МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по учебной работе,
качеству образования – первый
проректор
_____ Т.А. Хагуров
подпись
«28» мая 2021 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.24 ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Направление подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль) Алгебра, теория чисел и дискретный анализ
Вычислительные, программные, информационные системы и компьютерные технологии
Математическое и компьютерное моделирование

Форма обучения очная

Квалификация бакалавр

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат:
4E23D21DF7CC6DF6D9D04D6AEAE74F342DA725D9
Владелец: Хагуров Темыр Айтечевич
Действителен: с 13.05.2021 до 13.08.2022

Краснодар 2021

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальные уравнения» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки / специальности 02.03.01 Математика и компьютерные науки.

код и наименование направления подготовки

Программу составил(и):

В.Ю. Барсукова, канд. физ.-мат. наук, доцент _____

И.О. Фамилия, должность, ученая степень, ученое звание подпись

В.В. Василенко, канд. физ.-мат. наук _____

И.О. Фамилия, должность, ученая степень, ученое звание подпись

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальные уравнения» утверждена на заседании кафедры Функционального анализа и алгебры протокол № 9 от «13» апреля 2021 г.

Заведующий кафедрой Барсукова В.Ю. _____

фамилия, инициалы подпись

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук

протокол № 3 от «12» мая 2021 г.

Председатель УМК факультета Шмалько С.П. _____

фамилия, инициалы подпись

Рецензенты:

Чубырь Н.О., кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры прикладной математики КубГТУ;

Засядко О.В., кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры информационных образовательных технологий КубГУ.

1 Цели и задачи изучения дисциплины (модуля)

1.1 Цель освоения дисциплины

1.2 Задачи дисциплины

1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» относится к обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана. В соответствии с рабочим учебным планом дисциплина изучается на 2 курсе по очной форме обучения. Вид промежуточной аттестации: экзамен.

Для успешного освоения дисциплины обучающийся должен владеть знаниями, умениями и навыками по программам предшествующих дисциплин: «Математический анализ», «Алгебра», «Аналитическая геометрия». Дисциплина «Дифференциальные уравнения» является основополагающей для дальнейшего изучения дисциплин высшей математики и механики.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

Код и наименование индикатора* достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
ОПК-1. Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	
ИОПК-1.1. Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых математических и естественнонаучных дисциплин.	В результате обучения знает: теоремы существования и единственности решения задачи Коши, теорему о непрерывной зависимости решения от параметров на компактных интервалах, теорему об устойчивости по первому приближению; строение множества решений линейной системы и линейного уравнения *n*-го порядка; основные определения, утверждения и математические модели раздела «Краевые задачи».
	В результате обучения умеет: решать обыкновенные дифференциальные уравнения разных порядков, в том числе первого: с разделяющимися переменными, линейные, в полных дифференциалах, решать линейные однородные уравнения *n*-го порядка и системы уравнений с постоянными коэффициентами и методом вариации произвольных постоянных соответствующие неоднородные уравнения и системы; применять критерии устойчивости при исследовании решений дифференциальных уравнений и систем.
	В результате обучения владеет: навыками необходимых технических преобразований; навыками распознавания типа уравнения и применения к нему соответствующего метода решения навыками составления уравнения или системы уравнений геометрических и физических задач, навыками качественного исследования поведения решений обыкновенных дифференциальных уравнений.

Результаты обучения по дисциплине достигаются в рамках осуществления всех видов контактной и самостоятельной работы обучающихся в соответствии с утвержденным учебным планом.

Индикаторы достижения компетенций считаются сформированными при достижении соответствующих им результатов обучения.

2. Структура и содержание дисциплины

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц (216 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице

Виды работ		Всего часов	Форма обучения			
			очная		очно-заочная	заочная
			3 семестр (часы)	4 семестр (часы)	-	-
Контактная работа, в том числе:					-	-
Аудиторные занятия (всего):		**108,6**	**54,3**	**54,3**	-	-
занятия лекционного типа		36	18	18	-	-
лабораторные занятия		68	34	34	-	-
практические занятия		-	-	-	-	-
семинарские занятия		-	-	-	-	-
Иная контактная работа:		**4,6**	**2,3**	**2,3**	-	-
Контроль самостоятельной работы (КСР)		4	2	2	-	-
Промежуточная аттестация (ИКР)		0,6	0,3	0,3	-	-
Самостоятельная работа, в том числе:		**54**	**27**	**27**	-	-
Проработка учебного (теоретического) материала		20	10	10	-	-
Выполнение домашних заданий (решение задач)		24	12	12	-	-
Подготовка к текущему контролю		10	5	5	-	-
Контроль:					-	-
Подготовка к экзамену		53,4	27	26,4	-	-
Общая трудоемкость	**час.**	**216**	**108,3**	**107,7**	-	-
	в том числе контактная работа	**112,6**	**56,3**	**56,3**	-	-
	зач. ед	**6**	**3**	**3**	-	-

2.2 Содержание дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы (темы) дисциплины, изучаемые в 3 и 4 семестрах (на 2 курсе, очная форма обучения)

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	СРС
1.	Введение	5	2	-	2	1
2.	Уравнение в дифференциалах. Уравнения первого порядка. Интегрируемые типы уравнений	20	4	-	6	10
3.	Способы отыскания решений обыкновенных дифференциальных уравнений	20	4	-	10	6

4.	Эквивалентность линейного дифференциального уравнения нормальной системе обыкновенных дифференциальных уравнений	6	2	-	2	2
5.	Линейные уравнения *n*-го порядка. Применение дифференциальных уравнений высших порядков к решению прикладных задач (физических, геометрических и др.).	14	2	-	8	4
6.	Краевая задача	14	4	-	6	4
7.	Системы обыкновенных дифференциальных уравнений	36	10	-	14	12
8.	Непрерывная зависимость решения задачи Коши от начальных данных и параметров	20	4	-	8	8
9.	Основы теории устойчивости	23	4	-	12	7
	ИТОГО по разделам дисциплины	**158**	**36**	-	**68**	**54**
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	4	-	-	-	-
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,6	-	-	-	-
	Подготовка к текущему контролю	10	-	-	-	-
	Общая трудоемкость по дисциплине	216	-	-	-	-

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

2.3 Содержание разделов (тем) дисциплины
2.3.1 Занятия лекционного типа

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Форма текущего контроля
1.	Введение.	Введение. Естествознание и математические модели. Уравнение как объект математической модели. Модели, содержащие дифференциальные уравнения. Примеры задач, приводящих к дифференциальным уравнениям. Основные задачи теории дифференциальных уравнений. Виды дифференциальных уравнений и их решения.	УО
2.	Уравнение в дифференциалах. Уравнения первого порядка. Интегрируемые типы уравнений	Уравнение в дифференциалах. Поле направлений и поле нормалей. Определение интегральной кривой. Общее и частное решения. Лемма о решении уравнения в дифференциалах. Уравнение первообразной. Теорема об интеграле дифференциального уравнения. Обыкновенное дифференциальное уравнение 1-го порядка, разрешенное относительно производной и его геометрический смысл. Теорема об эквивалентности решений. Автономное дифференциальное уравнение 1-го порядка и его решение. Основные интегрируемые типы уравнений I-го порядка: уравнения с разделяющимися переменными, линейные уравнения. Однородность *n*-ного порядка, Лемма об эквивалентности решений однородных уравнений	РГЗ, К
3.	Способы отыскания решений обыкновенных дифференциальных уравнений	Задача Коши для обыкновенного дифференциального уравнения. Существование и единственность решения задачи Коши (локальная теорема). Задача, двойственная задаче Коши (лемма об эквивалентности). Особые решения обыкновенного дифференциального уравнения. Изоклины, изогональные и ортогональные траектории. Геометрический способ отыскания приближенного решения обыкновенного дифференциального уравнения; численный метод Эйлера. Аналитические методы (замены, метод Лагранжа, метод подстановок Бернулли).	РГЗ, К
4.	Эквивалентность линейного дифференциального уравнения нормальной системе обыкновенных дифференциальных	Эквивалентность линейного дифференциального уравнения нормальной системе обыкновенных дифференциальных уравнений. Векторная запись. Фазовое пространство. Решение системы дифференциальных уравнений. Интегральная кривая. Задача Коши для динамической системы. Фундаментальная система	РГЗ, УО

	уравнений	решений. Определитель Вронского и его свойства. Принцип суперпозиции решений. Пространство решений однородного уравнения.	
5.	Линейные уравнения *n*-го порядка. Применение дифференциальных уравнений высших порядков к решению прикладных задач (физических, геометрических и др.).	Линейные дифференциальные уравнения *n*-ного порядка. Теорема о пространстве решений однородного дифференциального уравнения *n*-ного порядка. Линейная зависимость и независимость функций. Критерий линейной независимости решений однородного дифференциального уравнения *n*-ного порядка. Линейное неоднородное дифференциальное уравнение *n*-ного порядка. Принцип суперпозиции решений и следствия из него. Метод вариации для линейного неоднородного дифференциального уравнения *n*-ного порядка. Теорема о фундаментальной системе решений линейного неоднородного дифференциального уравнения *n*-ного порядка с постоянными коэффициентами. Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Метод неопределенных коэффициентов при решении неоднородного линейного дифференциального уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.	РГЗ, УО
6.	Краевая задача	Краевые задачи Штурма – Лиувилля. Теорема об альтернативе и следствие из нее. Нули решений однородного дифференциального уравнения второго порядка. Перемежающиеся нули. Теорема о расположении нулей однородного уравнения. Теорема сравнения (Штурма). Интегральное представление решения неоднородной задачи. Функция Грина и ее свойства. Спектральная задача. Собственные значения и собственные функции краевой задачи. Теорема существования собственных значений.	РГЗ, К
7.	Системы обыкновенных дифференциальных уравнений	Линейные системы дифференциальных уравнений (с комплексными коэффициентами и свободными членами). Матрично-векторная запись. Эквивалентность задачи Коши для линейной системы и интегрального уравнения. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для линейных систем. Линейные однородные системы. Пространство решений. Формула Остроградского – Лиувилля. Представление общего решения при помощи фундаментальной матрицы. Множество фундаментальных матриц. Экспонента матрицы. Метод вариации постоянных, формула Коши. Матрица Коши, её свойства. Линейные системы с постоянными коэффициентами. Нахождение фундаментальной системы решений методом неопределенных коэффициентов. Нелинейные системы.	РГЗ, К
8.	Непрерывная зависимость решения задачи Коши от начальных данных и параметров	Непрерывная зависимость решения от параметров (на интервале). Лемма Гронуолла – Беллмана.	РГЗ
9.	Основы теории устойчивости	Устойчивость решений по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Исследование устойчивости автономных систем дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Устойчивость при постоянно действующих возмущениях. Исследование устойчивости (асимптотической устойчивости) решений линейной системы. Устойчивость (асимптотическая устойчивость) линейных систем и ограниченность решений однородной системы. Критерий Гурвица (без доказательства). Устойчивость по первому приближению. Постановка задачи. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению.	РГЗ, УО

2.3.2 Занятия семинарского типа (практические / семинарские занятия/ лабораторные работы)

№	Наименование раздела (темы)	Тематика занятий/разбор	Форма текущего контроля
1.	Основные классы задач, решаемых в разделе «Обыкновенные дифференциальные уравнения». Понятие дифференциального уравнения и его решения	Основные понятия теории дифференциальных уравнений (решение, задача Коши, порядок уравнения). Прикладные задачи (геометрические и механические)	Проверка домашнего задания, устный опрос
2.	Уравнение в дифференциалах. Поле направлений и поле нормалей. Уравнения первого порядка. Интегрируемые типы уравнений	Однородность *k*-ого измерения. Основные интегрируемые типы уравнений I-го порядка: уравнения с разделяющимися переменными, линейные уравнения	Решение задач, самостоятельная работа
3.	Способы отыскания решений обыкновенных дифференциальных уравнений	Изоклины, изогональные и ортогональные траектории. Особые решения обыкновенного дифференциального уравнения. Огибающие кривые.	Проверка домашнего задания, контрольная работа
4.	Эквивалентность линейного дифференциального уравнения нормальной системе обыкновенных дифференциальных уравнений	Нормальная система дифференциальных уравнений I-го порядка. Задача Коши. Нахождение фундаментальной системы решений	Проверка домашнего задания
5.	Линейные уравнения *n*-го порядка. Применение дифференциальных уравнений высших порядков к решению прикладных задач (физических, геометрических и др.).	Линейные уравнения *n*-го порядка. Уравнения с постоянными коэффициентами. Фундаментальная система решений уравнения с постоянными коэффициентами. Функция и формула Коши для уравнения с постоянными коэффициентами. Метод вариации.	Проверка домашнего задания, контрольная работа
6.	Краевая задача	Постановка краевой задачи при различных видах граничных условий. Корректность краевой задачи. Теорема об альтернативе. Функция Грина. Краевая задача Штурма – Лиувилля. Спектральная задача.	Проверка домашнего задания, контрольная работа
7.	Системы обыкновенных дифференциальных уравнений	Нормальная система дифференциальных уравнений. Различные способы записи системы. Задача Коши. Линейные системы с постоянными коэффициентами. Нахождение фундаментальной системы решений методом неопределенных коэффициентов. Метод вариации постоянных, формула Коши. Фундаментальная матрица. Нелинейные системы. Эквивалентность задачи Коши интегральному уравнению. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.	Проверка домашнего задания, самостоятельная работа
8.	Непрерывная зависимость решения задачи Коши от начальных данных и параметров	Исследование непрерывной зависимости решения от параметров (на интервале). Лемма Гронуолла-Беллмана.	Решение задач, самостоятельная работа
9.	Основы теории	Устойчивость решений по Ляпунову. Асимптотическая	Проверка

	устойчивости	устойчивость. Область устойчивых решений автономной системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Критерий Гурвица Устойчивость по первому приближению	домашнего задания, контрольная работа

Защита лабораторной работы (ЛР), выполнение курсового проекта (КП), курсовой работы (КР), расчетно-графического задания (РГЗ), написание реферата (Р), эссе (Э), коллоквиум (К), тестирование (Т), устный опрос (УО) и т.д.

При изучении дисциплины могут применятся электронное обучение, дистанционные образовательные технологии в соответствии с ФГОС ВО.

2.3.3 Примерная тематика курсовых работ (проектов) - курсовые работы не предусмотрены.

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	Проработка учебного (теоретического) материала	Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 9 от 12.04.2019 г.
2	Выполнение домашних заданий (решение задач)	Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 9 от 12.04.2019 г.
3	Подготовка к текущему контролю	Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 9 от 12.04.2019 г.
4	Промежуточная аттестация (экзамен)	Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 9 от 12.04.2019 г.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в печатной форме увеличенным шрифтом,

– в форме электронного документа,

– в форме аудиофайла,

– в печатной форме на языке Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа,

– в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины (модуля)

В ходе изучения дисциплины предусмотрено использование следующих образовательных технологий: лекции, лабораторные работы, проблемное обучение,

модульная технология, подготовка письменных аналитических работ, самостоятельная работа студентов.

Компетентностный подход в рамках преподавания дисциплины реализуется в использовании интерактивных технологий и активных методов (мозгового штурма, разбора конкретных ситуаций, анализа задач), иных форм в сочетании с внеаудиторной работой.

Информационные технологии, применяемые при изучении дисциплины: использование информационных ресурсов, доступных в информационно-телекоммуникационной сети Интернет.

Адаптивные образовательные технологии, применяемые при изучении дисциплины – для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

10. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Дифференциальные уравнения».

Оценочные средства включают контрольные материалы для проведения **текущего контроля** в форме индивидуальных вариантов самостоятельных и контрольных работ, вопросов к коллоквиумам, устного опроса (устные опросы проводятся на лабораторных занятиях) и **промежуточной аттестации** в форме вопросов и заданий к экзамену.

Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

№ п/п	Код и наименование индикатора (в соответствии с п. 1.4)	Результаты обучения (в соответствии с п. 1.4)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1.	**ОПК-1. Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности.** ИОПК-1.1. Демонстрирует навыки	В результате обучения знает: теоремы существования и единственности решения задачи Коши, теорему о непрерывной зависимости решения от параметров на компактных интервалах, теорему об устойчивости по первому приближению; строение множества решений линейной системы и линейного уравнения *n*-го порядка; основные определения, утверждения и математические модели раздела «Краевые задачи». В результате обучения умеет: решать обыкновенные дифференциальные уравнения разных порядков, в том числе первого: с разделяющимися переменными,	*Лабораторная работа, опрос* *Контрольные работы по темам №№ 2,3,7,9.*	*Вопросы на экзамене:* *3 семестр,* *4 семестр.*

	выполнения стандартных действий, решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых математических и естественнонаучных дисциплин.	линейные, в полных дифференциалах, решать линейные однородные уравнения *n*-го порядка и системы уравнений с постоянными коэффициентами и методом вариации произвольных постоянных соответствующие неоднородные уравнения и системы; применять критерии устойчивости при исследовании решений дифференциальных уравнений и систем. В результате обучения владеет: навыками необходимых технических преобразований; навыками распознавания типа уравнения и применения к нему соответствующего метода решения навыками составления уравнения или системы уравнений геометрических и физических задач, навыками качественного исследования поведения решений обыкновенных дифференциальных уравнений.		

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Примерный перечень вопросов и контрольных заданий (работ)

Варианты контрольных работ

Вариант 1

Найти решение уравнений

1) $2t\sqrt{1-x^2}dt + xdx = 0$

2) $y' = e^{-\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}, \quad y(1) = 0$

3) $tx' - \frac{x}{t+1} = t$

4) $x' - xtgt + x^2 \cos t = 0$

5) $(x+3y)y'=1.$

……

Вариант 2

1. Найти ФСР, общее решение уравнений:

а) $x^{IV}+2x^{II}+x = 0$;

б) $9x^{I}+x^{III} = 0$.

2. Решить задачу Коши:

$x^{II}+4x^{I}+3x = 0$; $x(0) = 0$; $x^{I}(0) = 1$.

3. Выписать ФСР, если известны корни характеристического уравнения

а) $\lambda_{1,2} = 0$; $\lambda_{3,4} = -6$; $\lambda_{5,6} = 2\pm7i$;

б) $\lambda_{1,2} = 2$; $\lambda_{3,4} = -1\pm4i$; $\lambda_{5,6} = -1\pm4i$.

4. Являются ли функции $x_1(t) = e^{3t} - e^{-2t}$; $x_2(t) = 2e^{3t} + e^{-2t}$ ЛНЗ решениями уравнения

$$x^{II} - x^{I} - 6x = 0?$$

……

Вариант 3

1.Решить, используя функцию Коши:

$$x^{II} - 8x^{I}+17x = e^{4t};\ x(0) = x^{I}(0) = 0.$$

2.Решить методом вариации произвольных постоянных $x^{II}+x^{I} = t$

3. Решить уравнение $x^{III} - 4x^{I} = 15t + \sin 2t$

……

Вариант 4

1. Решить краевую задачу: $y'' + y = 1,\quad y(0) = 0,\ y'(\frac{\pi}{2}) = 0$

2. Существует ли функция Грина краевой задачи? Если да, то построить ее:

а) $y'' + y = f(x),\quad y(0) = 0,\ y'(\pi) = 0$;

б) $y'' = f(x), y'(0) = 0, y'(1) = 0$.

3. Найти собственные значения и собственные функции краевой задачи:

$$y'' + 4\mu y = 0,\quad y'(0) = 0,\ y(\pi) = 0$$

……

Вариант 5

1.Решить задачу Коши $\begin{cases} x' = y - 7x \\ y' = -5y - 2x \end{cases}$, $x(0) = 1, y(0) = 2$

2. Решить систему $\begin{cases} x' = 2x + y + 2z \\ y' = 2z - x \\ z' = 3z - 2x \end{cases}$, $\lambda_1 = -1$, $\lambda_{2,3} = 1$.

3. Решить $\begin{cases} x' = 2y - 5x \\ y' = x - 6y - 2e^x \end{cases}$

……

Вариант 6

1. Оценить, насколько отличаются решения задач на отрезке [2, 3]

$$\begin{cases} y' = \sin y - \cos y + x \\ y(2) = 0{,}1 \end{cases} \qquad \begin{cases} z' = \sin z - \cos z \\ z(2) = 0{,}3 \end{cases}.$$

2. Используя определение устойчивости по Ляпунову, исследовать устойчивость решения задачи Коши: $y' + \dfrac{2y}{x} = 0, y(1) = 2$.

3. Исследовать устойчивость тривиального решения системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} x' = \ln(1 - 3y) + xy \\ y' = 2e^x - 3\sin y - 2 - y^4 \end{cases}$$

Реферат

Не предусмотрено

Тест

Не предусмотрено

Темы выступлений к круглому стол

Не предусмотрено

Зачетно-экзаменационные материалы для промежуточной аттестации (экзамен/зачет)

Перечень вопросов к экзамену
3 семестр

1. Определение дифференциального уравнения, порядка уравнения и его решения. Обыкновенное дифференциальное уравнение 1–го порядка.
2. Уравнение в дифференциалах. Поле направлений и поле нормалей. Определение интегральной кривой. Лемма о решении уравнения в дифференциалах.
3. Уравнение первообразной. Теорема об интеграле дифференциального уравнения.
4. Обыкновенное дифференциальное уравнение 1-го порядка, разрешенное относительно производной и его геометрический смысл. Теорема об эквивалентности решений.
5. Автономное дифференциальное уравнение 1-го порядка и его решение.
6. Особые решения обыкновенного дифференциального уравнения.
7. Изоклины, изогональные и ортогональные траектории.

8. Способы нахождения решений обыкновенных дифференциальных уравнений.
9. Уравнения с разделяющимися (разделенными) переменными и приводящиеся к ним.
10. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Определение однородности *k*-ого измерения для уравнения.
11. Типы уравнений, приводящихся к линейным дифференциальным уравнениям первого порядка. Лемма об эквивалентности решений однородных уравнений (для $f(y/x)$).
12. Метод вариации постоянной (метод Лагранжа) и метод подстановок Бернулли.
13. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.
14. Определение задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения.
15. Существование и единственность решения задачи Коши. Локальная теорема.
16. Задача, двойственная задаче Коши. Лемма об эквивалентности.
17. Эквивалентность линейного дифференциального уравнения нормальной системе обыкновенных дифференциальных уравнений. Задача Коши для динамической системы.
18. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского и его свойства.
19. Линейные дифференциальные уравнения *n*-ного порядка. Основные понятия и определения.
20. Теорема о пространстве решений однородного дифференциального уравнения *n*-ного порядка.
21. Линейная зависимость и независимость функций. Критерий линейной независимости решений однородного дифференциального уравнения *n*-ного порядка.
22. Линейное неоднородное дифференциальное уравнение *n*-ного порядка. Принцип суперпозиции решений и следствия из него.
23. Метод вариации для линейного неоднородного дифференциального уравнения *n*-ного порядка.
24. Теорема о фундаментальной системе решений линейного неоднородного дифференциального уравнения *n*-ного порядка с постоянными коэффициентами.
25. Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение.
26. Метод неопределенных коэффициентов при решении неоднородного линейного дифференциального уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.
27. Определение краевой задачи. Корректность краевой задачи.
28. Теорема об альтернативе и следствие из нее.
29. Нули решений однородного дифференциального уравнения второго порядка.
30. Перемежающиеся нули. Теорема о расположении нулей однородного уравнения.
31. Теорема сравнения (Штурма).
32. Функция Грина и ее свойства.
33. Спектральная задача. Собственные значения и собственные функции краевой задачи.
34. Уравнение колебания маятника.

4 семестр

1. Определение системы дифференциальных уравнений, виды систем дифференциальных уравнений и формы их представлений. Ассоциированное системе дифференциальное уравнение.
2. Нормальные системы дифференциальных уравнений с комплексными коэффициентами.
3. Множество решений. Продолжимые и непродолжимые решения.
4. Постановка Задачи Коши для системы дифференциальных уравнений.
5. Физическая интерпретация системы дифференциальных уравнений. Фазовое пространство и фазовые траектории.

6. Фундаментальная матрица системы дифференциальных уравнений. Представление общего решения при помощи фундаментальной матрицы. Множество фундаментальных матриц. Основные теоремы.
7. Нормальные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Интегрирование системы дифференциальных уравнений методом исключения.
8. Теорема о корневом пространстве.
9. Экспонента системы дифференциальных уравнений. Экспонента матрицы. Определение, основные свойства и утверждения.
10. Нахождение фундаментальной системы при помощи exp^{At}
11. Матрица и формула Коши для системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
12. Непродолжимые решения. Теорема существования и единственности решения задачи Коши на отрезке при выполнении условия Липшица.
13. Теорема Пеано.
14. Непрерывная зависимость решения от параметров.
15. Лемма Гронуолла – Беллмана.
16. Устойчивость решения по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость решения. Устойчивость при постоянно действующих возмущениях.
17. Устойчивость решения системы дифференциальных уравнений, её физический и геометрический смысл.
18. Автономные системы дифференциальных уравнений и исследование их на устойчивость.
19. Фазовая плоскость и определение фазовых траекторий. Особая точка дифференциального уравнения.
20. Поведение траектории уравнения в окрестности особой точки. Виды особых точек. Область устойчивых решений автономной системы дифференциальных уравнений.
21. Устойчивость (асимптотическая устойчивость) линейных систем и ограниченность решений однородной системы.
22. Критерий Гурвица (без доказательства).
23. Устойчивость по первому приближению.
24. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению.

Типовые задачи, выносимые на экзамен

3 семестр

1.Решить задачу Коши:

$$y'\mathrm{ctg}x - y = 2\mathrm{ctg}x$$

при $y(0)=1$.

2. Решить уравнение: $x^{II} - 4x^{I} + 3x = e^{2t}$

4 семестр

1. Решить систему:

$$\begin{cases} x' = 2x + 4y - 8 \\ y' = 3x + 6y \end{cases}$$

2. Исследовать устойчивость тривиальное решение системы

$$\begin{cases} x' = -x - 2y + x^5 \\ y' = -2x + 3y - y^4 + x^3 \end{cases}$$

Критерии оценивания результатов обучения

Оценка	*Критерии оценивания по экзамену*
Высокий уровень «5» (отлично)	*оценку «отлично» заслуживает студент, освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал без пробелов; выполнивший все задания, предусмотренные учебным планом на высоком качественном уровне; практические навыки профессионального применения освоенных знаний сформированы.*
Средний уровень «4» (хорошо)	*оценку «хорошо» заслуживает студент, практически полностью освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не оценены максимальным числом баллов, в основном сформировал практические навыки.*
Пороговый уровень «3» (удовлетворите льно)	*оценку «удовлетворительно» заслуживает студент, частично с пробелами освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, многие учебные задания либо не выполнил, либо они оценены числом баллов близким к минимальному, некоторые практические навыки не сформированы.*
Минимальный уровень «2» (неудовлетвори тельно)	*оценку «неудовлетворительно» заслуживает студент, не освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не выполнил, практические навыки не сформированы.*

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в печатной форме увеличенным шрифтом,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

5. Перечень учебной литературы, информационных ресурсов и технологий

5.1. Учебная литература

1. Тихонов, А.Н. Дифференциальные уравнения [Электронный ресурс] : учебник / А.Н. Тихонов, А.Б. Васильева, А.Г. Свешников. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2002. — 256 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/48171
2. Петровский, И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений [Электронный ресурс] : учебное пособие / И.Г. Петровский ; под ред. Мышкис А.Д.а, Олейник О.А.. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2009. — 208 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/59554
3. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.К. Романко и др. — Электрон. дан. — Москва : Издательство "Лаборатория знаний", 2015. — 222 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/70710

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах «Лань» и «Библиоклуб», а так же в электронном каталоге Научной библиотеки КубГУ http://megapro.kubsu.ru/MegaPro/Web.

5.2. Периодическая литература

Указываются печатные периодические издания из «Перечня печатных периодических изданий, хранящихся в фонде Научной библиотеки КубГУ» https://www.kubsu.ru/ru/node/15554, *и/или электронные периодические издания, с указанием адреса сайта электронной версии журнала, из баз данных, доступ к которым имеет КубГУ:*

1. Базы данных компании «Ист Вью» http://dlib.eastview.com
2. Электронная библиотека GREBENNIKON.RU https://grebennikon.ru/

5.3. Интернет-ресурсы, в том числе современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Электронно-библиотечные системы (ЭБС):

1. ЭБС «ЮРАЙТ» https://urait.ru/
2. ЭБС «УНИВЕРСИТЕТСКАЯ БИБЛИОТЕКА ОНЛАЙН» www.biblioclub.ru
3. ЭБС «BOOK.ru» https://www.book.ru
4. ЭБС «ZNANIUM.COM» www.znanium.com
5. ЭБС «ЛАНЬ» https://e.lanbook.com

Профессиональные базы данных:

1. Web of Science (WoS) http://webofscience.com/
2. Scopus http://www.scopus.com/
3. ScienceDirect www.sciencedirect.com
4. Журналы издательства Wiley https://onlinelibrary.wiley.com/
5. Научная электронная библиотека (НЭБ) http://www.elibrary.ru/
6. Полнотекстовые архивы ведущих западных научных журналов на Российской платформе научных журналов НЭИКОН http://archive.neicon.ru
7. Национальная электронная библиотека (доступ к Электронной библиотеке диссертаций Российской государственной библиотеки (РГБ) https://rusneb.ru/
8. Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина https://www.prlib.ru/
9. Электронная коллекция Оксфордского Российского Фонда https://ebookcentral.proquest.com/lib/kubanstate/home.action
10. Springer Journals https://link.springer.com/

11. Nature Journals https://www.nature.com/siteindex/index.html
12. Springer Nature Protocols and Methods https://experiments.springernature.com/sources/springer-protocols
13. Springer Materials http://materials.springer.com/
14. zbMath https://zbmath.org/
15. Nano Database https://nano.nature.com/
16. Springer eBooks: https://link.springer.com/
17. "Лекториум ТВ" http://www.lektorium.tv/
18. Университетская информационная система РОССИЯ http://uisrussia.msu.ru

Информационные справочные системы:

1. Консультант Плюс - справочная правовая система (доступ по локальной сети с компьютеров библиотеки)

Ресурсы свободного доступа:

1. Американская патентная база данных http://www.uspto.gov/patft/
2. Полные тексты канадских диссертаций http://www.nlc-bnc.ca/thesescanada/
3. КиберЛенинка (http://cyberleninka.ru/);
4. Министерство науки и высшего образования Российской Федерации https://www.minobrnauki.gov.ru/;
5. Федеральный портал "Российское образование" http://www.edu.ru/;
6. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" http://window.edu.ru/;
7. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов http://school-collection.edu.ru/ .
8. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (http://fcior.edu.ru/);
9. Проект Государственного института русского языка имени А.С. Пушкина "Образование на русском" https://pushkininstitute.ru/;
10. Справочно-информационный портал "Русский язык" http://gramota.ru/;
11. Служба тематических толковых словарей http://www.glossary.ru/;
12. Словари и энциклопедии http://dic.academic.ru/;
13. Образовательный портал "Учеба" http://www.ucheba.com/;
14. Законопроект "Об образовании в Российской Федерации". Вопросы и ответы http://xn--273--84d1f.xn--p1ai/voprosy_i_otvety

Собственные электронные образовательные и информационные ресурсы КубГУ:

1. Среда модульного динамического обучения http://moodle.kubsu.ru
2. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций http://mschool.kubsu.ru/
3. Библиотека информационных ресурсов кафедры информационных образовательных технологий http://mschool.kubsu.ru;
4. Электронный архив документов КубГУ http://docspace.kubsu.ru/
5. Электронные образовательные ресурсы кафедры информационных систем и технологий в образовании КубГУ и научно-методического журнала "ШКОЛЬНЫЕ ГОДЫ" http://icdau.kubsu.ru/

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной систематизированный материал; лабораторных занятий, в ходе которых

студентами приобретаются и закрепляются основные практически навыки решения различных задач, в том числе с применением полученных теоретических знаний.

Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине. Самостоятельная работа студентов (СРС) является неотъемлемой частью процесса подготовки. Под самостоятельной работой понимается часть учебной планируемой работы, которая выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа направлена на усвоение системы научных и профессиональных знаний, формирования умений и навыков, приобретение опыта самостоятельной творческой деятельности. СРС помогает формировать культуру мышления студентов, расширять познавательную деятельность.

Виды самостоятельной работы по курсу:

а) по целям: подготовка к лекциям, к практическим занятиям, к контрольной работе, к коллоквиуму.

б) по характеру работы: изучение литературы, конспекта лекций; поиск литературы в библиотеке; конспектирование рекомендуемой для самостоятельного изучения научной литературы; решение задач, тестов; работа с обучающими и контролирующими программами.

Общие рекомендации по самостоятельной работе обучающихся:

СРС организуется таким образом, чтобы была выделена ее структура, отвечающая на следующие основные вопросы:

1. Какие темы (вопросы) предстоит изучить?
2. Связаны ли они с уже изученным материалом, и если связаны – то как именно (можно ли выявить причинно-следственную связь). Возможны ли аналогии с усвоенными ранее сведениями?
3. Какой уровень понимания будет достаточным в итоге?
4. На какие источники информации обратить внимание?
5. Резюмирующая часть – что сделано при изучении, что в итоге понятно, а что требует доработки или консультации у преподавателя.

Методические рекомендации по освоению лекционного материала, подготовке к лекциям:

СРС при освоении теоретического материала необходимо организовать таким образом, чтобы изученные теоретические вопросы можно было бы использовать как основу для решения практических задач. Для этого будет достаточно придерживаться п.1-5, приведенных выше, а так же разбор материала планировать с учетом личной способности держать достаточную концентрацию внимания.

Методические рекомендации по подготовке к семинарским (практическим/ лабораторным) занятиям:

СРС при подготовке к семинарским занятиям отличается ориентированностью не только на теоретическую основу, но так же и на наработку техники решения задач. В данном случае важно понимать – возможно ли проверить полученные ответы (например, воспользовавшись определением решения дифференциального уравнения, можно убедиться в верном или ошибочном результате СРС).

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

7. Материально-техническое обеспечение по дисциплине (модулю)

Наименование специальных помещений	Оснащенность специальных помещений	Перечень лицензионного программного обеспечения
Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа	Мебель: учебная мебель. Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер	Пакеты прикладных программ Microsoft Office (Word, Excel, Power Point), сервисы конференц-связи через сеть Интернет
Учебные аудитории для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Мебель: учебная мебель. Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер. Оборудование: доска (маркерная или меловая)	Пакеты прикладных программ Microsoft Office (Word, Excel, Power Point)
Учебные аудитории для проведения лабораторных работ	Мебель: учебная мебель. Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер. Оборудование: доска (маркерная или меловая)	Пакеты прикладных программ Microsoft Office (Word, Excel, Power Point), сервисы конференц-связи через сеть Интернет
Текущий контроль, промежуточная аттестация	Мебель: учебная мебель	Не требуется

Для самостоятельной работы обучающихся предусмотрены помещения, укомплектованные специализированной мебелью, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Наименование помещений для самостоятельной работы обучающихся	Оснащенность помещений для самостоятельной работы обучающихся	Перечень лицензионного программного обеспечения
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (читальный зал Научной библиотеки)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (ауд. 308Н)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее	Пакеты прикладных программ Microsoft Office (Word, Excel, Power Point), сервисы конференц-связи через сеть Интернет

	доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	