МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по учебной работе, качеству образования – первый проректор
_____ Т.А. Хагуров
подпись
«28» мая 2021 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.14.06 Теория функций комплексного переменного

Направление подготовки: 03.03.02 Физика

Направленность (профиль): Фундаментальная физика

Форма обучения: очная

Квалификация: бакалавр

Краснодар 2021

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат:
4E23D21DF7CC6DF6D9D04D6AEAE74F342DA725D9
Владелец: Хагуров Темыр Айтечевич
Действителен: с 13.05.2021 до 13.08.2022

Рабочая программа дисциплины Б1.0.14.06 ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 03.03.02 Физика

Программу составила:
Яременко Л.А., канд. физ. - мат. наук, доцент _____

Рабочая программа дисциплины Б1.0.14.06 ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО утверждена на заседании кафедры теории функций
протокол № 7 «06» апреля 2021 г.
Заведующий кафедрой Голуб М.В. _____

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук
протокол № 3 «12» мая 2021 г.
Председатель УМК факультета/института Шмалько С. П. _____

Рецензенты:

Гусаков Валерий Александрович, канд. физ. – мат. наук,
директор ООО «Просвещение – Юг»

Засядко Ольга Владимировна, доцент кафедры информационных образовательных технологий, канд. физ. - мат. наук, доцент

1 Цели и задачи изучения дисциплины (модуля)

Введение комплексных чисел и функций комплексного переменного дало возможность глубже изучить элементарные функции и установить интересные связи между ними.

Теория функций комплексного переменного дает эффективные методы вычисления интегралов и получения асимптотических оценок, новые способы решений дифференциальных уравнений, позволяет изучать специальные векторные поля, встречающиеся в разнообразных приложениях. Основной класс функций комплексного переменного – класс регулярных функций – находится в тесной связи с решениями уравнения Лапласа, к которому приводятся многие задачи механики и физики. Методы теории функций комплексного переменного находят многочисленные применения в различных прикладных математических дисциплинах, таких как, теоретическая физика, гидродинамика, теория упругости, небесная механика и других естественных наук.

1.1 Цель освоения дисциплины состоит в изучении методов исследования функций комплексного переменного и формирование у студентов навыков корректного использования полученных знаний для практического использования математических методов при анализе и решении профессиональных задач.

1.2 Задачи дисциплины

– освоение студентом фундаментальных понятий теории функций комплексного переменного: регулярная функция, конформные отображения, интеграл от функции, ряды функций, особые точки, вычет функции;

– формирование знаний о свойствах регулярных (аналитических) функциях, гармонических функциях, рядах регулярных функций, теории интеграла Коши;

– формирование навыков построения конформных отображений с помощью элементарных функций, разложения функций в ряды Лорана, определения характера особенностей функции;

– формирование знаний о теории вычетов; овладение умениями и навыками применения теории вычетов к вычислению некоторых типов определенных интегралов;

– формирование умений и навыков применения методов теории функций комплексного переменного в различных прикладных математических дисциплинах и задачах естественнонаучного содержания.

1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы.

Дисциплина Б1.0.14.06 «Теория функций комплексного переменного» относится к обязательной части Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана. В соответствии с рабочим учебным планом дисциплина изучается на 2 курсе по очной форме обучения в четвертом семестре. Вид промежуточной аттестации: зачет.

Для изучения дисциплины «Теория функций комплексного переменного» требуются знания из курса математического анализа в объеме, включающем математический анализ функции одного и нескольких переменных, элементы топологии евклидовой плоскости, определенный (в том числе несобственный), криволинейный и двойной интегралы, формулу Грина, числовые и функциональные ряды, ряды Фурье), курс высшей алгебры, которые изучаются для направлений подготовки 03.03.02 Физика.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
ОПК-1 Способен применять базовые знания в области физики и радиофизики и использовать их в профессиональной деятельности, в том числе в сфере педагогической деятельности	
ИОПК-1.1. Понимает теоретические и методологические основания избранной области физико-математических и (или) естественных наук	Знает фундаментальные понятия, основные положения и принципы комплексного анализа, прикладные аспекты дисциплины.
	Умеет выявлять и анализировать математическую сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, и корректно использовать для их решения соответствующий физико-математический аппарат.
	Владеет навыками корректного использования методов теории функций комплексного переменного к построению и анализу математических моделей физических процессов и применять их в профессиональной деятельности.

Этапы обучения по дисциплине достигаются в рамках осуществления всех видов контактной и самостоятельной работы обучающихся в соответствии с утвержденным учебным планом.

Индикаторы достижения компетенций считаются сформированными при достижении соответствующих им результатов обучения.

2. Структура и содержание дисциплины

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц (108 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице

Виды работ		Всего часов	Форма обучения			
			очная		очно-заочная	заочная
			4 семестр (часы)	X семестр (часы)	X семестр (часы)	X курс (часы)
Контактная работа, в том числе:		50,2	50,2			
Аудиторные занятия (всего):		32	32			
занятия лекционного типа		16	16			
лабораторные занятия						
практические занятия		16	16			
семинарские занятия						
Иная контактная работа:						
Контроль самостоятельной работы (КСР)		7	7			
Промежуточная аттестация (ИКР)		0,2	0,2			
Самостоятельная работа, в том числе:		68,8	68,8			
Контрольная работа		10	10			
Самостоятельное изучение разделов, самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным и практическим занятиям, коллоквиумам и т. д.)		58,8	58,8			
Подготовка к текущему контролю						
Контроль:						
Подготовка к экзамену						
Общая трудоемкость	**час.**	108	108			
	в том числе контактная работа	32,2	32,2			
	зач. ед	3	3			

2.2 Содержание дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы (темы) дисциплины, изучаемые в 4 семестре (*очная форма обучения*)

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	СРС
1.	Комплексные числа и действия над ними. Геометрия и топология комплексной плоскости	10	2	2		6
2.	Комплексная дифференцируемость. Регулярные функции.	14	2	2		10
3.	Интегрирование функций комплексного переменного	12	2	2		8
4.	Ряды регулярных функций. Степенные ряды.	12	2	2		8
5.	Ряды Лорана. Изолированные особые точки.	16	2	2		12
6.	Теория вычетов и ее приложения.	20	4	4		12
7.	Конформные отображения	16,8	2	2		12,8
	ИТОГО по разделам дисциплины	100,8	18	32		68,8
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	7	–	–		–
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,2				
	Подготовка к текущему контролю	–	–	–		–
	Общая трудоемкость по дисциплине	108				

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

2.3 Содержание разделов дисциплины:

2.3.1 Занятия лекционного типа

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Форма текущего контроля
1.	Комплексные числа. Геометрия и топология комплексной плоскости.	Комплексные числа и арифметические операции над ними. Геометрическая интерпретация. Тригонометрическая и показательная формы представления комплексного числа. Формулы Эйлера и Муавра. Извлечение корня n-ой степени из комплексного числа. Предел последовательности комплексных чисел. Понятие стереографической проекции, расширенная комплексная плоскость. Множества и кривые на комплексной плоскости. Понятие n-связной области. Числовые ряды в комплексной плоскости. Свойства сходящихся рядов. Абсолютная сходимость.	Р
2.	Комплексная дифференцируемость. Регулярные функции.	Производная функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Дифференцируемость элементарных функций комплексного переменного. Геометрический смысл модуля и аргумента производной голоморфной функции. Восстановление голоморфной функции по ее вещественной (или мнимой) части Функции комплексного переменного; предел, непрерывность, однолистность. Производная функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции в точке в комплексном смысле. Понятие регулярной функции. Сопряженные гармонические функции. Восстановление регулярной функции по ее вещественной части. Геометрический смысл модуля и аргумента производной функции. Понятие конформного отображения, общие свойства. Критерий конформности отображения. Гидродинамический смысл комплексной дифференцируемости.	Письменный опрос
3.	Интегрирование функций комплексного переменного.	Определение и свойства криволинейного интеграла от функций комплексного переменного. Интегральная теорема Коши для односвязных и многосвязных областей. Первообразная функция, формула Ньютона-Лейбница,	Письменный опрос

		другое определение логарифмической функции. Интегральная формула Коши. Теорема о среднем значении. Интеграл типа Коши. Бесконечная дифференцируемость голоморфных функций, формулы Коши для производных.	
4.	Ряды регулярных функций. Степенные ряды.	Ряды регулярных функций в комплексной области, теорема Вейерштрасса о равномерной сходимости. Степенные ряды в комплексной области, теорема Абеля, радиус сходимости, формула Коши-Адамара. Ряды Тейлора. Теорема Тейлора, единственность разложения регулярной функции в степенной ряд. Степенные ряды элементарных функций: $w = e^z$, $w = \sin z$, $w = \cos z$, $w = \frac{1}{1-z}$, $w = \frac{1}{1+z}$, $w = \mathrm{sh}z$, $w = chz$.	К
5.	Ряды Лорана. Изолированные особые точки.	Ряды Лорана, область его сходимости. Разложение регулярной функции в ряд Лорана, единственность разложения. Изолированные особые точки однозначного характера; классификация изолированных особых точек. Полюсы регулярной функции, порядок полюса, связь между нулями и полюсами. Ряд Лорана в окрестности изолированной особой точки.	А
6.	Теория вычетов и ее приложения.	Вычеты. Теорема Коши о вычетах. Приемы вычисления вычетов. Теорема о полной сумме вычетов. Вычисление с помощью вычетов определенных и несобственных интегралов вида $\int_0^{2\pi} R(\cos\varphi, \sin\varphi)d\varphi$, $\int_{-\infty}^{+\infty} R(x)dx$, $\int_{-\infty}^{+\infty} R(x)e^{i\alpha x}dx$.	Устный опрос
7.	Конформные отображения.	Отображения посредством линейной $w = az + b$ и показательной $w = e^z$ функций. Дробно-линейные отображения: непрерывность, однолистность, конформность. Круговое свойство, свойство сохранения симметричных точек, свойство сохранения сложного (ангармонического) отношения. Дробно-линейные изоморфизмы и автоморфизмы (общий вид дробно-линейного отображения круга на себя и верхней полуплоскости на круг). Функция Жуковского. Тригонометрические и гиперболические функции. Выделение однозначной ветви многозначной функции. Функция $w = \sqrt[n]{z}$, логарифмическая, общие степенная и показательная функции.	Письменный опрос

2.3.2 Занятия семинарского типа

№	Наименование раздела (темы)	Тематика занятий/разбор	Форма текущего контроля
8.	Комплексные числа. Геометрия и топология комплексной плоскости.	Комплексные числа и арифметические операции над ними. Геометрическая интерпретация. Предел последовательности комплексных и числовые ряды в комплексной плоскости. Свойства сходящихся рядов. Абсолютная сходимость.	Решение задач.
9.	Комплексная дифференцируемость. Регулярные функции.	Производная функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Дифференцируемость элементарных функций комплексного переменного. Геометрический смысл модуля и аргумента производной голоморфной функции. Восстановление голоморфной функции по ее вещественной (или мнимой) части.	Проверка выполнения домашних заданий Решение задач.
10.	Интегрирование функций комплексного переменного.	Интегрирование функций комплексного переменного. Применение интегральной теоремы Коши. Первообразная функция, формула Ньютона-Лейбница. Интегральная формула Коши, формула Коши для производных.	Решение задач.

11.	Ряды регулярных функций. Степенные ряды.	Ряды регулярных функций в комплексной области, теорема Вейерштрасса о равномерной сходимости. Степенные ряды в комплексной области, радиус сходимости, формула Коши-Адамара. Разложение функций в ряды Тейлора. Степенные ряды элементарных функций: $w = e^z$ $w = \sin z$, $w = \cos z$, $w = \frac{1}{1-z}$, $w = \frac{1}{1+z}$, $w = \mathrm{s}hz$, $w = chz$.	Решение задач.
12.	Ряды Лорана. Изолированные особые точки.	Разложение регулярной функции в ряд Лорана. Изолированные особые точки однозначного характера. Классификация изолированных особых точек. Разложение функции в ряд Лорана в окрестности изолированной особой точки.	Решение задач.
13.	Теория вычетов и ее приложения.	Вычеты. Теорема Коши о вычетах. Приемы вычисления вычетов. Теорема о полной сумме вычетов. Вычисление с помощью вычетов определенных и несобственных интегралов вида $\int_0^{2\pi} R(\cos\varphi, \sin\varphi)d\varphi$, $\int_{-\infty}^{+\infty} R(x)dx$, $\int_{-\infty}^{+\infty} R(x)e^{i\alpha x}dx$.	Решение задач.
14.	Конформные отображения.	Отображения посредством линейной $w = az + b$ и показательной $w = e^z$ функций. Дробно-линейные отображения: непрерывность, однолистность, конформность. Круговое свойство, свойство сохранения симметричных точек, свойство сохранения сложного (ангармонического) отношения. Дробно-линейные изоморфизмы и автоморфизмы (общий вид дробно-линейного отображения круга на себя и верхней полуплоскости на круг). Функция Жуковского. Тригонометрические и гиперболические функции. Выделение однозначной ветви многозначной функции. Функция $w = \sqrt[n]{z}$, логарифмическая, общие степенная и показательная функции.	Построение конформных отображений

Защита лабораторной работы (ЛР), выполнение курсового проекта (КП), контрольной работы (КР), расчетно-графического задания (РГЗ), написание реферата (Р), эссе (Э), коллоквиум (К), тестирование (Т) и выполнение контрольной работы (КР).

При изучении дисциплины применяется электронное обучение (проектор и ЭВМ), дистанционные образовательные технологии в соответствии с ФГОС ВО.

2.3.3 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы не предусмотрены учебным планом.

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	Проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий	Теория функций комплексного переменного. Шабунин М.И. [и др.], М..БИНОМ. 2002.-248 с.
2	Подготовка к практическим занятиям	Волковысский И.М., Лунц,Араманович. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. ФИЗМАТЛИТ, 2006. - 312 с. (см. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2763).
3	Подготовка к коллоквиуму	Теория функций комплексного переменного/ Шабунин М.И.[и др.], М..БИНОМ. 2002.-248 с.
4	Выполнение индивидуальных заданий. контрольных работ	Сборник задач по теории аналитических функций и операционному исчислению. Учебное пособие/ под редакцией Мавроди Н.Н.; Кубан. гос. ун-т. Краснодар, 1997, 156 с. ISBN 5-230-21802-9

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в печатной форме увеличенным шрифтом,

– в форме электронного документа,

– в форме аудиофайла,

– в печатной форме на языке Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа,

– в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины (модуля

В ходе изучения дисциплины предусмотрено использование следующих образовательных технологий: лекции, практические занятия, подготовка письменных аналитических работ, самостоятельная работа студентов (изучение теоретического материала; выполнение домашних заданий, выполнение индивидуальных типовых заданий; подготовка к опросу; подготовка к зачету). Полезны следующие формы работы: лекции с проблемным изложением; дискуссии по сложным вопросам; технологии развития критического мышления; формы работы, направленные на усвоение знаний и способов действий по самоконтролю; формы работы, способствующие саморазвитию и самообразованию студентов.

Компетентностный подход в рамках преподавания дисциплины реализуется в использовании интерактивных технологий и активных методов (проектных методик, разбора конкретных ситуаций) в сочетании с внеаудиторной работой.

Информационные технологии, применяемые при изучении дисциплины: использование информационных ресурсов, доступных в информационно-телекоммуникационной сети Интернет.

Адаптивные образовательные технологии, применяемые при изучении дисциплины – для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «*Теория функций комплексного переменного*».

Оценочные средства включает контрольные материалы для проведения **текущего контроля** в форме *тестовых заданий, разноуровневых заданий, отчетов по индивидуальным и проектно-групповым заданиям* и **промежуточной аттестации** в форме вопросов и заданий к зачету.

Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

№ п/п	Код и наименование индикатора (в соответствии с п. 1.4)	Результаты обучения (в соответствии с п. 1.4)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1	ИОПК-1.1. Понимает теоретические и методологические основания избранной области физико-математических и (или) естественных наук	Знает фундаментальные понятия, основные теоремы комплексного анализа, прикладные аспекты теории функций; различные формы представления комплексных чисел, определения и свойства операций над ними, их геометрическую интерпретацию. Умеет производить арифметические операции над комплексными числами, используя различные формы представления комплексных чисел, их геометрическую интерпретацию.	*Р. Вопросы на коллоквиуме 1-6* *Из-1, КР-1,*	*Вопрос на зачете 1-7;*
2	ИОПК-1.1. Понимает теоретические и методологические основания избранной области физико-математических и (или) естественных наук	Знает функции комплексного переменного, дифференцируемости функции в смысле комплексного анализа; понятие регулярной и гармонической функции; геометрический смысл модуля и аргумента производной регулярной функции; понятие конформного отображения и геометрические принципы; элементарные функции комплексного переменного и соответствующие им конформные отображения; Умеет определять разными способами дифференцируемость в смысле комплексного анализа; строить конформные отображения и находить образ области при заданном конформном отображении; Владеет навыками построения конформных отображений.	*А* *Из-2, КР.2,* *Вопросы на коллоквиуме 7-11*	*Вопрос на зачете 8-12; 35-40.*
3	ИОПК-1.1. Понимает теоретические и методологические основания избранной области физико-математических и (или) естественных наук	Знает понятие криволинейного интеграла от функции комплексного переменного; интегральную теорему Коши для односвязной и многосвязной области, интегральную формулу Коши; Умеет вычислять криволинейные интегралы от функций комплексного переменного; восстанавливать регулярную функцию по ее вещественной или мнимой части.	*Р.* *Вопросы на коллоквиуме 12-20* *Из-2, КР.2,*	*Вопрос на зачете 13-21*
4	ИОПК-1.1. Понимает теоретические и методологические основания	Знает свойства степенных рядо и равномерно сходящихся рядо регулярных функций; поняти	*Вопросы на коллоквиуме 12-20.*	*Вопрос на зачете 22-26*

	избранной области физико-математических и (или) естественных наук	изолированных особых точек р гулярных функций и различны способы их классификации; Умеет находить коэффициенты разложения в ряд Тейлора регулярных функций и радиус сходимости степенного ряда; находить коэффициенты разложения в ряд Лорана функций, регулярных в кольце; Владеет навыками разложения в ряды Лорана регулярных функций, определения характера изолированной особой точки функции.		
5	ИОПК-1.1. Понимает теоретические и методологические основания избранной области физико-математических и (или) естественных наук	Знает понятие вычета и способы применения вычетов для вычисления криволинейных и несобственных интегралов. Умеет вычислять вычеты регулярных функций в изолированных особых точках; Владеет овладение умениями и навыками применения теории вычетов к вычислению некоторых типов определенных интегралов;	*Из-3, КР-3, А*	*Вопрос на зачете 27-34*

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Примерный перечень вопросов и заданий

Контрольная работа №1

1. Представить в алгебраической форме $(1+i)^{1-3i}$.
2. Представить в алгебраической форме
$$\cos(2i-1).$$
3. Найти все значения корня и построить их на плоскости
$$\sqrt[4]{-16i}.$$
4. Изобразить на плоскости множество точек, заданное неравенствами
$$\{|z-2-i|\geq 1,\ 1\leq \operatorname{Re} z<3\}.$$
5. Выяснить, какие множества z комплексной плоскости удовлетворяют неравенствам
$$|z|=2+\operatorname{Re} z.$$

Контрольная работа №2

1. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по данной кривой

$\int_L \left(z^2+z\cdot\bar{z}\right)dz$, где L – полуокружность $|z|=1,\ 0\leq \arg z\leq \pi.$

2. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по данной кривой.

$\int\limits_{ABC} (z-1)\cos z dz,$ где ABC – ломаная, $z_A = 0, z_B = 1+i, z_C = i.$

3. С помощью интегральной формулы Коши вычислить интеграл

$$\oint\limits_{|z|=1} \frac{2+\sin z}{z(z+2i)} dz.$$

4. С помощью интегральной формулы Коши вычислить интеграл.

$$\oint\limits_{|z-i|=1} \frac{e^{\frac{\pi}{2}z}}{(z^2+1)^2} dz.$$

Контрольная работа №3

1. Разложить в ряд Тейлора в окрестности точки $z=0$ функцию

$$f(z) = \frac{z+1}{z^2+4z-5}$$

2. Вычислить интеграл, считая, что обход замкнутого контура происходит в положительном направлении:

$$\oint\limits_{|z|=1} \frac{dz}{(z-2)(z^4-1)}.$$

3. Вычислить с помощью теории вычетов несобственный интеграл вида:

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x+1)dx}{(x^2+1)(x^2+24)}.,$$

4. Вычислить с помощью теории вычетов несобственный интеграл вида:

несобственный интеграл вида $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{x\cos x}{x^2-2x+10} dx.$

5. Вычислить с помощью теории вычетов следующий определенный интеграл:

$$\int\limits_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{3+2\cos\varphi}.$$

Зачетно-экзаменационные материалы для промежуточной аттестации

4.1.1 Примерные контрольные задания

1. Найти действительную и мнимую часть комплексного числа

$$\frac{(1+i)^{28}}{(1-i)^{24} - i(1+i)^{24}}$$

2. Представить в алгебраической форме

$$\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^{2-i}$$

3. Найти все значения корней и построить их на комплексной плоскости.

$$\sqrt[4]{-64i}.$$

4. Изобразить на плоскости множество точек, заданное неравенствами

$$\left\{|z-i|<1, |z+2i|\le 3\right\}$$

5. Определить вид кривой

$$z = 1 + t + i\left(t^2 - 2t\right)$$

6. Выяснить, какие множества z комплексной плоскости удовлетворяют неравенства

$$\operatorname{Im} i\bar{z}^2 > 2$$

7. Найти коэффициент растяжения κ и угол поворота θ для отображения

$$f(z) = \frac{(z-2i)^2}{z+i}$$ в точке $z = 1+i$.

8. Вычислить интеграл:

$$\int_L \left(z^3 + 2z\right)dz$$

,

где кривая L – отрезок, соединяющий точки

9. Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{i+2}{i-3}\right)^{3n}$.

10. Разложить в ряд Тейлора в окрестности точки $z = 0$ функцию

$$f(z) = e^z \cos z.$$

11. Разложить в ряд Тейлора в окрестности точки $z = 0$ функцию

$$f(z) = \frac{z+1}{z^2 + 4z - 5}$$

и найти радиус сходимости ряда.

12. Найти изолированные особые точки функции $f(z)$ и установить их характер

$$f(z) = z\left(e^{\frac{1}{z}} - 1\right);$$

13. Найти вычеты функции $f(z)$ относительно всех ее изолированных особых точек и относительно бесконечно удаленной точки (если она не является предельной для особых точек).

$$f(z) = \frac{\cos z}{(z+1)^2}.$$

14. Вычислить интеграл, считая, что обход замкнутого контура происходит в положительном направлении:

$$\oint_{|z|=1} \frac{\cos\varphi dz}{z^3}.$$

15. Вычислить с помощью теории вычетов определенный интеграл:

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{(4+\cos\varphi)^2}.$$

16. Вычислить с помощью теории вычетов несобственный интеграл:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{xdx}{\left(x^2+4\right)\left(x^2+25\right)}.$$

17. Вычислить с помощью теории вычетов несобственный интегралы:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2-x+2}{x^4+10x^2+9}dx.$$

18. Вычислить несобственный интеграл от рациональной функции с помощью теории вычетов.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x\sin 3x}{x^2-3x+2}dx.$$

20. Образ множества

$$\left\{|z|>2, \frac{\pi}{6}<\arg z<\frac{2\pi}{3}\right\}$$

при отображении $w=z^3$.

21. Найти образ области

$$\left\{|z|<1, \operatorname{Im} z>0\right\}$$

при отображении $w=\dfrac{z}{z-2i}$.

22. Найти образ при отображении $w=e^{-4z}$ полуполосы

$$\left\{-2<\operatorname{Re} z<0, \ -\frac{\pi}{4}<\operatorname{Im} z<0\right\}$$

Вопросы для подготовки к коллоквиуму

Определения и формулировки теорем.

1. Комплексные числа. Действия над ними. Геометрическая интерпретация.
2. Тригонометрическая и показательная форма представления комплексного числа.
3. Формулы Эйлера и Муавра.
4. Извлечение корня n-ой степени из комплексного числа.
5. Предел последовательности комплексных чисел.
6. Понятие стереографической проекции, расширенная комплексная плоскость.
7. Функции комплексного переменного. Предел, непрерывность.
8. Дифференцируемые функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана.
9. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции в точке в комплексном смысле.
10. Понятие регулярной функции.
11. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Понятие конформного отображения.
12. Интегрирование функции комплексного переменного. Свойства интегралов.
13. Интегральная теорема Коши для односвязной области
14. Теорема о существовании первообразной для непрерывной функции.
15. Неопределенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.
16. Интегральная формула Коши.
17. Интегральная формула Коши для производных регулярных функций.
18. Сопряженные гармонические функции.
19. Восстановление регулярной функции по ее вещественной (мнимой) части.
20. Интеграл типа Коши.

21. Числовые ряды в комплексной плоскости. Свойства сходящихся рядов. Абсолютная сходимость.
22. Функциональные ряды. Теорема Вейерштрасса.
23. Степенные ряды в комплексной области. Теорема Абеля. Радиус сходимости степенного ряда.
24. Разложение регулярной функции в ряд Тейлора.
25. Разложение в степенной ряд элементарных функций:

$w = e^z$, $w = \sin z$, $w = \cos z$, $w = \frac{1}{1-z}$, $w = \frac{1}{1+z}$, $w = \mathrm{s}hz$, $w = chz$.

Доказательства утверждений

1. Извлечение корня n-ой степени из комплексного числа.
2. Теорема о существовании предела последовательности комплексных чисел.
3. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции в точке в комплексном смысле. Условия Коши-Римана.
4. Интегральная теорема Коши для односвязной области
5. Интегральная формула Коши для односвязной области.
6. Интегральная формула Коши для производных регулярных функций
7. Гармонические функции. Сопряженные гармонические функции.
8. Восстановление регулярной функции по ее вещественной (мнимой) части.
9. Степенные ряды. Теорема Абеля.

Вопросы для подготовки к зачету

1. Комплексные числа. Действия над ними. Геометрическая интерпретация.
2. Тригонометрическая и показательная форма представления комплексного числа.
3. Формулы Эйлера и Муавра.
4. Извлечение корня n-ой степени из комплексного числа.
5. Предел последовательности комплексных чисел.
6. Числовые ряды в комплексной плоскости. Свойства сходящихся рядов. Абсолютная сходимость.
7. Понятие стереографической проекции, расширенная комплексная плоскость.
8. Функции комплексной переменного. Предел, непрерывность.
9. Дифференцируемые функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана.
10. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции в точке в комплексном смысле.
11. Понятие регулярной функции.
12. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Понятие конформного отображения.
13. Интегрирование функции комплексной переменного. Свойства интегралов.
14. Интегральная теорема Коши для односвязной области
15. Теорема о существовании первообразной для непрерывной функции.
16. Неопределенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.
17. Интегральная формула Коши.
18. Интегральная формула Коши для производных регулярных функций.
19. Сопряженные гармонические функции.
20. Восстановление регулярной функции по ее вещественной (мнимой) части.
21. Интеграл типа Коши.
22. Функциональные ряды. Теорема Вейерштрасса.
23. Степенные ряды в комплексной области. Теорема Абеля. Радиус сходимости степенного ряда.
24. Разложение регулярной функции в ряд Тейлора.
25. Разложение в степенной ряд элементарных функций:

$w = e^z$, $w = \sin z$, $w = \cos z$, $w = \frac{1}{1-z}$, $w = \frac{1}{1+z}$, $w = \mathrm{s}\,hz$, $w = chz$.

26. Ряды Лорана. Область сходимости ряда Лорана. Разложение функций в ряды Лорана.
27. Изолированные особые точки и их классификация.
28. Ряд Лорана в окрестности изолированной особой точки.
29. Полюсы регулярной функции, порядок полюса, связь между нулями и полюсами.
30. Определение вычета в конечной изолированной особой точке, формулы для его вычисления.
31. Основная теорема о вычетах. Вычет в бесконечности.
32. Теорема о полной сумме вычетов.
33. Вычисление с помощью вычетов определенных интегралов вида $\int_o^{2\pi} R(\cos\varphi, \sin\varphi)d\varphi$
34. Вычисление с помощью вычетов несобственных интегралов вида

$\int_{-\infty}^{+\infty} R(x)dx$, $\int_{-\infty}^{+\infty} R(x)e^{i\alpha x}dx$.

35. Показательная функция $w = e^z$ и её свойства
36. Отображение $w = \frac{1}{z}$ и его свойства. Понятие инверсии, свойства.
37. Дробно-линейные отображения: непрерывность, однолистность, конформность. Круговое свойство, свойство сохранения симметричных точек, свойство сохранения сложного (ангармонического) отношения.
38. Дробно-линейные изоморфизмы и автоморфизмы (общий вид дробно-линейного отображения круга на себя и верхней полуплоскости на круг).
39. Функция Жуковского.
40. Тригонометрические и гиперболические функции.

Критерии оценивания результатов обучения

Критерии оценивания по зачету:

«зачтено»: студент владеет теоретическими знаниями по данному разделу, знает вопросы основного учебно-программного материала, допускает незначительные ошибки; студент умеет правильно объяснять основные задачи теории функций комплексного переменного и методы их решения; справился с выполнением заданий, предусмотренных программой дисциплины.

«не зачтено»: материал не усвоен или усвоен частично, студент затрудняется решить базовые задачи теории функций комплексного переменного, довольно ограниченный объем выполненных заданий, предусмотренных программой дисциплины.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:
– в печатной форме увеличенным шрифтом,
– в форме электронного документа.
Для лиц с нарушениями слуха:
– в печатной форме,
– в форме электронного документа.
Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
– в печатной форме,
– в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

5. Перечень учебной литературы, информационных ресурсов и технологий

5.1. Учебная литература

1. Привалов, И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного: учебник / И. И. Привалов. — 15-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 432 с. — ISBN 978-5-8114-0913-6. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/167779

2. Шабунин, М. И. Теория функций комплексного переменного: учебное пособие / М. И. Шабунин, Ю. В. Сидоров. — 5-е изд. — Москва: Лаборатория знаний, 2020. — 303 с. — ISBN 978-5-00101-916-9. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/151505

3Волковыский, Л. И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного: учебное пособие / Л. И. Волковыский, Г. Л. Лунц, И. Г. Араманович. — 4-е изд., перераб. — Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2006. — 312 с. — ISBN 5-9221-0264-8. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/2763

4. Сборник задач по теории аналитических функций и операционному исчислению. Учебное пособие/ под редакцией Мавроди Н. Н.; Кубан. гос. ун-т. Краснодар, 1997, 156 с. ISBN 5-230-21802-9.

5.2. Периодические издания:

Не используются при изучении данного курса.

5.3. Интернет-ресурсы, в том числе современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. ЭБС «ЮРАЙТ» https://urait.ru/
2. ЭБС «УНИВЕРСИТЕТСКАЯ БИБЛИОТЕКА ОНЛАЙН» www.biblioclub.ru
3. ЭБС «BOOK.ru» https://www.book.ru
4. ЭБС «ZNANIUM.COM» www.znanium.com
5. ЭБС «ЛАНЬ» https://e.lanbook.com

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Для облегчения освоения курса и подготовки к зачету студентам предлагается выполнение типовые индивидуальных заданий для самостоятельной работы по темам дисциплины. Индивидуальные задания выполняются в отдельной тетради и проверяются преподавателем с выборочной защитой (варианты задач для самостоятельной работы даны в [4], № 1-27 в списке литературы).

Итоговый контроль осуществляется в форме зачета. Зачет выставляется после решения всех задач контрольных работ и выполнения самостоятельной работы.

– *Общие рекомендации по самостоятельной работе обучающихся.*

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301).

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений".

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

7. Материально-техническое обеспечение по дисциплине (модулю)

Наименование специальных помещений	Оснащенность специальных помещений	Перечень лицензионного программного обеспечения
Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер	Microsoft Windows Microsoft Office Professional Plus
Учебные аудитории для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Мебель: учебная мебель	

Для самостоятельной работы обучающихся предусмотрены помещения, укомплектованные специализированной мебелью, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Наименование помещений для самостоятельной работы обучающихся	Оснащенность помещений для самостоятельной работы обучающихся	Перечень лицензионного программного обеспечения
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (читальный зал Научной библиотеки)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной	

	сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	
Помещение для самостоятельной работы обучающихся аудиторияя.	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	