

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.О.05. «АЛГЕБРА И ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ»**

Направление
подготовки/специальность 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование
информационных систем
(код и наименование направления подготовки/специальности)

Направленность (профиль) / Специализация
Технология программирования (наименование направленности (профиля) специализации)

Программа подготовки академический бакалавриат
(академическая /прикладная)

Форма обучения очная
(очная, очно-заочная, заочная)

Квалификация (степень) выпускника бакалавр
(бакалавр, магистр, специалист)

Краснодар 2021

Рабочая программа дисциплины «Алгебра и теория чисел» составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки (профиль) 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем.

Программу составила: О.Н. Лапина доцент кафедры вычислительных технологий, канд.

физ.-мат. наук



Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры вычислительных технологий от «20» мая 2020 г., протокол № 6



Заведующий кафедрой (разработчик) Ю.М. Вишняков

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры интеллектуальных информационных систем от «20» мая 2021 г., протокол №15

Заведующий кафедрой Подколзин В.В.



Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета компьютерных технологий и прикладной математики протокол № 1 от «21» мая 2021 г.

Председатель УМК факультета Коваленко А.В.



Рецензенты:

Схаляхо Ч.А., доцент КВВУ им.С.М.Штеменко, к.ф.-м.н., доцент

Гаркуша О.В., доцент кафедры информационных технологий ФБГОУ ВО «Кубанский государственный университет», кандидат физико-математических наук, доцент.

1. Цели и задачи изучения дисциплины.

1.1. Цели освоения дисциплины.

Целью преподавания и изучения дисциплины «Алгебра и теория чисел» является овладение студентами математическим аппаратом, применяемым в прикладной математике и информатике, и служащим основой для разработки информационных технологий.

1.2. Задачи дисциплины.

Студент должен знать основные понятия, методы, алгоритмы и средства алгебры; уметь применять теории, методы, алгоритмы алгебры; владеть знаниями теории, методов, алгоритмов алгебры для решения теоретических проблем фундаментальной информатики и практических задач информационных технологий.

1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

«Алгебра и теория чисел» относится к базовой части цикла Б1 профессиональных дисциплин. Для изучения дисциплины необходимо знание обязательного минимума содержания среднего образования, в особенности математики и информатики. Знания, получаемые при изучении «Алгебры и теории чисел», используются при изучении всех дисциплин профессионального цикла учебного плана бакалавра.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся общекультурных/общепрофессиональных/профессиональных компетенций (ОК/ОПК/ПК)

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
1.	УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	основные методы поиска и анализа информации о методах и алгоритмах алгебры и теории чисел	осуществлять поиск и критический анализ методов и алгоритмов решения задач алгебры и теории чисел	методами системного анализа и решения задач линейной алгебры и теории чисел
2	ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной	основные понятия, методы, алгоритмы и средства алгебры и теории чисел	применять методы, алгоритмы алгебры и теории чисел для решения задач в области информацион	методами и алгоритмами алгебры и теории чисел для решения проблем информатики и практических

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
		деятельности		ных технологий	задач информационных технологий.
3	ПК-1	Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий	основные понятия алгебры и теории чисел и языки программирования	разрабатывать алгоритмы и программы для решения основных задач алгебры и теории чисел	методами разработки алгоритмов решения основных задач алгебры и теории чисел

2. Структура и содержание дисциплины.

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 9 зач.ед. (324 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице

Вид учебной работы		Всего часов	Семестры (часы)			
			1	2		
Контактная работа, в том числе:						
Аудиторные занятия (всего):						
Занятия лекционного типа		68	34	34	—	—
Лабораторные занятия		68	34	34	—	—
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)		—	—	—	—	—
		—	—	—	—	—
Иная контактная работа:						
Контроль самостоятельной работы (КСР)		8	4	4	—	—
Промежуточная аттестация (ИКР)		0,8	0,5	0,3	—	—
Самостоятельная работа, в том числе:		107,8	71,8	36		
Курсовая работа		—	—	—	—	—
Проработка учебного (теоретического) материала		55,8	35,8	20	—	—
Выполнение индивидуальных заданий (подготовка сообщений, презентаций)		-	-	—	—	—
Реферат		—	—	—	—	—
Подготовка к текущему контролю		52	36	16	—	—
Контроль:						
Подготовка к экзамену		71,4	35,7	35,7	—	—
Общая трудоёмкость	час.	324	180	144	—	—
	в том числе контактная работа	144,8	72,5	72,3	—	—
	зач. ед.	9	5	4	—	—

2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.
Разделы дисциплины, изучаемые в 1-2 семестрах (очная форма)

Разделы дисциплины, изучаемые в 1 семестре.

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Самостоятельная работа
			Л	КСР	ЛР	
1	2	3	4	5	6	7
1	Вещественные и комплексные числа	18	6		6	14
2	Теория многочленов	16	4		4	16
3	Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений	36	12	2	12	20
4	Линейные пространства	38	12	2	12	22
	<i>Контроль</i>	36				
	<i>Итого:</i>	180	34	4	34	72

Разделы дисциплины, изучаемые во 2 семестре.

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Самостоятельная работа
			Л	КСР	ЛР	
1	2	3	4	5	6	7
5	Евклидовы и унитарные пространства	34	12		10	12
6	Линейные операторы	34	10	2	12	10
7	Квадратичные формы	28	8	2	8	10
8	Алгебраические структуры	12	4		4	4
	<i>Контроль</i>	36				
	<i>Итого:</i>	144	34	4	34	36

2.3 Содержание разделов дисциплины:

2.3.1 Занятия лекционного типа.

№ раздела	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1	Вещественные и комплексные числа.	Вещественные и комплексные числа. Множества. Обозначения. Логические символы. Вещественные числа и их основные свойства. Абсолютная величина числа. Геометрическое изображение	ИДЗ

		вещественных чисел. Комплексные числа. Действия над комплексными числами. Различные формы комплексных чисел. Извлечение корня из комплексного числа. Формула Муавра. Формула Эйлера.	
2	Теория многочленов	Многочлены. Операции над многочленами. Теорема Безу. Схема Горнера. Кратные корни многочленов. Наибольший общий делитель двух многочленов. Алгоритм Евклида. Свойства делимости многочленов. Взаимно простые многочлены.	К, ЛР
3	Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений	Матрицы. Действия над матрицами. Определители. Свойства определителей. Обратная матрица. Ранг матрицы. Метод обратной матрицы решения системы уравнений. Формулы Крамера. Метод Гаусса. Системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений	К, ЛР
4	Линейные пространства	Линейные пространства. Свойства линейного пространства. Свойства систем векторов. Базис линейного пространства. Размерность. Преобразование координат вектора при замене базиса. Линейные подпространства. Пересечение и сумма линейных подпространств. Прямая сумма линейных подпространств. Базис суммы и пересечения. Размерность линейного подпространства.	К, ЛР
5	Евклидово и унитарное пространства.	Евклидовы и унитарные пространства. Ортогональный базис. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Неравенство Коши-Буняковского. Нормированные пространства. Ортогональная проекция и ортогональная составляющая векторов. Определитель Грама. Ортогональное дополнение.	К, ЛР
6	Линейные операторы	Линейные операторы. Ядро и образ. Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы линейного оператора. Характеристический многочлен. Собственные векторы и собственные значения. Инвариантные подпространства. Треугольная форма линейного оператора. Линейные операторы простой структуры. Жорданова форма. Сопряженный оператор. Нормальный оператор. Унитарный и эрмитов операторы.	К, ЛР
7	Квадратичные формы	Квадратичные формы. Квадратичные формы канонического вида. Ортогональные преобразования	К, ЛР

		канонических форм. Закон инерции. Критерий Сильвестра. Билинейные формы.	
8	Алгебраические структуры	Группы. Подгруппы. Нормальные подгруппы. Гомоморфизм. Прямое произведение групп. Конечные абелевы группы. Определение и простейшие свойства алгебр. Алгебра кватернионов. Внешняя алгебра.	К, ЛР

2.3.2 Занятия семинарского типа.

Занятия семинарского типа – не предусмотрены.

2.3.3 Лабораторные занятия.

№ работы	№ раздела дисциплины	Наименование лабораторных работ	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1	1	Вещественные и комплексные числа. Множества. Вещественные числа и их основные свойства. Абсолютная величина числа. Геометрическое изображение вещественных чисел. Комплексные числа. Действия над комплексными числами.	Решение задач
2	1	Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Возведение комплексных чисел в целую неотрицательную степень	Решение задач
3	1	Извлечение корня из комплексного числа. Формула Муавра. Формула Эйлера.	Решение задач
4	2	Многочлены. Операции над многочленами. Теорема Безу. Схема Горнера. Кратные корни многочленов.	Решение задач
5	2	Наибольший общий делитель двух многочленов. Алгоритм Евклида. Свойства делимости многочленов. Взаимно простые многочлены.	Решение задач
6	3	Матрицы. Действия над матрицами. Определители.	Решение задач
7	3	Свойства определителей.	Решение задач
8	3	Обратная матрица. Ранг матрицы.	Решение задач
9	3	Метод обратной матрицы решения системы уравнений. Формулы Крамера.	Решение задач
10	3	Метод Гаусса.	Решение задач
11	3	Системы линейных однородных уравнений.	Решение задач
12	3	Фундаментальная система решений	Решение задач
13	4	Линейные пространства. Свойства линейного пространства.	Решение задач

14	4	Свойства систем векторов. Базис линейного пространства. Размерность.	Решение задач
15	4	Преобразование координат вектора при замене базиса.	Решение задач
16	4	Линейные подпространства.	Решение задач
17	4	Пересечение и сумма линейных подпространств. Прямая сумма линейных подпространств.	Решение задач
18	4	Базис суммы и пересечения	Решение задач
19	4	Размерность линейного подпространства.	Решение задач
20	5	Евклидовы и унитарные пространства.	Решение задач
21	5	Ортогональный базис. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта.	Решение задач
22	5	Неравенство Коши-Буняковского. Нормированные пространства.	Решение задач
23	5	Определитель Грама.	Решение задач
24	5	Ортогональное дополнение.	Решение задач
25	6	Линейные операторы. Ядро и образ.	Решение задач
26	6	Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы линейного оператора.	Решение задач
27	6	Характеристический многочлен. Собственные векторы и собственные значения.	Решение задач
28	6	Инвариантные подпространства. Треугольная форма линейного оператора.	Решение задач
29	6	Линейные операторы простой структуры. Жорданова форма.	Решение задач
30	6	Сопряженный оператор. Нормальный оператор. Унитарный и эрмитов операторы.	Решение задач
31	7	Квадратичные формы. Квадратичные формы канонического вида.	Решение задач
32	7	Ортогональные преобразования канонических форм	Решение задач
33	7	Закон инерции. Критерий Сильвестра.	Решение задач
34	8	Группы. Подгруппы. Конечные абелевы группы. Определение и простейшие свойства алгебр. Алгебра кватернионов. Внешняя алгебра.	Решение задач

2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы – не предусмотрены.

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Проработка учебного материала, выполнение индивидуальных заданий.	

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3. Образовательные технологии.

Используемые интерактивные образовательные технологии:

- Компьютерные презентации и обсуждение.
- Разбор конкретных ситуаций (задач), тренинги по решению задач, компьютерные симуляции (программирование алгоритмов).

4. Оценочные и методические материалы.

4.1 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной успеваемости студентов.

Фонд оценочных средств дисциплины состоит из средств текущего контроля выполнения контрольных работ, средств для промежуточной (зачета в 1-м семестре) и средств итоговой аттестации (экзамен в 1-ом и 2-ом семестрах).

Оценка успеваемости осуществляется по результатам:

- выполнения контрольных работ;
- оценок коллоквиумов;
- ответа на экзамене (для выявления знания и понимания теоретического материала дисциплины).

Зачет выставляется по результатам выполненных контрольных работ и текущей работы на лабораторных занятиях.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

Структура фонда оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1.	Вещественные и комплексные числа	УК-1, ОПК-1, ПК-1	К.р., коллоквиум	Зачет, экзамен
2.	Теория многочленов	УК-1, ОПК-1, ПК-1	К.р., коллоквиум	Зачет, экзамен
3.	Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений	УК-1, ОПК-1, ПК-1	К.р., коллоквиум	Зачет, экзамен
4.	Линейные пространства	УК-1, ОПК-1, ПК-1	К.р., ЛР	Зачет, экзамен
5.	Евклидовы и унитарные пространства	УК-1, ОПК-1, ПК-1	К.р., коллоквиум	экзамен
6.	Линейные операторы	УК-1, ОПК-1, ПК-1	К.р., ЛР	экзамен
7.	Квадратичные формы	УК-1, ОПК-1, ПК-1	К.р., ЛР	экзамен
8.	Алгебраические структуры	УК-1, ОПК-1	ЛР	экзамен

Показатели, критерии и шкала оценки сформированных компетенций

Компетенция	Соответствие уровней освоения компетенции планируемым результатам обучения и критериям их оценивания		
	Пороговый	базовый	Продвинутый
	Оценка		
	Удовлетворительно /зачтено	Хорошо/зачтено	Отлично/зачтено
УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	<i>Знает</i> – основные методы поиска информации о методах и алгоритмах алгебры и теории чисел	<i>Знает</i> – основные методы поиска и анализа информации о методах и алгоритмах алгебры и теории чисел	<i>Знает</i> – методы поиска и анализа информации о методах и алгоритмах алгебры и теории чисел
	<i>Умеет</i> – осуществлять поиск алгоритмов решения задач алгебры и теории чисел	<i>Умеет</i> – осуществлять поиск и анализ методов и алгоритмов решения задач алгебры и теории чисел	<i>Умеет</i> – осуществлять поиск и критический анализ методов и алгоритмов решения задач алгебры и теории чисел
	<i>Владеет</i> – методами решения задач линейной алгебры и теории чисел	<i>Владеет</i> – методами анализа и решения задач линейной алгебры и теории чисел	<i>Владеет</i> – методами системного анализа и решения задач линейной алгебры и теории чисел
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	<i>Знает:</i> основные определения и методы алгебры и теории чисел	<i>Знает:</i> основные понятия, методы, алгоритмы и средства алгебры и теории чисел	<i>Знает:</i> основные понятия, методы, алгоритмы и средства алгебры и теории чисел и их применение в профессиональной деятельности
	<i>Умеет:</i> применять методы, алгоритмы алгебры и теории чисел для решения типичных задач линейной алгебры.	<i>Умеет:</i> применять базовые методы, алгоритмы алгебры и теории чисел для решения задач в области информационных технологий	<i>Умеет:</i> применять методы, алгоритмы алгебры и теории чисел для решения задач в области информационных технологий
	<i>Владеет:</i> методами и алгоритмами алгебры и теории чисел для решения задач линейной алгебры.	<i>Владеет:</i> методами и алгоритмами алгебры и теории чисел для решения практических задач информационных технологий.	<i>Владеет:</i> методами и алгоритмами алгебры и теории чисел для решения проблем информатики и практических задач информационных технологий.
ПК-1 Способен	<i>Знает:</i> базовые	<i>Знает:</i> основные	<i>Знает:</i> основные

демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий	понятия алгебры и теории чисел и языки программирования	понятия алгебры и теории чисел и языки программирования	понятия алгебры и теории чисел и современные языки программирования
	<i>Умеет:</i> разрабатывать стандартные алгоритмы и программы для решения основных задач алгебры и теории чисел	<i>Умеет:</i> разрабатывать алгоритмы и программы для решения основных задач алгебры и теории чисел	<i>Умеет:</i> разрабатывать эффективные алгоритмы и программы для решения основных задач алгебры и теории чисел
	<i>Владеет:</i> методами разработки стандартных алгоритмов решения основных задач алгебры и теории чисел	<i>Владеет:</i> методами разработки алгоритмов решения основных задач алгебры и теории чисел	<i>Владеет:</i> методами разработки эффективных алгоритмов решения основных задач алгебры и теории чисел

Типовые контрольные материалы или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы:

Образцы контрольных работ по основным разделам курса

Код оцениваемых компетенций – УК-1; ОПК-1; ПК-1.

Раздел 1 Вещественные и комплексные числа.

Вариант 1.

1. Найти действительные и мнимые части комплексного числа

$$\left(\frac{3 - i\sqrt{3}}{3 + i\sqrt{3}} \right)^5.$$

2. Найти модуль и главное значение аргумента $(-\pi < \varphi \leq \pi)$

$$z = 3 - i^5.$$

3. Найти все значения корней и построить их на комплексной плоскости

$$\sqrt[4]{1 - i}.$$

Вариант 2.

1. Найти действительные и мнимые части комплексного числа

$$\frac{(1 - i)^5}{(1 + i)^5}.$$

2. Найти модуль и главное значение аргумента $(-\pi < \varphi \leq \pi)$

$$z = 2 + i^{25}.$$

3. Найти все значения корней и построить их на комплексной плоскости $\sqrt[8]{1}.$

Раздел 2. Теория многочленов.**Вариант № 1**

1. Чему равен показатель кратности корня 2 для многочлена

$$g(x) = x^4 - 4x^3 + x^2 + 4x + 4$$

Вариант № 2

1. Чему равен показатель кратности корня 1 для многочлена

$$g(x) = x^5 - 3x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 6x - 4_{-2}$$

Раздел 3. Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений.**Вариант № 1**

1. Найти обратную матрицу. Выполнить проверку $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$

2. Исследовать систему на совместность и найти ее общее и частное решение, если она совместна:

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 - x_4 = 1 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 11x_4 = -4 \end{cases}$$

Вариант № 2

3. Найти обратную матрицу. Выполнить проверку $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & -2 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$

соответствующую

4. Найти общее решение неоднородной системы уравнений, решая однородную систему и зная ее частное решение $X_0 = (1, 1, 1, -1)$

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 2 \\ 6x_1 - 4x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 3 \\ 9x_1 - 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4 \end{cases}$$

Раздел 4. Линейные пространства

Вариант 1.

1. Проверить, являются ли данные системы многочленов линейно независимыми в линейном пространстве $R[x]_2$:

$$f_1(x) = 4x^2 - 3x - 3, \quad f_2(x) = 3x^2 + x - 3, \quad f_3(x) = x^2 + 9x - 3.$$

2. Выяснить, можно ли матрицу линейного оператора привести к диагональному виду путем перехода к новому базису. Найти этот базис и соответствующую ему матрицу:

$$A_e = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ -3 & 3 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Вариант 2.

1. Проверить, являются ли данные системы матриц линейно независимыми в линейном пространстве $M[x]_2$:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. Выяснить, можно ли матрицу линейного оператора привести к диагональному виду путем перехода к новому базису. Найти этот базис и соответствующую ему матрицу:

$$A_e = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 1 \\ 5 & -4 & 1 \\ -5 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Раздел 7. Квадратичные формы.**Вариант 1.**

1. Привести квадратичную форму к каноническому виду методом Лагранжа. Найти невырожденное линейное преобразование:

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 5x_2^2 + x_3^2 + 8x_1x_2 + 6x_1x_3 + 2x_2x_3$$

2. Найти ортогональное преобразование, приводящее квадратичную форму к каноническому виду:

$$f(x_1, x_2, x_3) = 17x_1^2 + 14x_2^2 + 14x_3^2 - 4x_1x_2 - 4x_1x_3 - 8x_2x_3$$

Вариант 2.

1. Привести квадратичную форму к каноническому виду. Найти невырожденное линейное преобразование:

$$f(x_1, x_2, x_3) = 3x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3^2 + 6x_1x_3$$

2. Найти ортогональное преобразование, приводящее квадратичную форму к каноническому виду:

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 8x_2^2 + 4x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 12x_2x_3$$

Зачетно-экзаменационные материалы для промежуточной аттестации.

Перечень вопросов, которые выносятся на экзамен в 1 семестре

Код оцениваемых компетенций – УК-1; ОПК-1; ПК-1.

1. Понятие алгебраической системы. Понятия группы, кольца, поля - примеры.
2. Комплексные числа. Действия над комплексными числами. Алгебраическая форма комплексного числа.
3. Тригонометрическая форма комплексного числа. Модуль и аргумент произведения и отношения комплексных чисел.
4. Возведение комплексного числа в степень с целым показателем. Формула Муавра. Показательная формула комплексного числа. Формулы Эйлера.
5. Извлечение корня из комплексного числа.
6. Полиномы от одной переменной. Действия над полиномами. Кольцо полиномов.
7. Корни полиномов. Теорема Безу. Схема Горнера.
8. Наибольший общий делитель двух многочленов. Алгоритм Евклида.
9. Взаимно-простые полиномы. Свойства взаимно-простых полиномов. Неприводимые полиномы. Факторизация полиномов.
10. Матрицы. Действия над матрицами (сложение и вычитание матриц, умножение матрицы на число). Свойства операций сложения и умножения матрицы на число. Транспонирование матрицы. Свойства операции транспонирования.
11. Произведение матриц. Свойства операции умножения матриц. Возведение матрицы в целую неотрицательную степень. Свойства операции возведения в степень.
12. Определители 2-го и 3-го порядка. Вычисление определителей 2-го и 3-го порядка.
13. Определитель n-го порядка. Свойства определителя (1-8)
14. Минор элемента. Алгебраическое дополнение элемента. Разложение определителя n-го порядка по строке (столбцу). Минор матрицы k-го порядка. Дополнительный минор. Теорема Лапласа.
15. Обратная матрица. Необходимое и достаточное условия существования обратной матрицы.
16. Алгоритмы вычисления обратной матрицы. Метод обратной матрицы решения системы уравнений.
17. Крамеровские системы уравнений. Решение систем уравнений методом Крамера.
18. Решение систем уравнений методом Гаусса
19. Линейная зависимость строк (столбцов) матрицы. Свойства ЛЗ и ЛНЗ. Базис и ранг строк.
20. Элементарные преобразования матрицы. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы.
21. Системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений системы линейных однородных уравнений.
22. Неоднородные системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли Теорема о представлении общего решения неоднородной системы уравнений в виде частного решения неоднородной и общего решения однородной с той же матрицей коэффициентов.
23. Смешанное произведение векторов. Свойства смешанного произведения векторов.
24. Уравнения прямой на плоскости. Уравнение плоскости в пространстве.
25. Уравнения прямой в пространстве. Переход от общих уравнений к каноническим.

26. Определение и свойства линейного пространства.
27. Линейная зависимость элементов линейного пространства. Свойства систем векторов.
28. Базис линейного пространства. Координаты вектора в заданном базисе.
29. Размерность линейного пространства.
30. Преобразование координат вектора при замене базиса.
31. Преобразование координат вектора при замене базиса. Матрицы перехода.
32. Определение линейного подпространства.
33. Пересечение и сумма линейных подпространств.
34. Прямая сумма линейных подпространств.
35. Размерность линейного подпространства. Связь размерностей суммы и пересечения подпространств.

Перечень вопросов, которые выносятся на экзамен во 2 семестре

1. Определение евклидова и унитарного пространств.
2. Процесс ортогонализации Грамма-Шмидта.
3. Неравенство Коши-Буняковского.
4. Нормированные пространства.
5. Ортогональное дополнение. Построение ортогонального дополнения
6. Линейные операторы.
7. Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы линейного оператора при замене базиса.
8. Характеристические уравнения матрицы и линейного оператора.
9. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Аннулирующий многочлен. Теорема Гамильтона-Кэли.
10. Вычисление собственных значений и собственных векторов линейного оператора. Свойства собственных векторов.
11. Инвариантные подпространства.
12. Индуцированный оператор.
13. Треугольная форма матрицы линейного оператора.
14. Операторы простой структуры.
15. Каноническое разложение матрицы линейного оператора.
16. Корневые подпространства линейного оператора.
17. Жорданова форма матрицы.
18. Построение Жорданова базиса.
19. Сопряженный оператор. Его свойства.
20. Самосопряженный оператор.
21. Унитарный оператор.
22. Квадратичные формы. Преобразование матрицы квадратичной формы при переходе от базиса к базису.
23. Квадратичные формы канонического вида. Метод Лагранжа.
24. Ортогональные преобразования квадратичных форм.
25. Закон инерции
26. Критерий Сильвестра.
27. Группы. Подгруппы. Классы смежности группы по подгруппе.
28. Циклические группы.
29. Кольца и поля.

Критерии оценивания к экзамену

Оценка «отлично»: грамотное и логически стройное изложение материала при ответе, точные формулировки определений, теорем и правильные доказательства; правильные, уверенные действия по применению полученных знаний на практике, усвоение основной и знакомство с дополнительной литературой.

Оценка «хорошо»: четкое изложение материала, допускаются отдельные логические и стилистические погрешности либо при ответе на один вопрос даны точные формулировки определений, теорем и правильные доказательства; при ответе на второй вопрос имеются неточности формулировки определений, теорем или пробелы в правильных доказательствах; правильные действия по применению знаний на практике.

Оценка «удовлетворительно»: при ответе на оба вопроса имеются неточности формулировки определений, теорем или пробелы в правильных доказательствах; изложение ответов с отдельными ошибками, уверенно исправленными после дополнительных вопросов; правильные в целом действия по применению знаний на практике;

Оценка «неудовлетворительно»: отсутствует ответ хотя бы на один из вопросов или имеются существенные неточности в формулировках определений, теорем, приведены неправильные доказательства; неумение применять знания на практике.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

- при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

- при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

- при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля).

5.1 Основная литература:

1. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре. Лань, ISBN: 978-5-8114-0447-6, 2007. (Электронная версия: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=397)

2. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. Лань, ISBN: 978-5-8114-0707-1, 2010. (Электронная версия: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=529)
3. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Задачи по высшей алгебре, Лань, ISBN: 978-5-8114-0427-8, 2008. (Электронная версия: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=399)

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах «Лань» и «Юрайт».

5.2 Дополнительная литература:

1. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Ч 1: Основы алгебры. М. : ФИЗМАТЛИТ , 2004. – 271 с. (34 экземпляра в библиотеке КубГУ)
2. Кострикин А.И. Линейная алгебра. Ч 2: Основы алгебры. М. : ФИЗМАТЛИТ , 2001. – 367 с. (122 экземпляра в библиотеке КубГУ)
3. Кострикин А.И. Основные структуры. Ч 3: Основы алгебры. М. : ФИЗМАТЛИТ , 2001. – 272 с. (91 экземпляр в библиотеке КубГУ)
4. Ильин, В.А. Линейная алгебра [Электронный ресурс] : учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2008. — 280 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2178>
5. Воеводин В.В. Линейная алгебра СПб. [и др.] : Лань, 2008. - 400 с. (49 экземпляров в библиотеке КубГУ)

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля).

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной систематизированный материал, и лабораторных работ, во время которых закрепляется теоретический материал решением задач.

На лабораторных занятиях проводится стандартная работа по решению задач по алгебраическим структурам. По отдельным темам студентам поручается подготовить презентации и выступить с докладами на занятиях.

Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине с использованием указанных литературных источников.

Для лучшего освоения дисциплины при ответах на ЛР студент должен ответить на несколько вопросов из лекционной части курса.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

7. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю).

7.1 Перечень информационных технологий.

- Проверка домашних заданий и консультирование посредством электронной почты.
- Использование электронных презентаций при проведении практических занятий.

7.2 Перечень необходимого программного обеспечения.

- Программы для демонстрации и создания презентаций («Microsoft Power Point»).

7.3 Перечень информационных справочных систем:

1. Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (<http://www.elibrary.ru/>)

8. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) и соответствующим программным обеспечением (ПО)
2.	Лабораторные занятия	Лаборатория, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения
3.	Групповые (индивидуальные) консультации	Аудитория с учебной мебелью (доски, столы, стулья)
4.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Аудитория с учебной мебелью
5.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.