.

1.2 Задачи дисциплины

– знакомство с методами линейной векторной алгебры, развивающими логическое мышление и навыки математических рассуждений и доказательств;

– освоение основных приемов решения практических задач линейной алгебры;

– применение методов векторной алгебры к задачам аналитической геометрии;

– изучение теории, методов, алгоритмов алгебры для решения практических задач информационных технологий.

1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» относится к обязательной части Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана. В соответствии с рабочим учебным планом дисциплина изучается на 1 курсе по очной форме обучения. Вид промежуточной аттестации: экзамен.

Для изучения дисциплины необходимы знания, полученные в школьном курсе математики. Знания, полученные в рамках данной дисциплины, используются в дальнейшем при изучении дисциплин: Б1.О.17.01 «Механика», Б1.О.18 «Компьютерная техническая графика», Б1.В.22 «Теоретическая механика», Б1.О.16.04 «Теория вероятности и математическая статистика», Б1.В.ДВ.01.02 «Механика медицинского протезирования», Б1.О.17.04 «Оптика».

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	
ИОПК-1.1. Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования	Знает постановку основных задач аналитической геометрии и линейной алгебры и основные методы их решения.
	Умеет логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями, применять полученные знания для решения прикладных задач.
	Владеет методами алгебраически-геометрического подхода к исследованию теоретических и прикладных вопросов и задач физико-технического содержания.
ОПК-8 Способен применять математические модели, методы и средства проектирования информационных и автоматизированных систем	
ИОПК-8.1. Знает математику, методологию и основные методы математического моделирования, классификацию и условия применения моделей, методы и средства проектирования информационных и автоматизированных систем,	Знает соответствие задач и методов аналитической геометрии и линейной алгебры в зависимости от постановки проблемы, методы применения алгебраических методов в моделировании.
	Умеет практически реализовывать методы линейной алгебры и аналитической геометрии, классифицирует и

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
инструментальные средства моделирования и проектирования	определят условия применения алгебраических методов в моделировании.
	Обладает навыками решения основных типовых задач практики линейной алгебры и аналитической геометрии, в том числе и инструментальными средствами.

Результаты обучения по дисциплине достигаются в рамках осуществления всех видов контактной и самостоятельной работы обучающихся в соответствии с утвержденным учебным планом.

Индикаторы достижения компетенций считаются сформированными при достижении соответствующих им результатов обучения.

2. Структура и содержание дисциплины

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц (144 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице

Виды работ		Всего часов	Форма обучения			
			очная		очно-заочная	заочная
			3 семестр (часы)	– семестр (часы)	– семестр (часы)	– курс (часы)
Контактная работа, в том числе:		**52,3**	**52,3**			
Аудиторные занятия (всего):		**52**	**52**			
занятия лекционного типа		18	18			
практические занятия		34	34			
Иная контактная работа:		**5,3**	**5,3**			
Контроль самостоятельной работы (КСР)		6	6			
Промежуточная аттестация (ИКР)		0,3	0,3			
Самостоятельная работа, в том числе:		**59**	**59**			
Контрольная работа		24	24			
Самостоятельное изучение разделов, самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным и практическим занятиям, коллоквиумам и т. д.)		35	35			
Подготовка к текущему контролю		–	–			
Контроль:		**26,7**	**26,7**			
Подготовка к экзамену		26,7	26,7			
Общая трудоемкость	**час.**	**144**	**144**			
	в том числе контактная работа	**52,3**	**52,3**			
	зач. ед	**4**	**4**			

2.2 Содержание дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы (темы) дисциплины, изучаемые в 1 семестре (*очная форма обучения*)

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов

		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	СРС
1.	Теория матриц и определителей		6	8		10
2.	Векторы и действия над ними		2	6		9
3.	Прямые линии и плоскости		2	4		10
4.	Векторные пространства и подпространства		2	4		9
5.	Теория линейных операторов		2	6		9
6.	Квадратичные формы, кривые и поверхности второго порядка		4	6		12
	ИТОГО по разделам дисциплины	111	18	34		59
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	6				
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,3				
	Подготовка к текущему контролю	26,7				
	Общая трудоемкость по дисциплине	144				

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

2.3 Содержание разделов (тем) дисциплины

2.3.1 Занятия лекционного типа

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Форма текущего контроля
1.	Теория матриц и определителей	Понятие матрицы и операции над ними. Виды матриц. Функции матриц. Определители малых порядков. Определитель *n*-го порядка. Основные свойства определителей. Приведение матрицы к главному ступенчатому виду. Теорема об обратной матрице. Методы нахождения обратной матрицы. Решение матричных уравнений. Алгебраические дополнения и миноры. Теорема Лапласа. Методы вычисления определителей высоких порядков. Формулы Крамера. Свойства линейной зависимости и линейной независимости строк (столбцов) матрицы. Теорема о ранге матрицы. Однородные и неоднородные системы линейных уравнений. Понятие совместности и несовместности СЛУ. Методы нахождения решения невырожденной СЛУ. Общее, частное и базисное решения. Теорема Кронекера-Капелли.	*К*
2.	Векторы и действия над ними	Элементы аналитической геометрии на плоскости и в пространстве. Системы координат: декартовая, косоугольная, полярная, сферическая, цилиндрическая. Радиус-вектор. Векторы и действие над ними. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. Свойства проекции вектора на ось. Условия коллинеарности и компланарности векторов. Деление отрезка в данном отношении.	*К*
3.	Прямые линии и плоскости	Уравнение поверхности и линии. Уравнения прямой на плоскости: общее, каноническое, параметрическое, с угловым коэффициентом, в отрезках. Пучок прямых. Полуплоскости, расстояние от точки до прямой. Прямая и плоскость в пространстве. Взаимное положение прямой и плоскости. Пучок плоскостей. Полупространства, расстояние от точки до плоскости.	*К*
4.	Векторные пространства и подпространства	Определение, простейшие свойства и примеры векторных пространств. n-мерные векторы и действия над ними. Линейные комбинации, линейная зависимость и линейная независимость системы векторов. Разложение вектора по системе векторов. Ранг и базис системы векторов. Координаты вектора, замена базиса и преобразование	*К*

		координат. Подпространства. Геометрическая интерпретация СЛУ. Строение множества решений СЛУ.	
5.	Теория линейных операторов	Линейные преобразования векторных пространств. Ядро и образ линейного отображения. Матрица линейного оператора. Действия с линейными преобразованиями. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Характеристический многочлен преобразования. Собственные векторы и собственные значения. Базис пространства из собственных векторов. Каноническое разложение матрицы.	*Т*
6.	Квадратичные формы, кривые и поверхности второго порядка	Определение и матричная запись квадратичной формы. Невырожденное преобразование квадратичной формы к каноническому виду. Эквивалентные квадратичные формы. Положительно (отрицательно) определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра. Закон инерции квадратичных форм. Ортогональное преобразование квадратичной формы к каноническому виду. Квадратичная форма в двухмерном пространстве. Канонические уравнения кривых второго порядка. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола и парабола; их геометрические свойства, уравнения и построение. Общее уравнение кривых второго порядка. Классификация кривых второго порядка. Канонические уравнения поверхностей второго порядка. Цилиндрические и конические поверхности. Поверхности вращения. Общее уравнение поверхностей второго порядка. Классификация поверхностей. Прямолинейные образующие поверхностей.	*Т*

2.3.2 Занятия семинарского типа (практические / семинарские занятия/ лабораторные работы)

№	Наименование раздела (темы)	Тематика занятий/разбор	Форма текущего контроля
1.	Теория матриц и определителей	Сложение, вычитание, умножение матриц, нахождение определителя второго, третьего порядков и матрицы *n*-го порядка, обратной матрицы; ранга матрицы. Нахождение решения системы линейных уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы, методом Гаусса. Решение матричных уравнений. Вычисление и применение алгебраических дополнений и миноров.	*Решение задач КР*
2.	Векторы и действия над ними	Определение полярных и декартовых координат точки на плоскости, определение координаты точки в новой системе при параллельном переносе, повороте осей декартовой; Деление отрезка в заданном отношении, площадь многоугольника. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексных чисел, комплексная плоскость. Действия над комплексными числами. Сложение векторов, умножение вектора на скаляр, нахождение длины вектора, угла между векторами, площади параллелограмма, объем параллелепипеда, треугольной пирамиды, построенных на векторах. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. Решение треугольника.	*Решение задач КР*
3.	Прямые линии и плоскости	Уравнение поверхности и линии. Уравнения прямой на плоскости: общее, каноническое, параметрическое, с угловым коэффициентом, в отрезках. Пучок прямых. нахождение уравнения медиан, высот и биссектрис треугольника. Полуплоскости, расстояние от точки до прямой. Прямая и плоскость в пространстве. Взаимное положение прямой и плоскости. Пучок плоскостей.	*Решение задач КР*

		Полупространства, расстояние от точки до плоскости.	
4.	Векторные пространства и подпространства	Линейные комбинации, линейная зависимость и линейная независимость системы векторов. Разложение вектора по системе векторов. Ранг и базис системы векторов. Проверка линейной зависимости векторов, нахождение базиса линейной оболочки векторов; нахождение фундаментальной системы решений системы линейных однородных уравнений; нахождение матрицы перехода.	*Решение задач КР*
5.	Теория линейных операторов	Нахождение матрицы линейного оператора; базиса ядра и образа. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Характеристический многочлен преобразования. Собственные векторы и собственные значения. Линейные операторы простой структуры.	*Решение задач КР*
6.	Квадратичные формы, кривые и поверхности второго порядка	Нахождение матрицы квадратичной формы; приведение квадратичной формы к каноническому виду. Закон инерции. Ортогональное преобразование квадратичной формы к каноническому виду. Нахождение фокусов, эксцентриситета, асимптот, директрисы гиперболы, эллипса, параболы. Определение типа кривой и поверхности второго порядка.	*Решение задач КР*

Защита лабораторной работы (ЛР), выполнение курсового проекта (КП), курсовой работы (КР), расчетно-графического задания (РГЗ), написание реферата (Р), эссе (Э), коллоквиум (К), тестирование (Т) и выполнение контрольной работы (КР).

При изучении дисциплины применяется электронное обучение (проектор и ЭВМ), дистанционные образовательные технологии в соответствии с ФГОС ВО.

2.3.3 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы не предусмотрены учебным планом.

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	Проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий	*Онлайн-курс «Линейная алгебра и аналитическая геометрия». – Санкт-Петербургский политехнический университет им. Петра Великого. – URL: https://www.coursera.org/learn/lineynaya-algebra* *Онлайн-курс «Линейная алгебра: матрицы и отображения». – Новосибирский государственный университет. – URL: https://www.coursera.org/learn/linear-algebra-matrices?* *Онлайн-курс «Линейная алгебра». – НИУ ВШЭ. – URL: https://www.coursera.org/learn/algebra-lineynaya*
2	Подготовка к практическим занятиям	*Векторная алгебра: методические указания и индивидуальные задания / Сост.: В. А. Попов, А. В. Щербакова. - Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2008. - 28 с. — Текст: электронный// Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" — URL: http://window.edu.ru/resource/143/64143* *Микенберг М.А. Задачи по аналитической геометрии. - Самара: Самарский государственный университет". - 73 с. — Текст: электронный// Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" — URL: http://window.edu.ru/resource/636/74636*
3	Подготовка к коллоквиуму	*Задорожный В.Н. Высшая математика для технических университетов. Часть II. Аналитическая геометрия: Учебное пособие / В.Н. Задорожный, В.Ф. Зальмеж, А. Ю. Трифонов, А.В. Шаповалов. - Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2010. - 398 с. – Текст: электронный // Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" — URL: http://window.edu.ru/resource/599/75599*

		Саакян Г.Р. Элементы линейной алгебры: Лекции по курсу математики. - Шахты: ЮРГУЭС, 2002. - 34 с. – Текст: электронный // Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" — URL: http://window.edu.ru/resource/125/47125
4	Выполнение контрольных работ и типовых расчетов	*Сорокина М. Р., Мокан В.Л., Нихманова М.Р. Алгебра и аналитическая геометрия: Контрольно-измерительные материалы по курсу. - Тюмень: ТюмГНГУ, 2004. - 36 с. – Текст: электронный // Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" — URL: http://window.edu.ru/resource/604/46604* *Кузнецова С.Н., Лукина М.В., Милованович Е.В. Типовые расчеты для студентов экономических специальностей. I курс (модуль 1-2). Линейная алгебра и аналитическая геометрия: Учебно-методическое пособие. - СПб: СПбГУ ИТМО, 2010. - 48 с. – Текст: электронный // Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" — URL: http://window.edu.ru/resource/275/69275*

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в печатной форме увеличенным шрифтом,

– в форме электронного документа,

– в форме аудиофайла,

– в печатной форме на языке Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа,

– в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины (модуля)

В ходе изучения дисциплины предусмотрено использование следующих образовательных технологий: лекции, практические занятия, подготовка письменных аналитических работ, самостоятельная работа студентов.

Компетентностный подход в рамках преподавания дисциплины реализуется в использовании интерактивных технологий и активных методов (проектных методик, разбора конкретных ситуаций) в сочетании с внеаудиторной работой.

Информационные технологии, применяемые при изучении дисциплины: использование информационных ресурсов, доступных в информационно-телекоммуникационной сети Интернет.

Адаптивные образовательные технологии, применяемые при изучении дисциплины – для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «*Аналитическая геометрия и линейная алгебра*».

Оценочные средства включает контрольные материалы для проведения **текущего контроля** в форме *тестовых заданий, разноуровневых заданий, отчетов по индивидуальным и проектно-групповым заданиям* и **промежуточной аттестации** в форме вопросов и заданий к экзамену.

Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

№ п/п	Код и наименование индикатора (в соответствии с п. 1.4)	Результаты обучения (в соответствии с п. 1.4)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1	ИОПК-1.1. Применяет знания математики в инженерной практике при моделировании биотехнических систем.	Знает постановку основных задач аналитической геометрии и линейной алгебры и основные методы их решения.	*Вопросы коллоквиума 1–16, 40 – 56* *КР №1, КР №2*	*Вопрос на экзамене* *1–9, 62–74*
2	ИОПК-1.1. Применяет знания математики в инженерной практике при моделировании биотехнических систем.	Умеет логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями, применять полученные знания для решения прикладных задач.	*Вопросы коллоквиума 17 – 26* *КР №3, КР №4*	*Вопрос на экзамене* *10–26, 75–79*
3	ИОПК-1.1. Применяет знания математики в инженерной практике при моделировании биотехнических систем.	Владеет методами алгебраически-геометрического подхода к исследованию теоретических и прикладных вопросов и задач физико-технического содержания.	*Вопросы коллоквиума 27 – 39* *КР №5, КР № 6*	*Вопрос на экзамене* *26–61, 80–88*

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Примерный перечень вопросов и заданий

Контрольная работа

Типовой вариант КР № 1

1. *Найти определитель матрицы*

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 4 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & -1 & 3 & 3 \end{vmatrix}$$

2. *Решить матричное уравнение*

$$\begin{pmatrix} 8 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 11 \\ 1 & -2 & 3 \\ -9 & 7 & -9 \end{pmatrix}$$

3. *Решить систему уравнений: а) методом обратной матрицы; б) методом Крамера*

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 + x_4 = -5 \\ -5x_1 - 7x_2 + x_3 - 4x_4 = 6 \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 2x_4 = -1 \end{cases}$$

4. *Решить СЛУ методом Гаусса (общее и частное решение)*

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5 \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 7 \\ 6x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 8x_4 = 9 \\ 8x_1 - 4x_2 + 9x_3 + 10x_4 = 11 \end{cases}$$

Типовой вариант КР № 2

1) *Коллинеарны ли векторы* c_1 *и* c_2, *построенные по векторам* a *и* b*?*

$a = (1; -2; 3),\ \ b = (3; 0; -1),\ \ c_1 = 2a + 4b,\ \ \ c_2 = 3b - a$

2) *Найти косинус угла между векторами* $\overrightarrow{AB}$ *и* $\overrightarrow{AC}$.
$A(1; -2; 3),\ \ B(0; -1; 2),\ \ \ C(3; -4; 5)$

3) *Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах* a *и* b.
$a = p + 2q,\ \ b = 3p - q,\ \ |p| = 1,\ \ |q| = 2,\ \ (\widehat{p,q}) = \frac{\pi}{6}$

4) *Компланарны ли векторы* a, b *и* c*?*
$a = (2; 3; 1),\ \ \ b = (-1; 0; -1),\ \ \ c = (2; 2; 2)$

5) *Даны вершины тетраэдра* $A_1,\ A_2,\ A_3$ *и* A_4
$A_1 = (1; 3; 6),\ \ A_2 = (2; 2; 1),\ \ \ A_3 = (-1; 0; 1),\ \ A_4 = (-4; 6; -3)$
Найти: а) длину ребра $A_1 A_2$ *; б) площадь грани* $A_1A_2A_3$*;*
в) объем пирамиды $A_1A_2A_3A_4$*; г) длину высоты, опущенной из вершины* A_4

Типовой вариант КР № 3

1) *Вычислить угловой коэффициент прямой, проходящей через две заданные точки* $M(2; -5)$ и $N(3; 2)$

2) *Даны вершины треугольника ABC:* $A(11;\ 0),\ B(3, 2), C(4;\ 1)$. *Найти:*
а) уравнение высоты, медианы и биссектрисы, проведенных из вершины C;
б) внутренний угол A;
с) длину высоты, проведенной из вершины C.

3) *Даны уравнения двух сторон прямоугольника* $5x + 2y - 7 = 0,\ \ 5x + 2y - 36 = 0$ *и уравнение его диагонали* $3x + 7y - 10 = 0$. *Составить уравнения остальных сторон и второй диагонали этого прямоугольника.*

Типовой вариант КР № 4

1) *Найти размерность и базис подпространства, заданного СЛОУ:*

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 0 \\ 2x_1 - 4x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 0 \\ -5x_1 + 6x_2 + 4x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$$

2) *Найти базисную совокупность строк и все строки, не входящие в базисную совокупность, выразить через строки базиса (решение не единственное):*

$$u_1(5;2;-3;1), u_2(4;1;-2;3), u_3(1;1;-1;-2), u_4(3;4;-1;2).$$

3) Найти матрицу перехода из базиса e_1, e_2, e_3 *в базис* e'_1, e'_2, e'_3, *где*

$$e_1 = (1,1,0), e_2 = (0,1,1), e_3 = (-2,0,1)$$
$$e'_1 = (-1,1,-1), e_2 = (2,-1,1), e_3 = (-2,2,-1)$$

и координаты вектора $x = (1,1,0)$, *заданного в базисе* e_1, e_2, e_3, *в базисе* e'_1, e'_2, e'_3.

Типовой вариант КР № 5

1) Доказать линейность, найти матрицу, образ и ядро оператора:

$$\varphi(x) = (2x_1 + x_3, x_2 - 2x_3, 4x_1 + x_2).$$

2) Найти образ вектора $x = (1;\ 2;\ 1;\ -3)$ *и прообраз вектора* $y = (6;0;7)$ *линейного оператора, заданного матрицей*

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & 5 & 1 \\ 2 & -2 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

3) Линейный оператор φ *задан в базисе* $a_1 = (1;-2), a_2 = (2;-3)$ *матрицей* $A_\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}$, *а линейный оператор* ψ *задан в базисе* $b_1 = (3;-1)$, $b_2 = (5;-2)$ *матрицей* $B_\psi = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$. *Найти матрицу оператора* $\varphi + \psi$ *в базисе* b_1, b_2.

4) Для линейного оператора, заданного матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ -2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

Найти: а) характеристический и минимальный полиномы;

б) собственные числа и собственные векторы;

в) каноническое разложение матрицы линейного оператора;

г) инвариантные подпространства.

Типовой вариант КР № 6

1) *Привести квадратичную форму к каноническому виду методом Лагранжа:*
$$x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3 + 4x_3^2.$$
2) *Привести квадратичную форму к каноническому виду ортогональным преобразованием и найти это преобразование:*
$$-4x_1^2 - 4x_2^2 + 2x_3^2 - 4x_1x_2 + 8x_1x_3 - 8x_2x_3.$$
3) *Написать уравнение касательной к кривой второго порядка:*
$$2x^2 - 4xy - y^2 + 4x - 2y - 1 = 0,$$

проходящей через точку а) $(-4,-1)$; *b)* $(-2,\ 6)$.

4) *Привести к каноническому виду кривую второго порядка и построить ее:*
$$-x^2 - y^2 + 4xy + 2x - 4y + 1 = 0.$$

Коллоквиум

Вопросы к коллоквиуму

1. *Матрицы. Виды матриц.*

2. *Действия сложения и умножения на скаляр над матрицами.*
3. *Произведение матриц.*
4. *Транспонирование матриц. Свойства.*
5. *Определители второго и третьего порядка*
6. *Определители n-го порядка.*
7. *Свойства определителей.*
8. *Алгебраические дополнения и миноры.*
9. *Утверждения, связанные с алгебраическими дополнениями.*
10. *Теорема Лапласа.*
11. *Методы вычисление определителей.*
12. *Обратные матрицы, определение.*
13. *Теорема об обращении матриц.*
14. *Свойства обратных матриц.*
15. *Формулы Крамера решения систем линейных уравнений.*
16. *Следствия из теоремы Крамера.*
17. *Общие сведения о системах линейных уравнений.*
18. *Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.*
19. *Линейная зависимость и линейная независимость строк (столбцов) матрицы. Примеры.*
20. *Свойства линейной зависимости и линейной независимости строк (столбцов) и отрезков строк (столбцов) матрицы.*
21. *Теорема о линейной зависимости линейной комбинации. Следствие.*
22. *Базис и ранг совокупности строк (столбцов) матрицы.*
23. *Теорема о ранге матрицы.*
24. *Условие линейной зависимости множества строк квадратной матрицы.*
25. *Ранг матрицы в терминах определителей.*
26. *Определение ранга матрицы при помощи элементарных преобразование строк.*
27. *Понятие вектора. Действия над векторами.*
28. *Коллинеарные и компланарные векторы.*
29. *Декартовая и полярная система координат. Сдвиг и поворот системы координат.*
30. *Полярная, цилиндрическая и сферическая системы координат*
31. *Радиус-вектор точки. Направляющие косинусы.*
32. *Деление отрезка в данном отношении.*
33. *Скалярное произведение векторов. Свойства.*
34. *Координатная форма скалярного произведения.*
35. *Проекция вектора на ось.*
36. *Векторное произведение векторов. Свойства.*
37. *Координатная форма векторного произведения векторов.*
38. *Смешанное произведение векторов. Свойства.*
39. *Координатная форма смешанного произведения векторов.*
40. *Общее уравнение прямой на плоскости.*
41. *Взаимное расположение прямых на плоскости, заданных общим уравнением.*
42. *Уравнение прямой на плоскости с угловым коэффициентом.*
43. *Взаимное расположение прямых, заданных уравнением с угловым коэффициентом.*
44. *Параметрическое уравнения прямой на плоскости.*
45. *Каноническое уравнение прямой на плоскости. Уравнение прямой, проходящей через две точки.*
46. *Взаимное расположение прямых, заданных параметрическим (каноническим) уравнением.*
47. *Полуплоскости. Расстояния от точки до прямой.*

48. *Общее уравнение плоскости.*
49. *Взаимное расположение плоскостей.*
50. *Параметрическое уравнение плоскости.*
51. *Полупространства. Расстояние от точки до плоскости.*
52. *Параметрическое уравнение прямой в пространстве.*
53. *Каноническое уравнение прямой в пространстве. Уравнение прямой, проходящей через две точки.*
54. *Взаимное расположение прямых в пространстве.*
55. *Общее уравнение прямой в пространстве. Переход от общего уравнения прямой в пространстве к каноническому.*
56. *Взаимное расположение прямой и плоскости.*

Билет № 0 Коллоквиум по Аналитической геометрии.

1. *Координатная форма скалярного произведения.*
2. *Общее уравнение плоскости.*
3. *Даны вершины тетраэдра* $A_1,\ A_2,\ A_3$ *и* A_4

$A_1 = (1;3;6),\ \ A_2 = (2;2;1),\ \ A_3 = (-1;0;1),\ \ A_4 = (-4;6;-3)$

Найти: а) длину ребра A_1A_2 *; б) угол* $A_1A_2A_3$ *;*

в) площадь грани $A_1A_2A_3$*; г) объем пирамиды* $A_1A_2A_3A_4$*;*

4. *Даны вершины треугольника ABC:* $\mathrm{A}(3;\ 1),\ \mathrm{B}(-5,-1),\mathrm{C}(-4;\ 0).$

Найти: а) уравнение высоты и медианы проведенных из вершины C;

б) длину высоты, проведенной из вершины C.

5. *Найти точку пересечения прямой* $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{3}$ *и плоскости* $2x+3y-z+5=0$

и угол их пересечения.

Зачетно-экзаменационные материалы для промежуточной аттестации (экзамен/зачет)

1. *Матрицы. Виды матриц.*
2. *Действия сложения и умножения на скаляр над матрицами.*
3. *Произведение матриц.*
4. *Транспонирование матриц. Свойства (доказательства).*
5. *Определители второго порядка и их использование в решении линейных систем второго порядка.*
6. *Определители третьего порядка и их использование в решении линейных систем третьего порядка.*
7. *Определители n-го порядка. Понятие перестановок.*
8. *Свойства определителей (доказательство 3-х свойств).*
9. *Алгебраические дополнения и миноры.*
10. *Утверждения, связанные с алгебраическими дополнениями.*
11. *Теорема Лапласа.*
12. *Вычисление определителей.*
13. *Обратные матрицы. Нахождение обратных матриц по определению.*
14. *Теорема об обращении матриц.*
15. *Свойства обратных матриц.*
16. *Крамеровские системы линейных уравнений.*
17. *Следствия из теоремы Крамера.*
18. *Общие сведения о системах линейных уравнений.*
19. *Строение множества решений однородных систем.*

20. *Строение множества решений неоднородных систем.*
21. *Теорема Кронекера-Капелли.*
22. *Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.*
23. *Линейная зависимость и линейная независимость строк (столбцов) матрицы. Примеры.*
24. *Свойства линейной зависимости и линейной независимости строк (столбцов) и отрезков строк (столбцов) матрицы.*
25. *Теорема о линейной зависимости линейной комбинации. Следствие.*
26. *Линейная зависимость столбцов матрицы с линейно зависимыми строками.*
27. *Базис и ранг совокупности строк (столбцов) матрицы.*
28. *Теорема о ранге матрицы.*
29. *Условие линейной зависимости множества строк квадратной матрицы.*
30. *Ранг матрицы в терминах определителей.*
31. *Определение ранга матрицы при помощи элементарных преобразование строк.*
32. *Деление отрезка в данном отношении.*
33. *Радиус-вектор точки. Направляющие косинусы.*
34. *Сдвиг и поворот системы координат.*
35. *Понятие вектора.*
36. *Сложение векторов.*
37. *Умножение вектора на число.*
38. *Скалярное произведение векторов. Свойства.*
39. *Координатная форма скалярного произведения.*
40. *Проекция вектора на ось.*
41. *Векторное произведение векторов. Свойства.*
42. *Координатная форма векторного произведения векторов.*
43. *Смешанное произведение векторов. Свойства.*
44. *Координатная форма смешанного произведения векторов.*
45. *Уравнение прямой на плоскости с угловым коэффициентом.*
46. *Взаимное расположение прямых, заданных уравнением с угловым коэффициентом.*
47. *Параметрическое уравнение прямой на плоскости. Уравнение отрезка.*
48. *Взаимное расположение прямых, заданных параметрическим уравнением.*
49. *Каноническое уравнение прямой на плоскости. Уравнение прямой, проходящей через две точки.*
50. *Общее уравнение прямой на плоскости.*
51. *Взаимное расположение прямых на плоскости, заданных общим уравнением.*
52. *Полуплоскости. Расстояния от точки до прямой.*
53. *Общее уравнение плоскости.*
54. *Взаимное расположение плоскостей.*
55. *Параметрическое уравнение плоскости.*
56. *Полупространства. Расстояние от точки до плоскости.*
57. *Параметрическое уравнение прямой в пространстве.*
58. *Каноническое уравнение прямой в пространстве. Уравнение прямой, проходящей через две точки.*
59. *Взаимное расположение прямых в пространстве.*
60. *Общее уравнение прямой в пространстве. Переход от общего уравнения прямой в пространстве к каноническому.*
61. *Взаимное расположение прямой и плоскости.*
62. *Определение и примеры векторных пространств.*
63. *Линейная зависимость и линейная независимость векторов. Понятие базиса и порождающей системы векторов.*
64. *Координаты вектора. Замена базиса и преобразование координат.*

65. *Подпространства. Критерий подпространства. Примеры.*
66. *Линейное отображение векторного пространства. Примеры.*
67. *Матрица линейного оператора в новом базисе.*
68. *Действия над линейными операторами. Обратный оператор.*
69. *Характеристический и минимальный полиномы.*
70. *Линейное отображение векторного пространства. Примеры.*
71. *Матрица линейного оператора в новом базисе.*
72. *Действия над линейными операторами. Обратный оператор.*
73. *Характеристический и минимальный полиномы.*
74. *Собственные вектора и собственные значения линейного оператора.*
75. *Понятие квадратичной формы. Матричная запись квадратичной формы.*
76. *Преобразование квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа.*
77. *Положительно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.*
78. *Закон инерции квадратичных форм.*
79. *Ортогональное преобразование квадратичной формы к каноническому виду.*
80. *Канонические уравнения кривых второго порядка: эллипс*
81. *Канонические уравнения кривых второго порядка: гипербола*
82. *Канонические уравнения кривых второго порядка: парабола*
83. *Общее уравнение кривой второго порядка.*
84. *Каноническое уравнение эллипсоида.*
85. *Канонические уравнения гиперболоидов.*
86. *Канонические уравнения параболоидов.*
87. *Канонические уравнения цилиндров.*
88. *Общее уравнение поверхности второго порядка.*

Критерии оценивания результатов обучения

Оценка	*Критерии оценивания по экзамену*
Высокий уровень «5» (отлично)	*оценку «отлично» заслуживает студент, освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал без пробелов; выполнивший все задания, предусмотренные учебным планом на высоком качественном уровне; практические навыки профессионального применения освоенных знаний сформированы.*
Средний уровень «4» (хорошо)	*оценку «хорошо» заслуживает студент, практически полностью освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не оценены максимальным числом баллов, в основном сформировал практические навыки.*
Пороговый уровень «3» (удовлетворительно)	*оценку «удовлетворительно» заслуживает студент, частично с пробелами освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, многие учебные задания либо не выполнил, либо они оценены числом баллов близким к минимальному, некоторые практические навыки не сформированы.*
Минимальный уровень «2» (неудовлетворительно)	*оценку «неудовлетворительно» заслуживает студент, не освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не выполнил, практические навыки не сформированы.*

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в печатной форме увеличенным шрифтом,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

5. Перечень учебной литературы, информационных ресурсов и технологий

5.1. Учебная литература

1. Беклемишев, Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник для вузов / Д. В. Беклемишев. — 18-е изд., перераб. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 448 с. — ISBN 978-5-8114-4916-3. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/152643

2. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре: учебное пособие / Л. А. Беклемишева, Д. В. Беклемишев, А. Ю. Петрович, И. А. Чубаров; под редакцией Д. В. Белемишева. — 7-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2019. — 496 с. — ISBN 978-5-8114-4577-6. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/122183

3 Горлач, Б. А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Практикум для студентов технических и экономических специальностей вузов: учебное пособие для вузов / Б. А. Горлач, Е. П. Ростова. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 144 с. — ISBN 978-5-8114-6737-2. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/162373

5.2. Периодическая литература

5.3. Интернет-ресурсы, в том числе современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Электронно-библиотечные системы (ЭБС):

1. ЭБС «ЮРАЙТ» https://urait.ru/
2. ЭБС «УНИВЕРСИТЕТСКАЯ БИБЛИОТЕКА ОНЛАЙН» www.biblioclub.ru
3. ЭБС «ЛАНЬ» https://e.lanbook.com

Профессиональные базы данных:

1. Web of Science (WoS) http://webofscience.com/
2. Scopus http://www.scopus.com/

3. ScienceDirect www.sciencedirect.com
4. Журналы издательства Wiley https://onlinelibrary.wiley.com/
5. Научная электронная библиотека (НЭБ) http://www.elibrary.ru/
6. "Лекториум ТВ" http://www.lektorium.tv/
7. Университетская информационная система РОССИЯ http://uisrussia.msu.ru

Информационные справочные системы:

1. Консультант Плюс - справочная правовая система (доступ по локальной сети с компьютеров библиотеки)

Ресурсы свободного доступа:

1. КиберЛенинка (http://cyberleninka.ru/);
2. Курсы ведущих вузов России" http://www.openedu.ru/;
3. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" http://window.edu.ru/;
4. Онлайн-курсы и сертификаты от ведущих вузов мира https://ru.coursera.org/.

Собственные электронные образовательные и информационные ресурсы КубГУ:

1. Среда модульного динамического обучения http://moodle.kubsu.ru
2. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций http://mschool.kubsu.ru/
3. Библиотека информационных ресурсов кафедры информационных образовательных технологий http://mschool.kubsu.ru;
4. Электронный архив документов КубГУ http://docspace.kubsu.ru/
5. Электронные образовательные ресурсы кафедры информационных систем и технологий в образовании КубГУ и научно-методического журнала "ШКОЛЬНЫЕ ГОДЫ" http://icdau.kubsu.ru/

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

– *Общие рекомендации по самостоятельной работе обучающихся.*

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301).

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений".

Положение о самостоятельной работе студентов (утверждено приказом № 272 КубГУ от 03 марта 2016 г.).

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

7. Материально-техническое обеспечение по дисциплине (модулю)

Наименование специальных помещений	Оснащенность специальных помещений	Перечень лицензионного программного обеспечения
Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер	Microsoft Windows Microsoft Office Professional Plus
Учебные аудитории для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Мебель: учебная мебель	

Для самостоятельной работы обучающихся предусмотрены помещения, укомплектованные специализированной мебелью, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Наименование помещений для самостоятельной работы обучающихся	Оснащенность помещений для самостоятельной работы обучающихся	Перечень лицензионного программного обеспечения
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (читальный зал Научной библиотеки)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (ауд._____)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-	

	образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	