

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе,  
качеству образования - первый  
проректор

Г.А.Хагуров

«26» мая 2023 г.



## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### Б1.О.23 ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Направление подготовки 44.03.05 Педагогическое образование  
(с двумя профилиями подготовки)

Направленность (профиль) Математика, Информатика

Форма обучения очная

Квалификация бакалавр

Краснодар 2023

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальные уравнения» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование.

Программу составили:

С.В. Азарина, доцент, канд. физ.-мат. наук,  
Т.Н. Афанасьева, доцент, канд. физ.-мат. наук

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальные уравнения» утверждена на заседании кафедры (разработчика) функционального анализа и алгебры протокол № 8 «18» апреля 2023 г.

Заведующий кафедрой (разработчика) Барсукова В.Ю.

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук «20» апреля 2023 г, протокол № 3.

Председатель УМК факультета Шмалько С. П.

Рецензенты:

Ковалёва Л.А., кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной математики и компьютерного моделирования ИИиЦТ, НИУ «БелГУ»

Павлова А.В., профессор кафедры математического моделирования КубГУ, доктор физико-математических наук, доцент

## **1 Цели и задачи изучения дисциплины (модуля)**

### **1.1 Цель освоения дисциплины**

Цели освоения дисциплины определены федеральным государственным стандартом высшего образования по направлению подготовки «Педагогическое образование», в рамках которой преподается дисциплина.

Целями освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения» являются:

1. формирование у студентов представлений о понятиях обыкновенных дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений и методах их решения;
2. формирование математической культуры, способностей к алгоритмическому и логическому мышлению;
3. формирование и развитие личности студентов;
4. овладение современным аппаратом дифференциальных уравнений для дальнейшего использования в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

### **1.2 Задачи дисциплины**

Задачами изучения дисциплины являются:

1. получение студентами основных теоретических знаний для ориентирования в современном информационном пространстве и реализации образовательных программ по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов (знать постановки основных задач теории обыкновенных дифференциальных уравнений, структуру доказательства утверждений и методы их доказательств; знать возможные сферы приложений теорем существования и единственности, теоретических основ методов решения различных типов уравнений);
2. формирование представления об основных типах дифференциальных уравнений и методах их решения; их применение в различных дисциплинах естественнонаучного содержания;
3. выработать умения и навыки исследования и решения обыкновенных дифференциальных уравнений, систем линейных дифференциальных уравнений; навыки применения полученных знаний в поиске и переработке необходимого теоретического материала из различных источников;
4. приобретение практических навыков работы с понятиями и объектами курса дифференциальных уравнений и их применение в различных дисциплинах естественнонаучного содержания;
5. научить применять дифференциальные уравнения при анализе взаимосвязей и формулировании выводов; построении математически корректных задач при реализации образовательных программ по учебным предметам; при исследовании основных объектов в различных областях современного информационного пространства.

### **1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы**

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» относится к обязательной части Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана. В соответствии с рабочим учебным планом дисциплина изучается на 2 курсе (4 семестр) по очной форме обучения. Вид промежуточной аттестации: экзамен.

Место курса в профессиональной подготовке бакалавра определяется ролью дифференциальных уравнений в формировании высококвалифицированного специалиста по направлению «Педагогическое образование».

Для успешного освоения дисциплины обучающийся должен владеть знаниями, умениями и навыками по программе дисциплин «Математический анализ», «Алгебра» и

«Аналитическая геометрия». Данная дисциплина является основополагающей для дальнейшего изучения дисциплин высшей математики и механики.

#### **1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

Код и наименование индикатора* достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине (знает, умеет, владеет (навыки и/или опыт деятельности))
<b>ОПК-8</b> Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	
ИОПК-8.1 Демонстрирует специальные научные знания в том числе в предметной области	<p>Знает историю, закономерности и принципы построения и функционирования образовательных (педагогических) систем, роль и место образования в жизни личности и общества; в т. ч. в предметной области: знает теоремы существования и единственности решения задачи Коши для уравнений и систем; теоремы о ФСР для линейной системы и линейного уравнения <math>n</math>-го порядка с постоянными коэффициентами; теорему о непрерывной зависимости решения от параметров на компактных интервалах, теорем об устойчивости; структуру множества решений линейной системы и линейного уравнения <math>n</math>-го порядка</p> <p>Знает основные положения теории проектирования педагогической деятельности, образовательного процесса и дидактических систем</p>
	<p>Умеет решать уравнения первого порядка: с разделяющимися переменными, линейные и приводящиеся к ним, уравнения в полных дифференциалах; решать линейные однородные уравнения <math>n</math>-го порядка и однородные системы уравнений с постоянными коэффициентами и методом вариации произвольных постоянных соответствующие неоднородные уравнения и системы</p>
	<p>Владеет методами анализа педагогической ситуации, профессиональной рефлексии на основе специальных научных знаний, в т. ч. владеет навыками необходимых технических преобразований; навыками применения полученных знаний в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания</p>
ИОПК-8.2 Применяет методы анализа педагогической ситуации, профессиональной рефлексии на основе специальных научных знаний	<p>Знает основные положения теории проектирования педагогической деятельности, образовательного процесса и дидактических систем, в т. ч. на основе научных знаний: знает основные понятия, свойства изучаемых объектов, взаимосвязи между ними; постановки основных задач, структуру формулировки утверждений</p>
	<p>Умеет оценивать результативность собственной педагогической деятельности, в т. ч. умеет выделять и исследовать основные объекты в отдельной предметной области математического знания.</p> <p>Анализирует результаты экспериментально-исследовательской работы, делает выводы и предлагает практические рекомендации в соответствии с полученными результатами.</p> <p>Осуществляет рефлексию проведенной экспериментально-исследовательской работы, определяет пути устранения допущенных ошибок или погрешностей</p>
	<p>Владеет методами анализа педагогической ситуации, профессиональной рефлексии на основе специальных научных знаний, в т. ч. владеет навыками применения полученных знаний; навыками необходимых технических преобразований</p>

Код и наименование индикатора* достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине (знает, умеет, владеет (навыки и/или опыт деятельности))
ИОПК-8.3 Проектирует и осуществляет учебно-воспитательный процесс с опорой на знания основных закономерностей возрастного развития когнитивной и личностной сфер обучающихся, научно-обоснованных закономерностей организации образовательного процесса	Знает культурно-исторические, нормативно-правовые, аксиологические, этические, медико-биологические, эргономические, психологические основы педагогической деятельности, в т. ч. знает возможные сферы приложений изученных в теории обыкновенных дифференциальных уравнений объектов и их свойств в соответствии с основными закономерностями возрастного развития когнитивной и личностной сфер обучающихся, научно-обоснованными закономерностями организации образовательного процесса
ИОПК-8.4 Владеет методами научно-педагогического исследования в предметной области, осуществляет трансформацию специальных научных знаний в соответствии с психофизиологическими, возрастными, познавательными особенностями обучающихся, в т.ч. с особыми образовательными потребностями	<p>Применяет полученные знания для проектирования учебного процесса, гарантирующего качественные изменения образовательных результатов обучающихся, в т. ч. умеет выделять и исследовать основные объекты в отдельной предметной области математического знания</p> <p>Владеет навыками применения полученных знаний в различных дисциплинах естественнонаучного содержания</p> <p>Знает методологию и методы научного исследования в профессиональной деятельности, в т. ч. знает постановки основных задач теории обыкновенных дифференциальных уравнений, структуру доказательства утверждений и методы их доказательств.</p> <p>Знает классические и инновационные педагогические концепции.</p> <p>Знает психофизиологические, возрастные, когнитивные особенности обучающихся, в т. ч. с ООП и ОВЗ.</p> <p>Умеет проектировать и реализует план проведения экспериментально-исследовательской работы по разработке научной проблемы.</p> <p>Умеет разрабатывать проект педагогической деятельности на основе специальных научных знаний и результатов исследований, в т. ч. умеет анализировать взаимосвязи и делать выводы; математически корректно ставить задачи, возникающие в приложениях</p> <p>Владеет методикой проведения педагогического эксперимента, в т. ч. владеет навыками необходимых технических преобразований; навыками применения полученных знаний в различных дисциплинах естественнонаучного содержания</p>
<b>ПКО-6</b> Способен поддерживать самостоятельность, инициативность обучающихся, способствовать развитию их творческих способностей в рамках учебно-исследовательской деятельности	
ИПКО-6.1 Использует различные виды организации творческой деятельности обучающихся при обучении математике и информатике (учебно-исследовательская деятельность, проектная деятельность и т.п.); способы мотивации школьников к учебно-исследовательской работе по математике и информатике	<p>Знает преподаваемый предмет в пределах требований федеральных государственных образовательных стандартов и основной общеобразовательной программы, его историю и места в мировой культуре и науке, в т. ч. знает возможные сферы приложений изученных в теории обыкновенных дифференциальных уравнений объектов и их свойств.</p> <p>Знает техники и приемы вовлечения в деятельность и поддержания интереса к ней.</p> <p>Знает формы и методы обучения, в том числе выходящие за рамки учебных занятий: проектная деятельность, лабораторные эксперименты и т.п.</p> <p>Умеет организовывать различные виды внеурочной деятельности: игровую, учебно-исследовательскую, художественно-продуктивную, культурно-досуговую с учетом возможностей образовательной организации, места жительства и историко-культурного своеобразия региона</p>

Код и наименование индикатора* достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине (знает, умеет, владеет (навыки и/или опыт деятельности))
	<p>на</p> <p>Умеет управлять учебными группами с целью вовлечения обучающихся в процесс обучения и воспитания, мотивируя их учебно-познавательную деятельность, в т. ч. умеет выделять и исследовать основные объекты в отдельной предметной области математического знания</p> <p>Владеет навыками применения полученных знаний в отдельной предметной области математического знания и в различных дисциплинах естественнонаучного содержания</p>
ИПКО-6.2 Организовывает различные виды творческой деятельности обучающихся при обучении математике и информатике; мотивирует обучающихся к учебно-исследовательской работе по математике и информатике	<p>Знает различные виды творческой деятельности обучающихся при обучении математике, в т. ч. возможные сферы приложений изученных в теории обыкновенных дифференциальных уравнений объектов и их свойств</p> <p>Умеет мотивировать обучающихся к учебно-исследовательской работе по математике и информатике, в т. ч. умеет выделять и исследовать основные объекты в отдельной предметной области математического знания.</p> <p>Умеет управлять учебными группами с целью вовлечения обучающихся в процесс обучения и воспитания, мотивируя их учебно-исследовательскую деятельность</p> <p>Владеет навыками применения полученных знаний; навыками необходимых технических преобразований</p>
ИПКО-6.3 Демонстрирует умения по организации творческой деятельности обучающихся при изучении математики и информатики в основной школе; технологиями развития интереса у школьников к учебно-исследовательской работе по математике и информатике	<p>Знает различные виды творческой деятельности обучающихся при обучении математике, в т. ч. знает возможные сферы приложений изученных в теории обыкновенных дифференциальных уравнений объектов и их свойств</p> <p>Умеет мотивировать обучающихся к учебно-исследовательской работе по математике и информатике в основной школе, в т. ч. умеет выделять и исследовать основные объекты в различных областях современного информационного пространства.</p> <p>Умеет управлять учебными группами с целью вовлечения обучающихся в процесс обучения и воспитания, мотивируя их учебно-исследовательскую деятельность</p> <p>Владеет навыками поиска и переработки необходимого теоретического материала из различных источников</p>

Результаты обучения по дисциплине достигаются в рамках осуществления всех видов контактной и самостоятельной работы обучающихся в соответствии с утвержденным учебным планом.

Индикаторы достижения компетенций считаются сформированными при достижении соответствующих им результатов обучения.

## 2. Структура и содержание дисциплины

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы (144 часа), их распределение по видам работ представлено в таблице

Виды работ	Всего часов	Форма обучения	
		очная	
		3 семестр (часы)	4 семестр (часы)
<b>Контактная работа, в том числе:</b>			
<b>Аудиторные занятия (всего):</b>	<b>52</b>	-	<b>52</b>

занятия лекционного типа	18	-	18
лабораторные занятия	36	-	36
практические занятия	-	-	-
семинарские занятия	-	-	-
<b>Иная контактная работа:</b>			
Контроль самостоятельной работы (КСР)	6	-	6
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,3	-	0,3
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>			
Курсовая работа/проект (КР/КП) (подготовка)	-	-	-
Контрольная работа	12	-	12
Расчётно-графическая работа (РГР) (подготовка)	-	-	-
Реферат/эссе (подготовка)	-	-	-
Самостоятельный изучение разделов, самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным и практическим занятиям, коллоквиумам и т.д.)	36	-	36
Подготовка к текущему контролю	4	-	4
<b>Контроль:</b>			
Подготовка к экзамену	35,7	-	35,7
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>час.</b>	<b>144</b>	
	<b>в том числе контактная работа</b>	<b>60,3</b>	
	<b>зач. ед</b>	<b>4</b>	

## 2.2 Содержание дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы (темы) дисциплины, изучаемые в 4 семестре (2 курсе) (очная форма обучения)

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов			
		Всего	Аудиторная работа		Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	
1.	Тема 1 Основные понятия	7	1	-	2
2.	Тема 2 Уравнения первого порядка. Интегрируемые типы уравнений	29	3	-	10
3.	Тема 3 Линейные системы дифференциальных уравнений	34	8	-	10
4.	Тема 4 Линейные уравнения $n$ -го порядка	26	4	-	10
5.	Тема 5 Краевые задачи	12	2	-	4
<i>ИТОГО по разделам дисциплины</i>			18	-	36
	54				
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	6	-	-	-
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,3	-	-	-
	Подготовка к промежуточному контролю	35,7	-	-	-
	Общая трудоемкость по дисциплине	144	18	-	34
					54

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

## 2.3 Содержание разделов (тем) дисциплины

### 2.3.1 Занятия лекционного типа

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1	Основные понятия	Введение. Естествознание и математические модели. Уравнение как основной объект изучения в математической модели. Модели, содержащие дифференциальные уравнения. Примеры задач, приводящих к дифференциальным уравнениям. Основные задачи теории дифференциальных уравнений.	Проверка домашнего задания, устный опрос
2	Уравнения первого порядка. Интегрируемые типы уравнений	Основные интегрируемые типы уравнений I-го порядка: уравнения с разделяющимися переменными, линейные уравнения.	Проверка домашнего задания, устный опрос
3	Линейные системы дифференциальных уравнений	Нормальная система дифференциальных уравнений I-го порядка. Векторная запись. Фазовое пространство. Решение системы дифференциальных уравнений. Интегральная кривая. Задача Коши. Линейные системы дифференциальных уравнений (с комплексными коэффициентами и свободными членами). Матрично-векторная запись. Принцип суперпозиции. Эквивалентность задачи Коши для линейной системы и интегрального уравнения. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для линейных систем. Линейные однородные системы. Пространство решений. Фундаментальная система решений. Вронскиан. Критерий линейной независимости решений. Формула Остроградского – Лиувилля. Представление общего решения при помощи фундаментальной матрицы. Множество фундаментальных матриц. Метод вариации постоянных, формула Коши. Матрица Коши, её свойства. Линейные системы с постоянными коэффициентами. Нахождение фундаментальной системы решений методом неопределенных коэффициентов.	Проверка домашнего задания, самостоятельная работа
4	Линейные уравнения $n$ -го порядка	Линейные уравнения $n$ -го порядка. Сведение к линейным системам. Принцип суперпозиции решений. Пространство решений однородного уравнения. Вронскиан. Критерий линейной независимости решений. Линейные неоднородные уравнения $n$ -го порядка, метод вариации. Функция и формула Коши. Уравнения с постоянными коэффициентами. Фундаментальная система решений уравнения с постоянными коэффициентами. Функция и формула Коши для уравнения с постоянными коэффициентами.	Проверка домашнего задания, самостоятельная работа
5	Краевые задачи	Краевые задачи Штурма – Лиувилля. Основные понятия.	

### 2.3.2 Лабораторные занятия (практические / семинарские занятия/ лабораторные работы)

№	Наименование раздела (темы)	Тематика занятий/работ	Форма текущего контроля
1.	Основные понятия	Основные понятия теории дифференциальных уравнений (решение, задача Коши, порядок уравнения).	Проверка домашнего задания, устный опрос
2.	Уравнения первого порядка. Интегрируемые типы уравнений	Основные интегрируемые типы уравнений I-го порядка: уравнения с разделяющимися переменными, линейные уравнения и приводящиеся к ним, уравнения в полных дифференциалах.	Проверка домашнего задания, контрольная работа
3.	Линейные системы дифференциальных уравнений	Нормальная система дифференциальных уравнений I-го порядка. Векторная запись. Задача Коши. Линейные системы с постоянными коэффициентами. Нахождение фундаментальной системы решений методом неопределенных коэффициентов. Метод вариации постоянных, формула Коши.	Проверка домашнего задания, контрольная работа
4.	Линейные уравнения	Линейные уравнения $n$ -го порядка. Уравнения с постоян-	Проверка домаш-

	$n$ -го порядка	ными коэффициентами. Фундаментальная система решений уравнения с постоянными коэффициентами. Функция и формула Коши для уравнения с постоянными коэффициентами. Метод вариации.	него задания, самостоятельная работа
5.	Краевые задачи	Краевые задачи Штурма – Лиувилля. Основные понятия. Теорема об альтернативе.	

При изучении дисциплины могут применяться электронное обучение, дистанционные образовательные технологии в соответствии с ФГОС ВО.

### 2.3.3 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы не предусмотрены.

## 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	Проработка учебного (теоретического) материала	Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 8 от 27 апреля 2023 г.
2	Выполнение домашних заданий (решение задач)	Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 8 от 27 апреля 2023 г.
3	Подготовка к текущему контролю	Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 8 от 27 апреля 2023 г.
4	Промежуточная аттестация (экзамен)	Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 8 от 27 апреля 2023 г.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) представляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла,
- в печатной форме на языке Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## 3. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины (модуля)

В ходе изучения дисциплины предусмотрено использование следующих образовательных технологий: лекции, лабораторные занятия, самостоятельная работа студентов.

Цель лабораторных занятий – научить студента применять полученные на лекциях теоретические знания к решению и исследованию конкретных задач. В каждом семестре проводятся контрольные работы для проверки усвоения материала студентами.

Компетентностный подход в рамках преподавания дисциплины реализуется в использовании интерактивных технологий в сочетании с внеаудиторной работой.

Информационные технологии, применяемые при изучении дисциплины: использование информационных ресурсов, доступных в информационно-телекоммуникационной сети Интернет.

Адаптивные образовательные технологии, применяемые при изучении дисциплины – для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

#### **4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации**

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Дифференциальные уравнения».

Учебная деятельность проходит в соответствии с графиком учебного процесса. Процесс самостоятельной работы контролируется во время аудиторных занятий и индивидуальных консультаций.

Оценочными средствами дисциплины являются средства текущего контроля (коллоквиумы, контрольные работы, а также на лабораторных занятиях – ответ у доски и проверка домашних заданий) и итоговая аттестация (экзамен).

**Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации**

№ п/п	Код и наименование индикатора (в соответствии с п. 1.4)	Результаты обучения (в соответствии с п. 1.4)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1	ИОПК-8.1 Демонстрирует специальные научные знания в том числе в предметной области	Знает теоремы существования и единственности решения задачи Коши для уравнений 1-го порядка; умеет решать уравнения первого порядка: с разделяющимися переменными и приводящиеся к ним, линейные и приводящиеся к ним, уравнения в полных дифференциалах	Контрольная работа №1 по теме «Уравнения первого порядка. Интегрируемые типы уравнений»	Вопросы на экзамене 1-4 (3 семестр)
			Типовой расчет №1 по теме «Уравнения первого порядка. Интегрируемые типы уравнений»	
2	ИОПК-8.1 Демонстрирует специальные научные знания в том числе в предметной области	Знает теорему существования и единственности решения задачи Коши для линейных систем; теорему о ФСР для систем с постоянными коэффициентами; структуру множества решений систем; умеет решать однородные системы уравнений с постоянны-	Контрольная работа №2 по теме «Линейные системы дифференциальных уравнений»	Вопросы на экзамене 5-14
			Типовой расчет №2 по теме «Линейные системы дифференциальных уравнений»	

		ми коэффициентами и методом вариации произвольных постоянных соответствующие неоднородные системы		
3	ИОПК-8.1 Демонстрирует специальные научные знания в том числе в предметной области	Знает теорему существования и единственности решения задачи Коши для линейного уравнения $n$ -го порядка; теорему о ФСР для уравнения с постоянными коэффициентами; структуру множества решений уравнения, альтернативу Фредгольма; умеет решать однородные уравнения с постоянными коэффициентами и методом вариации произвольных постоянных соответствующие неоднородные уравнения, краевые задачи Штурма–Лиувилля	Самостоятельная работа №3 по теме «Линейные уравнения $n$ -го порядка. Краевые задачи» Типовой расчет №1 по темам 1-7	Вопросы на экзамене 15-26

**Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

Примерные задания:

1. Найти решение уравнений

a)  $2t\sqrt{1-x^2}dt + xdx = 0;$

б)  $y' = e^{-\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}, \quad y(1) = 0;$

в)  $tx' - \frac{x}{t+1} = t;$

г)  $x' - xt \operatorname{gt} + x^2 \cos t = 0;$

д)  $(x+3y)y' = 1,$

е)  $(2tx-1)dt + (3x^2+t^2)dx = 0.$

2. Решить задачу Коши  $\begin{cases} x' = y - 7x \\ y' = -5y - 2x \end{cases}, \quad x(0) = 1, \quad y(0) = 2.$

3. Решить систему  $\begin{cases} x' = 2x + y + 2z \\ y' = 2z - x \\ z' = 3z - 2x \end{cases}, \quad \lambda_1 = -1, \quad \lambda_{2,3} = 1.$

4. Решить линейную систему  $\begin{cases} x' = 2y - 5x \\ y' = x - 6y - 2e^x \end{cases}.$

5. Найти ФСР, общее решение линейных уравнений:

а)  $x^{IV} + 2x'' + x = 0;$

б)  $9x' + x''' = 0.$

6. Решить задачу Коши:

$$x'' + 4x' + 3x = 0, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 1.$$

7. Выписать ФСР, если известны корни характеристического уравнения

a)  $\lambda_{1,2} = 0; \quad \lambda_{3,4} = -6; \quad \lambda_{5,6} = 2 \pm 7i;$

b)  $\lambda_{1,2} = 2; \quad \lambda_{3,4} = -1 \pm 4i; \quad \lambda_{5,6} = -1 \pm 4i.$

8. Являются ли функции  $x_1(t) = e^{3t} - e^{-2t}$  и  $x_2(t) = 2e^{3t} + e^{-2t}$  ЛНЗ решениями уравнения:

$$x'' - x' - 6x = 0?$$

9. Решить уравнение, используя функцию Коши:

$$x'' - 8x' + 17x = e^{4t}, \quad x(0) = x'(0) = 0.$$

10. Решить уравнение методом вариации произвольных постоянных  $x'' + x' = \frac{1}{e^t + 1}.$

11. Решить уравнение по виду свободного члена  $x''' - 4x' = 15t + \sin 2t.$

12. Решить краевую задачу:  $y'' + y = 1, \quad y(0) = 0, \quad y'(\frac{\pi}{2}) = 0.$

**Зачетно-экзаменационные материалы для промежуточной аттестации (зачет/экзамен)**

Примерные вопросы к экзамену:

#### 4 семестр

1. Дифференциальное уравнение первого порядка. Основные понятия. Геометрический смысл уравнения первого порядка.
2. Уравнения с разделяющимися переменными и приводящиеся к ним.
3. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка и приводящиеся к ним.
4. Уравнения в полных дифференциалах.
5. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Векторная запись. Задача Коши.
6. Системы линейных дифференциальных уравнений в нормальной форме, матрично-векторная запись. Эквивалентность комплексной и вещественной систем.
7. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для линейной системы.
8. Линейные системы дифференциальных уравнений, принцип суперпозиции решений и следствия из него.
9. Линейная зависимость и независимость вектор-функций. Линейные однородные системы. Пространство решений.
10. Фундаментальная система решений Определитель Вронского. Критерий линейной независимости решений однородной системы.
11. Фундаментальная матрица, свойства. Общее решение линейной однородной системы.
12. Линейные неоднородные системы дифференциальных уравнений. Метод вариации. Формула Коши.
13. Матрица Коши и ее свойства.
14. Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Теорема о фундаментальной системе решений.

15. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка (основные определения, примеры). Эквивалентность линейной системе.
16. Теорема о пространстве решений линейного однородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.
17. Линейная зависимость и независимость функций. Критерий линейной независимости решений однородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.
18. Фундаментальная система решений, ее связь с общим решением уравнения.
19. Линейное неоднородное дифференциальное уравнение  $n$ -го порядка. Принцип суперпозиции решений и следствия из него.
20. Метод вариации для линейного неоднородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.
21. Функция Коши. Формула Коши.
22. Теорема о фундаментальной системе решений линейного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.
23. Нахождение частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка по виду свободного члена  $f(x)$ .
24. Функция Коши для линейного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.
25. Краевые задачи (определения, примеры).
26. Альтернатива Фредгольма.

#### Типовые задачи, выносимые на экзамен

#### **4 семестр**

1. Решить задачу Коши:  $y' \operatorname{ctgx} - y = 2 \operatorname{ctgx}$ ,  $y(0)=1$ .
2. Решить систему:  $\begin{cases} x' = 2x + 4y - 8 \\ y' = 3x + 6y \end{cases}$ .
3. Решить уравнение:  $x'' - 4x' + 3x = e^{2t}$ .
4. Решить краевую задачу:  $y'' - y = 1$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y(1) = 0$ .

#### **Критерии оценивания результатов обучения**

Оценка	Критерии оценивания по экзамену
Высокий уровень «5» (отлично)	оценку « <b>отлично</b> » заслуживает студент, показавший всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач
Средний уровень «4» (хорошо)	оценку « <b>хорошо</b> » заслуживает студент, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности
Пороговый уровень «3» (удовлетворительно)	оценку « <b>удовлетворительно</b> » заслуживает студент, показавший разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы в некотором объеме, необходимом для дальнейшего обучения и может применять полученные

	знания по образцу в стандартной ситуации
Минимальный уровень «2» (неудовлетворительно)	оценку « <b>неудовлетворительно</b> » заслуживает студент, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## 5. Перечень учебной литературы, информационных ресурсов и технологий

### 5.1. Учебная литература

**Основная литература:**

1. Тихонов А. Н., Васильева А. Б., Свешников А. Г. Дифференциальные уравнения. М., 2005, <https://e.lanbook.com/book/48171/>
2. Петровский И. Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М., 2009, <https://e.lanbook.com/book/59554/>
3. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Москва : Издательство "Лаборатория знаний", 2015. — 222 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/70710/>

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах «Лань» и «Библиоклуб».

**Дополнительная литература:**

1. Бибиков Ю. Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. СПб. «Лань», 2011 <https://www.e.lanbook.com/reader/book/1542/#2>

2. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.Б. Васильева [и др.]. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2003. — 432 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2358>
3. Краснов М. Л. и др. Обыкновенные дифференциальные уравнения: задачи и примеры с подробными решениями. М., 2009.

### **5.2. Периодическая литература**

*Указываются печатные периодические издания из «Перечня печатных периодических изданий, хранящихся в фонде Научной библиотеки КубГУ» <https://www.kubsu.ru/ru/node/15554>, и/или электронные периодические издания, с указанием адреса сайта электронной версии журнала, из баз данных, доступ к которым имеет КубГУ:*

1. Базы данных компании «Ист Вью» <http://dlib.eastview.com>
2. Электронная библиотека GREBENNIKON.RU <https://grebennikon.ru/>

### **5.3. Интернет-ресурсы, в том числе современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

**Электронно-библиотечные системы (ЭБС):**

1. ЭБС «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
2. ЭБС «УНИВЕРСИТЕТСКАЯ БИБЛИОТЕКА ОНЛАЙН» [www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)
3. ЭБС «BOOK.ru» <https://www.book.ru>
4. ЭБС «ZNANIUM.COM» [www.znanium.com](http://www.znanium.com)
5. ЭБС «ЛАНЬ» <https://e.lanbook.com>

**Профессиональные базы данных:**

1. Web of Science (WoS) <http://webofscience.com/>
2. Scopus <http://www.scopus.com/>
3. ScienceDirect [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com)
4. Журналы издательства Wiley <https://onlinelibrary.wiley.com/>
5. Научная электронная библиотека (НЭБ) <http://www.elibrary.ru/>
6. Полнотекстовые архивы ведущих западных научных журналов на Российской платформе научных журналов НЭИКОН <http://archive.neicon.ru>
7. Национальная электронная библиотека (доступ к Электронной библиотеке диссертаций Российской государственной библиотеки (РГБ) <https://rusneb.ru/>
8. Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина <https://www.prlib.ru/>
9. Электронная коллекция Оксфордского Российского Фонда <https://ebookcentral.proquest.com/lib/kubanstate/home.action>
10. Springer Journals <https://link.springer.com/>
11. Nature Journals <https://www.nature.com/siteindex/index.html>
12. Springer Nature Protocols and Methods <https://experiments.springernature.com/sources/springer-protocols>
13. Springer Materials <http://materials.springer.com/>
14. zbMath <https://zbmath.org/>
15. Nano Database <https://nano.nature.com/>
16. Springer eBooks: <https://link.springer.com/>
17. "Лекториум ТВ" <http://www.lektorium.tv/>
18. Университетская информационная система РОССИЯ <http://uisrussia.msu.ru>

**Информационные справочные системы:**

1. Консультант Плюс - справочная правовая система (доступ по локальной сети с компьютеров библиотеки)

**Ресурсы свободного доступа:**

1. Американская патентная база данных <http://www.uspto.gov/patft/>
2. Полные тексты канадских диссертаций <http://www.nlc-bnc.ca/thesescanada/>
3. КиберЛенинка (<http://cyberleninka.ru/>);
4. Министерство науки и высшего образования Российской Федерации <https://www.minobrnauki.gov.ru/>;
5. Федеральный портал "Российское образование" <http://www.edu.ru/>;
6. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" <http://window.edu.ru/>;
7. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов <http://school-collection.edu.ru/> .
8. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (<http://fcior.edu.ru/>);

**Собственные электронные образовательные и информационные ресурсы КубГУ:**

1. Среда модульного динамического обучения <http://moodle.kubsu.ru>
2. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций <http://mschool.kubsu.ru/>
3. Библиотека информационных ресурсов кафедры информационных образовательных технологий <http://mschool.kubsu.ru>;
4. Электронный архив документов КубГУ [http://docspace.kubsu.ru/](http://docspace.kubsu.ru)
5. Электронные образовательные ресурсы кафедры информационных систем и технологий в образовании КубГУ и научно-методического журнала "ШКОЛЬНЫЕ ГОДЫ" [http://icdau.kubsu.ru/](http://icdau.kubsu.ru)

**6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной систематизированный материал, лабораторных занятий, в ходе которых студентами приобретаются и закрепляются основные практические навыки решения различных задач, в том числе с применением полученных теоретических знаний.

Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине. Самостоятельная работа студентов является неотъемлемой частью процесса подготовки. Под самостоятельной работой понимается часть учебной планируемой работы, которая выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа направлена на усвоение системы научных и профессиональных знаний, формирования умений и навыков, приобретение опыта самостоятельной творческой деятельности. СРС помогает формировать культуру мышления студентов, расширять познавательную деятельность.

Виды самостоятельной работы по курсу:

**a) по целям:** подготовка к лекциям, к лабораторным занятиям, к контрольным работам, к коллоквиуму.

**б) по характеру работы:** изучение литературы, конспекта лекций; поиск литературы в библиотеке; конспектирование рекомендуемой для самостоятельного изучения научной литературы; решение задач.

Тематическое планирование самостоятельной работы студентов.

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Вид работы
1	Основные понятия	Модели, содержащие дифференциальные уравнения	Поиск необходимой информации

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Вид работы
	тия	нения. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.	формации (см. список литературы). Решение задач
2	Интегрируемые типы уравнений	Теоремы существования и единственности решения задачи Коши.	Поиск необходимой информации. Изучение лекционного материала. Конспектирование.
3	Линейные системы дифференциальных уравнений	Фундаментальная система решений. Фундаментальная матрица. Множество фундаментальных матриц. Матрица Коши, её свойства.	Повторение лекционного материала и материала учебников. Подготовка к контрольной работе.
4	Линейные уравнения $n$ -го порядка	Уравнения с постоянными коэффициентами. Решение уравнений со специальной правой частью.	Поиск необходимой информации. Подготовка к контрольной работе.
5	Краевые задачи	Краевые задачи Штурма – Лиувилля. Теорема об альтернативе.	Изучение и повторение лекционного материала и материала учебников.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

## 7. Материально-техническое обеспечение по дисциплине (модулю)

Наименование специальных помещений	Оснащенность специальных помещений	Перечень лицензионного программного обеспечения
Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер/ноутбук	Программы для демонстрации и создания презентаций («Microsoft Power Point»).
Учебные аудитории для проведения лабораторных занятий	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер/ноутбук Оборудование:	Программы для демонстрации и создания презентаций («Microsoft Power Point»).
Учебные аудитории для проведения групповых (индивидуальных) консультаций	Аудитория, (кабинет) 314Н	
Учебные аудитории для текущего контроля, промежуточной аттестации	Аудитории, (кабинеты) 312Н, 314Н, 307Н, 310Н	

Для самостоятельной работы обучающихся предусмотрены помещения, укомплектованные специализированной мебелью, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Наименование помещений для самостоятельной работы обучающихся	Оснащенность помещений для самостоятельной работы обучающихся	Перечень лицензионного программного обеспечения
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (читальный зал Научной библиотеки)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интер-	Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU ( <a href="http://www.elibrary.ru/">http://www.elibrary.ru/</a> )

	<p>нет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, вебкамеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)</p>	
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (ауд. 314Н)	<p>Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, вебкамеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)</p>	Программы для демонстрации и создания презентаций («Microsoft Power Point»).