МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе,
качеству образования – первый
проректор
_____ Т.А. Хагуров
подпись
«28» мая 2021 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.ДВ.01.02 КОНЕЧНЫЕ ГРУППОИДЫ И ИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ

Направление подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль) Алгебра, теория чисел и дискретный анализ

Форма обучения очная

Квалификация бакалавр

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 784646E3066E8274355AC2198BDD2E1D
Владелец: Хагуров Темыр Айтечевич
Действителен: с 25.07.2022 до 18.10.2023

Краснодар 2021

Рабочая программа дисциплины «КОНЕЧНЫЕ ГРУППОИДЫ И ИХ ПРЕД- СТАВЛЕНИЯ» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки по профилю «Алгебра, теория чисел и дискретный анализ».

Программу составил
Г.Н. Титов, канд. физ.-мат. наук, доцент

Рабочая программа дисциплины «КОНЕЧНЫЕ ГРУППОИДЫ И ИХ ПРЕД- СТАВЛЕНИЯ» утверждена на заседании кафедры функцио нального анализа и алгебры протокол № 9 «13» апреля 2021 г.
Заведующая кафедрой (разработчика) Барсукова В.Ю.

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук протокол № 3 от «12»_мая_2021 г.

Председатель УМК факультета Шмалько С.П.

Рецензенты:
Терещенко И.В., заведующий кафедрой общей математики ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет», кандидат физ.–мат. наук, доцент;
Гаркуша О.В., доцент кафедры информационных технологий ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет», кандидат физ.-мат. наук, доцент.

1. Цели и задачи освоения дисциплины.

1.1 Цель дисциплины

Дальнейшее формирование у студентов приобретенных на первых двух курсах знаний по фундаментальной и компьютерной алгебре.

1.2. Задачи дисциплины

Получение базовых теоретических сведений по алгебраическим системам с одной бинарной операцией, в том числе по теории групп; развитие познавательной деятельности и приобретение практических навыков работы с алгебраическими понятиями

1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Конечные группоиды и их представления» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана Дисциплина читается в 5-ом семестре и продолжает начатое на первых двух курсах алгебраическое образование студентов соответствующего направления подготовки. Знания, полученные в этом курсе, могут быть использованы в дискретной математике и математической логике, теории чисел, методах оптимизации и др. Слушатели должны владеть математическими знаниями в рамках программы курса «Фундаментальная и компьютерная алгебра».

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся компетенций

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
ПК-1 Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий	
ИПК-1.1. Способен решать актуальные и важные задачи фундаментальной и прикладной математики	Знает базовые понятия курса «Конечные группоиды и их представления»;
	Умеет демонстрировать с обоснованиями базовые знания, излагаемые в данной дисциплине
	Обладает навыками демонстрации материала данной дисциплины с использованием компьютерных технологий.
ПК-5 Способен использовать современные методы разработки и реализации конкретных алгоритмов математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ моделирования	
ИПК-5.1 Анализирует поставленные задачи и выбирает эффективные математические методы при создании алгоритмов и вычислительных программ для решения современных задач математики и механики	Знает основные теоретические результаты и алгоритмы курса, позволяющие компьютерную реализацию решения некоторых вопросов дисциплины;
	Умеет использовать современные методы разработки и реализации алгоритмов математических моделей, возникающих в курсе дисциплины;
	Обладает навыками исследований в современной теории групп с использованием алгоритмов с последующей их компьютерной реализацией.

2 Структура и содержание дисциплины

2.1 Распределение трудоемкости дисциплины по видам работ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы (108 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице.

Виды работ		Всего часов	Форма обучения
			очная
			5 семестр (часы)
Контактная работа, в том числе:			
Аудиторные занятия (всего):		**34**	**34**
занятия лекционного типа		16	16
лабораторные занятия		18	18
практические занятия			
семинарские занятия			
Иная контактная работа:			
Контроль самостоятельной работы (КСР)		6	6
Промежуточная аттестация (ИКР)		0,2	0,2
Самостоятельная работа, в том числе:		67,8	67,8
Самостоятельное изучение разделов, самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным и практическим занятиям, коллоквиумам и т.д.)		50	50
Подготовка к текущему контролю		17,8	17,8
Контроль:		**зачет**	**зачет**
Подготовка к экзамену			
Общая трудоемкость	**час.**	**108**	**108**
	в том числе контактная работа	**40,2**	**40,2**
	зач. ед	**3**	**3**

2.2 Содержание дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.
Разделы (темы) дисциплины, изучаемые в 5 семестре (3 курс) *(очная форма обучения)*

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	СРС
1.	Группоиды, представление конечного группоида преобразованиями	28	4		4	20
2.	Группы, представление конечной группы подстановками смежных классов по подгруппе	32	6		6	20
3.	Представление конечной группы в терминах образующих и соотношений	41,8	6		8	27,8
	ИТОГО по разделам дисциплины	101,8	16		18	67,8
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	6				
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,2				
	Подготовка к текущему контролю					
	Общая трудоемкость по дисциплине	108				

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

2.3 Содержание разделов (тем) дисциплины

2.3.1 Занятия лекционного типа

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	Группоиды, представление конечного группоида преобразованиями	Отображения множеств, их виды. Бинарные операции на множествах, свойства. Группоиды: полугруппа, моноид, квазигруппа, лупа, группа, коммутативный группоид. Числовые и матричные примеры группоидов. Таблица Кэли конечного группоида. Классификация группоидов по таблице Кэли. Латинские квадраты и некоторые связанные с ними нерешенные проблемы. Умножение отображений, ассоциативность. Симметрическая полугруппа преобразований множества. Преобразования n-й степени, симметрическая полугруппа n . Симметрическая группа подстановок. Подстановки n-й степени, симметрическая группа S_n . Умножение подстановок, записанных в цикленном виде. Понятие о подобных множествах элементов симметрической полугруппы (группы). Представление группоидов преобразованиями. Эквивалентные представления. Изоморфизм, инверсный изоморфизм группоидов. Изоморфизм инверсно изоморфных групп. Регулярные представления конечного моноида преобразованиями. Регулярные	Устный опрос, контролирование подготовки до клада

		представления конечной группы подстановками. Перестановочность преобразований (подстановок) левого и правого регулярных представлений конечного моноида (конечной группы). Критерий эквивалентности левого и правого регулярного представлений конечного моноида (конечной группы).	
2	Группы, представление конечной группы подстановками смежных классовпо подгруппе	Подгруппа, критерий подгруппы. Порядок элемента группы, свойства. Циклическая группа, ее подгруппы. Смежные классы группы по подгруппе, свойства. Теорема Лагранжа для конечной группы. Сопряжение элементов группы, простейшие свойства. Алгоритм сопряжения подстановок, записанных в цикленном виде. Нормальная подгруппа группы, эквивалентные определения. Прямое произведение групп (подгрупп). Теорема об инвариантах конечной абелевой группы. Факторгруппа. Гомоморфизмы групп, их виды. Ядро и образ гомоморфизма. Критерий мономорфизма. Естественный гомоморфизм. Основная теорема о гомоморфизмах групп. Обобщенная теорема Кэли о представлении группы подстановками смежных классов по подгруппе. Иллюстрация теоремы Кэли на группах диэдра D_n и на группах подстановок n-й степени.	Устный опрос, контролирование подготовки доклада
3	Представления конечных групп в терминах образующих и соотношений	Порождающее множество элементов подгруппы. Вид элементов подгруппы, порожденной данным множеством элементов группы. Свободная группа. Теорема о том, что всякая группа является гомоморфным образом некоторой свободной группы. Определяющее множество соотношений группы. Метод перечисления смежных классов для обоснования построенного	Устный опрос, контролирование подготовки доклада

		представления конечной группы в тер- минах образующих и соотношений. Генетические коды групп: абелевых групп, группы диэдра D n , симметрической группы S n, знакопеременной группы A n, групп порядков pq, p,p^2 и p^3, где p,q – простые числа	

2.3.1 Лабораторные занятия

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	Группоиды, представление конечного группоида преобразованиями	Классификация отображений множеств. Построение бинарной операции на конечном множестве, имеющей заданные свойства. Классификация группоидов: полугруппа, моноид, квазигруппа, лупа, группа, коммутативный группоид. Числовые и матричные примеры группоидов. Задание группоида таблицей Кэли. Классификация группоидов по таблице Кэли. Латинские квадраты и некоторые связанные с ними нерешенные проблемы. Вычисления в полугруппе преобразований □ $_n$ и в группе подстановок S_n . Умножение подстановок, записанных в цикленном виде. Понятие о подобных множествах элементов симметрической полугруппы (группы). Представление группоидов преобразованиями. Эквивалентные представления. Изоморфизм, инверсный изоморфизм группоидов. Изоморфизм инверсно изоморфных групп. Регулярные представления конечного моноида преобразованиями. Регулярные представления конечной группы подстановками. Перестановочность преобразований (подстановок)	Проверка домашнего задания, реферативный доклад, контрольная работа

		левого и правого регулярных представлений конечного моноида (конечной группы). Критерий эквивалентности левого и правого регулярного представлений конечного моноида (конечной группы)	
2	Группы, представление конечной группы подстановками смежных классовпо подгруппе	Проверка подмножества элементов группы по критерию подгруппы. Описание подгрупп циклической группы. Разбиение заданной группы подстановок на односторонние смежные классы по подгруппе. Применение теоремы Лаграндля конечных групп при построении таблицы декодирования с исправлением ошибок. Сопряжение элементов группы, алгоритм сопряжения подстановок n-й степени. Иллюстрация на примерах эквивалентных определений нормальной подгруппы. Построение прямого произведения групп (подгрупп). Иллюстрация на примерах теоремы об инвариантах конечной абелевой группы. Построение таблицы Кэли факторгруппы. Классификация гомоморфизмов групп. Нахождение ядра и образ гомоморфизма. Обобщенная теорема Кэли о представлении группы подстановками смежных классов по подгруппе. Иллюстрация теоремы Кэли на группах диэдра D_n и на группах подстановок n-й степени.	Проверка домашнего задания, реферативный доклад, контрольная работа
3	Представления конечных групп в терминах образующих и соотношений	Порождающее множество элементов подгруппы. Описание подгрупп некоторых конечных групп. Задание конечной группы образующими и определяющими соотношениями, вычисления в таких группах. Применение метода перечисления смежных классов. Вычисления в абелевых групп, группе диэдра D_n, симметрической группы S_n, знакопеременной группе A_n, а также в группах порядков pq, p,p^2 и p^3, где p,q – простые числа.	Проверка домашнего задания, реферативный доклад, контрольная работа, зачет

2.3.2 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы не предусмотрены.

2.2 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Наименование раздела	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
-	Группоиды, представление конечного группоида преобразованиями	Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 9 от 13.04.2021 г.
-	Группы, представление конечной группы подстановками смежных классов по подгруппе	Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 9 от 13.04.2021 г.
-	Представления конечных групп в терминах образующих и соотношений	Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 9 от 13.04.2021 г.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в печатной форме увеличенным шрифтом,

– в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины (модуля)

В ходе изучения дисциплины предусмотрено использование следующих образовательных технологий: лекции, практические занятия, проблемное обучение, самостоятельная работа студентов.

Компетентностный подход в рамках преподавания дисциплины реализуется в использовании интерактивных технологий и активных методов (проектных методик, мозгового штурма, разбора конкретных ситуаций) в сочетании с внеаудиторной работой.

Информационные технологии, применяемые при изучении дисциплины: использование информационных ресурсов, доступных в информационно-телекоммуникационной сети Интернет.

Адаптивные образовательные технологии, применяемые при изучении дисциплины – для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «».

Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

№ п/п	Код и наименование индикатора (в соответствии с п. 1.4)	Результаты обучения (в соответствии с п. 1.4)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1	ИПК-1.1. Способен решать актуальные и важные задачи фундаментальной и прикладной математики	Знает базовые понятия курса «Конечные группоиды и их представления»;	Доклад	Вопросы к зачету
		Умеет демонстрировать с обоснованиями базовые знания, излагаемые в данной дисциплине	контрольная работа	Вопросы к зачету
		Обладает навыками демонстрации материала данной дисциплины с использованием компьютерных технологий.	Доклад	Вопросы к зачету
2	ИПК-5.1 Анализирует поставленные задачи и выбирает эффективные математические методы при создании алгоритмов и вычислительных программ для решения современных задач математики и механики	Знает основные теоретические результаты и алгоритмы курса, позволяющие компьютерную реализацию решения некоторых вопросов дисциплины;	контрольная работа	Вопросы к зачету
		Умеет использовать современные методы разработки и реализации алгоритмов математических моделей, возникающих в курсе дисциплины;	Доклад	Вопросы к зачету
		Обладает навыками исследований в современной теории групп с использованием алгоритмов с последующей их	Доклад, контрольная работа	Вопросы к зачету

		компьютерной реализацией.		

Примерные контрольные работы

1. По таблице Кэли группоида $G = \{a,b,c\}$ определите его вид:

$$\begin{array}{ccc} b & b & a \\ b & a & c \\ a & c & b \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} b & b & a \\ b & a & c \\ a & c & a \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} c & a & b \\ b & c & a \\ a & b & c \end{array}$$

a) b) c)

2. В группе S_5 вычислите $(\alpha\beta)^{-4321}$, где $\alpha = (13)(254)$, $\beta = (25)(34)$.
3. Постройте правое и левое регулярные представления моноида $< Z_4, \cdot >$. Эквивалентны ли эти представления?
4. Изоморфизм и инверсный изоморфизм группоидов, изоморфизм инверсно изоморфных групп (теория).

Контрольная работа №2

1. Разбейте знакопеременную группу A_4 на правые смежные классы по подгруппе $H = \{e, (12)(34)\}$.
2. Среди двух данных подгрупп A и B группы G выбрать являющуюся нормальной и построить таблицу Кэли факторгруппы группы G по выбранной подгруппе, где $G = S_3$, $A = \{e,(12)\}$ и $B = \{e,(123),(132)\}$.
3. Найдите представление подстановками смежных классов по подгруппе $H = \{1; b\}$ группы диэдра

Контрольная работа №3

1. Установить генетический код из двух слов для абелевой группы, разложимой в прямое произведение циклических подгрупп порядков 6, 10 и 20.
2. В группе диэдра $D_7 = < a,b \mid a^7 = b^2 = 1, bab = a^{-1} >$ для некоторых чисел $x \in \{0,1,2,3,4,5,6\}$ и $y \in \{0,1\}$ выполняется равенство $a^x b^y = (ba^2)^3$. Найдите пару $(x; y)$.
3. Методом перечисления смежных классов покажите, что запись вида $< x; y \mid x^2 = y^2 = (xy)^7 = 1 >$ может служить представлением группы диэдра D_7 из за дания 2.
4. Теорема о том, что всякая группа (с заданной системой порождающих ее элементов) является гомоморфным образом некоторой свободной группы (теория).

$D = \{1; a; a^2; b; ab; a^2b\}$, где $|a| = 3, |b| = 2$, а также $bab = a^2$.

Примерные темы реферативно-творческих отчетов

1. Описание свойств бинарной операции по таблице Кэли группоида, тест ассоциативности по Лайту. Примеры (доклад на лабораторном занятии).
2. Латинские квадраты, их преобразования и применение в теории кодирования (доклад на лабораторном занятии в виде презентации).
3. Группа автоморфизмов группоида. Примеры (отчет в письменной форме).
4. Действие группы на множестве. Орбита, стационарная подгруппа. Примеры (отчет в письменной форме).
5. Транзитивность и кратная транзитивность групп подстановок. Некоторые утверждения и примеры (отчет в письменной форме).
6. Подгруппы циклических групп (доклад на лабораторном занятии в виде презентации).
7. Теоремы о гомоморфизмах групп (отчет в письменной форме).
8. Теорема Кэли о представлении конечной группы подстановками и ее обобщение (доклад на лабораторном занятии).
9. Понятия частично упорядоченного множества и решетки. Решетка подгрупп группы (отчет в письменной форме).
10. Генетические коды групп: абелевых групп, группы диэдра D_n, симметрической группы S_n, знакопеременной группы A_n (доклад на лабораторном занятии в виде презентации).
11. Генетические коды групп порядков pq, p,p^2 и p^3, где p,q – простые числа (доклад на лабораторном занятии в виде презентации).
12. Исторические сведения о развитии теории представлений конечных групп в терминах образующих и соотношений (отчет в письменной форме).

4.1 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация проводится в форме зачета.

4.1.1 Список теоретических вопросов (для контрольных работ и зачета)

1. Отображения множеств, их виды и примеры.
2. Бинарная операция, возможные свойства, терминология.
3. Полугруппа, моноид. Примеры. Таблица Кэли конечной полугруппы.
4. Квазигруппа, лупа. Примеры. Таблица Кэли конечной квазигруппы.
5. Латинские квадраты, некоторые связанные с ними нерешенные проблемы.
6. Группа, абелева группа. Примеры. Таблица Кэли конечной группы.
7. Умножение отображений, ассоциативность.
8. Симметрическая полугруппа преобразований множества.
9. Преобразования n-й степени, симметрическая полугруппа Σ_n и некоторые ее свойства.
10. Подстановки n-й степени, симметрическая группа S_n и некоторые ее свойства.
11. Подобные множества элементов симметрической полугруппы (группы). Примеры.

12. Представление конечного множества преобразованиями, понятие об эквивалентных представлениях. Примеры.
13. Изоморфизм и инверсный изоморфизм группоидов, изоморфизм инверсно изоморфных групп.
14. Левое и правое регулярные представления конечного моноида преобразованиями. Примеры.
15. Левое и правое регулярные представления конечной группы преобразованиями. Примеры.
16. Перестановочность преобразований (подстановок) при левом и при правом регулярном представлении конечного моноида (конечной группы).
17. Критерий эквивалентности левого и правого регулярного представлений конечного моноида (конечной группы).
18. Подгруппа, критерий подгруппы.
19. Порядок элемента группы, свойства.
20. Циклическая группа, ее подгруппы.
21. Смежные классы группы по подгруппе, свойства.
22. Теорема Лагранжа для конечной группы.
23. Сопряжение элементов группы, простейшие свойства.
24. Нормальная подгруппа группы, эквивалентные определения.
25. Прямое произведение групп (подгрупп).
26. Теорема об инвариантах конечной абелевой группы.
27. Факторгруппа.
28. Гомоморфизмы групп, их виды.
29. Ядро и образ гомоморфизма. Критерий мономорфизма.
30. Естественный гомоморфизм. Основная теорема о гомоморфизмах групп.
31. Обобщенная теорема Кэли о представлении группы подстановками смежных классов по подгруппе.
32. Порождающее множество элементов подгруппы.
33. Вид элементов подгруппы, порожденной данным множеством элементов группы.
34. Свободная группа.
35. Теорема о том, что всякая группа является гомоморфным образом некоторой свободной группы.
36. Понятие об определяющем множестве соотношений группы. Примеры.
37. Метод перечисления смежных классов с иллюстрацией на примере группы S 4.

4.1.2 Список типовых практических заданий (для лабораторных занятий, контрольных работ и зачета)

1. Определить вид отображения, заданного по правилу $x \to x^2 \ \forall\, x \in X$, у которого область определения X и область значений Y соответственно равны: a) $X=Y=N$, b) $X = Y = \sqrt[3]{1}$; c) $X = Z$, $Y = N$; d) $X = \sqrt[4]{1}$, $Y = \sqrt[6]{1}$.
2. Определить виды числовых и матричных группоидов: a)$<N; +>$; b) $<N;\cdot>$; c) $<Z;->$; d) $<Z;+>$; e) $<M_{2\times 2}(Z);\cdot>$; f) $<M_{2\times 3}(Z);+>$.
3. Доказать, что указанное множество относительно указанной операции является группой: а) множество K^* обратимых элементов ассоциативного кольца K с единицей относительно операции умножения; б) множество $Q_p = \{ m/p^n \mid m,n \in Z \}$ p-ичных дробей

относительно операции сложения чисел.

Доказать, что указанное множество относительно указанной операции является группой:

а) множество $GL_n(K)$ всех обратимых матриц порядка n ($n \in \mathbb{N}$) над коммутативным ассоциативным кольцом с единицей K относительно операции умножения матриц;

б) множество всех комплексных корней n-ой степени из единицы ($n \in N$) относительно операции умножения комплексных чисел.

4. Выписать все латинские квадраты размеров 2×2 и 3×3.
5. Построить таблицу Кэли симметрической полугруппы Σ_2.
6. Построить таблицу Кэли симметрической группы S_3.
7. Представить в виде произведения независимых циклов подстановку $\alpha\beta\gamma$, где $\alpha = (13)(245)(68)$, $\beta = (2467)(385)$ и $\gamma = (182)(37)$.
8. Выписать все латинские квадраты размеров 2×2 и 3×3.
9. Построить таблицу Кэли симметрической полугруппы Σ_2.
10. Построить таблицу Кэли симметрической группы S_3.

11. Показать, что группоид $G = \{a,b,c,d\}$ является коммутативным моноидом, но не является абелевой группой, если его таблица Кэли имеет следующий вид

$$\begin{matrix} a & b & c & d \\ b & d & b & d \\ c & b & a & d \\ d & d & d & d \end{matrix}.$$

12. Показать, что группоид $G = \{a,b,c,d\}$ является некоммутативной квазигруппой, но не является группой и полугруппой, если его таблица Кэли имеет вид

$$\begin{matrix} a & c & b & d \\ c & d & a & b \\ d & b & c & a \\ b & a & d & c \end{matrix}.$$

13. По таблице Кэли группоида $G = \{a,b,c\}$ определите его вид:

$$\text{a) } \begin{matrix} a & a & b \\ a & a & b \\ b & b & c \end{matrix}; \quad \text{b) } \begin{matrix} a & a & a \\ a & b & c \\ b & c & a \end{matrix}; \quad \text{c) } \begin{matrix} c & a & b \\ b & c & a \\ a & d & c \end{matrix}.$$

35. Укажите какой-нибудь генетический код группы $Z_2 \times S_3$.
36. Методом перечисления смежных классов покажите, что соотношения $x^3 = y^2 = (xy)^3 = 1$ являются генетическим кодом группы A_4.
37. Методом перечисления смежных классов покажите, что соотношения $x^2 = y^2 = (xy)^4 = 1$ являются генетическим кодом группы D_4.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в печатной форме увеличенным шрифтом,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

Критерии оценивания по промежуточной аттестации

Зачет выставляется по результатам работы студента в течение семестра. Отметка «зачтено» выставляется студентам, которые регулярно посещали занятия, выполняли домашние работы, написали контрольные работы на положительные оценки. Отметка «не зачтено» выставляется студентам, которые пропустили более 60 % занятий и написали контрольные работы на неудовлетворительные оценки.

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

5.1 Основная литература:

1. Каргаполов, М.И. Основы теории групп [Электронный ресурс] : учеб. пособие / М.И. Каргаполов, Ю.И. Мерзляков. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 288 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/177.
2. Ляпин, Е.С. Упражнения по теории групп [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Е.С. Ляпин, А.Я. Айзенштат, М.М. Лесохин. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2010. — 272 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/528
3. Кострикин, А.И. Введение в алгебру. Часть 3. Основные структуры [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2001. — 272 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/59284.
4. Биркгоф, Г. Современная прикладная алгебра / Г. Биркгоф, Т. Барти ; пер. с англ. Ю.И.

Манина. - Москва : Мир, 1976. - 400 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=464046.

5. Серр Ж.-П., Линейные представления конечных групп / Серр Ж.-П. ; пер. с фр. В.А. Исковских ; под ред. Ю.И. Манина. - Москва : Мир, 1970. - 132 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=464078
6. Ляпин Е.С. Курс высшей алгебры [Электронный ресурс]. - СПб.: Лань, 2009. - URL: http://e.lanbook.com/view/book/246/
7. Биркгоф, Г. Современная прикладная алгебра / Г. Биркгоф, Т. Барти ; пер. с англ. Ю.И. Манина. - Москва : Мир, 1976. - 400 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=464046.
8. Холл, М. Комбинаторный анализ / М. Холл ; К.А. Рыбников. - Москва : Издательство иностранной литературы, 1963. - 71 с. - (Библиотека сборника "Математика"). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454806.
9. Холл, М. Теория групп / М. Холл ; пер. с англ. Н.В. Дюмина, З.П. Жилинского ; под ред. Л.А. Калужнина. - Москва : Издательство иностранной литературы, 1962. - 467 с. :ил. ; [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=464057.

5.2. Периодическая литература

1. Базы данных компании «Ист Вью» http://dlib.eastview.com
2. Электронная библиотека GREBENNIKON.RU https://grebennikon.ru/

5.3. Интернет-ресурсы, в том числе современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Электронно-библиотечные системы (ЭБС):

1. ЭБС «ЮРАЙТ» https://urait.ru/
2. ЭБС «УНИВЕРСИТЕТСКАЯ БИБЛИОТЕКА ОНЛАЙН» www.biblioclub.ru
3. ЭБС «BOOK.ru» https://www.book.ru
4. ЭБС «ZNANIUM.COM» www.znanium.com
5. ЭБС «ЛАНЬ» https://e.lanbook.com

Профессиональные базы данных:

1. Web of Science (WoS) http://webofscience.com/
2. Scopus http://www.scopus.com/
3. ScienceDirect www.sciencedirect.com
4. Журналы издательства Wiley https://onlinelibrary.wiley.com/
5. Научная электронная библиотека (НЭБ) http://www.elibrary.ru/
6. Полнотекстовые архивы ведущих западных научных журналов на Российской платформе научных журналов НЭИКОН http://archive.neicon.ru
7. Национальная электронная библиотека (доступ к Электронной библиотеке диссертаций Российской государственной библиотеки (РГБ) https://rusneb.ru/
8. Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина https://www.prlib.ru/
9. Электронная коллекция Оксфордского Российского Фонда https://ebookcentral.proquest.com/lib/kubanstate/home.action
10. Springer Journals https://link.springer.com/
11. Nature Journals https://www.nature.com/siteindex/index.html

12. Springer Nature Protocols and Methods https://experiments.springernature.com/sources/springer-protocols
13. Springer Materials http://materials.springer.com/
14. zbMath https://zbmath.org/
15. Nano Database https://nano.nature.com/
16. Springer eBooks: https://link.springer.com/
17. "Лекториум ТВ" http://www.lektorium.tv/

Ресурсы свободного доступа:

1. Американская патентная база данных http://www.uspto.gov/patft/
2. Полные тексты канадских диссертаций http://www.nlc-bnc.ca/thesescanada/
3. КиберЛенинка (http://cyberleninka.ru/);
4. Министерство науки и высшего образования Российской Федерации https://www.minobrnauki.gov.ru/;
5. Федеральный портал "Российское образование" http://www.edu.ru/;
6. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" http://window.edu.ru/;
7. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов http://school-collection.edu.ru/ .
8. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (http://fcior.edu.ru/);
9. Словари и энциклопедии http://dic.academic.ru/;
10. Образовательный портал "Учеба" http://www.ucheba.com/;

Собственные электронные образовательные и информационные ресурсы КубГУ:

1. Среда модульного динамического обучения http://moodle.kubsu.ru
2. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций http://mschool.kubsu.ru/

6 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Самостоятельная работа студента включает в себя повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным занятиям, кконтрольным работам и к зачету. Такой вид СР контролируется в ходе проверки домашних заданий, заданий контрольных работ и в ходе зачета. Предполагается самостоятельное изучение студентами теоретического материала по темам реферативно-творческих отчетов. Контроль осуществляется во время консультаций (вызывных или по желанию студента), а также на лабораторных занятиях.

Виды самостоятельной работы

Обязательными при изучении дисциплины «Конечные группоиды и их представления» являются следующие виды самостоятельной работы:

- разбор и самостоятельное изучение теоретического материала по конспектам лекций и по учебным пособиям из списка источников литературы;
- самостоятельное решение задач по темам лабораторных занятий;
- подготовка к контрольным работам;
- подготовка к реферативному докладу;
- подготовка к зачету.

.

Методические указания к самостоятельному изучению студентами теоретического материала

Для подготовки к ответам на теоретические вопросы в ходе контрольных работ и на зачете студентам достаточно использовать материал лекций. Теоретический материал содержится в учебных пособиях из списка основной литературы 1 – 2. Для изучения теоретического материала, необходимого для подготовки реферативного доклада, кроме основных источников литературы возможно использование дополнительных источников и Интернет-ресурса. В случае затруднений, возникающих у студентов в процессе самостоятельного изучения теории, преподаватель разъясняет сложные моменты на консультациях.

Методические указания к самостоятельной подготовке студентов для выполнения практических заданий лабораторных занятий

Для выполнения домашнего практического задания необходимо разобрать материал по соответствующей теме лабораторного занятия. При этом используются указания, данные преподавателем в ходе занятия, а также теоретико-практический материал, имеющийся в источниках из списка основной литературы. Если студент не смог понять приведенный в указанных источниках разбор типовых примеров в той степени, чтобы самостоятельно использовать предложенный алгоритм для решения задания, то он может получить консультацию преподавателя.

Методические указания к самостоятельной подготовке студентов к выполнению контрольных работ

В течение семестра проводятся три контрольных работы, каждая из которых длится 45 минут и состоит из трех практических и одного теоретического задания. Тематика трех контрольных работ соответствует тематике трех содержательных разделов дисциплины: основные понятия теории групп, гомоморфизмы групп, порождающие элементы и определяющие соотношения групп (пункт 2.2). Каждое задание оценивается по пятибалльной шкале, высокая оценка ставится при получении не менее 16 баллов, нижний порог успешности составляет 7 баллов. Для подготовки к контрольной работе необходимо выполнять задания в ходе лабораторных занятий, а также домашние задания. В процессе самоподготовки студенту желательно ознакомиться с разбором опорных по рассматриваемым темам задач, имеющихся в пособиях из списка литературы. Выше в пункте 4.2.2 приведен список заданий, который включает в себя все типы практических заданий контрольных работ.

Методические рекомендации к самостоятельной подготовке студентов к реферативно-творческому отчету

Каждый студент должен подготовить в течение семестра реферативно-творческий отчет по одной из тем, предназначенной для самостоятельного изучения. Для подготовки отчета желательно кроме основных источников литературы использовать дополнительные источники, а также Интернет-ресурс. Отчет готовится в письменной форме и может быть представлен студентом на лабораторном занятии в виде доклада у доски или в виде

презентации. Оформление письменного отчета должно удовлетворять требованиям: а) текст набирается 14 шрифтом на бумаге формата А 4; б) на титульном листе кроме темы также указывается факультет, направление (бакалавриат), курс, группа, ФИО студента; в) со- держание материала по объему составляет 4-5 страниц; г) список литературы содержит не менее двух источников (возможно из списка литературы в пункте 5). Темой каждого студенческого отчета является некоторый алгоритм решения определенной задачи комбинаторной теории групп. Отчет состоит из двух частей: первой – реферативной, в которой подробно с точки зрения теории, имеющейся в источниках литературы, описывается соответствующий алгоритм; второй – творческой, в которой студент самостоятельно (возможно, консультируясь у преподавателя) строит блок-схему для алгоритма или даже на одном из языков программирования самостоятельно пишет программу. В случае написания программы, студент иллюстрирует ее работу на лабораторном занятии (с использованием ноутбука или в компьютерном классе). Отчет, состоящий только из реферативной части оценивается удовлетворительной оценкой, состоящий из реферативной части и содержащий верную блок-схему, – хорошей оценкой, имеющий самостоятельно полученную рабочую программу на одном из языков программирования, - отличной оценкой (при наличии программы объем письменного отчета может быть более 5 страниц).

Методические указания к самостоятельной подготовке студентов к зачету

Согласно учебному плану дисциплины «Элементы комбинаторной теории групп» итоговой формой контроля является зачет. Для сдачи зачета студент должен научиться на лабораторных занятиях решать практические задания по темам разделов 1-3, выполнять домашние задания, а также успешно выполнить три контрольные работы. Типы практических заданий на зачет соответствуют заданиям из пункта 4.2. Также на зачете студентам предлагаются и теоретические задания, состоящие в письменном ответе на один из вопросов, приведенных в пункте 4.2. Количество практических и теоретических заданий зависит от активности и результативности работы студента в течение семестра. Если при условии хорошей посещаемости и активной работы на занятиях студент по трем контрольным работам и реферативно-творческому отчету заслужил высокие оценки, то он автоматически получает зачет.

7. Материально-техническое обеспечение по дисциплине (модулю)

По всем видам учебной деятельности в рамках дисциплины используются аудитории, кабинеты и лаборатории, оснащенные необходимым специализированным и лабораторным оборудованием.

Наименование специальных помещений	Оснащенность специальных помещений	Перечень лицензионного программного обеспечения
Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер	Microsoft Windows 8, 10 Microsoft Office Professional Plus Kaspersky Endpoint Security для бизнеса
Учебные аудитории для проведения занятий семинарского типа, групповых и	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер	Microsoft Windows 8, 10 Microsoft Office Professional Plus

индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации		Kaspersky Endpoint Security для бизнеса
Учебные аудитории для проведения лабораторных работ.	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер	Microsoft Windows 8, 10 Microsoft Office Professional Plus Kaspersky Endpoint Security для бизнеса
Учебные аудитории для выполнения курсовых работ	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер	Microsoft Windows 8, 10 Microsoft Office Professional Plus Kaspersky Endpoint Security для бизнеса MATLAB Wavelet Toolbox WolframResearch Mathematica MapleSoft Maple 18 PTC Mathcad

Для самостоятельной работы обучающихся предусмотрены помещения, укомплектованные специализированной мебелью, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Наименование помещений для самостоятельной работы обучающихся	Оснащенность помещений для самостоятельной работы обучающихся	Перечень лицензионного программного обеспечения
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (читальный зал Научной библиотеки)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	Microsoft Windows 8, 10 Microsoft Office Professional Plus Kaspersky Endpoint Security для бизнеса

Помещение для самостоятельной работы обучающихся (ауд.314)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	Microsoft Windows 8, 10 Microsoft Office Professional Plus Kaspersky Endpoint Security для бизнеса MATLAB Wavelet Toolbox WolframResearch Mathematica MapleSoft Maple 18 PTC Mathcad