

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по учебной работе,  
качеству образования, первый  
проректор

  
\* Т.А. Хагуров

подпись

«26» мая 2023 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### Б1.В.ДВ.01.02 Методы решения геометрических задач

Направление подготовки: 01.03.01 Математика

Направленность (профиль): Преподавание математики и информатики

Форма обучения: очная

Квалификация: бакалавр

Краснодар 2023

Рабочая программа дисциплины Б1.В.ДВ.01.02 МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 01.03.01 Математика

Программу составил:

Мавроди Н.Н., канд. физ. – мат. наук, доцент



Рабочая программа дисциплины Б1.В.ДВ.01.02 МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ утверждена на заседании кафедры теории функций

протокол № 10 «18» апреля 2023 г.

Заведующий кафедрой Голуб М.В.



Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук

протокол № 3 «20» апреля 2023 г.

Председатель УМК факультета/института Шмалько С. П.



Рецензенты:

Гусаков Валерий Александрович,

канд. физ. – мат. наук, директор ООО «Просвещение – Юг»

Засядко Ольга Владимировна, канд. физ. - мат. наук, доцент

доцент кафедры информационных образовательных технологий

## 1 Цели и задачи изучения дисциплины

### 1.1 Цель освоения дисциплины

Овладение студентами третьего курса содержательным материалом и алгоритмами решения задач определенных разделов элементарной геометрии с целью приобретения знаний и навыков, достаточных для преподавания геометрии в средней школе.

### 1.2 Задачи дисциплины

Закрепление основных теоретических сведений из элементарной планиметрии и стереометрии, освоение определенных алгоритмов решения геометрических задач, приобретение представления о взаимосвязи курсов школьной геометрии и вузовской аналитической геометрии.

### 1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Курс «Методы решения геометрических задач» относится к дисциплинам по выбору вариативной части блока 1 учебного плана, являющегося структурным элементом ООП ВО. Дисциплина «Методы решения геометрических задач» восстанавливает и закрепляет навыки решения задач элементарной геометрии. Знания, полученные в этом курсе, могут быть не только использованы практически во всех математических дисциплинах, изучаемых по указанному направлению подготовки 01.03.01, но и применены в процессе преподавания геометрии в школе. Для изучения дисциплины слушатели должны владеть знаниями в рамках школьного курса математики и вузовского курса аналитической геометрии.

### 1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

| Код и наименование индикатора* достижения компетенции  | Результаты обучения по дисциплине  |
|--|--|
| <b>ПК-1</b> Способен решать актуальные и важные задачи фундаментальной и прикладной математики   |  |
| <b>ИПК-1.1.</b><br>Знает основные понятия, идеи и методы фундаментальных математических дисциплин для решения базовых задач  | Знает основные понятия и утверждения дисциплины, пути поиска информации для дальнейшего самостоятельного изучения других ее разделов   |
| <b>ИПК-1.2.</b><br>Умеет передавать результаты проведенных теоретических и прикладных исследований в виде конкретных предметных рекомендаций в терминах предметной области | Умеет использовать источники информации с целью самостоятельного продолжения исследований по тематике дисциплины<br>Умеет использовать приобретенные знания в решении задач элементарной геометрии |
| <b>ИПК-1.3.</b><br>Имеет навыки решения математических задач, соответствующих квалификации, возникающих при проведении научных и прикладных исследований                   | Владеет навыками самоорганизации и самообразования в процессе обучения и в ходе подготовки творческих реферативных отчетов<br>Владеет методами решения геометрических задач                        |

Результаты обучения по дисциплине достигаются в рамках осуществления всех видов контактной и самостоятельной работы обучающихся в соответствии с утвержденным учебным планом.

Индикаторы достижения компетенций считаются сформированными при достижении соответствующих им результатов обучения.

## 2. Структура и содержание дисциплины

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц (108 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице

| Виды работ  | Всего часов                          | Форма обучения   |                  |                  |               |
|---|--------------------------------------|------------------|------------------|------------------|---------------|
|   |                                      | очная            |                  | очно-заочная     | заочная       |
|   |                                      | 5 семестр (часы) | – семестр (часы) | – семестр (часы) | – курс (часы) |
| <b>Контактная работа, в том числе:</b>  | <b>42,2</b>                          | <b>42,2</b>      |                  |                  |               |
| <b>Аудиторные занятия (всего):</b>  | <b>36</b>                            | <b>36</b>        |                  |                  |               |
| занятия лекционного типа  | 18                                   | 18               |                  |                  |               |
| лабораторные занятия  | 18                                   | 18               |                  |                  |               |
| <b>Иная контактная работа:</b>  | <b>6,2</b>                           | <b>6,2</b>       |                  |                  |               |
| Контроль самостоятельной работы (КСР)   | 6                                    | 6                |                  |                  |               |
| Промежуточная аттестация (ИКР)  | 0,2                                  | 0,2              |                  |                  |               |
| <b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>   | <b>65,8</b>                          | <b>65,8</b>      |                  |                  |               |
| <i>Контрольная работа</i>   |                                      |                  |                  |                  |               |
| <i>Самостоятельное изучение разделов, самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным и практическим занятиям, коллоквиумам и т. д.)</i> | 65,8                                 | 65,8             |                  |                  |               |
| Подготовка к текущему контролю  | –                                    | –                |                  |                  |               |
| <b>Контроль:</b>  | –                                    | –                |                  |                  |               |
| Подготовка к экзамену   | –                                    | –                |                  |                  |               |
| <b>Общая трудоёмкость</b>   | <b>час.</b>                          | <b>108</b>       | <b>108</b>       |                  |               |
|   | <b>в том числе контактная работа</b> | <b>42,2</b>      | <b>42,2</b>      |                  |               |
|   | <b>зач. ед</b>                       | <b>3</b>         | <b>3</b>         |                  |               |

### 2.2 Содержание дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоёмкости по разделам дисциплины. Разделы (темы) дисциплины, изучаемые в 5 семестре (очная форма обучения)

| №  | Наименование разделов (тем)                      | Количество часов |                   |    |    |                      |
|----|--|------------------|-------------------|----|----|----------------------|
|    |  | Всего            | Аудиторная работа |    |    | Внеаудиторная работа |
|    |  |                  | Л                 | ПЗ | ЛР |                      |
| 1. | Построение программы школьного курса геометрии   | 14               | 2                 |    | 2  | 10                   |
| 2. | Основные разделы планиметрии                     | 30               | 6                 |    | 6  | 18                   |
| 3. | Некоторые разделы стереометрии                   | 20               | 4                 |    | 4  | 12                   |
| 4. | Метод координат решения геометрических задач     | 20               | 4                 |    | 4  | 12                   |
| 5. | Дополнительные разделы школьного курса геометрии | 17,8             | 2                 |    | 2  | 13,8                 |
| 6. |  |                  |                   |    |    |                      |
|    | <i>ИТОГО по разделам дисциплины</i>              | 101,8            | 18                |    | 18 | 65,8                 |
|    | Контроль самостоятельной работы (КСР)            | 6                |                   |    |    |                      |
|    | Промежуточная аттестация (ИКР)                   | 0,2              |                   |    |    |                      |
|    | Подготовка к текущему контролю                   | –                |                   |    |    |                      |
|    | Общая трудоемкость по дисциплине                 | 108              |                   |    |    |                      |

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

## 2.3 Содержание разделов (тем) дисциплины

### 2.3.1 Занятия лекционного типа

| №  | Наименование раздела (темы)                    | Содержание раздела (темы)   | Форма текущего контроля   |
|----|--|---|---|
| 1. | Построение программы школьного курса геометрии | 1.1. Обзор школьных учебников по геометрии (7 – 11 классы)<br>1.2. Разделы школьного курса планиметрии (7 – 9 классы) и стереометрии (10 – 11 классы).<br>1.3. Подготовительный (дополнительный) курс наглядной геометрии (5 – 6 классы).   | Устный опрос по пройденной теме, проверка домашнего задания, контрольная работа по темам 1-4. |
| 2. | Основные разделы планиметрии                   | 2.1. Прямоугольный треугольник, конфигурации прямоугольных треугольников.<br>2.2. Теоремы синусов и косинусов.<br>2.3. Площадь треугольника.<br>2.4. Высоты, медианы и биссектрисы треугольника.<br>2.5. Окружность и ее компоненты. Описанная и вписанная окружности треугольника.<br>2.6. Подобие треугольников.<br>2.7. Многоугольники, их общие свойства. Вписанные и описанные четырехугольники.<br>2.8. Параллелограмм и трапеция, их свойства. | Устный опрос по пройденной теме, проверка домашнего задания, контрольная работа по темам 1-4. |

|    |  |   |   |
|----|--|---|---|
| 3. | Некоторые разделы стереометрии                   | 3.1. Прямые и плоскости в пространстве, теоремы о параллельности и перпендикулярности.<br>3.2. Многогранники и тела вращения, их виды и свойства.<br>3.3. Основные формулы стереометрии. Нахождение длин, площадей и объемов.   | Устный опрос по пройденной теме, проверка домашнего задания, контрольная работа по темам 1-4. |
| 4. | Метод координат решения геометрических задач     | 4.1. Прямоугольная декартова система координат в плоскости и в пространстве. Начала и простейшие задачи аналитической геометрии.<br>4.2. Геометрические векторы, линейные операции над векторами в координатной форме. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.<br>4.3. Алгоритм решения задач на нахождение углов и расстояний с использованием метода координат. | Устный опрос по пройденной теме, проверка домашнего задания, контрольная работа по темам 1-4. |
| 5. | Дополнительные разделы школьного курса геометрии | 5.1. Кривые второго порядка.<br>5.2. Элементы теории графов.<br>5.3. Дополнительные темы в действующих учебниках по геометрии.  | Устный опрос по пройденной теме, реферативный отчет.  |
| 6. |  |   |   |

### 2.3.2 Занятия семинарского типа (практические / семинарские занятия/

#### лабораторные работы)

| №  | Наименование раздела (темы)                    | Тематика занятий/разбор   | Форма текущего контроля    |
|----|--|---|----------------------------|
| 1. | Построение программы школьного курса геометрии | 1.3. Обзор школьных учебников по геометрии (7 – 11 классы)<br>1.4. Разделы школьного курса планиметрии (7 – 9 классы) и стереометрии (10 – 11 классы).<br>1.3 Подготовительный (дополнительный) курс наглядной геометрии (5 – 6 классы).  | Проверка домашнего задания |
| 2. | Основные разделы планиметрии                   | 2.1. Прямоугольный треугольник, конфигурации прямоугольных треугольников.<br>2.2. Теоремы синусов и косинусов.<br>2.3. Площадь треугольника.<br>2.4. Высоты, медианы и биссектрисы треугольника.<br>2.5. Окружность и ее компоненты. Описанная и вписанная окружности треугольника. | Проверка домашнего задания |

|    |  |   |                            |
|----|--|---|----------------------------|
|    |  | 2.6. Подобие треугольников.<br>2.7. Многоугольники, их общие свойства.<br>Вписанные и описанные четырехугольники.<br>2.8. Параллелограмм и трапеция, их свойства.   |                            |
| 3. | Некоторые разделы стереометрии                   | 3.1. Прямые и плоскости в пространстве, теоремы о параллельности и перпендикулярности.<br>3.2. Многогранники и тела вращения, их виды и свойства.<br>3.3. Основные формулы стереометрии. Нахождение длин, площадей и объемов.   | Проверка домашнего задания |
| 4. | Метод координат решения геометрических задач     | 4.1. Прямоугольная декартова система координат в плоскости и в пространстве. Начала и простейшие задачи аналитической геометрии.<br>4.2. Геометрические векторы, линейные операции над векторами в координатной форме. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.<br>4.3. Алгоритм решения задач на нахождение углов и расстояний с использованием метода координат. | Проверка домашнего задания |
| 5. | Дополнительные разделы школьного курса геометрии | 5.1. Кривые второго порядка.<br>5.2. Элементы теории графов.<br>5.3. Дополнительные темы в действующих учебниках по геометрии.  | Проверка домашнего задания |
| 6. |  |   |                            |

Защита лабораторной работы (ЛР), выполнение курсового проекта (КП), курсовой работы (КР), расчетно-графического задания (РГЗ), написание реферата (Р), эссе (Э), коллоквиум (К), тестирование (Т) и выполнение контрольной работы (КР).

При изучении дисциплины применяется электронное обучение (проектор и ЭВМ), дистанционные образовательные технологии в соответствии с ФГОС ВО.

### 2.3.3 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы не предусмотрены учебным планом.

### 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

| № | Вид СРС   | Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы  |
|---|---|--|
| 1 | Проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий | Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 1 от 31.08.2017 г. |

|   |   |  |
|---|---|--|
| 2 | Подготовка к лабораторным занятиям                          | Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 1 от 31.08.2017 г. |
| 3 | Подготовка к коллоквиуму                                    | Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 1 от 31.08.2017 г. |
| 4 | Выполнение расчетно-графических заданий и контрольных работ | Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 1 от 31.08.2017 г. |

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла,
- в печатной форме на языке Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### 3. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины (модуля)

В ходе изучения дисциплины предусмотрено использование следующих образовательных технологий: лекции, практические занятия, подготовка письменных аналитических работ, самостоятельная работа студентов.

Компетентностный подход в рамках преподавания дисциплины реализуется в использовании интерактивных технологий и активных методов (проектных методик, разбора конкретных ситуаций) в сочетании с внеаудиторной работой.

Информационные технологии, применяемые при изучении дисциплины: использование информационных ресурсов, доступных в информационно-телекоммуникационной сети Интернет.

Адаптивные образовательные технологии, применяемые при изучении дисциплины – для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

### 4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «*Методы решения геометрических задач*».

Оценочные средства включает контрольные материалы для проведения **текущего контроля** в форме *тестовых заданий, разноуровневых заданий, отчетов по индивидуальным и проектно-групповым заданиям* и **промежуточной аттестации** в форме вопросов и заданий к зачету.



### Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

| № п/п | Код и наименование индикатора (в соответствии с п. 1.4)   | Результаты обучения (в соответствии с п. 1.4)  | Наименование оценочного средства           |                               |
|-------|---|--|--|-------------------------------|
|       |   |  | Текущий контроль                           | Промежуточная аттестация      |
| 1     | ИПК-1.1.<br>Знает основные понятия, идеи и методы фундаментальных математических дисциплин для решения базовых задач  | Знает основные понятия и утверждения дисциплины, пути поиска информации для дальнейшего самостоятельного изучения других ее разделов | <i>Типовые практические задания 47- 62</i> | <i>Вопрос на зачете 1-6</i>   |
| 2     | ИПК-1.2.<br>Умеет передавать результаты проведенных теоретических и прикладных исследований в виде конкретных предметных рекомендаций в терминах предметной области | Умеет использовать источники информации с целью самостоятельного продолжения исследований по тематике дисциплины.                    | <i>Типовые практические задания 63- 80</i> | <i>Вопрос на зачете 7-13</i>  |
| 3     | ИПК-1.2.<br>Умеет передавать результаты проведенных теоретических и прикладных исследований в виде конкретных предметных рекомендаций в терминах предметной области | Умеет использовать приобретенные знания в решении задач элементарной геометрии   | <i>Типовые практические задания 1-16.</i>  | <i>Вопрос на зачете 14-20</i> |
| 4     | ИПК-1.3.<br>Имеет навыки решения математических задач, соответствующих квалификации, возникающих при проведении научных и прикладных исследований                   | Владеет навыками самоорганизации и самообразования в процессе обучения и в ходе подготовки творческих реферативных отчетов           | <i>Типовые практические задания 17-29</i>  | <i>Вопрос на зачете 21-26</i> |
| 5     | ИПК-1.3.<br>Имеет навыки решения математических задач, соответствующих квалификации, возникающих при проведении научных и прикладных исследований                   | Владеет методами решения геометрических задач  | <i>Типовые практические задания 30- 46</i> | <i>Вопрос на зачете 27-30</i> |

**Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**  
*Примерный перечень вопросов и заданий*

#### Контрольная работа

(по темам разделов 1 – 4)

1. Дан треугольник  $ABC$ , у которого  $AB=3$ ,  $AC=4$  и  $\angle A=60^\circ$ . Найти его площадь и высоту  $BH$ .
  2. В параллелограмме одна из сторон равна 1. Большая диагональ, длиной 5, делит параллелограмм на два треугольника и радиус описанной около одного из них окружности равен  $5/\sqrt{2}$ . Найдите меньшую диагональ параллелограмма.
  3. Боковые стороны трапеции равны 17 и 25, а диаметр вписанной в нее окружности равен 15. Найдите меньшее основание трапеции.
  4. Найти полную поверхность и объем правильной пирамиды  $SABC$ , у которой  $AB=1$  и  $AS=2$ .
  5. В правильной четырехугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  стороны основания равны 1, а боковые ребра равны 3. На ребре  $AA_1$  отмечена точка  $E$  так, что  $AE : EA_1 = 2 : 1$ . Найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $BED_1$ .
  6. Для прямой, проходящей через точки  $A(1; 2)$  и  $B(3; 5)$ , написать общее уравнение и уравнение с угловым коэффициентом.
  7. Найти координаты вершины  $D$  в параллелограмме  $ABCD$ , если известно, что  $A(2; 6)$ ,  $B(6; 8)$  и  $C(7; 5)$ .
  8. В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  точка  $F$  делит ребро  $AB$  пополам. Методом координат найти косинус угла между прямыми  $FA_1$  и  $BD_1$ , если  $AA_1=AB=2$  и  $BC=1$ .
- Дана правильная пирамида  $SABCD$ , у которой  $AB=1$  и  $AS=\sqrt{6}$ .
9. Методом координат найти синус угла между прямой  $AS$  и плоскостью  $BCS$  и расстояние от центра основания пирамиды до грани  $BCS$ .
  10. Прямые и плоскости в пространстве, теоремы о перпендикулярности.

### Примерный список теоретических вопросов к зачёту

1. Описание разделов планиметрии в действующих учебниках школьного курса геометрии.
2. Описание разделов стереометрии в действующих учебниках школьного курса геометрии.
3. Описание разделов подготовительного курса наглядной геометрии для 5 – 6 классов.
4. Основные понятия и утверждения о прямоугольном треугольнике. Алгоритм решения задач на конфигурацию прямоугольных треугольников.
5. Теоремы синусов и косинусов, их применение к решению треугольников.
6. Площадь треугольника, формулы площади. Высоты треугольника, ортоцентр.
7. Медианы треугольника, связанные с ними формулы и утверждения.

8. Биссектрисы углов треугольника, связанные с ними формулы и утверждения.
9. Описанная и вписанная окружности треугольника, связанные с ними формулы и утверждения.
10. Окружность и ее компоненты, окружность и углы.
11. Подобие треугольников. Некоторые формулы и утверждения, вытекающие из подобия треугольников.
12. Многоугольники и их свойства, вписанные и описанные многоугольники.
13. Параллелограмм, связанные с ним формулы и утверждения.
14. Трапеция, связанные с ней формулы и утверждения.
15. Прямые и плоскости в пространстве, теоремы о параллельности.
16. Прямые и плоскости в пространстве, теоремы о перпендикулярности.
17. Параллелепипеды и призмы. Формулы площадей и объемов.
18. Пирамиды, описание их компонент. Формулы площадей и объемов.
19. Тела вращения, связанные с ними формулы площадей и объемов.
20. Простейшие задачи аналитической геометрии и их применение в решении заданий школьной геометрии.
21. Геометрические векторы и операции над ними (включая векторное и смешанное произведения). Свойства операций.
22. Геометрические векторы и операции над ними в координатной форме. Применение к решению задач школьной геометрии.
23. Общее описание метода координат решения планиметрических и стереометрических задач.
24. Алгоритмы нахождения углов методом координат при решении стереометрических задач.
25. Алгоритмы нахождения расстояний методом координат при решении стереометрических задач.
26. Конические сечения, их свойства.
27. Формула Эйлера для выпуклых многогранников. Классификация правильных многогранников.
28. Графы и связанные с ними понятия. Теорема о сумме степеней вершин графа и теорема Эйлера.
29. Описание задач на раскраску, способы их решения.
30. Описание задач на разрезание, связанных с равносторонностью фигур.

**Список типовых практических заданий** (для лабораторных занятий, контрольной работы и зачёта)

1. Высота  $BD$  прямоугольного треугольника  $ABC$ , опущенная на гипотенузу, равна  $12$  и  $\sin \angle A = 3/5$ . Найдите гипотенузу.
2. Катет  $BC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  ( $\angle C = 90^\circ$ ) равен  $15$  и  $\operatorname{tg} \angle A = 3/4$ . Найдите высоту, опущенную на гипотенузу.
3. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  точка  $D$  лежит на катете  $AB$ , причем расстояние от нее до гипотенузы равно расстоянию до вершины  $A$  и равно  $\sqrt{3}$ . Найдите катет  $AC$ , если  $\angle B = 30^\circ$ .
4. Точка  $D$  – основание высоты, опущенной на гипотенузу  $AB$  прямоугольного треугольника  $ABC$ . Найдите  $AC$ , если  $AD = 3$  и  $BD = 9$ .

5. Найдите меньший катет прямоугольного треугольника, у которого гипотенуза равна 169, а высота, опущенная на нее, равна 60.
6. Найдите в градусах наибольший угол треугольника со сторонами 3, 5 и 7.
7. В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  тупой,  $\sin \angle A = \sqrt{15}/4$ ,  $AB = 2$  и  $AC = 3$ . Найдите  $BC$ .
8. В треугольнике  $ABC$  известно, что  $AC = 3$ ,  $\sin \angle B = 6/11$  и  $\cos \angle C = \sqrt{21}/11$ . Найдите сторону  $AB$ .
9. Найдите в градусах угол  $C$  треугольника  $ABC$ , если  $AB = 5$ ,  $AC = 1$  и  $\cos \angle A = 0,8$ .
10. Найдите сторону  $BC$  треугольника  $ABC$ , если  $AB = 7$ ,  $AC = 9$  и  $\sin \angle A = 8\sqrt{5}/21$ .
11. Найдите площадь треугольника со сторонами  $\sqrt{5}$ ,  $\sqrt{13}$  и 4.
12. Найдите площадь треугольника, две стороны которого равны 4 и 5, а косинус угла между ними равен 0,6.
13. Найдите площадь тупоугольного равнобедренного треугольника, у которого две высоты равны 15 и 24.
14. Найдите площадь треугольника  $ABC$ , у которого  $AC = 4$  и для некоторой точки  $D$ , лежащей на стороне  $AC$ , выполняются условия:  $BD = 5$  и  $\cos \angle BDC = 0,8$ .
15. Найдите площадь треугольника  $ABC$ , у которого  $AB = 13$ ,  $BC = 15$  и  $\operatorname{tg} \angle C = 4/3$ .
16. В треугольнике со сторонами 1,  $\sqrt{3}$  и 2 найдите в градусах угол между высотой и медианой, проведенными из вершины наибольшего угла.
17. Найдите в градусах угол между высотой и биссектрисой, проведенными из вершины наименьшего угла в треугольнике со сторонами 16, 21 и 35.
18. Найдите медиану равнобедренного треугольника  $ABC$  с основанием  $AC$ , проведенную на боковую сторону, если  $AB = 4$  и  $AC = \sqrt{10}$ .
19. Найдите биссектрису угла  $A$  треугольника  $ABC$ , у которого  $AB = 15$ ,  $AC = 12$  и  $\cos \angle A = 1/8$ .
20. Биссектриса угла  $A$  треугольника  $ABC$  пересекает в середине его медиану, проведенную из вершины  $B$ . Найдите в градусах угол  $B$ , если  $\sin \angle C = \sqrt{3}/4$ .
21. Около равностороннего треугольника описана окружность радиуса  $4\sqrt{39}/3$ . Точка  $D$  лежит на стороне  $AC$  и делит ее в отношении 1 : 3, считая от вершины  $A$ . Найдите длину отрезка  $BD$ .
22. Медиана, проведенная из вершины прямого угла треугольника, равна 3, а радиус вписанной в него окружности равен 1. Найдите периметр этого треугольника.
23. В равнобедренный треугольник  $ABC$  с основанием  $AC$  вписана окружность радиуса  $2\sqrt{21}$ , пересекающая высоту  $BD$  в точке  $E$ . Точка  $E$  делит отрезок  $BD$  в отношении 3 : 4, считая от конца  $B$ . Найдите полупериметр треугольника  $ABC$ .
24. Найдите площадь равнобедренного треугольника с углом при основании в  $15^\circ$ , если радиус описанной около него окружности равен  $\sqrt{6} + \sqrt{2}$ .
25. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , у которого высота, проведенная из вершины  $B$ , равна 15, а также известно, что  $\sin \angle A = 3/5$  и  $\sin \angle C = 15/17$ .

26. Четырехугольник  $ABCD$  вписан в окружность радиуса  $12/\pi$ , причем  $\angle BAC = \pi/8$  и  $\angle DBC = \pi/6$ . Найдите длину дуги  $BCD$ .

27. Точки  $A$  и  $B$  лежат на разных дугах, стягиваемых хордой  $CD$  окружности радиуса  $2\sqrt{3}/(\pi-3)$ . Найдите площадь сегмента, ограниченного хордой  $AC$  и меньшей из стягиваемых ею дуг, если  $\angle ACD = 10^\circ$  и  $\angle CBD = 25^\circ$ .

28. Четырехугольник  $ABCD$  вписан в окружность с центром  $O$ , причем  $\angle BAD = 50^\circ$  и  $\angle BDC = 10^\circ$ . Найдите угол  $COD$ .

29. Найдите острый угол между диагоналями четырехугольника  $ABCD$ , вписанного в окружность, если  $\angle ACB = 75^\circ$  и  $\angle CAD = 70^\circ$ .

30. Окружность проходит через вершины  $A$  и  $B$  треугольника  $ABC$  и пересекает стороны  $AC$  и  $BC$  соответственно в точках  $D$  и  $E$ . Касательная к окружности в точке  $A$  образует со стороной  $AB$  угол  $75^\circ$  и  $\angle ACB = 45^\circ$ . Найдите угловую величину дуги  $DE$ , расположенной внутри треугольника  $ABC$ .

31. Стороны  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  пересекает прямая, параллельная  $AC$ , соответственно в точках  $D$  и  $E$ . Периметр и площадь треугольника  $ABC$  равны  $12$  (ед. и ед.<sup>2</sup>). Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $BDE$ , если  $DA + AC + CE = 6 + DE$ .

32. Около треугольника  $ABC$  описана окружность. Продолжение медианы  $AD$  пересекает окружность в точке  $E$ . Найдите длину отрезка  $CE$ , если  $AB = 8$ ,  $AD = 12$ ,  $AE = 15$ .

33. В треугольнике  $ABC$  точка  $D$  лежит на стороне  $AC$ , причем  $AD = 2$ ,  $DC = 7$  и  $\angle A = 45^\circ$ . Найдите площадь треугольника  $ABD$ , если  $\angle ABD = \angle ACB$ .

34. В треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $BD$  и  $CE$ . Найдите  $DE$ , если  $AB/AD = 3$  и  $BC = 15$ .

35. На стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  как на диаметре построена окружность, пересекающая прямые  $AB$  и  $BC$  в двух точках  $D$  и  $E$  соответственно. Найдите сторону  $BC$ , если известно, что  $AB = 1$  и  $AC = 2 \cdot DE = \sqrt{21}$ .

36. В пятиугольник с площадью  $22$  вписали окружность радиуса  $2$ . Найдите наименьшую из его сторон, если их длины относятся как  $3 : 2 : 1 : 2 : 3$ .

37. В правильном шестиугольнике  $A_1 A_2 \dots A_6$  проекция диагонали  $A_1 A_3$  на диагональ  $A_3 A_6$  равна  $\frac{6}{\sqrt{\pi}}$ . Найдите площадь вписанного в этот шестиугольник круга.

38. Около правильного многоугольника  $A_1 A_2 \dots A_n$  с внешним углом  $30^\circ$  описана окружность радиуса  $\sqrt{6} - \sqrt{2}$ . Найдите расстояние от точки  $A_1$  до прямой  $A_3 A_8$ .

39. Найдите диаметр окружности, описанной около четырехугольника со сторонами  $7$ ,  $15$ ,  $20$  и  $24$ .

40. В четырехугольник с перпендикулярными диагоналями вписана окружность. Найдите ее радиус, если известно, что какие-то две стороны четырехугольника равны  $13$  и  $15$ , а одна из его диагоналей равна  $24$ .

41. Окружность, проходящая через вершину  $A$  квадрата  $ABCD$ , касается его сторон  $BC$  и  $CD$  соответственно в точках  $E$  и  $F$ . Найдите радиус этой окружности, если площадь треугольника  $AEF$  равна  $2 + 2\sqrt{2}$ .

42. В прямоугольнике  $ABCD$  точка  $E$  лежит на диагонали  $AC$ . Найдите отношение площадей треугольников  $ABE$  и  $ADE$ .

43. Найдите в градусах тупой угол между диагоналями параллелограмма с площадью  $\sqrt{3}$ , около которого можно описать окружность радиуса 1.

44. В параллелограмме с одним из углов, равным  $\arcsin \frac{4}{3\pi}$ , вписан круг. Найдите отношение площадей параллелограмма и круга.

45. Биссектриса острого угла  $A$  параллелограмма  $ABCD$  пересекает прямые  $BC$  и  $CD$  в двух точках  $E$  и  $F$  соответственно. Найдите отношение большей высоты параллелограмма и меньшей, если  $AE / EF = 3$ .

46. Найдите радиус окружности, вписанной в равнобедренную трапецию с углом  $30^\circ$  и площадью 8.

47. Около равнобедренной трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD = 63$  и  $BC = 33$  описана окружность. Найдите диаметр окружности, если  $AB = 39$ .

48. Диагонали трапеции равны 17 и 25, а высота – 15. Найдите площадь трапеции.

49. Боковые стороны трапеции равны 17 и 25, а диаметр вписанной в нее окружности равен 15. Найдите меньшее основание трапеции.

50. Найдите меньшее основание трапеции, в которую вписана окружность с диаметром 15 и боковые стороны которой равны 17 и 25.

51. Найдите высоту трапеции, у которой стороны равны 3; 4; 5 и 1.

52. Используя известные формулы школьной планиметрии и стереометрии, решить геометрическую задачу:

53. Медиана, проведенная к боковой стороне равнобедренного треугольника, делит его периметр на две части, длины которых равны 12 и 30. Найти основание треугольника.

54. В ромб вписана окружность радиуса 2. Определить площадь ромба, если один из его углов равен  $60^\circ$ .

55. Длины оснований трапеции относятся как 3:7 и различаются на 8. Найти длину средней линии трапеции.

56. Около круга описана равнобедренная трапеция, периметр которой равен 28. Определить боковую сторону трапеции.

57. Биссектриса угла  $A$  параллелограмма  $ABCD$  делит сторону  $BC$  на отрезки  $BK=4$  и  $KC=3$ . Найти периметр этого параллелограмма.

58. Найти объем прямоугольного параллелепипеда, если стороны основания его равны 4 и 5, а диагональ параллелепипеда – 9.

59. Объем правильной треугольной призмы равен  $27\sqrt{3}$ . Радиус окружности, описанной около основания, равен 2. Найти высоту призмы.

60. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна 6, боковая грань наклонена к плоскости основания под углом  $60^{\circ}$ . Найти площадь полной поверхности пирамиды.

61. Площадь осевого сечения цилиндра равна 24. Найти площадь его боковой поверхности.

62. Образующая конуса равна 4 и наклонена к плоскости основания под углом  $30^{\circ}$ . Найти объем конуса.

63. Найти косинус угла между векторами  $\vec{AB}$  и  $\vec{AC}$ , где  $A(1;2)$ ,  $B(3;1)$  и  $C(4;3)$ .

64. При каких значениях  $m$  вектор  $\vec{a}\{m; \sqrt{5}; 4\}$  имеет длину 5?

65. При каких значениях  $m$  векторы  $\vec{a}\{3; 7; 5\}$  и  $\vec{b}\{m; 4; 1\}$  перпендикулярны?

66. Определить значения  $k$  и  $m$ , при которых векторы  $\vec{a}\{k; m; -3\}$  и  $\vec{b}\{2; 1; 3\}$  коллинеарны.

67. Найти угол между векторами  $\vec{a}\{m; 1; -2\}$  и  $\vec{b}\{3; m-1; 1\}$ , зная, что их длины равны.

68. Написать уравнение прямой с угловым коэффициентом, которая: А) проходит через точку  $A(1;3)$  параллельно прямой  $y = 2x + 3$ ; Б) проходит через точку  $A(0;2)$  и образует с осью  $Ox$  угол  $60^{\circ}$ ; В) проходит через точки  $A(3;5)$  и  $B(5;9)$ ; Г) проходит через точку  $A(2;4)$  перпендикулярно к прямой  $y = -2x + 1$ .

69. Указать значения  $k$  и  $b$ , при которых прямые, заданные уравнениями  $y = 3x + 2$  и  $y = kx + b$ , А) совпадают; Б) параллельны; В) пересекаются.

70. Найти тангенс угла между прямыми, заданными уравнениями  $y = 3x + 1$  и  $y = x + 2$ .

71. При каких значениях  $k$  прямая  $y = kx - 1$  образует с прямой  $y = 3x$  угол  $45^{\circ}$ ?

72. Написать общее уравнение прямой, которая: А) проходит через точку  $A(-2;1)$  перпендикулярно к вектору  $\vec{a}\{2;3\}$ ; Б) проходит через точку  $A(1;2)$  параллельно вектору  $\vec{a}\{2;1\}$ ; В) проходит через точки  $A(-1;2)$  и  $B(3;-4)$ ; Г) проходит через точку  $A(1;-2)$  параллельно прямой  $2x - 3y + 1 = 0$ ; Д) проходит через точку  $A(2;-1)$  перпендикулярно к прямой  $3x - 2y - 1 = 0$ .

73. Найти расстояние от точки  $A(3;-2)$  до прямой  $3x - 4y + 3 = 0$ .

74. Найти косинус угла между прямыми  $2x + 3y - 1 = 0$  и  $x - 2y + 3 = 0$ .

75. При каких значениях  $a$  и  $b$  прямые  $ax + 2y - 1 = 0$  и  $2x + by + 1 = 0$ : А) совпадают; Б) параллельны; В) пересекаются?

76. При каких значениях  $a$  и  $b$  система уравнений  $\begin{cases} ax - y + 1 = 0 \\ 3x - by - 1 = 0 \end{cases}$ : А) имеет бесконечно много решений; Б) не имеет решений; В) имеет одно решение?

77. Дан треугольник  $ABC$ , точка  $H$  лежит на стороне  $AC$ , причем  $BH$  – высота треугольника и  $AH = 6$ ,  $CH = 15$ ,  $BH = 8$ . Методом координат найдите А)  $\cos \angle B$ ; Б) высоту, опущенную на сторону  $BC$ ; В) радиус окружности, описано около треугольника  $ABC$ .

78. Дан прямоугольный параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , у которого  $AA_1 = 1$ ,  $AB = 2$ ,  $AD = 3$ . Методом координат найдите: А) косинус угла между прямыми  $AC_1$  и  $A_1 B$ ; Б) косинус угла между плоскостями  $ABC$  и  $A_1 C_1 D$ ; В) синус угла между прямой  $B_1 D$  и плоскостью  $ACD_1$ .

79. Дана правильная пирамида  $SABCD$ , у которой ребро снования  $AB$  равно 2, а высота  $SO$  равна 1. Методом координат найти: А) расстояние от точки  $O$  до ребра  $SD$ ; Б) расстояние от вершины  $B$  до плоскости  $CDS$ ; В) расстояние между скрещивающимися ребрами  $AB$  и  $SD$ .

80. В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$  все ребра равны 2. Методом координат найдите площадь сечения, проходящего через вершины  $A$ ,  $C$  и  $D_1$ .

### **Зачетно-экзаменационные материалы для промежуточной аттестации (зачет)**

#### **Критерии оценивания результатов обучения**

*Критерии оценивания по зачету:*

*«зачтено»:* студент владеет теоретическими знаниями по данному разделу, знает основные алгоритмы статистического анализа данных, допускает незначительные ошибки; студент умеет правильно использовать программное обеспечение и умеет решать при помощи его типовые задачи.

*«не зачтено»:* материал не усвоен или усвоен частично, студент затрудняется привести примеры по типам алгоритмов статистического анализа данных, не умеет определять алгоритм по условию задачи, довольно ограниченный объем знаний программного обеспечения и неумение его применять для решения типовых задач.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:



Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## **5. Перечень учебной литературы, информационных ресурсов и технологий**

### **5.1. Учебная литература**

#### **Основная литература:**

1. Атанасян, С.Л. Геометрия 1: учебное пособие для вузов [Электронный ресурс] : учеб. пособие / С.Л. Атанасян, В.Г. Покровский. — Электрон. дан. — Москва : Издательство "Лаборатория знаний", 2017. — 334 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/94095>.
2. Антонов, В.И. Элементарная математика для первокурсника [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.И. Антонов, Ф.И. Копелевич. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 112 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/5701>.

#### **Дополнительная литература:**

1. Геометрия. 7 класс [Электронный ресурс] : учеб.-метод. пособие / Л.С. Атанасян [и др.]. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2005. — 120 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2718>.
2. Геометрия. 8 класс [Электронный ресурс] : учеб.-метод. пособие / Л.С. Атанасян [и др.]. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2005. — 240 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2719>.
3. Геометрия. 9 класс [Электронный ресурс] : учеб.-метод. пособие / Л.С. Атанасян [и др.]. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2005. — 160 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2720>.

### **5.2. Периодическая литература**

Не используются при изучении курса.

### **5.3. Интернет-ресурсы, в том числе современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

1. Атанасян, С.Л. Геометрия 2 [Электронный ресурс] : учеб. пособие / С.Л. Атанасян, В.Г. Покровский, В.Г. Ушаков. — Электрон. дан. — Москва : Издательство "Лаборатория знаний", 2015. — 547 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/66314>.
2. Киселев А.П. Геометрия. [Электронный ресурс]: Учебники – Электрон. дан. – М.: Физматлит, 2013. – 328 с. – Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/59326>.

#### **Электронно-библиотечные системы (ЭБС):**

1. ЭБС «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
2. ЭБС «УНИВЕРСИТЕТСКАЯ БИБЛИОТЕКА ОНЛАЙН» [www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)
3. ЭБС «BOOK.ru» <https://www.book.ru>
4. ЭБС «ZNANIUM.COM» [www.znanium.com](http://www.znanium.com)
5. ЭБС «ЛАНЬ» <https://e.lanbook.com>

## 6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной систематизированный материал и поднимаются проблемные вопросы; практических занятий, на которых широко используются активные и интерактивные образовательные технологии; лабораторных, в процессе проведения которых обучающиеся отработывают навыки решения конкретных научных задач.

Важнейшими составляющими курса являются такие виды занятий, как самостоятельная работа студентов, такая как разбор лекций, работа с литературой, отработка навыков решения практических задач, подготовка реферата. В процессе самостоятельной работы обучающимися активно используются информационные справочные системы.

Текущий контроль осуществляется преподавателем, ведущим практические занятия на основе дискуссии с студентами, дающей представление о динамике роста знаний студентов и их научном потенциале; учета активности студента на занятиях и оценке выступления обучающегося при изложении реферата. Контроль также осуществляется путем проведения контрольных работ.

## 7. Материально-техническое обеспечение по дисциплине (модулю)

| Наименование специальных помещений   | Оснащенность специальных помещений  | Перечень лицензионного программного обеспечения |
|--|---|---|
| Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа  | Мебель: учебная мебель<br>Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер |   |
| Учебные аудитории для проведения лабораторных работ, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации | Мебель: учебная мебель<br>Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер |   |

Для самостоятельной работы обучающихся предусмотрены помещения, укомплектованные специализированной мебелью, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

| Наименование помещений для самостоятельной работы обучающихся                       | Оснащенность помещений для самостоятельной работы обучающихся   | Перечень лицензионного программного обеспечения |
|---|---|---|
| Помещение для самостоятельной работы обучающихся (читальный зал Научной библиотеки) | <p>Мебель: учебная мебель<br/>           Комплект специализированной мебели: компьютерные столы<br/>           Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)</p> |   |
| Помещение для самостоятельной работы обучающихся                                    | <p>Мебель: учебная мебель<br/>           Комплект специализированной мебели: компьютерные столы<br/>           Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)</p> |   |