Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Кубанский государственный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе,
качеству образования – первый
проректор
_____ Т.А. Хагуров
подпись
«28» мая 2021 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.17 Комплексный анализ

Направление подготовки: 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль): Алгебра, теория чисел и дискретный анализ

Форма обучения: очная

Квалификация: бакалавр

Краснодар 2021

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат:
4E23D21DF7CC6DF6D9D04D6AEAE74F342DA725D9
Владелец: Хагуров Темыр Айтечевич
Действителен: с 13.05.2021 до 13.08.2022

Рабочая программа дисциплины Б1.О.17 КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Программу составил:
Мавроди Н.Н. , доцент, к. ф.-м. н. , доцент

Рабочая программа дисциплины Б1.О.17 КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ
утверждена на заседании кафедры ТЕОРИИ ФУНКЦИИ
протокол № 8 «20» апреля 2021 г.
Заведующий кафедрой Голуб М.В.

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук
протокол № 3 «12» мая 2021 г.
Председатель УМК факультета/института Шмалько С. П.

Рецензенты:

Гусаков Валерий Александрович,
канд. физ. – мат. наук, директор ООО «Просвещение – Юг»

Засядко Ольга Владимировна, канд. физ. - мат. наук, доцент
доцент кафедры информационных образовательных технологий

1 Цели и задачи изучения дисциплины (модуля)

1.1 Цель освоения дисциплины

Комплексный анализ – область математического анализа, являющегося частью единой современной математики, предметом изучения которой являются функции одной и нескольких комплексных переменных, свойства которых порождены комплексной структурой их области определения. В отличие от вещественного анализа, в котором стройная теория развивается лишь для однозначных функций, переход к функциям комплексного переменного позволяет выяснить природу многозначности и построить безупречную теорию многозначных функций.

Комплексный анализ (теория функций комплексного переменного) дает эффективные методы вычисления интегралов и получения асимптотических оценок, новые способы решений дифференциальных уравнений, позволяет изучать специальные векторные поля, встречающиеся в разнообразных приложениях. Интересные и неожиданные приложения, в частности, в теоретической физике, получила теория функций многих комплексных переменных. Оба направления изучения функций комплексного переменного получили современное название «Комплексный анализ». Отличительной особенностью комплексного анализа является его подлинная комплексность. В нем сочетаются аналитические и геометрические методы, находят новые применения классические подходы и развиваются новые методы, появляются новые приложения. Понятия комплексного анализа служат отправной точкой построения новых абстрактных теорий, объединяющих разные разделы математики и разные прикладные науки.

Главная цель курса – освоение методов исследования функций комплексного переменного и приложений этих методов к решению задач комплексного и вещественного анализа.

1.2 Задачи дисциплины:

– обобщить и систематизировать знания о свойствах и особенностях голоморфных (аналитических) функций, их аналитическом продолжении, рядах голоморфных функций, теории интеграла Коши, гармонических функциях, геометрических принципах конформных отображений и возможностях применений этих знаний;

– сформировать навыки построения конформных отображений с помощью элементарных функций и применения принципа симметрии, определения характера особенностей функции, применения теории вычетов к вычислению некоторых типов определенных интегралов.

– научить применять методы комплексного анализа для решения прикладных задач.

1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Комплексный анализ» относится к обязательной части Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана. В соответствии с рабочим учебным планом направления 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» дисциплина изучается на 2 и 3 курсах в 4 и 5 семестрах по очной форме обучения. Вид промежуточной аттестации: зачет, экзамен.

Знания, полученные в этом курсе, используются в математическом анализе, функциональном анализе, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнениях, уравнениях математической физики, теории чисел, методах оптимизации и др. Слушатели должны владеть математическими знаниями в рамках разделов программы учебного курса по математическому анализу.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

Код и наименование индикатора* достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине (знает, умеет, владеет (навыки и/или опыт деятельности))
ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	
ИОПК-1.1. Применяет знания основных разделов фундаментальной математики в учебной и производственной практике, в курсовых работах, в выпускной квалифицированной работе	Знает основные понятия и теоремы комплексного анализа и способы их применения в других областях знаний.
	Умеет решать задачи комплексного анализа, а также применять знания комплексного анализа при решении задач других дисциплин.
	Владеет навыками практического использования методов и результатов комплексного анализа при решении различных задач**.**

Результаты обучения по дисциплине достигаются в рамках осуществления всех видов контактной и самостоятельной работы обучающихся в соответствии с утвержденным учебным планом.

Индикаторы достижения компетенций считаются сформированными при достижении соответствующих им результатов обучения.

2. Структура и содержание дисциплины

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц (216 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице

Виды работ	Всего часов	Форма обучения			
		очная		очно-заочная	заочная
		4 семестр (часы)	5 семестр (часы)	- семестр (часы)	- курс (часы)
Контактная работа, в том числе:	**108,5**	**56,2**	**52,3**		
Аудиторные занятия (всего):	**102**	**52**	**50**		
занятия лекционного типа	34	18	16		
лабораторные занятия	68	34	34		
практические занятия					
семинарские занятия					
Иная контактная работа:	**6,5**	**4,2**	**2,3**		
Контроль самостоятельной работы (КСР)	6	4	2		
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,5	0,2	0,3		
Самостоятельная работа, в том числе:	**71,8**	**51,8**	**20**		
Самостоятельное изучение разделов, самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным и практическим занятиям, коллоквиумам и т.д.)	71,8	51,8	20		

Подготовка к текущему контролю						
Контроль:						
Подготовка к экзамену		35,7		35,7		
Общая трудоемкость	**час.**	**216**	**108**	**108**		
	в том числе контактная работа	**108,5**	**56,2**	**52,3**		
	зач. ед	**6**	**3**	**3**		

2.2 Содержание дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы (темы) дисциплины, изучаемые в 4 семестре (*2 курс*) *(очная форма обучения)*

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	СРС
1.	Комплексные числа и действия над ними. Геометрия и топология комплексной плоскости.	24	2		12	10
2.	Комплексная дифференцируемость. Голоморфные функции и конформные отображения.	38	8		10	20
3.	Интегрирование функций комплексного переменного.	41,8	8		12	21,8
	ИТОГО по разделам дисциплины	103,8	18		34	51,8
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	4				
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,2				
	Подготовка к текущему контролю					
	Общая трудоемкость по дисциплине	108				

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

Разделы (темы) дисциплины, изучаемые в 5 семестре (*3 курс*) *(очная форма обучения)*

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	СРС
1.	Степенные ряды и ряды голоморфных функций.	8	2		4	2
2.	Ряды Лорана. Изолированные особые точки голоморфных функций.	16	4		6	6
3.	Теория вычетов.	20	4		14	2
4.	Аналитическое продолжение.	12	2		2	8
5.	Геометрические принципы конформных отображений.	14	4		8	2
	ИТОГО по разделам дисциплины	70	16		34	20
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	2				
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,3				
	Подготовка к текущему контролю	35,7				
	Общая трудоемкость по дисциплине	108				

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

2.3 Содержание разделов (тем) дисциплины

2.3.1 Занятия лекционного типа

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Форма текущего контроля
1.	Комплексные числа и действия над ними. Геометрия и топология комплексной плоскости	Введение. Поле комплексных чисел, операции над комплексными числами (к.ч.). Тригонометрическая форма представления к.ч. Извлечение корня *n*-степени из к.ч. Геометрия и топология комплексной плоскости. Стереографическая проекция и ее свойства; сфера Римана, расширенная комплексная плоскость. Открытые, замкнутые, компактные множества на С, лемма Гейне-Бореля-Лебега. Понятие связного и линейного связного множества, односвязные и многосвязные области. Кривые на комплексной плоскости.	Опрос
2.	Комплексная дифференцируемость. Голоморфные и конформные отображения	Предел последовательности к.ч., сходимость числовых рядов. Функции комплексного переменного: предел, непрерывность, однолистность. Производная функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. R-дифференцируемые и C-дифференцируемые функции. Сопряженные гармонические функции. Достаточное условие локальной однолистности голоморфной функции. Геометрический смысл модуля и аргумента производной голоморфной функции. Понятие конформного отображения. Критерий конформности отображения. Конформные отображения, осуществляемые элементарными функциями. Степенные функции. Функция и ее риманова поверхность. Отображения двуугольников. Функция Жуковского. Показательная функция. Функция Ln Z и ее риманова поверхность. Общая степенная функция. Выделение однозначной ветви многозначной функции. Тригонометрические и обратные тригонометрические функции. Дробно-линейные отображения. Непрерывность, однолистность и конформность дробно-линейных отображений. Круговое свойство. Понятие инверсии, свойство сохранения симметричных точек, свойство сохранения сложного (ангармонического) отношения. Дробно-линейные изоморфизмы и автоморфизмы (общий вид дробно-линейного отображения круга на себя и верхней полуплоскости на круг). Гидродинамический смысл комплексной дифференцируемости, гидродинамическое истолкование гармонических и аналитических функций. Примеры приложений.	Опрос, зачет
3.	Теория интеграла Коши	Определение и свойства криволинейного интеграла от функций комплексного переменного. Лемма Гурса. Интегральная теорема Коши для односвязных и многосвязных областей. Первообразная функция, формула Ньютона-Лейбница, другое определение логарифмической функции. Интегральная формула Коши. Теорема о среднем значении. Интеграл типа Коши. Бесконечная дифференцируемость голоморфных функций, формулы Коши для производных. Теорема Морера. Принцип максимума модуля.	Опрос
4.	Степенные ряды и ряды голоморфных функций	Последовательности и ряды голоморфных функций в области, 1-я и 2-я теоремы Вейерштрасса. Степенные ряды, теорема Абеля, радиус сходимости, формула Коши-Адамара. Ряды Тейлора. Теорема Тейлора, единственность разложения голоморфной функции в степенной ряд. Неравенство Коши для коэффициентов степенного ряда и теорема Лиувилля. Нули голоморфной функции. Внутренняя теорема единственности для голоморфных функций. Ряд Лорана, область его сходимости. Разложение голоморфной функции в ряд Лорана (теорема Лорана), единственность разложения).	Опрос

		Формулы и неравенства Коши для коэффициентов. Изолированные особые точки однозначного характера; классификация изолированных особых точек однозначного характера по поведению функции и ряду Лорана; полюс, порядок полюса; существенная особая точка, теорема Сохоцкого-Вейерштрасса, понятие о теореме Пикара; бесконечно удаленная точка как особая. Целые функции, их порядок и тип; мероморфные функции, функции, мероморфные в расширенной плоскости. Понятие о теореме Миттаг-Лефлера.	
5.	Теория вычетов	Вычеты. Теорема Коши о вычетах. Приемы вычисления вычетов. Теорема о полной сумме вычетов. Применение вычетов к вычислению определенных и несобственных интегралов. Лемма Жордана. Интегралы в смысле главного значения. Логарифмические вычеты в нулях и полюсах. Принцип аргумента. Теорема Руше и основная теорема алгебры. Теорема Гурвица.	Опрос, коллоквиум
6.	Аналитическое продолжение	Аналитический элемент, аналитическое продолжение по цепи областей. Канонический аналитический элемент, аналитическое продолжение по кривой. Понятие полной аналитической функции, ветвь полной аналитической функции, теорема о монодромии (формулировка). Риманова поверхность полной аналитической функции и ее особые точки. Принцип непрерывности. Принцип симметрии Римана – Шварца. Построение конформных отображений с применением принципа симметрии.	Опрос, экзамен
7.	Геометрические принципы конформных отображений	Отображения посредством голомофных функций: принцип открытости и принцип области; теорема о локальном обращении; однолистные функции, критерий локальной однолистности и критерий конформности в точке, достаточное условие однолистности (принцип взаимнооднозначного соответствия). Конформно эквивалентные области на плоскости. Теорема Римана (формулировка). Понятие о соответствии границ при конформном отображении. Отображение верхней полуплоскости на многоугольник. Формула Кристоффеля-Шварца. Свойства гармонических функций: бесконечная дифференцируемость, теорема о среднем, теорема единственности и принцип максимума-минимума; инвариантность гармоничности при голоморфной замене переменных; теорема Лиувилля и теорема Харнака об устранимой особой точке; интегралы Пуассона и Шварца; разложение гармонических функций в ряды, связь с тригонометрическими рядами; задача Дирихле, применение конформных отображений для ее решения.	Опрос

2.3.2 Занятия семинарского типа (практические / семинарские занятия/ лабораторные работы)

№	Наименование раздела (темы)	Тематика занятий/разбор	Форма текущего контроля
	Комплексные числа и действия над ними. Геометрия и топология комплексной плоскости	Введение. Поле комплексных чисел, операции над комплексными числами (к.ч.). Тригонометрическая форма представления к.ч. Извлечение корня *n*-степени из к.ч. Геометрия и топология комплексной плоскости. Стереографическая проекция и ее свойства; сфера Римана, расширенная комплексная плоскость. Открытые, замкнутые, компактные множества на С, лемма Гейне-Бореля-Лебега. Понятие связного и линейного связного множества, односвязные и многосвязные области. Кривые на комплексной плоскости.	Проверка домашних заданий
2.	Комплексная дифференцируемость.	Предел последовательности к.ч., сходимость числовых рядов. Функции комплексного переменного: предел,	

	Голоморфные и конформные отображения	непрерывность, однолистность. Производная функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. R-дифференцируемые и C-дифференцируемые функции. Сопряженные гармонические функции. Достаточное условие локальной однолистности голоморфной функции. Геометрический смысл модуля и аргумента производной голоморфной функции. Понятие конформного отображения. Критерий конформности отображения. Конформные отображения, осуществляемые элементарными функциями. Степенные функции. Функция и ее риманова поверхность. Отображения двуугольников. Функция Жуковского. Показательная функция. Функция Ln Z и ее риманова поверхность. Общая степенная функция. Выделение однозначной ветви многозначной функции. Тригонометрические и обратные тригонометрические функции. Дробно-линейные отображения. Непрерывность, однолистность и конформность дробно-линейных отображений. Круговое свойство. Понятие инверсии, свойство сохранения симметричных точек, свойство сохранения сложного (ангармонического) отношения. Дробно-линейные изоморфизмы и автоморфизмы (общий вид дробно-линейного отображения круга на себя и верхней полуплоскости на круг). Гидродинамический смысл комплексной дифференцируемости, гидродинамическое истолкование гармонических и аналитических функций. Примеры приложений.	Проверка домашних заданий, контрольная работа
3.	Теория интеграла Коши	Определение и свойства криволинейного интеграла от функций комплексного переменного. Лемма Гурса. Интегральная теорема Коши для односвязных и многосвязных областей. Первообразная функция, формула Ньютона-Лейбница, другое определение логарифмической функции. Интегральная формула Коши. Теорема о среднем значении. Интеграл типа Коши. Бесконечная дифференцируемость голоморфных функций, формулы Коши для производных. Теорема Морера. Принцип максимума модуля.	Проверка домашних заданий
4.	Степенные ряды и ряды голоморфных функций	Последовательности и ряды голоморфных функций в области, 1-я и 2-я теоремы Вейерштрасса. Степенные ряды, теорема Абеля, радиус сходимости, формула Коши-Адамара. Ряды Тейлора. Теорема Тейлора, единственность разложения голоморфной функции в степенной ряд. Неравенство Коши для коэффициентов степенного ряда и теорема Лиувилля. Нули голоморфной функции. Внутренняя теорема единственности для голоморфных функций. Ряд Лорана, область его сходимости. Разложение голоморфной функции в ряд Лорана (теорема Лорана), единственность разложения). Формулы и неравенства Коши для коэффициентов. Изолированные особые точки однозначного характера; классификация изолированных особых точек однозначного характера по поведению функции и ряду Лорана; полюс, порядок полюса; существенная особая точка, теорема Сохоцкого-Вейерштрасса, понятие о теореме Пикара; бесконечно удаленная точка как особая. Целые функции, их порядок и тип; мероморфные функции, функции, мероморфные в расширенной плоскости. Понятие о теореме Миттаг-Лефлера.	Проверка домашних заданий
5.	Теория вычетов	Вычеты. Теорема Коши о вычетах. Приемы вычисления вычетов. Теорема о полной сумме вычетов. Применение вычетов к вычислению определенных и несобственных интегралов. Лемма Жордана. Интегралы в смысле главного значения. Логарифмические вычеты в нулях и полюсах. Принцип аргумента. Теорема Руше и основная теорема алгебры. Теорема Гурвица.	Проверка домашних заданий

6.	Аналитическое продолжение	Аналитический элемент, аналитическое продолжение по цепи областей. Канонический аналитический элемент, аналитическое продолжение по кривой. Понятие полной аналитической функции, ветвь полной аналитической функции, теорема о монодромии (формулировка). Риманова поверхность полной аналитической функции и ее особые точки. Принцип непрерывности. Принцип симметрии Римана – Шварца. Построение конформных отображений с применением принципа симметрии.	Проверка домашних заданий
7.	Геометрические принципы конформных отображений	Отображения посредством голомофных функций: принцип открытости и принцип области; теорема о локальном обращении; однолистные функции, критерий локальной однолистности и критерий конформности в точке, достаточное условие однолистности (принцип взаимнооднозначного соответствия). Конформно эквивалентные области на плоскости. Теорема Римана (формулировка). Понятие о соответствии границ при конформном отображении. Отображение верхней полуплоскости на многоугольник. Формула Кристоффеля-Шварца. Свойства гармонических функций: бесконечная дифференцируемость, теорема о среднем, теорема единственности и принцип максимума-минимума; инвариантность гармоничности при голоморфной замене переменных; теорема Лиувилля и теорема Харнака об устранимой особой точке; интегралы Пуассона и Шварца; разложение гармонических функций в ряды, связь с тригонометрическими рядами; задача Дирихле, применение конформных отображений для ее решения.	Проверка домашних заданий, контрольная работа

Защита лабораторной работы (ЛР), выполнение курсового проекта (КП), курсовой работы (КР), расчетно-графического задания (РГЗ), написание реферата (Р), эссе (Э), коллоквиум (К), тестирование (Т) и т.д.

При изучении дисциплины могут применятся электронное обучение, дистанционные образовательные технологии в соответствии с ФГОС ВО.

2.3.3 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы не предусмотрены учебным планом.

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	Проработка и повторение лекционного материала и материала учебников по теме «Комплексные числа и действия над ними. Геометрия и топология комплексной плоскости».	Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного, Лань, стереотипное издание, 2009, 432с. (см.http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=322) Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ, ч. 1, Лань , 2010.336 с. Волковысский И.М., Лунц Г.Л., Араманович И.Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 312 с. (см.http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2763).
2	Проработка и повторение лекционного материала и материала учебников по теме «Комплексная дифференцируемость. Голоморфные и конформные отображения».	Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного, Лань, стереотипное издание, 2009, 432с. (см.http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=322) Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ, ч. 1, Лань , 2010.336 с. Волковысский И.М., Лунц Г.Л., Араманович И.Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 312 с. (см.http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2763).

3	Проработка и повторение лекционного материала и материала учебников по теме «Теория интеграла Коши».	Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного, Лань, стереотипное издание, 2009, 432с. (см.http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=322) Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ, ч. 1, Лань, 2010.336 с. Волковысский И.М., Лунц Г.Л., Араманович И.Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 312 с. (см.http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2763).
4	Проработка и повторение лекционного материала и материала учебников по теме «Степенные ряды и ряды голоморфных функций».	Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного, Лань, стереотипное издание, 2009, 432с. (см.http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=322) Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ, ч. 1, Лань , 2010.336 с. Волковысский И.М., Лунц Г.Л., Араманович И.Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 312 с. (см.http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2763).
5	Проработка и повторение лекционного материала и материала учебников по теме «Теория вычетов».	Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного, Лань, стереотипное издание, 2009, 432с. (см.http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=322) Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ, ч. 1, Лань , 2010.336 с. Волковысский И.М., Лунц Г.Л., Араманович И.Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 312 с. (см.http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2763).
6	Проработка и повторение лекционного материала и материала учебников по теме «Аналитическое продолжение».	Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного, Лань, стереотипное издание, 2009, 432с. (см.http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=322) Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ, ч. 1, Лань , 2010.336 с. Волковысский И.М., Лунц Г.Л., Араманович И.Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 312 с. (см.http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2763).
7	Проработка и повторение лекционного материала и материала учебников по теме «Комплексные числа и действия над ними. Геометрия и топология комплексной плоскости».	Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного, Лань, стереотипное издание, 2009, 432с. (см.http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=322) Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ, ч. 1, Лань , 2010.336 с. Волковысский И.М., Лунц Г.Л., Араманович И.Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 312 с. (см.http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2763).

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в печатной форме увеличенным шрифтом,

– в форме электронного документа,

– в форме аудиофайла,

– в печатной форме на языке Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа,

– в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины (модуля)

В ходе изучения дисциплины предусмотрено использование следующих образовательных технологий: лекции, практические занятия, подготовка письменных аналитических работ, самостоятельная работа студентов.

Компетентностный подход в рамках преподавания дисциплины реализуется в использовании интерактивных технологий и активных методов (проектных методик, мозгового штурма, разбора конкретных ситуаций, анализа педагогических задач, педагогического эксперимента, иных форм) в сочетании с внеаудиторной работой.

Информационные технологии, применяемые при изучении дисциплины: использование информационных ресурсов, доступных в информационно-телекоммуникационной сети Интернет.

Адаптивные образовательные технологии, применяемые при изучении дисциплины – для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Комплексный анализ».

Оценочные средства включает контрольные материалы для проведения **текущего контроля** в форме тестовых заданий, разноуровневых заданий и **промежуточной аттестации** в форме вопросов и заданий к зачёту и экзамену.

Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

№ п/п	Код и наименование индикатора (в соответствии с п. 1.4)	Результаты обучения (в соответствии с п. 1.4)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1	ИОПК-1.1 Применяет знания основных разделов фундаментальной математики в учебной и производственной практике, в курсовых работах, в выпускной квалифицированной работе	Знает основные понятия и теоремы комплексного анализа и способы их применения в других областях знаний.	Опрос на лекциях и лабораторных занятиях	Вопросы 1-21 коллоквиума
2	ИОПК-1.1 Применяет знания основных разделов фундаментальной математики в учебной и производственной практике, в курсовых работах, в выпускной квалифицированной работе	Умеет решать задачи комплексного анализа, а также применять знания комплексного анализа при решении задач других дисциплин.	Проверка выполненных домашних заданий	Контрольная работа №1

3	ИОПК-1.1 Применяет знания основных разделов фундаментальной математики в учебной и производственной практике, в курсовых работах, в выпускной квалифицированной работе	Владеет навыками практического использования методов и результатов комплексного анализа при решении различных задач.	Проверка выполненных домашних заданий	Контрольная работа №2

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Примерный перечень вопросов и заданий

Контрольная работа №1

1. Найти действительную и мнимую часть комплексного числа $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{10}$.
2. Найти коэффициент растяжения *k* и угол поворота касательной α для отображения $f(z)=\frac{e^{iz}-i}{e^{iz}+i}$ в точке $z_0=\pi$.
3. Вычислить интеграл $\int_L \left(iz^2-2z\right)dz$, где кривая *L* – отрезок, соединяющий точки $z_1=0$ и $z_2=\frac{\pi i}{2}$.
4. Найти образ области $D=\left\{z:|z|>1, \operatorname{Im} z>0\right\}$ при отображении дробно-линейной функцией *w=f* (*z*), удовлетворяющей условиям $f(0)=\infty, f(1+i)=1, f(2i)=0$.

Или:

Найти функцию *w=f* (*z*), конформно отображающую область $D=\{z:\operatorname{Im} z>0\}\setminus[0;i]$. на верхнюю полуплоскость.

5. Разложить в ряд Тейлора в окрестности точки *z*=0 функцию $f(z)=\frac{z+1}{z^2+4z-5}$ и найти радиус сходимости ряда.

Контрольная работа №2

1. Разложить по степеням *z–a* в кольце $D=\left\{z:|z-2|>0\right\}$ функцию $f(z)=z^4(z-2)^{-2}, a=2$.

2. Вычислить интеграл, считая, что обход замкнутого контура происходит в положительном направлении:

$$\oint_{|z|=2} \frac{dz}{(z-3)(z^5-1)}.$$

3. Вычислить с помощью теории вычетов несобственный интеграл вида:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2+1)(x^2+9)},$$

или несобственный интеграл вида $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x\cos x}{x^2-2x+10}dx.$

4. Вычислить с помощью теории вычетов следующий определенный интеграл: $\int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{5+3\cos\varphi}.$

Вопросы к коллоквиуму

I. Определения и формулировки теорем.

1. Функция, дифференцируемая в смысле комплексного анализа, и функция, голоморфная в точке.
2. Условия Коши-Римана
3. Геометрический смысл модуля и аргумента производной
4. Понятие конформного отображения, достаточное условие конформности.
5. Теорема Коши для односвязной области.
6. Теорема Коши для многосвязной области.
7. Интегральная формула Коши.
8. Интеграл типа Коши.
9. Определение гармонической функции.
10. Определение инверсии.
11. Теорема о среднем
12. Теорема Морера.
13. Принцип максимума модуля.
14. Первая теорема Вейерштрасса.
15. Вторая теорема Вейерштрасса
16. Теорема Абеля
17. Формула Коши Адамара
18. Внутренняя теорема единственности
19. Классификация изолированных особых точек
20. Теорема Сохоцкого – Вейерштрасса
21. Определение вычета в конечной изолированной особой точке и в ∞.

II. Доказательства утверждений

1. Теорема Коши для односвязной области (доказательство Э.Гурса).
2. Теорема о существовании первообразной.
3. Интегральная формула Коши.
4. Теорема о среднем.
5. Дифференцируемость интеграла типа Коши.
6. Теорема Морера.
7. Принцип максимума модуля.
8. Теорема Абеля.
9. Теорема Тейлора.
10. Неравенства Коши и теорема Лиувилля.
11. Теорема Тейлора.

12. Теорема Сохоцкого – Вейерштрасса
13. Выражение вычета через коэффициент разложения в ряд Лоран в конечной точке и в бесконечности.
14. Теорема Коши о вычетах.
15. Теорема о полной сумме вычетов.
16. Лемма Жордана.
17. Круговое свойство дробно-линейных отображений.
18. Свойство сохранения симметричных точек для дробно-линейных отображений.

Вопросы к экзамену

1. Комплексные числа и действия над ними. Тригонометрическая и показательная форма представления комплексных чисел. Формула Муавра. Извлечение $\sqrt[n]{Z}$.
2. Расширенная комплексная плоскость. Стереографическая проекция и ее свойства.
3. Топология комплексной плоскости. Понятие открытого, замкнутого, связного множества. Область, порядок связности.
4. Пути и кривые. Предел и непрерывность функций комплексного переменного.
5. Производная функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана.
6. Функции, дифференцируемые в смысле вещественного и комплексного анализа. Формальные производные. Понятие голоморфной функции.
7. Геометрический смысл модуля и аргумента производной.
8. Понятие конформного отображения. Достаточный признак конформности отображения.
9. Гармонические функции, восстановление голоморфной функции по ее вещественной части.
10. Дробно-линейные отображения, их конформность в $\ddot{C}$ и круговое свойство.
11. Понятие инверсии, ее свойства. Свойство сохранения симметричных точек при дробно-линейных отображениях.
12. Построение дробно-линейного отображения по заданному соответствию трех пар точек, свойство сохранения сложного (ангармонического) отношения.
13. Дробно-линейные изоморфизмы верхней полуплоскости на единичный круг и автоморфизмы единичного круга.
14. Свойства функции Z^n.
15. Функция Жуковского.
16. Показательная функция.
17. Интеграл от функции комплексного переменного и его свойства.
18. Интегральная теорема Коши для односвязной области (доказательство с помощью формулы Грина).
19. Лемма Гурса.
20. Интегральная теорема Коши для односвязной области (доказательство Э. Гурса).
21. Интегральная теорема Коши для многосвязной области.
22. Теорема о существовании первообразной.
23. Интегральная формула Коши и теорема о среднем.
24. Интеграл типа Коши.
25. Бесконечная дифференцируемость голоморфных функций, интегральная формула Коши для производных, теорема Морера.
26. Принцип максимума модуля.
27. Сходимость и равномерная сходимость функциональных рядов. Свойства равномерно сходящихся рядов, признак Вейерштрасса.
28. Первая теорема Вейерштрасса.
29. Вторая теорема Вейерштрасса.
30. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус сходимости степенного ряда.
31. Признак Коши сходимости числового ряда. Формула Коши – Адамара.

32. Теорема Тэйлора.
33. Неравенства Коши и теорема Лиувилля.
34. Внутренняя теорема единственности для голоморфных функций.
35. Нули голоморфной функции.
36. Ряд Лорана. Теорема Лорана.
37. Теорема об единственности разложения в ряд Лорана, неравенства Коши для коэффициентов.
38. Классификация изолированных особых точек, критерий устранимости особой точки.
39. Полюсы голоморфной функции, порядок полюса, связь между нулями и полюсами.
40. Теорема Сохоцкого – Вейерштрасса.
41. Целые и мероморфные функции. Представление мероморфной функции, имеющей конечное число полюсов.
42. Вычеты. Выражение вычета через коэффициент разложения в ряд Лорана. Вычисление вычета в случае полюсов разной кратности.
43. Теорема Коши о вычетах.
44. Вычет в бесконечности. Теорема о полной сумме вычетов.
45. Лемма Жордана и ее применение.
46. Вычисление несобственных интегралов с помощью вычетов.
47. Несобственный интеграл в смысле главного значения. Вычисления в случае простых полюсов. Пример.
48. Логарифмический вычет в нулях и полюсах. Теорема о полной сумме логарифмических вычетов функции, мероморфной в области.
49. Принцип аргумента.
50. Теорема Руше и основная теорема алгебры.
51. Принцип сохранения области.
52. Достаточное условие локальной однолистности и необходимое условие однолистности голоморфной функции.
53. Аналитический элемент, аналитическое продолжение по цепи областей. Канонический аналитический элемент, аналитическое продолжение по кривой.
54. Понятие полной аналитической функции, ветвь полной аналитической функции, теорема о монодромии (формулировка). Риманова поверхность полной аналитической функции.
55. Принцип непрерывности.
56. Принцип симметрии Римана-Шварца.
57. Конформно эквивалентные области на плоскости. Теорема Римана (формулировка). Соответствие границ при конформном отображении.
58. Принцип взаимно-однозначного соответствия.
59. Отображение верхней полуплоскости на многоугольник. Формула Кристоффеля-Шварца.

Критерии оценивания результатов обучения

Оценка	*Критерии оценивания по экзамену*
Высокий уровень «5» *(отлично)*	*оценку «отлично» заслуживает студент, освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал без пробелов; выполнивший все задания, предусмотренные учебным планом на высоком качественном уровне; практические навыки профессионального применения освоенных знаний сформированы.*
Средний уровень «4»	*оценку «хорошо» заслуживает студент, практически полностью освоивший знания, умения, компетенции и теоретический*

(хорошо)	*материал, учебные задания не оценены максимальным числом баллов, в основном сформировал практические навыки.*
Пороговый уровень «3» (удовлетворительно)	*оценку «удовлетворительно» заслуживает студент, частично с пробелами освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, многие учебные задания либо не выполнил, либо они оценены числом баллов близким к минимальному, некоторые практические навыки не сформированы.*
Минимальный уровень «2» (неудовлетворительно)	*оценку «неудовлетворительно» заслуживает студент, не освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не выполнил, практические навыки не сформированы.*

Критерии оценивания по зачету:

«зачтено»: студент владеет теоретическими знаниями по данному разделу, знает основные формулы, допускает незначительные ошибки; студент умеет правильно объяснять изложенный в курсе материал, иллюстрируя его примерами.

«не зачтено»: материал не усвоен или усвоен частично, студент затрудняется привести примеры по основным понятиям курса, довольно ограниченный объем изученного материала.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в печатной форме увеличенным шрифтом,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

5. Перечень учебной литературы, информационных ресурсов и технологий

5.1. Учебная литература

1. Привалов, И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного: учебник / И. И. Привалов. — 15-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 432 с. — ISBN 978-5-8114-0913-6. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/167779
2. Волковыский, Л. И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного: учебное пособие / Л. И. Волковыский, Г. Л. Лунц, И. Г. Араманович. — 4-е изд., перераб. — Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2006. — 312 с. — ISBN 5-9221-0264-8. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/2763
3. Шабунин, М. И. Теория функций комплексного переменного: учебное пособие / М. И. Шабунин, Ю. В. Сидоров. — 5-е изд. — Москва: Лаборатория знаний, 2020. — 303 с. — ISBN 978-5-00101-916-9. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/151505

5.2. Периодические издания:

1) Вестник МГУ. Серия: Математика. Механика;
2) Вестник СПбГУ. Серия: Математика. Механика. Астрономия;
3) Известия ВУЗов. Серия: Математика;
4) Известия РАН (до 1993 г. Известия АН СССР) Серия: Математическая;
5) Математика. Реферативный журнал. ВИНИТИ;
6) Математические заметки;
7) Математический сборник.
8) Базы данных компании «Ист Вью» http://dlib.eastview.com
9) Электронная библиотека GREBENNIKON.RU https://grebennikon.ru/

(перечисленные издания хранятся в фонде библиотеки КубГУ)

5.3. Интернет-ресурсы, в том числе современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Электронно-библиотечные системы (ЭБС):

1. ЭБС «ЮРАЙТ» https://urait.ru/
2. ЭБС «УНИВЕРСИТЕТСКАЯ БИБЛИОТЕКА ОНЛАЙН» www.biblioclub.ru
3. ЭБС «BOOK.ru» https://www.book.ru
4. ЭБС «ZNANIUM.COM» www.znanium.com
5. ЭБС «ЛАНЬ» https://e.lanbook.com

Профессиональные базы данных:

1. Web of Science (WoS) http://webofscience.com/
2. Scopus http://www.scopus.com/
3. ScienceDirect www.sciencedirect.com
4. Журналы издательства Wiley https://onlinelibrary.wiley.com/
5. Научная электронная библиотека (НЭБ) http://www.elibrary.ru/
6. Полнотекстовые архивы ведущих западных научных журналов на Российской платформе научных журналов НЭИКОН http://archive.neicon.ru
7. Национальная электронная библиотека (доступ к Электронной библиотеке диссертаций Российской государственной библиотеки (РГБ) https://rusneb.ru/
8. Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина https://www.prlib.ru/
9. Электронная коллекция Оксфордского Российского Фонда https://ebookcentral.proquest.com/lib/kubanstate/home.action

10. Springer Journals https://link.springer.com/
11. Nature Journals https://www.nature.com/siteindex/index.html
12. Springer Nature Protocols and Methods https://experiments.springernature.com/sources/springer-protocols
13. Springer Materials http://materials.springer.com/
14. zbMath https://zbmath.org/
15. Nano Database https://nano.nature.com/
16. Springer eBooks: https://link.springer.com/
17. "Лекториум ТВ" http://www.lektorium.tv/
18. Университетская информационная система РОССИЯ http://uisrussia.msu.ru

Информационные справочные системы:

1. Консультант Плюс - справочная правовая система (доступ по локальной сети с компьютеров библиотеки)

Ресурсы свободного доступа:

1. Американская патентная база данных http://www.uspto.gov/patft/
2. Полные тексты канадских диссертаций http://www.nlc-bnc.ca/thesescanada/
3. КиберЛенинка (http://cyberleninka.ru/);
4. Министерство науки и высшего образования Российской Федерации https://www.minobrnauki.gov.ru/;
5. Федеральный портал "Российское образование" http://www.edu.ru/;
6. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" http://window.edu.ru/;
7. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов http://school-collection.edu.ru/ .
8. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (http://fcior.edu.ru/);
9. Проект Государственного института русского языка имени А.С. Пушкина "Образование на русском" https://pushkininstitute.ru/;
10. Справочно-информационный портал "Русский язык" http://gramota.ru/;
11. Служба тематических толковых словарей http://www.glossary.ru/;
12. Словари и энциклопедии http://dic.academic.ru/;
13. Образовательный портал "Учеба" http://www.ucheba.com/;
14. Законопроект "Об образовании в Российской Федерации". Вопросы и ответы http://xn--273--84d1f.xn--p1ai/voprosy_i_otvety

Собственные электронные образовательные и информационные ресурсы КубГУ:

1. Среда модульного динамического обучения http://moodle.kubsu.ru
2. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций http://mschool.kubsu.ru/
3. Библиотека информационных ресурсов кафедры информационных образовательных технологий http://mschool.kubsu.ru;
4. Электронный архив документов КубГУ http://docspace.kubsu.ru/
5. Электронные образовательные ресурсы кафедры информационных систем и технологий в образовании КубГУ и научно-методического журнала "ШКОЛЬНЫЕ ГОДЫ" http://icdau.kubsu.ru/

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной систематизированный материал и поднимаются проблемные вопросы;

практических занятий, на которых широко используются активные и интерактивные образовательные технологии; лабораторных, в процессе проведения которых обучающиеся отрабатывают навыки решения конкретных научных задач.

Важнейшими составляющими курса являются такие виды занятий, как самостоятельная работа студентов, такая как разбор лекций, работа с литературой, отработка навыков решения практических задач, подготовка реферата. В процессе самостоятельной работы обучающимися активно используются информационные справочные системы.

Текущий контроль осуществляется преподавателем, ведущим практические занятия на основе дискуссии со студентами, дающей представление о динамике роста знаний студентов и их научном потенциале; учета активности студента на занятиях и оценке выступления обучающегося при изложении реферата. Контроль также осуществляется путем проведения контрольных работ. Итоговый контроль осуществляется в форме зачета в 4 семестре и экзамена – в 5.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

7. Материально-техническое обеспечение по дисциплине (модулю)

Наименование специальных помещений	Оснащенность специальных помещений	Перечень лицензионного программного обеспечения
Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер	Microsoft Windows Microsoft Office Professional Plus
Учебные аудитории для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Мебель: учебная мебель	

Для самостоятельной работы обучающихся предусмотрены помещения, укомплектованные специализированной мебелью, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Наименование помещений для самостоятельной работы обучающихся	Оснащенность помещений для самостоятельной работы обучающихся	Перечень лицензионного программного обеспечения
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (читальный зал Научной библиотеки)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации,	

	веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	
Помещение для самостоятельной работы обучающихся	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	