

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебной работе,  
качеству образования — первый  
проректор



И. А. Хагуров

подпись

«26» мая 2023 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Б1.В.ДВ.02.02 ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ**

Специальность 01.05.01 Фундаментальные математика и механика

Направленность (профиль) Фундаментальная математика и ее приложения

Форма обучения очная

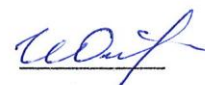
Квалификация Математик. Механик. Преподаватель

Краснодар 2023

Рабочая программа дисциплины «Интегральные уравнения» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 01.05.01 Фундаментальные математика и механика.

Программу составила:

И. Л. Ойнас, доцент, канд. физ.-мат. наук



Рабочая программа дисциплины «Интегральные уравнения» утверждена на заседании кафедры (разработчика) функционального анализа и алгебры «18» апреля 2023 г., протокол № 8  
Заведующий кафедрой (разработчика) Барсукова В.Ю.



Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук «20» апреля 2023 г, протокол № 3.

Председатель УМК факультета Шмалько С. П.



Рецензенты:

Чубырь Н.О., доцент кафедры прикладной математики КубГТУ, кандидат физико-математических наук, доцент

Павлова А.В., профессор кафедры математического моделирования КубГУ, доктор физико-математических наук, доцент

## 1 Цели и задачи изучения дисциплины (модуля)

### 1.1 Цель освоения дисциплины

Цели освоения дисциплины определены федеральным государственным стандартом высшего образования по направлению подготовки «Фундаментальные математика и механика», в рамках которой преподается дисциплина.

Целями освоения дисциплины «Интегральные уравнения» являются:

1. формирование у студентов представлений о понятиях интегральных уравнений и систем интегральных уравнений и методах их решения;
2. формирование математической культуры, способностей к алгоритмическому и логическому мышлению;
3. формирование и развитие личности студентов;
4. овладение современным аппаратом интегральных уравнений для дальнейшего использования в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

### 1.2 Задачи дисциплины

Задачами изучения дисциплины являются:

1. получение студентами основных теоретических знаний (теоремы существования и единственности, теоретические основы методов решения интегральных уравнений с различными типами ядер);
2. формирование представления об основных интегральных уравнениях с различными типами ядер и методах их решения;
3. выработать умения и навыки исследования и решения интегральных уравнений, систем линейных интегральных уравнений;
4. приобретение практических навыков работы с понятиями и объектами курса интегральных уравнений;
5. научить применять интегральные уравнения к решению различных прикладных задач (физических, геометрических).

### 1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Интегральные уравнения» относится к обязательной части Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана. В соответствии с рабочим учебным планом дисциплина изучается на 4 курсе (8 семестр) по очной форме обучения. Вид промежуточной аттестации: зачёт.

Место курса в профессиональной подготовке определяется ролью интегральных уравнений в формировании высококвалифицированного специалиста по направлению «Фундаментальные математика и механика».

Для успешного освоения дисциплины обучающийся должен владеть знаниями, умениями и навыками по программе дисциплин «Математический анализ», «Алгебра» и «Аналитическая геометрия», «Дифференциальные уравнения». Данная дисциплина является основополагающей для дальнейшего изучения дисциплин высшей математики и механики.

### 1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

Код и наименование индикатора* достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине (знает, умеет, владеет (навыки и/или опыт деятельности))
<b>ПК-1</b> Способен формулировать и решать актуальные и значимые задачи фундаментальной и прикладной математики	
ИПК-1.1 Знает основные понятия, идеи и ме-	Знает теоремы: существования и единственности реше-

Код и наименование индикатора* достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине (знает, умеет, владеет (навыки и/или опыт деятельности))
тоды фундаментальных математических дисциплин для решения базовых задач	ния интегрального уравнения Вольтерра; об устойчивости и допустимости соответствующих пар пространств
	Умеет решать интегральные уравнения Вольтерра с различными типами ядер; исследовать уравнения на устойчивость и допустимость соответствующих пар пространств
	Владеет навыками необходимых технических преобразований; навыками применения полученных знаний в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания
ИПК-1.2 Умеет передавать результаты проведенных теоретических и прикладных исследований в виде конкретных предметных рекомендаций в терминах предметной области	Знает возможные сферы приложений изученных в теории интегральных уравнений объектов и их основных свойств
	Умеет математически корректно ставить и исследовать задачи, возникающие в приложениях
	Владеет навыками необходимых технических преобразований; стандартными и нестандартными приемами решения исследовательских задач; навыками поиска нужной информации
ИПК-1.3 Самостоятельно и корректно решает стандартные задачи фундаментальной и прикладной математики	Знает основные понятия, свойства изучаемых объектов, взаимосвязи между ними; постановки основных задач, структуру формулировки и доказательства утверждений
	Умеет выделять и исследовать основные объекты в отдельной предметной области математического знания
	Владеет навыками необходимых технических преобразований; стандартными и нестандартными приемами решения исследовательских задач; навыками поиска и переработки необходимого теоретического материала из различных источников
ИПК-1.4 Имеет навыки решения математических задач, соответствующих квалификации, возникающих при проведении научных и прикладных исследований	Знает основные понятия, свойства изучаемых объектов, взаимосвязи между ними; постановки основных задач, структуру формулировки и доказательства утверждений
	Умеет выделять и исследовать основные объекты в отдельной предметной области математического знания
	Владеет навыками поиска и переработки необходимого теоретического материала из различных источников

Результаты обучения по дисциплине достигаются в рамках осуществления всех видов контактной и самостоятельной работы обучающихся в соответствии с утвержденным учебным планом.

Индикаторы достижения компетенций считаются сформированными при достижении соответствующих им результатов обучения.

## 2. Структура и содержание дисциплины

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 2 зачетных единицы (72 часа), их распределение по видам работ представлено в таблице

Виды работ	Всего часов	Форма обучения	
		очная	
		7 семестр (часы)	8 семестр (часы)
<b>Контактная работа, в том числе:</b>			
<b>Аудиторные занятия (всего):</b>	<b>32</b>	-	-
занятия лекционного типа	16	-	16
лабораторные занятия	16	-	16
практические занятия	-	-	-

семинарские занятия	-	-	-
<b>Иная контактная работа:</b>			
Контроль самостоятельной работы (КСР)	4	-	4
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,2	-	0,2
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>			
Курсовая работа/проект (КР/КП) (подготовка)	-	-	-
Контрольная работа	10	-	10
Расчётно-графическая работа (РГР) (подготовка)	-	-	-
Реферат/эссе (подготовка)	-	-	-
Самостоятельное изучение разделов, самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным и практическим занятиям, коллоквиумам и т.д.)	25,8	-	23,8
Подготовка к текущему контролю	2	-	2
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>час.</b>	<b>72</b>	<b>72</b>
	<b>в том числе контактная работа</b>	<b>36,2</b>	<b>36,2</b>
	<b>зач. ед</b>	<b>2</b>	<b>2</b>

## 2.2 Содержание дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы (темы) дисциплины, изучаемые в 8 семестре (4 курсе) (очная форма обучения)

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1.	Тема 1 Введение	6	1	-	1	4
2.	Тема 2 Существование и единственность решения	7	2	-	1	4
3.	Тема 3 Уравнения с вырожденным и с разностным ядром	8	1	-	2	5
4.	Тема 4 Интегральные неравенства	6	2	-	1	3
5.	Тема 5 Зависимость решения от параметров. Устойчивость	6	2	-	1	3
6.	Тема 6 Допустимость относительно оператора	8	2	-	2	4
7.	Тема 7 Допустимость относительно уравнения	9	3	-	2	4
8.	Тема 8 Уравнения с разностным ядром	14	2	-	4	6
9.	Тема 9 Приложения интегральных уравнений	5,8	1	-	2	2,8
	<i>ИТОГО по разделам дисциплины</i>		16	-	16	35,8
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	4	-	-	-	-
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0.2	-	-	-	-
	Общая трудоемкость по дисциплине	72	16	-	16	35,8

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

## 2.3 Содержание разделов (тем) дисциплины

### 2.3.1 Занятия лекционного типа

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Форма текущего контроля
1.	Введение	История. Уравнения Вольтерра – математические модели эволюционных процессов.	Устный опрос
2.	Существование и единственность решения	Резольвента уравнения. Теорема существования и единственности решения. Проблемы теории единственности.	Устный опрос

3.	Уравнения с вырожденным и с разностным ядром	Формула решения уравнения с вырожденным ядром. Резольвента уравнения с разностным ядром.	Проверка домашнего задания, устный опрос
4.	Интегральные неравенства	Методы доказательства интегральных неравенств. Основные линейные неравенства. Лемма Беллмана.	Устный опрос
5.	Зависимость решения от параметров. Устойчивость	Непрерывная зависимость решений от ядра и свободного члена. Устойчивость и асимптотическая устойчивость решений линейных уравнений. Устойчивость ядра.	Устный опрос
6.	Допустимость относительно оператора	(L)-свойство. Допустимость пар $(BC, BC)$ , $(C_0, BC)$ , $(A_0, BC)$ относительно линейных операторов.	Проверка домашнего задания
7.	Допустимость относительно уравнения	Допустимость пар пространств $(C_0, C_0)$ , $(A_0, A_0)$ относительно линейных уравнений. Критерии устойчивости ядра.	Устный опрос
8.	Уравнения с разностным ядром	Критерий устойчивости разностного ядра. Преобразование Лапласа.	Проверка домашнего задания
9.	Приложения интегральных уравнений	Задача Дирихле, бигармоническое уравнение. Применение интегралов, аналогичных потенциалам. Применение интегральных уравнений к теории колебаний.	Устный опрос

### 2.3.2 Лабораторные занятия (практические / семинарские занятия/ лабораторные работы)

При изучении дисциплины могут применяться электронное обучение, дистанционные образовательные технологии в соответствии с ФГОС ВО.

№	Наименование раздела (темы)	Тематика занятий/работ	Форма текущего контроля
1.	Введение	История. Уравнения Вольтерра – математические модели эволюционных процессов.	Устный опрос
2.	Существование и единственность решения	Резольвента уравнения. Теорема существования и единственности решения. Проблемы теории единственности.	Проверка домашнего задания
3.	Уравнения с вырожденным и с разностным ядром	Формула решения уравнения с вырожденным ядром. Резольвента уравнения с разностным ядром.	Проверка домашнего задания, контрольная работа
4.	Интегральные неравенства	Методы доказательства интегральных неравенств. Основные линейные неравенства. Лемма Беллмана.	Проверка домашнего задания
5.	Зависимость решения от параметров. Устойчивость	Непрерывная зависимость решений от ядра и свободного члена. Устойчивость и асимптотическая устойчивость решений линейных уравнений. Устойчивость ядра.	Проверка домашнего задания, устный опрос
6.	Допустимость относительно оператора	(L)-свойство. Допустимость пар $(BC, BC)$ , $(C_0, BC)$ , $(A_0, BC)$ относительно линейных операторов.	Проверка домашнего задания
7.	Допустимость относительно уравнения	Допустимость пар пространств $(C_0, C_0)$ , $(A_0, A_0)$ относительно линейных уравнений. Критерии устойчивости ядра.	Проверка домашнего задания
8.	Уравнения с разностным ядром	Критерий устойчивости разностного ядра. Преобразование Лапласа.	Контрольная работа
9.	Приложения интегральных уравнений	Задача Дирихле, бигармоническое уравнение. Применение интегралов, аналогичных потенциалам. Применение интегральных уравнений к теории колебаний.	Проверка домашнего задания

### 2.3.3 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы не предусмотрены.

### 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	Проработка учебного (теоретического) материала	Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая

		2022 г.
2	Выполнение домашних заданий (решение задач)	Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.
3	Подготовка к текущему контролю	Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.
4	Промежуточная аттестация (зачет)	Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла,
- в печатной форме на языке Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### **3. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины (модуля)**

В ходе изучения дисциплины предусмотрено использование следующих образовательных технологий: лекции, лабораторные занятия, самостоятельная работа студентов.

Цель лабораторных занятий – научить студента применять полученные на лекциях теоретические знания к решению и исследованию конкретных задач. В каждом семестре проводятся контрольные работы для проверки усвоения материала студентами.

Компетентностный подход в рамках преподавания дисциплины реализуется в использовании интерактивных технологий в сочетании с внеаудиторной работой.

Информационные технологии, применяемые при изучении дисциплины: использование информационных ресурсов, доступных в информационно-телекоммуникационной сети Интернет.

Адаптивные образовательные технологии, применяемые при изучении дисциплины – для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

### **4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации**

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Интегральные уравнения».

Учебная деятельность проходит в соответствии с графиком учебного процесса. Процесс самостоятельной работы контролируется во время аудиторных занятий и индивидуальных консультаций.

Оценочными средствами дисциплины являются средства текущего контроля (коллоквиумы, контрольные работы, а также на лабораторных занятиях – ответ у доски и проверка домашних заданий) и итоговая аттестация (экзамен).

### Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

№ п/п	Код и наименование индикатора (в соответствии с п. 1.4)	Результаты обучения (в соответствии с п. 1.4)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1	ИПК-1.1 Знает основные понятия, идеи и методы фундаментальных математических дисциплин для решения базовых задач	Знает теорему существования и единственности решения интегрального уравнения Вольтерра; умеет решать уравнения с различными ядрами	Контрольная работа №1 по теме «Интегральные уравнения и неравенства»	Вопросы на зачете 1-4
2	ИПК-1.3 Имеет навыки решения математических задач, соответствующих квалификации, возникающих при проведении научных и прикладных исследований	Знает теоремы об устойчивости и допустимости соответствующих пар пространств	Контрольная работа №2 по теме «Устойчивость. Допустимость пар пространств»	Вопросы на зачете 5-11
3	ИПК-1.3 Имеет навыки решения математических задач, соответствующих квалификации, возникающих при проведении научных и прикладных исследований	Знает возможные приложения интегральных уравнений	Устный опрос по теме «Приложения интегральных уравнений», проверка д/з	Вопрос на зачете 12

### Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Примерные задания:

1. Найти итерированные ядра и резольвенту ядра

$$K(t, s) = \frac{1 + t^2}{1 + s^2}.$$

2. Решить уравнение

$$x(t) = \int_0^t e^{t-s} x(s) ds + e^t.$$

3. Решить уравнение

$$x(t) = -\int_0^t (t-s)x(s) ds + t.$$

4. Оценить решение неравенства

$$x(t) \leq \int_0^t t s x(s) ds + t^4.$$



5. Оценить решение уравнения

$$x(t) = \int_0^t \operatorname{arctg}(t + 2s + t^2) \cos^2 s x(s) ds + e^t \sin e^t .$$

6. Допустимы ли пары  $(BC, BC)$ ,  $(C_0, C_0)$ ,  $(A_0, A_0)$  относительно линейного оператора

$$\tilde{K}x(t) = \int_0^t \frac{1}{t^2 + 1} x(s) ds ?$$

7. Является ли уравнение

$$x(t) = \int_0^t \left( \frac{t+1}{s+1} \right)^2 e^{s-t} x(s) ds + f(t), \quad t \geq 0,$$

устойчивым (асимптотически устойчивым)?

8. При каких значениях параметров ядро

$$k(t) = \alpha e^{\beta t}, \quad \alpha \in R, \quad \beta < 0,$$

не устойчиво? Каков вид резольвенты?

**Зачетно-экзаменационные материалы для промежуточной аттестации (зачет/экзамен)**

Примерные вопросы к экзамену:

### 8 семестр

1. Линейное интегральное уравнение Вольтерра. Основные понятия.
2. Теорема существования и единственности решения линейного уравнения.
3. Формула решения уравнения с вырожденным ядром.
4. Оценка решений интегральных неравенств.
5. Непрерывная зависимость решений от свободного члена.
6. Устойчивость решений уравнения.
7. Допустимость пары  $(X, BC)$  относительно  $Q$ .
8. Допустимость пары  $(C_0, Y)$  относительно  $Q$ .
9. Допустимость пары  $(C_0, C_0)$  относительно линейного уравнения.
10. Допустимость пары  $(X, X)$  относительно уравнения.
11. Критерий устойчивости разностного ядра.
12. Приложения интегральных уравнений.

### Типовые задачи, выносимые на экзамен

#### 8 семестр

1. Решить уравнение

$$x(t) = \int_0^t \cos t \cos s x(s) ds + t e^t .$$

2. Допустимы ли пары  $(BC, BC)$ ,  $(C_0, C_0)$ ,  $(A_0, A_0)$  относительно линейного оператора

$$\tilde{K}x(t) = \int_0^t (t-s) e^{s-t} x(s) ds ?$$

3. Является ли уравнение

$$x(t) = \int_1^t \frac{s}{t} x(s) ds + f(t), \quad t \geq 1,$$

устойчивым (асимптотически устойчивым)?

### Критерии оценивания результатов обучения

Оценка	Критерии оценивания по экзамену
Высокий уровень «5» (отлично)	оценку <b>«отлично»</b> заслуживает студент, показавший всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач
Средний уровень «4» (хорошо)	оценку <b>«хорошо»</b> заслуживает студент, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности
Пороговый уровень «3» (удовлетворительно)	оценку <b>«удовлетворительно»</b> заслуживает студент, показавший разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы в некотором объеме, необходимым для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации
Минимальный уровень «2» (неудовлетворительно)	оценку <b>«неудовлетворительно»</b> заслуживает студент, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## **5. Перечень учебной литературы, информационных ресурсов и технологий**

### **5.1. Учебная литература**

#### **Основная литература:**

1. Васильева, А.Б. Интегральные уравнения [Электронный ресурс] : учеб. / А.Б. Васильева, Н.А. Тихонов. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 160 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/42>.
2. Петровский, И.Г. Лекции по теории интегральных уравнений [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2009. — 136 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59553>.
3. Барсукова, В.Ю. (КубГУ). Практикум по линейным интегральным уравнениям Вольтерра [Текст] / В. Ю. Барсукова, З. Б. Цалюк, М. В. Цалюк. - Краснодар : [Кубанский государственный университет], 2008. - 24 с. - Библиогр.: с. 24. - 50.00.

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах «Лань» и «Библиоклуб».

#### **Дополнительная литература:**

1. Мышкис, А.Д. Прикладная математика для инженеров. Специальные курсы [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2006. — 688 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/48184>.
2. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.Б. Васильева [и др.]. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2003. — 432 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2358>.

### **5.2. Периодическая литература**

Указываются печатные периодические издания из «Перечня печатных периодических изданий, хранящихся в фонде Научной библиотеки КубГУ» <https://www.kubsu.ru/ru/node/15554>, и/или электронные периодические издания, с указанием адреса сайта электронной версии журнала, из баз данных, доступ к которым имеет КубГУ:

1. Базы данных компании «Ист Вью» <http://dlib.eastview.com>
2. Электронная библиотека GREBENNIKON.RU <https://grebennikon.ru/>

### **5.3. Интернет-ресурсы, в том числе современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

#### **Электронно-библиотечные системы (ЭБС):**

1. ЭБС «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
2. ЭБС «УНИВЕРСИТЕТСКАЯ БИБЛИОТЕКА ОНЛАЙН» [www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)
3. ЭБС «BOOK.ru» <https://www.book.ru>
4. ЭБС «ZNANIUM.COM» [www.znanium.com](http://www.znanium.com)
5. ЭБС «ЛАНЬ» <https://e.lanbook.com>

#### **Профессиональные базы данных:**

1. Web of Science (WoS) <http://webofscience.com/>
2. Scopus <http://www.scopus.com/>

3. ScienceDirect [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com)
4. Журналы издательства Wiley <https://onlinelibrary.wiley.com/>
5. [Научная электронная библиотека \(НЭБ\)](http://www.elibrary.ru/) <http://www.elibrary.ru/>
6. Полнотекстовые архивы ведущих западных научных журналов на Российской платформе научных журналов НЭИКОН <http://archive.neicon.ru>
7. [Национальная электронная библиотека](https://rusneb.ru/) (доступ к Электронной библиотеке диссертаций Российской государственной библиотеки (РГБ) <https://rusneb.ru/>
8. [Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина](https://www.prlib.ru/) <https://www.prlib.ru/>
9. Электронная коллекция Оксфордского Российского Фонда <https://ebookcentral.proquest.com/lib/kubanstate/home.action>
10. Springer Journals <https://link.springer.com/>
11. Nature Journals <https://www.nature.com/siteindex/index.html>
12. Springer Nature Protocols and Methods <https://experiments.springernature.com/sources/springer-protocols>
13. Springer Materials <http://materials.springer.com/>
14. zbMath <https://zbmath.org/>
15. Nano Database <https://nano.nature.com/>
16. Springer eBooks: <https://link.springer.com/>
17. "Лекториум ТВ" <http://www.lektorium.tv/>
18. Университетская информационная система РОССИЯ <http://uisrussia.msu.ru>

#### **Информационные справочные системы:**

1. Консультант Плюс - справочная правовая система (доступ по локальной сети с компьютеров библиотеки)

#### **Ресурсы свободного доступа:**

1. Американская патентная база данных <http://www.uspto.gov/patft/>
2. Полные тексты канадских диссертаций <http://www.nlc-bnc.ca/thesescanada/>
3. КиберЛенинка (<http://cyberleninka.ru/>);
4. Министерство науки и высшего образования Российской Федерации <https://www.minobrnauki.gov.ru/>;
5. Федеральный портал "Российское образование" <http://www.edu.ru/>;
6. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" <http://window.edu.ru/>;
7. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов <http://school-collection.edu.ru/> .
8. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (<http://fcior.edu.ru/>);
9. Проект Государственного института русского языка имени А.С. Пушкина "Образование на русском" <https://pushkininstitute.ru/>;
10. Справочно-информационный портал "Русский язык" <http://gramota.ru/>;
11. Служба тематических толковых словарей <http://www.glossary.ru/>;
12. Словари и энциклопедии <http://dic.academic.ru/>;
13. Образовательный портал "Учеба" <http://www.ucheba.com/>;
14. [Законопроект "Об образовании в Российской Федерации". Вопросы и ответы](http://xn--273--84d1f.xn--p1ai/voprosy_i_otvety) [http://xn--273--84d1f.xn--p1ai/voprosy\\_i\\_otvety](http://xn--273--84d1f.xn--p1ai/voprosy_i_otvety)

#### **Собственные электронные образовательные и информационные ресурсы КубГУ:**

1. Среда модульного динамического обучения <http://moodle.kubsu.ru>
2. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций <http://mschool.kubsu.ru/>

3. Библиотека информационных ресурсов кафедры информационных образовательных технологий <http://mschool.kubsu.ru>;
4. Электронный архив документов КубГУ <http://docspace.kubsu.ru/>
5. Электронные образовательные ресурсы кафедры информационных систем и технологий в образовании КубГУ и научно-методического журнала "ШКОЛЬНЫЕ ГОДЫ" <http://icdau.kubsu.ru/>

## 6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной систематизированный материал, лабораторных занятий, в ходе которых студентами приобретаются и закрепляются основные практические навыки решения различных задач, в том числе с применением полученных теоретических знаний.

Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине. Самостоятельная работа студентов является неотъемлемой частью процесса подготовки. Под самостоятельной работой понимается часть учебной планируемой работы, которая выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа направлена на усвоение системы научных и профессиональных знаний, формирования умений и навыков, приобретение опыта самостоятельной творческой деятельности. СРС помогает формировать культуру мышления студентов, расширять познавательную деятельность.

Виды самостоятельной работы по курсу:

**а) по целям:** подготовка к лекциям, к лабораторным занятиям, к контрольным работам, к коллоквиуму.

**б) по характеру работы:** изучение литературы, конспекта лекций; поиск литературы в библиотеке; конспектирование рекомендуемой для самостоятельного изучения научной литературы; решение задач.

Тематическое планирование самостоятельной работы студентов.

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Вид работы
1	Введение	История. Уравнения Вольтерра - математические модели эволюционных процессов. Построение математических моделей.	Поиск необходимой информации (см. список литературы).
2	Существование и единственность решения	Теорема существования и единственности решения. Проблемы теории единственности.	Поиск необходимой информации. Изучение лекционного материала.
3	Линейные уравнения Вольтерра с вырожденным и разностным ядром	Формула решения уравнения с вырожденным ядром. Резольвента уравнения с разностным ядром.	Поиск необходимой информации. Изучение лекционного материала. Конспектирование. Подготовка к контрольной работе.
4	Интегральные неравенства	Интегральные неравенства. Методы доказательства интегральных неравенств. Использование интегральных неравенств.	Поиск необходимой информации. Изучение лекционного материала.
5	Зависимость решения от параметров. Устойчивость	Непрерывная зависимость решений от ядра и свободного члена. Устойчивость и асимптотическая устойчивость решений линейных уравнений. Устойчивость ядра.	Поиск необходимой информации. Изучение лекционного материала. Конспектирование.
6	Допустимость пар пространств относительно операторов	Допустимость пар $(BC, BC)$ , $(C_0, BC)$ , $(A_0, BC)$ относительно линейных операторов.	Поиск необходимой информации. Изучение теоретического материала.
7	Допустимость	Допустимость пар пространств $(C_0, C_0)$ , $(A_0, A_0)$	Поиск необходимой ин-

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Вид работы
	пар пространств относительно уравнений	относительно линейных уравнений. Критерии устойчивости ядра.	формации. Изучение лекционного материала.
8	Уравнения с разностным ядром	Критерий устойчивости разностного ядра. Преобразование Лапласа.	Подготовка к контрольной работе.
9	Приложения интегральных уравнений	Применение интегралов, аналогичных потенциалам. Применение интегральных уравнений к теории колебаний.	Поиск необходимой информации. Изучение лекционного материала.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

### 7. Материально-техническое обеспечение по дисциплине (модулю)

Наименование специальных помещений	Оснащенность специальных помещений	Перечень лицензионного программного обеспечения
Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер/ноутбук	Программы для демонстрации и создания презентаций («Microsoft Power Point»).
Учебные аудитории для проведения лабораторных занятий	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер/ноутбук Оборудование:	Программы для демонстрации и создания презентаций («Microsoft Power Point»).
Учебные аудитории для проведения групповых (индивидуальных) консультаций	Аудитория, (кабинет) 314Н	
Учебные аудитории для текущего контроля, промежуточной аттестации	Аудитории, (кабинеты) 312Н, 314Н, 307Н, 310Н	

Для самостоятельной работы обучающихся предусмотрены помещения, укомплектованные специализированной мебелью, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Наименование помещений для самостоятельной работы обучающихся	Оснащенность помещений для самостоятельной работы обучающихся	Перечень лицензионного программного обеспечения
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (читальный зал Научной библиотеки)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное со-	Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU ( <a href="http://www.elibrary.ru/">http://www.elibrary.ru/</a> )

<p>Помещение для самостоятельной работы обучающихся (ауд. 314Н)</p>	<p>единение по технологии Wi-Fi)</p> <p>Мебель: учебная мебель          Комплект специализированной мебели: компьютерные столы          Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)</p>	<p>Программы для демонстрации и создания презентаций («Microsoft Power Point»).</p>
---	--	---