

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебной работе,  
качеству образования – первый  
проректор  
Хагуров Т.А.  
подпись



«28» мая 2021 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**  
Б1.О.05 «Алгебра и аналитическая геометрия»

Направление подготовки/специальность: 01.03.02 прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) / специализация: Системное программирование и компьютерные технологии (Математическое и программное обеспечение вычислительных машин)

Программа подготовки: академическая

Форма обучения: очная

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Краснодар 2021

Рабочая программа дисциплины Б1.О.05 «Алгебра и аналитическая геометрия» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль «Программирование и информационные технологии»

Программу составил(и):

Кандидат технических наук,  
доцент кафедры прикладной математики  
Е.Ю. Пелипенко



Рабочая программа дисциплины «Алгебра и аналитическая геометрия» утверждена на заседании кафедры прикладной математики протокол № 10 «20» мая 2021 г.

Заведующий кафедрой (разработчик)  
Уртенов М.Х.



Подпись

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры информационных технологий протокол № 15 «20» мая 2021 г.

Заведующий кафедрой (выпускающей)  
Подколзин В.В.



Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета компьютерных технологий и прикладной математики протокол № 1 «21» мая 2021 г.

Председатель УМК факультета Коваленко А.В.



Рецензенты:

Шапошникова Татьяна Леонидовна.  
Доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, профессор.  
Почетный работник высшего профессионального образования РФ. Директор института фундаментальных наук (ИФН) ФГБОУ ВО «КубГТУ».

Марков Виталий Николаевич.  
Доктор технических наук. Профессор кафедры информационных систем и программирования института компьютерных систем и информационной безопасности (ИКСиИБ) ФГБОУ ВО «КубГТУ».

## **1 Цели и задачи изучения дисциплины (модуля)**

**1.1 Цель освоения дисциплины:** формирование у студентов базовых знаний, умений и навыков по алгебре и аналитической геометрии достаточных для освоения основной образовательной программы направления 01.03.02 Прикладная математика и информатика; формирование составляющих частей общекультурных и профессиональных компетенций.

### **1.2 Задачи дисциплины**

В задачи курса «Алгебра и аналитическая геометрия» входят:

- 1.2.1. подготовка специалистов, способных применять полученные знания для решения прикладных задач, владеющих достаточными знаниями основных теоретических положений курса «Алгебра и аналитическая геометрия»;
- 1.2.2. формирование культуры мышления, способности к анализу, обобщению и восприятию информации, к постановке цели и выбору путей ее достижения;
- 1.2.3. обеспечение математическим аппаратом естественнонаучных, общепрофессиональных и специальных дисциплин;
- 1.2.4. формирование привычки к строгости в формулировке изложения материала, к логически непротиворечивой цепочке выводов и заключений;
- 1.2.5. развитие навыков использования логических символов для сжатой записи рассуждений и теорем;
- 1.2.6. развитие у студентов навыков самообразования.

### **1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы**

Дисциплина Б1.О.05 «Алгебра и аналитическая геометрия» относится к обязательной части Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана. цикла математических, естественнонаучных и общетехнических дисциплин.

Необходимым требованием к «входным» знаниям, умениям и опыту деятельности обучающегося при освоении данной дисциплины является уверенное владение знаниями школьной программы по предметам «Алгебра», «Геометрия» и «Физика».

«Алгебра и аналитическая геометрия» является фундаментом для изучения других разделов курса высшей математики. Дисциплина призвана дать студентам математический аппарат, который будет использоваться в дальнейшем при изучении дисциплин: «Математический анализ», «Дифференциальные и разностные уравнения», «Дискретная математика», «Численные методы», «Теория систем и системный анализ» и др., а так же в учебно-исследовательской работе.

### **1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

Код и наименование индикатора*	Результаты обучения по дисциплине ( <i>знает, умеет, владеет (навыки и/или опыт деятельности)</i> )
<b>ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</b>	
<b>ИОПК-1.1</b> (06.016 А/30.6 Зн.3) Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их при анализе предметной области	<b>Знает</b> основные базовые математические знания (понятия, методы, алгоритмы алгебры и геометрии) связанные с информатикой и информационными технологиями
<b>ИОПК-1.2</b> (40.001 А/02.5 Зн.2) Отечественный и международный опыт в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	<b>Умеет</b> применять основные методы и алгоритмы алгебры и геометрии в фундаментальной математике и информатике для разработки информационных
<b>ИОПК-1.8</b> (40.001 А/02.5 Др.2) Деятельность, направленная на решение задач аналитического характера, предполагающих выбор и многообразие актуальных способов решения задач, с использованием фундаментальных знаний, полученных в области математических и (или) естественных наук	технологий <b>Владеет</b> базовыми методами получения углубленных знаний для решения теоретических и прикладных задач в области информационных технологий
<b>ПК-1 Способен решать актуальные и значимые задачи прикладной математики и информатики</b>	
<b>ИПК-1.4</b> (40.001 А/02.5 Зн.2) Отечественный и международный опыт решения актуальных и значимых задач прикладной математики и информатики	<b>Знает</b> основные методы и алгоритмы дисциплины <b>Умеет</b> применять изученные методы и алгоритмы на практике
<b>ИПК-1.6</b> (06.016 А/30.6 У.1) Анализировать входные данные при решении задач в области прикладной математики и информатики	<b>Владеет</b> навыками решения практических задач на основе изученных методов и алгоритмов
<b>ИПК-1.8</b> (40.001 А/02.5 Др.2) Деятельность, направленная на решение задач актуальные и значимые задачи прикладной математики и информатики аналитического характера, предполагающих выбор и многообразие актуальных способов решения задач	

Результаты обучения по дисциплине достигаются в рамках осуществления всех видов контактной и самостоятельной работы обучающихся в соответствии с утвержденным учебным планом.

Индикаторы достижения компетенций считаются сформированными при достижении соответствующих им результатов обучения.

## 2. Структура и содержание дисциплины

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 12 зачетных единиц (432 часа), их распределение по видам работ представлено в таблице

Вид учебной работы	Всего Часов	Семестры (часы)	
		1 семестр	2 семестр
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	251	108,5	142,5
В том числе:			
Занятия лекционного типа	118	50	68
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)	-	-	-
Лабораторные занятия	120	52	68
КСР	12	6	6
ИКР	1	0,5	0,5
<b>Самостоятельная работа (всего)</b>	100,6	35,8	64,8
В том числе:			
Курсовая работа	-	-	-
Проработка учебного (теоретического) материала	46	11,8	20,8
Выполнение индивидуальных заданий	14	14	22
Реферат	-	-	-
Подготовка к текущему контролю	46	14	22
<b>Промежуточная аттестация (контроль)</b>	80,4	35,7	44,7
Общая трудоемкость	час	432	180
	зач. ед.	12	5
		252	7

## 2.2 Содержание дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины. Разделы дисциплины, изучаемые в 1 семестре (очная форма обучения).

№	Наименование разделов	Всего	Аудиторная Работа				Внеаудиторная работа	
			Всего	Л	ЛР	КСР	СРС	Контроль
1	2	3		5	6	7	8	9
1.	Комплексные числа	22	22	6	6		6	4
2.	Многочлены	22	22	6	6		6	4
3.	Матрицы и системы линейных уравнений	48,7	48,7	16	16		8	8,7
4.	Векторная алгебра	39	39	12	12	2	6	7
5.	Элементы аналитической геометрии	29,8	29,8	8	8	2	5,8	6
6.	Линейные пространства	18	18	2	4	2	4	6
	Всего по разделам дисциплины	179,5	179,5	50	52	6	35,8	35,7
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,5	0,5					
	<i>Итого за 1 семестр:</i>	180	170	50	52	6	35,8	35,7

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

Разделы дисциплины, изучаемые во 2 семестре (очная форма обучения).

№	Наименование разделов	Всего	Аудиторная работа				Внеаудиторная работа	
			Всего	Л	ЛР	КСР	СРС	Контроль
1	2	3	4	5	6	7	8	9
7.	Линейные подпространства	39	39	12	10		10	7
8.	Евклидово и унитарное пространства	32	32	10	8		8	6
9.	Линейные операторы	38	38	10	10	2	10	6
10.	Жорданова форма линейного оператора	46,5	46,5	12	14	2	10,8	7,7
11.	Квадратичные формы	34	34	8	10		10	6
12.	Кривые второго порядка	32	32	8	8	2	8	6
13.	Основы теории групп	30	30	8	8		8	6
	Всего по разделам дисциплины	251,5	251,5	68	68	6	64,8	44,7
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,5	0,5					
	<i>Итого за 2 семестр:</i>	252	252	68	68	6	64,8	44,7
	<i>Итого по разделам дисциплины:</i>	432	432	118	120	12	100,6	80,4

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

**Форма проведения аттестации по дисциплине:** зачет и экзамен в первом семестре, зачет и экзамен во втором семестре.

## 2.3 Содержание разделов (тем) дисциплины

### 2.3.1 Занятия лекционного типа.

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Комплексные числа	Введение. Основные символы и обозначения. Системы координат. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы комплексного числа. Действия над комплексными числами. Формула Муавра	Коллоквиум, экзамен, устный опрос
2.	Многочлены	Многочлен от одной переменной. Действия над многочленами. Корни многочленов. Теорема Безу. Схема Горнера. Наибольший общий делитель двух многочленов. Алгоритм Евклида. Взаимно простые многочлены. Корни уравнений второй, третьей и четвертой степеней.	Коллоквиум, экзамен, устный опрос
3.	Матрицы и системы линейных уравнений	Основные определения. Операции над матрицами. Детерминанты. Ранг матрицы. Система линейных уравнений. Метод Гаусса. Формулы Крамера.	Коллоквиум, экзамен, устный опрос
4.	Векторная алгебра	Векторы. Системы координат. Замена базиса и системы координат. Скалярное, смешанное и векторное произведения.	Коллоквиум, экзамен, устный опрос
5.	Элементы аналитической геометрии	Прямые линии и плоскости: общее понятие об уравнениях. Уравнения прямых и плоскостей. Основные задачи о прямых и плоскостях.	Коллоквиум, экзамен, устный опрос
6.	Линейные пространства	Определения. Свойства. Линейная зависимость элементов линейного пространства. Базис. Размерность. Преобразование координат при замене базиса.	Коллоквиум, экзамен, устный опрос
7.	Линейные подпространства	Определения. Пересечение и сумма линейных подпространств. Прямая сумма. Размерность.	Коллоквиум, экзамен, устный опрос
8.	Евклидово и унитарное пространство	Евклидово пространство. Определения. Процесс ортогонализации Грамма-Шмидта. Неравенство Коши-Буняковского. Нормированные пространства. Ортогональное дополнение. Унитарное пространство.	Коллоквиум, экзамен, устный опрос
9.	Линейные операторы	Матрица линейного оператора и ее преобразования. Действие линейного оператора. Характеристическое уравнение. Аннулирующий и минимальный многочлены. Сопряженные и самосопряженные линейные операторы. Собственные числа и собственные вектора, их вычисление. Свойства собственных векторов.	Коллоквиум, экзамен, устный опрос
10.	Жорданова каноническая форма линейного оператора	Инвариантные и корневые подпространства. Треугольная форма оператора. Линейные операторы простой структуры. Жорданова форма в Евклидовом и Унитарном пространствах.	Коллоквиум, экзамен, устный опрос

11.	Квадратичные формы	Определение. Преобразования квадратичной формы. Канонический и нормальный вид. Ортогональное преобразование квадратичной формы. Закон инерции. Критерий Сильвестра. Пары квадратичных форм.	Коллоквиум, экзамен, устный опрос
12.	Кривые второго порядка	Определения. Преобразование системы координат. Канонический вид. Центральные и нецентральные кривые второго порядка. Классификация кривых второго порядка. Теорема единственности. Эллипс, гипербола и парабола: вывод канонического уравнения, исследование формы, директрисы, эксцентриситет, фокусы, оптические свойства.	Коллоквиум, экзамен, устный опрос
13.	Основы теории групп	Определения. Аксиомы группы. Подгруппы. Классы смежности. Циклические группы. Арифметика остатков. Функция Эйлера. Алгоритм Евклида. Китайская теорема об остатках. Конечные поля. Нормальные подгруппы и факторгруппы. Гомоморфизм.	Коллоквиум, экзамен, устный опрос

### 2.3.2 Занятия семинарского типа.

Занятия семинарского типа – не предусмотрены.

### 2.3.3 Лабораторные занятия.

№	Наименование раздела	Тематика практических занятий (семинаров)	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Комплексные числа	Сложение, умножение, деление комплексных чисел; нахождение аргумента и модуля комплексного числа; представление комплексного числа в алгебраической, тригонометрической и показательной формах; возведение в степень, извлечение корня из комплексного числа.	Решение задач, контрольная работа
2.	Многочлены	Действия над многочленами. Корни многочленов. Схема Горнера. Наибольший общий делитель двух многочленов. Алгоритм Евклида. Взаимно простые многочлены. Корни уравнений второй, третьей и четвертой степеней.	Решение задач, контрольная работа
3.	Матрицы и системы линейных уравнений	Сложение, вычитание, умножение матриц, нахождение определителя второго, третьего порядков и матрицы n-го порядка, обратной матрицы; ранга матрицы. Нахождение решения системы по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы, методом Гаусса.	Решение задач, контрольная работа
4.	Векторная алгебра	Сложение векторов, умножение вектора на скаляр, нахождение длины вектора, угла между векторами, площади параллелограмма, объем параллелепипеда, треугольной пирамиды, построенных на векторах. Скалярное, векторное	Решение задач, контрольная работа



		и смешанное произведения векторов. Решение треугольника, нахождение уравнения медиан, высот треугольника; уравнение прямых. и плоскостей.	
5.	Элементы аналитической геометрии	Определение полярных и декартовых координат точки на плоскости, определение координаты точки в новой системе при параллельном переносе, повороте осей декартовой; Деление отрезка в заданном отношении, площадь многоугольника. Смешанные задачи на прямую.	Решение задач, контрольная работа
6.	Линейные пространства	Линейная зависимость векторов, ее свойства; нахождение базиса линейного пространства. Разложение вектора по базису; преобразование координат вектора при замене базиса; матрица перехода от одного базиса к другому; преобразование координат вектора при замене базиса.	Решение задач, контрольная работа
7.	Линейные подпространства	Задание линейного подпространства в виде оболочки. Базис и размерность линейного подпространства. Системы уравнений, задающие линейное подпространство. Размерность и базис пересечения и суммы линейных подпространств.	Решение задач, контрольная работа
8.	Евклидово и унитарное пространство	Скалярное произведение в евклидовом пространстве, матрица Грамма. Процесс ортогонализации Грамма-Шмидта для евклидовых пространств, заданных разными скалярными произведениями. Нормирование. Длины и углы. Ортогональное дополнение. Ортогональная проекция и ортогональная составляющая. Унитарное пространство. Скалярное произведение и его свойства. Ортонормирование системы векторов унитарного пространства. Дополнение до ортогонального базиса. Линейное многообразие. Расстояние от вектора до подпространства. Расстояние от вектора до многообразия, расстояние между многообразиями.	Решение задач, контрольная работа
9.	Линейные операторы	Линейные преобразования. Линейные операторы в евклидовом пространстве Собственные значения и собственные вектора линейных преобразований в евклидовом пространстве. Сопряженный и самосопряженный оператор. Матрица Грамма. Линейные операторы в унитарном пространстве.	Решение задач, контрольная работа

10.	Жорданова каноническая форма линейного оператора	Линейные операторы простой структуры. Каноническое разложение. Каноническое разложение с ортогональными трансформирующими матрицами. Возведение матрицы в степень с использованием канонического разложения. Нахождение минимального многочлена матрицы. Инвариантные и корневые подпространства. Жорданова форма матрицы	
11.	Квадратичные формы	Нахождение матрицы квадратичной формы; приведение к каноническому виду методом Лагранжа и ортогональным преобразованием; распадающиеся и эквивалентные квадратичные формы; определенность квадратичной формы; критерий Сильвестра; пары квадратичных форм.	Решение задач, контрольная работа
12.	Кривые и поверхности второго порядка	Приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду двумя способами: преобразованием координат и с использованием собственных ортонормированных векторов); построение кривой по пяти точкам; центральные и нецентральные кривые второго порядка; определение типа и вида кривой; пересечение кривой второго порядка с прямой; уравнение касательной; диаметры кривой; главные оси; асимптоты; преобразование уравнения кривой с помощью инвариантов; нахождение фокусов, эксцентриситета, асимптот, директрисы гиперболы, эллипса, параболы; определение типа поверхности второго порядка; приведение уравнения поверхности к каноническому виду.	Решение задач, контрольная работа
13.	Основы теории групп	Группа. Подгруппы. Циклическая подгруппа. Порядок группы. Порядок элемента. Классы смежности. Теорема Лагранжа. Нормальная подгруппа. Группы преобразований. Симметрическая группа. Функция Эйлера. RSA-алгоритм. Фактор-группа. Гомоморфизмы. Три теоремы о гомоморфизмах.	Решение задач, контрольная работа

### 2.3.3 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы - не предусмотрены.

### 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3

1	Изучение разделов курса «Линейная алгебра»	Письменный Д. Конспект лекций по высшей математике. Полный курс. М: Айрис-пресс. 2012.-608с. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии: учебник. М:Физматлит, 2009.
2	Изучение разделов курса «Аналитическая геометрия»	Ильин В. А., Позняк Э. Г. Аналитическая геометрия: Учеб. Для вузов. — 7-е изд., стер. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. — 224 с.
3	Решение задач по «Линейной алгебре»	Шевцов Г.С. Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты. Учебное пособие. 2-е изд. испр. и доп. М.: Гадарика, 1999. Дорошенко О.В., Пелипенко Е.Ю., С.И. Фоменко, В.А. Акиншина. Типовые расчеты по линейной алгебре: комплексные числа, полиномы и системы уравнений. – Краснодар:Кубанский гос.ун-т, 2018. – 143 с. – 500 экз.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла,
- в печатной форме на языке Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### **3. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины (модуля)**

В соответствии с требованиями по направлению подготовки реализация компетентностного подхода должна предусматривать широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий (компьютерных симуляций, деловых и ролевых игр, разбор конкретных ситуаций, психологические и иные тренинги) в

сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся.

В процессе преподавания дисциплины применяются следующие методы обучения:

*Проблемная лекция.* Начинается с вопросов, с постановки проблемы, которую в ходе изложения материала необходимо решить. Лекция строится таким образом, что деятельность студента по её усвоению приближается к поисковой, исследовательской. Обязателен диалог преподавателя и студентов. Примером проблемной лекции может служить лекция по теме: «Исследование систем линейных алгебраических уравнений».

*Лекция-консультация,* при которой до 50% времени отводится на вопросы студентов. Лекция – консультация наиболее эффективна, если является завершающей лекцией семестра.

*Лекция-визуализация.* Учит студентов преобразовывать устную и письменную информацию в визуальной форме; используются схемы, рисунки, чертежи, к подготовке которых привлекаются обучающиеся. В курсе «Алгебра и аналитическая геометрия» к таким лекциям относятся лекции, тематика которых связана с геометрическими построениями на плоскости.

На практических занятиях используются неигровые имитационные методы обучения:

*Занятия с применением затрудняющих условий* (временные ограничения; запрещения на использование определенных методик; информационная недостаточность). Например, тема: «Вычисление ранга матрицы».

*Метод Дельфи* группового решения творческих задач. Помогает выбрать из предлагаемой серии альтернативных вариантов лучший: от членов группы требуется дать оценку каждого варианта в определенной последовательности. Примером может служить практическое занятие по теме: «Уравнения прямой на плоскости».

В процессе проведения практических занятий можно использовать та- кой метод, как *деловая игра* (игровой имитационный метод), например, по теме: «Система линейных уравнений». Деловая игра - форма и метод обучения, в которой моделируются предметный и социальный аспекты содержания профессиональной деятельности. Предназначена для отработки профессиональных умений и навыков. В деловой игре разворачивается квазипрофессиональная деятельность обучающихся на имитационно-игровой модели, отражающей содержание, технологии и динамику профессиональной деятельности специалистов, ее целостных фрагментов.

*Бинарное занятие* – одна из эффективных методик, позволяющая наиболее эффективно демонстрировать межпредметные связи, формировать профессиональные компетенции студента, а также способствующая активизации учебного процесса (пр. занятие по теме: Решение систем линейных алгебраических уравнений).

*Технология развивающей кооперации* – межличностные коммуникации, в основе которых берется способность индивида встать на позицию другого человека или группы людей, и только с этой позиции оценить свои собственные действия. Работа в группах (пр. занятие по темам: Линейные пространства).

В процессе обучения студенты участвуют в построении математических моделей практических задач, выявлении устойчивых алгоритмов решения задач.

Индивидуальные задания, самостоятельные и контрольные работы, расчётно-графические работы выполняются студентами в письменной форме. Используется бально-рейтинговая система оценки результатов.

Качество обучения достигается за счет использования следующих активных и интерактивных форм учебной работы: активные лекции, игровая технология, бинарное занятие, деловая игра, технология развивающей кооперации и др.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, приведён в таблице 7.

Таблица 7

Семестр	Вид занятия (Л, ПР)	Используемые интерактивные образовательные технологии	Количество часов
1	Л	Проблемная лекция, лекция-визуализация, лекция – пресс-конференция, лекция-беседа или лекция-дискуссия, лекция с разбором конкретной ситуации	10
	ПР	Использование методов группового решения творческих задач.	10
2	Л	Проблемная лекция, лекция-визуализация, лекция – пресс-конференция, лекция-беседа или лекция-дискуссия, лекция с разбором конкретной ситуации	10
	Пр	Использование методов группового решения творческих задач	10
<i>Итого:</i>			40

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

#### **4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации**

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины Б1.О.05 «Алгебра и аналитическая геометрия». Оценочные средства включает контрольные материалы для проведения **текущего контроля и промежуточной аттестации**.

**Текущий контроль** успеваемости представляет собой проверку усвоения учебного материала, регулярно осуществляемую на протяжении семестра. К достоинствам данного типа относится его систематичность, непосредственно коррелирующая с требованием постоянного и непрерывного мониторинга качества обучения.

Текущий контроль успеваемости студентов представляет собой:

- устный опрос (групповой или индивидуальный);
- проверку выполнения письменных домашних заданий;
- проведение контрольных работ;
- проведение коллоквиумов (в письменной форме);
- контроль самостоятельной работы студентов (в письменной или устной форме).

Для самостоятельной работы используется учебно-методическое обеспечение на бумажных и электронных носителях. Тематика самостоятельной работы соответствует

содержанию разделов дисциплины и теме домашнего задания. Освоение материала контролируется в процессе проведения практических занятий.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля выбираются из содержания разделов дисциплины. Выполнение домашнего задания обеспечивает непрерывный контроль за процессом освоения учебного материала каждого обучающегося, своевременное выявление и устранение отставаний и ошибок.

**Промежуточная аттестация** по итогам освоения дисциплины: 1 семестр – зачет и экзамен; 2 семестр – зачет и экзамен. Промежуточная аттестация представлена типовыми задачами по всем пройденным темам, а так же экзаменационными вопросами по лекционному материалу.

К формам письменного контроля относится *контрольная работа*, которая является одной из сложных форм проверки; она может применяться для оценки знаний по базовым и вариативным дисциплинам всех циклов. Контрольная работа, как правило, состоит из небольшого количества средних по трудности вопросов, *задач* или заданий, требующих поиска обоснованного ответа. Во время проверки и оценки контрольных письменных работ проводится анализ результатов выполнения, выявляются типичные ошибки, а также причины их появления. Контрольная работа может занимать часть или полное учебное занятие с разбором правильных решений на следующем занятии. Перечень контрольных работ приведен ниже.

*Контрольная работа 1. Комплексные числа*

*Контрольная работа 2. Многочлены*

*Контрольная работа 3. Матрицы и системы линейных уравнений*

*Контрольная работа 4. Векторная алгебра*

*Контрольная работа 5. Элементы аналитической геометрии*

*Контрольная работа 6. Линейные пространства*

*Контрольная работа 7. Линейные операторы*

*Контрольная работа 8. Квадратичные формы*

*Контрольная работа 9. Кривые и поверхности второго порядка*

*Контрольная работа 10. Основы теории групп*

### Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

№ п/п	Код и наименование индикатора	Результаты обучения	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1	<b>ИОПК-1.1</b> (06.016 А/30.6 Зн.3) Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их при анализе предметной области	<b>Знает</b> основные базовые математические знания (понятия, методы, алгоритмы алгебры и геометрии) связанные с информатикой и информационными технологиями	Вопросы для устного (письменного) опроса по теме, разделу	Вопрос 1, 2 билета экзамена
		<b>Умеет</b> применять основные методы и алгоритмы алгебры и геометрии в фундаментальной	Контрольные работы №1-10	Вопрос 3 билета экзамена: решение задач по темам,

	области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	математике и информатике для разработки информационных технологий		зачет
	<b>ИОПК-1.8</b> (40.001 А/02.5 Др.2) Деятельность, направленная на решение задач аналитического характера, предполагающих выбор и многообразие актуальных способов решения задач, с использованием фундаментальных знаний, полученных в области математических и (или) естественных наук	<b>Владеет</b> базовыми методами получения углубленных знаний для решения теоретических и прикладных задач в области информационных технологий	Коллоквиум	Дополнительные вопросы на экзамене
2	<b>ИПК-1.4</b> (40.001 А/02.5 Зн.2) Отечественный и международный опыт решения актуальных и значимых задач прикладной математики и информатики	<b>Знает</b> основные методы и алгоритмы дисциплины	Вопросы для устного (письменного) опроса по теме, разделу	Вопрос 1, 2 билета экзамена
	<b>ИПК-1.6</b> (06.016 А/30.6 У.1) Анализировать входные данные при решении задач в области прикладной математики и информатики	<b>Умеет</b> применять изученные методы и алгоритмы на практике	Контрольные работы №1-10	Вопрос 3 билета экзамена: решение задач по темам, зачет
	<b>ИПК-1.8</b> (40.001 А/02.5 Др.2) Деятельность, направленная на решение задач актуальные и значимые задачи прикладной математики и информатики аналитического характера, предполагающих выбор и многообразие актуальных способов решения задач	<b>Владеет</b> навыками решения практических задач на основе изученных методов и алгоритмов	Коллоквиум	Дополнительные вопросы на экзамене

**Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

**Вариант для подготовки к контрольной работе № 1 по теме «Комплексные числа».**

**№1.**

Найти действительную и мнимую части комплексного числа  $\left( \frac{3 - i\sqrt{3}}{3 + i\sqrt{3}} \right)^5$ .

**№2.**

Найти модуль и главное значение аргумента ( $-\pi < \varphi \leq \pi$ ) комплексного числа  $w = e^{2+i}$ .

**№3.**

Найти все значения корней и построить их на комплексной плоскости  $\sqrt[4]{1-i}$ .

**№4.**

Изобразить множество точек комплексной плоскости, удовлетворяющих неравенству  $|z| + \operatorname{Re} z \leq 1$ .

**№5.**

Представить в алгебраической форме значение функции комплексного переменного (главное значение аргумента находится в промежутке  $(-\pi; \pi]$ )  $\operatorname{tg} \frac{\pi}{2} i$ .

**№6.**

Доказать тождество:  $\cos(iz) = \operatorname{ch} z$ .

**Вариант для подготовки к контрольной работе № 2 по теме «Многочлены».**

**№1.**

Найти остаток от деления многочлена  $f(x) = 5x^4 - 3x^3 + 2x^2 + x - 13$  на многочлен  $g(x) = x - 2$ .

**№2.**

Пользуясь схемой Горнера, разложить на простейшие дроби выражение  $\frac{3x^3 + 4x + 9}{(x-1)^5}$ .

**№3.**

Чему равен показатель кратности корня 1 для многочлена  $f(x) = x^5 - 5x^3 + 9x^2 - 7x + 2$ ?

**№4.**

Найти наибольший общий делитель  $d(x)$  многочленов  $f(x) = 3x^2 + 4x - 7$  и  $g(x) = x^5 - 5x^4 + 10x^3 - 10x^2 + 5x - 1$ .

**№5.**

Найти корни уравнения  $x^4 - 3x^3 + 8x - 6 = 0$ .

**Вариант для подготовки к контрольной работе № 3 по теме «Матрицы и системы линейных уравнений».**

**№ 1** Вычислить

$$\det \left( \begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 3 & -3 & 6 \\ 2 & -2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & -2 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix} \right)$$

**№ 2** Найти обратную матрицу  $A^{-1}$ , если



$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

**№ 3** Решить систему линейных уравнений и определить ранг матрицы системы

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 + 2x_4 = 2 \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 3x_4 = -5 \\ x_2 - 3x_3 + x_4 = -1 \\ 3x_1 - 4x_2 + x_3 - x_4 = 19 \\ -2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + x_4 = -13 \end{cases}$$

**№ 4** Решить систему линейных уравнений, используя формулы Крамера

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 2 \\ -x_1 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$$

**Вариант для подготовки к контрольной работе № 4 по теме «Векторная алгебра».**

**№1**

Вычислить проекцию вектора  $\vec{a} = (3; 2; 2)$  на ось вектора  $\vec{b} + \vec{c}$ , если  $\vec{b} = (-1; 4; -6)$  и  $\vec{c} = (3; 2; -1)$ .

**№2**

Средствами векторной алгебры вычислить длину высоты AP треугольника с вершинами в точках  $A(6; 0; -3)$ ,  $B(-2; 1; 2)$  и  $C(1; 10; -1)$ .

**№3**

Векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  образуют угол  $60^\circ$ , причем  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 3$ . Определить угол между векторами  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$  и  $\vec{d} = \vec{a} + 3\vec{b}$ .

**№4**

Вычислить синус угла, образованного векторами  $\vec{a} = (2; 1; -2)$  и  $\vec{c} = (1; -2; 2)$ .

**№5**

Зная векторы, образующие треугольник:  $\vec{AB} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ ,  $\vec{BC} = \vec{a} - 6\vec{b}$ ,  $\vec{CA} = -3\vec{a} + 9\vec{b}$ , где  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  взаимно перпендикулярные орты, определить внутренние углы этого треугольника.

**Вариант для подготовки к контрольной работе № 5 по теме «Элементы аналитической геометрии».**

**№1**

Составить уравнение плоскости, перпендикулярной вектору  $\vec{N} = (1; 3; -2)$  и отсекающей на оси Oх отрезок  $a = 5$ .

**№2**

Составить уравнения плоскостей, которые делят пополам двугранный угол, образованный плоскостями  $-16x + 15y - 12z - 5 = 0$  и  $x + 2y - 2z + 5 = 0$ .

**№3**

Две грани куба лежат на плоскостях  $2x - 2y + z - 1 = 0$  и  $2x - 2y + z + 5 = 0$ .  
Вычислить объем этого куба.

**№4**

Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую пересечения плоскостей  $2x - y + 3z - 5 = 0$  и  $x + 2y - z + 2 = 0$  параллельно вектору  $\vec{b} = (2; -1; -2)$ .

**№5**

Найти расстояние между прямыми  $\frac{x+7}{3} = \frac{y+4}{4} = \frac{z+3}{-2}$  и  $\frac{x-21}{6} = \frac{y+5}{-4} = \frac{z-2}{-1}$ .

**Вариант для подготовки к контрольной работе № 6 по теме «Линейные пространства».**

**№1**

В пространстве  $R_3$  заданы вектор  $x$  и базис  $e = \{e_1, e_2, e_3\}$ . Координаты векторов заданы в некотором базисе  $e' = \{e'_1, e'_2, e'_3\}$ . Найти координаты вектора  $x$  в базисе  $e'$  и матрицу перехода от базиса  $e = \{e_1, e_2, e_3\}$  к  $e' = \{e'_1, e'_2, e'_3\}$ .

$$x = (1, 4, -1)$$

$$e'_1 = (5, -1, 2)$$

$$e'_2 = (2, 3, 0)$$

$$e'_3 = (-2, 1, 1)$$

**№2**

Найти размерности, базисы суммы и пересечения подпространств  $H_1 = \langle a_1, a_2, a_3 \rangle$  и  $H_2 = \langle b_1, b_2, b_3 \rangle$

$$a_1 = (2, 1, 2)^T \quad b_1 = (2, 3, -1)^T$$

$$a_2 = (1, 1, -1)^T \quad \text{и} \quad b_2 = (1, 2, 2)^T$$

$$a_3 = (1, 3, 3)^T \quad b_3 = (1, 1, -3)^T$$

**№3**

Считая, что векторы заданы координатами в ортонормированном базисе, ортонормировать систему векторов  $\vec{a}_1 = (i, 0, 1)^T$ ,  $\vec{a}_2 = (i, i, 1)^T$ ,  $\vec{a}_3 = (1, 0, i)^T$ .

**№4**

Найти угол между вектором  $\vec{b} = (2, 0, 1)^T$  и подпространством  $L_1 = \langle \vec{a}_1, \vec{a}_2 \rangle$ , если  $\vec{a}_1 = (1, 1, 1)^T$ ,  $\vec{a}_2 = (1, 2, 0)^T$ .

**№5**

Найти расстояние между многообразиями  $P_1 = H_1 + x_1$  и  $P_2 = H_2 + x_2$ ,  
 $H_1 = \langle a_1, a_2 \rangle$  и  $H_2 = \langle b_1, b_2 \rangle$

$$\begin{aligned} a_1 &= (1, 2, 2, 2) & b_1 &= (2, 0, 2, 1) \\ a_2 &= (2, -1, 1, 2) & b_2 &= (1, -2, 0, -1) \\ x_1 &= (4, 5, 3, 2) & x_2 &= (1, -2, 1, -3) \end{aligned}$$

**№6**

Найти базис ортогонального дополнения  $L^\perp$  подпространства  $L$ , натянутого на векторы  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ , если  $\vec{a}_1 = (1, 1, -1, -2)^T$ ,  $\vec{a}_2 = (5, 8, -2, -3)^T$ ,  $\vec{a}_3 = (3, 9, 3, 8)^T$ .

**№7**

Считая векторы заданными координатами в ортонормированном базисе, проверить, что следующие системы векторов ортогональны, и дополнить их до ортогональных базисов пространства:  $\vec{a}_1 = (1, -1, 1, -3)^T$ ,  $\vec{a}_2 = (-4, 1, 5, 0)^T$

**Вариант для подготовки к контрольной работе № 7 по теме «Линейные операторы».**

**№1**

Оператор  $\varphi$  переводит вектор  $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$  в вектор  $\varphi(\vec{x})$ . Является ли оператор  $\varphi$  линейным? Если является, то записать его матрицу.

a)  $\varphi(\vec{x}) = (x_1 + 2x_2 + 3x_3; x_2 - 2x_3; x_1 - 3x_3)$

b)  $\varphi(\vec{x}) = (x_1 + x_3; x_2^2; x_3 + 1)$

**№2**

Линейный оператор  $\varphi$  в базисе  $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$  имеет матрицу  $A$ . Найти матрицу этого оператора в базисе  $\vec{e}'_1, \vec{e}'_2, \vec{e}'_3$ , если  $\vec{e}_1 = (4, -4, -3)$ ,  $\vec{e}_2 = (-8, 7, 5)$ ,  $\vec{e}_3 = (-5, -1, 1)$ ,  $\vec{e}'_1 = (1, -1, 1)$ ,

$$\vec{e}'_2 = (0, 1, -1), \vec{e}'_3 = (0, 1, 1), A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

**№3**

Для матрицы  $A$  найти жорданову форму и жорданов базис.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

**№4**

Найти ортонормированный базис, в котором оператор простой структуры имеет канонический вид. Записать канонический вид матрицы оператора в этом базисе.

$$A = \begin{pmatrix} 9 & -5 & -2 \\ 18 & -13 & -3 \\ 18 & -9 & -7 \end{pmatrix}.$$

### №5

Найти матрицу преобразования, переводящего векторы  $\vec{a}_1 = (1, 4, -5)^T$ ,  $\vec{a}_2 = (2, 3, -4)^T$ ,  $\vec{a}_3 = (1, -2, -1)^T$  в векторы  $\vec{b}_1 = (1, 1, 1)^T$ ,  $\vec{b}_2 = (1, 1, -1)^T$ ,  $\vec{b}_3 = (2, 1, 2)^T$  в том же базисе, в котором заданы координаты векторов.

**Вариант для подготовки к контрольной работе № 8 по теме «Квадратичные формы».**

### №1

Привести квадратичную форму к каноническому и нормальному виду, найти линейные невырожденные преобразования, приводящие квадратичную форму к этим видам.

$$x_1^2 + x_2^2 + 5x_3^2 - 6x_1x_2 - 2x_1x_3 + 2x_2x_3$$

### №2

Найти все значения параметра  $\lambda$ , при которых положительно определена квадратичная форма:

$$2x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 + 2\lambda x_1x_2 + 6x_1x_3 + 2x_2x_3$$

### №3

Выяснить, что в следующих парах квадратичных форм одна форма является положительно определенной. Найти невырожденное линейное преобразование, приводящее положительно определенную форму к нормальному виду, а другую – к каноническому:

$$f = x_1^2 + 26x_2^2 + 10x_1x_2$$

$$g = x_1^2 + 56x_2^2 + 16x_1x_2$$

**Вариант для подготовки к контрольной работе № 9 по теме «Кривые и поверхности второго порядка».**

### №1

Определить вид кривой 2 порядка. Найти центр. Записать в каноническом виде, найти каноническую систему координат.

$$a) 9x^2 - 16y^2 - 6x + 8y - 144 = 0$$

$$b) 9y^2 - 7y - 16 = 0$$

### №2

Составить уравнение и определить тип кривой второго порядка, проходящей через 5 точек, заданных своими координатами:

$(-1,-1), (1,0), (0,1), (3,2), (2,3)$

**№3**

Исследовать зависимость типа кривой от параметра  $\lambda$ :

$$4x^2 + 2\lambda xy + y^2 = 0$$

**№4**

Составить уравнение касательной к кривой в точке:

$$\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{4} = 1, (3,1);$$

$$5x^2 + 6xy + 5y^2 - 16x - 16y - 16 = 0 (0,1)$$

**Вариант для подготовки к контрольной работе № 10 по теме «Основы теории групп».**

**№1**

Пусть задано множество комплексных чисел вида:  $a = a_0 + ia_1$ , где  $a_0, a_1$  – принадлежат полю действительных чисел. Ввести операции сложения и умножения комплексных чисел и построить алгебру комплексных чисел. Является ли эта алгебра коммутативной по умножению? Является ли эта алгебра линейной алгеброй с делением?

**№2**

Постройте циклическую группу, порождаемую перестановками вида:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

**№3**

Задан многоугольник списком координат вершин:

x	-1	2	1	-2	0
y	1	2	-2	-2	0

Матрица аффинного преобразования имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Вычислите координаты вершин после преобразования, центры формы фигуры и площади до и после преобразования.

Критерии оценки контрольных работ:

— оценка “зачтено” выставляется при полном раскрытии темы контрольной работы, а также при последовательном, четком и логически стройном ее изложении. Студент отвечает на дополнительные вопросы, грамотно обосновывает принятые решения;

— оценка “не зачтено” выставляется за слабое и неполное раскрытие темы контрольной работы, несамостоятельность изложения материала, выводы и предложения,

носящие общий характер, отсутствие наглядного представления работы, затруднения при ответах на вопросы.

*Коллоквиум* — наиболее распространенный метод текущего контроля знаний учащихся. При устном опросе устанавливается непосредственный контакт между преподавателем и учащимся, в процессе которого преподаватель получает широкие возможности для изучения индивидуальных особенностей усвоения учащимися учебного материала. Цель коллоквиума: текущая проверка знаний учащихся; проверка умений учащихся письменно излагать материал.

Перечень тем, включенных в коллоквиум первого семестра, приведен ниже:

*Тема 1.* Комплексные числа

*Тема 2.* Многочлены

*Тема 3.* Матрицы и системы линейных уравнений

*Тема 4.* Векторная алгебра

*Тема 5.* Элементы аналитической геометрии

В коллоквиум второго семестра включены следующие темы:

*Тема 6.* Линейные пространства

*Тема 7.* Линейные операторы

*Тема 8.* Квадратичные формы

*Тема 9.* Кривые и поверхности второго порядка

*Тема 10.* Основы теории групп

Вопросы для проведения коллоквиума по дисциплине «Алгебра и аналитическая геометрия» для каждой из перечисленных тем приведены ниже:

***Тема 1. Комплексные числа***

1.1. Прямоугольная и полярная системы координат. Взаимосвязь координат точек в системах.

1.2. Алгебраическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами.

1.3. Тригонометрическая форма комплексного числа.

1.4. Возведение комплексного числа в степень с целым показателем. Формула Муавра.

1.5. Извлечение корня из комплексного числа.

1.6. Показательная форма комплексного числа.

1.7. Извлечение квадратного корня из комплексного числа в алгебраической форме.

Тригонометрические функции от комплексного числа.

***Тема 2. Многочлены***

2.1. Многочлен от одной переменной. Действия над многочленами. Корни многочленов. Теорема Безу.

2.2. Схема Горнера.

2.3. Кратные корни.

2.4. Наибольший общий делитель двух многочленов. Алгоритм Евклида.

2.5. Свойства делимости многочленов.

2.6. Взаимно простые многочлены.

2.7. Свойства взаимно простых многочленов.

2.8. Корни квадратного уравнения

### **Тема 3. Матрицы и системы линейных уравнений**

- 3.1. Матрицы, действия с матрицами – основные свойства.
- 3.2. Понятие определителя 2-го, 3-го и n-го порядка. Вычисление определителей 2-го, 3-го порядков.
- 3.3. Основные свойства определителей.
- 3.4. Вычисление определителей n-го порядка, теорема Лапласа.
- 3.5. Обратная матрица, вычисление обратных матриц.
- 3.6. Крамеровские системы линейных уравнений, их решение.
- 3.7. Метод последовательного исключения переменных (метод Гаусса) решения систем линейных уравнений.
- 3.8. Линейная зависимость и линейная независимость строк (столбцов) матрицы. Свойства ЛЗ и ЛНЗ. Базис и ранг строк.
- 3.9. Ранг матрицы. Вычисление ранга матрицы.
- 3.10. Однородные системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений однородных уравнений.
- 3.11. Неоднородные системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Общее решение неоднородной системы линейных уравнений.

### **Тема 4. Векторная алгебра**

- 4.1. Понятие вектора, сложение и разность векторов. Разложение вектора по трем некомпланарным векторам.
- 4.2. Скалярное и векторное умножение векторов. Основные свойства.
- 4.3. Смешанное произведение векторов. Свойства смешанного произведения векторов.

### **Тема 5. Элементы аналитической геометрии**

- 5.1. Уравнение прямой на плоскости. Угол между двумя прямыми.
- 5.2. Общее уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой.
- 5.3. Преобразование прямоугольных координат.
- 5.4. Полярная система координат. Нормальное уравнение прямой.
- 5.5. Общее уравнение плоскости. Угол между плоскостями.

### **Тема 6. Линейные пространства**

- 6.1. Определение линейного пространства. Примеры.
- 6.2. Свойства линейного пространства
- 6.3. Линейная зависимость элементов линейного пространства.
- 6.4. Свойства систем векторов.
- 6.5. Базис линейного пространства.
- 6.6. Размерность линейного пространства.
- 6.7. Преобразование координат вектора при замене базиса.
- 6.8. Определение линейного подпространства. Линейная оболочка.
- 6.9. Пересечение и сумма линейных подпространств
- 6.10. Прямая сумма линейных подпространств.
- 6.11. Размерность линейного подпространства
- 6.12. Определение евклидова пространства.

- 6.13. Процесс ортогонализации Грамма-Шмидта.
- 6.14. Неравенство Коши-Буняковского.
- 6.15. Нормированные пространства.
- 6.16. Ортогональное дополнение. Построение ортогонального дополнения.
- 6.17. Унитарное пространство.

### **Тема 7. Линейные операторы**

- 7.1. Определение и примеры линейных операторов. Ядро и образ. Дефект и ранг.
- 7.2. Матрица линейного оператора и ее преобразование.
- 7.3. Характеристическое уравнение матрицы. Лямбда-матрица. Аннулирующий и минимальный многочлены.
- 7.4. Характеристическое уравнение линейного оператора.
- 7.5. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.
- 7.6. Свойства собственных векторов. Вычисление собственных векторов. Ортогональная матрица. Ортогональное преобразование.
- 7.7. Инвариантные подпространства.
- 7.8. Треугольная форма.
- 7.9. Линейные операторы простой структуры.
- 7.10. Жорданова форма.
- 7.11. Жорданов базис.

### **Тема 8. Квадратичные формы**

- 8.1. Основные определения квадратичных форм. Линейное преобразование переменных
- 8.2. Канонический вид квадратичной формы
- 8.3. Алгоритм метода Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду
- 8.4. Ортогональное преобразование квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду при помощи преобразования переменных с верхней унитарной матрицей.
- 8.5. Закон инерции
- 8.6. Критерий Сильвестра
- 8.7. Пара квадратичных форм

### **Тема 9. Кривые и поверхности второго порядка**

- 9.1. Основные определения. Преобразования координат: параллельный перенос и поворот; общий случай.
- 9.2. Приведение кривой второго порядка к каноническому виду.
- 9.3. Центральные и нецентральные кривые второго порядка
- 9.4. Классификация кривых второго порядка
- 9.5. Ортогональное преобразование переменных кривой второго порядка
- 9.6. Распадающиеся кривые второго порядка.
- 9.7. Теорема единственности.
- 9.8. Эллипс. Определение. Вывод канонического уравнения. Исследование формы. Директрисы и касательные. Оптические свойства.



9.9. Гипербола. Определение. Вывод канонического уравнения. Исследование формы. Директрисы и касательные. Оптические свойства.

9.10. Парабола. Определение. Вывод канонического уравнения. Исследование формы. Директрисы и касательные. Оптические свойства.

### **Тема 10. Основы теории групп**

10.1. Некоторые общие понятия алгебры. Аксиомы группы.

10.2. Подгруппы. Классы смежности.

10.3. Циклические группы.

10.4. Арифметика остатков.

10.5. Функция Эйлера.

10.6. Мультипликативные обратные по модулю  $N$ .

10.7. Алгоритм Евклида. Расширенный алгоритм Евклида.

10.8. Китайская теорема об остатках.

10.9. Конечные поля.

10.10. Нормальные подгруппы и факторгруппы.

10.11. Классы смежности по нормальной подгруппе и факторгруппа.

10.12. Гомоморфизм.

### **Зачетно-экзаменационные материалы для промежуточной аттестации (экзамен/зачет)**

*Зачет* является формой промежуточной аттестации студента, определяемая учебным планом подготовки по направлению ВО. Зачет служит формой проверки успешного выполнения бакалаврами контрольных работ и усвоения основ учебного материала.

### **Типовые задачи для зачета по дисциплине (1 семестр)**

#### **Тема 1. Комплексные числа**

1.1. Вычислить

$$\cos(i + 1)$$

Записать действительную и мнимую части комплексного числа.

1.2. Найти  $x$  и  $y \in \mathbb{R}$ :

$$\frac{(i - 2)(2 + 3i)}{3i - 1} = \frac{x}{10} + i \frac{y}{8}$$

1.3. Извлечь корень из комплексного числа

$$\sqrt[3]{2 - 2i}$$

1.4. Вычислить, ответ записать в тригонометрической, алгебраической и показательной формах:

$$z = (\sqrt{3} - i)^{30}$$

1.5. Изобразить область на комплексной плоскости, задаваемую неравенством:

$$|z + i - 1| < 5$$

1.6. Вычислить, ответ записать в тригонометрической, алгебраической и показательной формах:

$$(\sqrt{3} - i)^{30} \cdot \sqrt[3]{2 - 2i}$$

#### **Тема 2. Многочлены**

2.1. Выполнить деление с остатком

$$2x^5 - 3x^3 + x^2 - 5x + 7 \text{ на } 3x^4 + 4x^3 - x + 2$$

2.2. Не осуществляя деления и не используя схему Горнера найти остаток от деления полинома  $2x^5 - 3x^3 + x^2 - 5x + 7$  на  $5x - 3$

2.3. Определить кратность корня  $x_0 = 2$  полинома

$$2x^4 - 11x^3 + 18x^2 - 4x - 8.$$

Разложить полином на множители.

2.4. Разложить полином  $2x^5 - 3x^3 + x^2 - 5x + 7$  по степеням  $x_0 = -2$ , используя схему Горнера.

2.5. Построить полином наименьшей степени с действительными коэффициентами, если его корни:

$$x_0 = 2i - 1 \text{ кратности } 1, x_1 = 2 - i \text{ кратности } 1 \text{ и } x_2 = 3 \text{ кратности } 2.$$

2.6. Найти НОД двух полиномов

$$f(x) = x^6 - 7x^4 + 8x^3 - 7x + 7 \text{ и } g(x) = 3x^5 - 7x^4 + 3x^2 - 7$$

2.7. Пользуясь алгоритмом Евклида, подобрать полиномы  $M_1(x)$  и  $M_2(x)$  так, чтобы  $f(x)M_1(x) + g(x)M_2(x) = \delta(x)$ , где  $\delta(x)$  – НОД полиномов  $f(x)$  и  $g(x)$ ,  $f(x) = x^5 + 3x^4 + x^3 + x^2 + 3x + 1$  и  $g(x) = x^4 + 2x^3 + x + 2$ .

2.8. Пользуясь алгоритмом Евклида, подобрать полиномы  $M_1(x)$  и  $M_2(x)$  так, чтобы  $f(x)M_1(x) + g(x)M_2(x) = 1$ , где  $f(x) = x^4 - x^3 - 4x^2 + 4x + 1$  и  $g(x) = x^2 - x - 1$ .

### Тема 3. Матрицы и определители

3.1. Вычислить определитель

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & -1 \\ 8 & -1 & -7 & 10 \\ 2 & 7 & 4 & -5 \\ -1 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix},$$

$$\text{b) } \begin{vmatrix} 2\alpha & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 2\alpha & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2\alpha & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 2\alpha \end{vmatrix}$$

$$\text{c) } \begin{vmatrix} 2\cos\varphi & 1 & & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 2\cos\varphi & & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2\cos\varphi & \dots & 0 & & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 2\cos\varphi & \end{vmatrix}$$

3.2. Вычислить ранг матрицы  $\begin{pmatrix} -10 & -14 & 16 & -30 & 1 \\ 4 & 8 & -10 & 18 & 7 \\ 10 & 18 & -22 & 40 & 17 \\ 1 & 7 & -10 & 17 & -3 \end{pmatrix}$  методом окаймления миноров.

3.3. Найти обратную матрицу к матрице  $A$ :

a)  $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 7 & 3 & 1 \\ 12 & -2 & 6 \end{pmatrix}$

b)  $A = \begin{pmatrix} 2 & -5 & 8 & -1 \\ 0 & 3 & 12 & -2 \\ 2 & -3 & 11 & 7 \\ 1 & -2 & 9 & 5 \end{pmatrix}$

3.4.\* Вычислить  $A^2$ , если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & \varepsilon & \varepsilon^2 & \dots & \varepsilon^{n-1} \\ 1 & \varepsilon^2 & \varepsilon^4 & \dots & \varepsilon^{2(n-1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & \varepsilon^{n-1} & \varepsilon^{2(n-1)} & \dots & \varepsilon^{(n-1)^2} \end{pmatrix}, \text{ при } \varepsilon = e^{2\pi i/n}$$

3.5. Вычислить

a)  $\begin{pmatrix} 2i & 3 \\ 7 & i+1 \\ -i & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & i-1 \\ -i & 2-i \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^T$

b)  $\begin{pmatrix} \lambda_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \lambda_n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & & \lambda_1 \\ & \ddots & \\ \lambda_n & & 0 \end{pmatrix}$

#### Тема 4. Системы линейных уравнений

4.1. Решить с помощью формул Крамера систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = 5, \\ x + y + 2z = 9, \\ 2x - y + z = 3. \end{cases}$$

4.2. Найти фундаментальную систему решений для СЛОУ

$$\begin{cases} x - 2y + z + t = 0, \\ x - 2y + z - t = 0, \\ x - 2y - z + 5t = 0. \end{cases}$$

4.3. Выяснить, образуют ли строки каждой из матриц

$$A = \begin{pmatrix} 30 & -24 & 43 & -50 & -5 \\ 9 & -15 & 8 & 5 & 2 \\ 4 & 2 & 9 & -20 & -3 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 9 & -20 & -3 \\ 1 & -11 & 2 & 13 & 4 \\ 9 & -15 & 8 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

фундаментальную систему решений для системы уравнений:

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 + 6x_5 = 0 \\ 5x_1 + 9x_2 + 7x_3 + 4x_4 + 7x_5 = 0 \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 + 11x_5 = 0 \\ x_1 + 6x_2 + 8x_3 + 5x_4 - 4x_5 = 0 \end{cases}$$

**4.4.** Исследовать систему уравнений на совместность, используя метод исключения неизвестных

$$\begin{cases} 24x_1 + 14x_2 + 30x_3 + 40x_4 + 41x_5 = 28 \\ 36x_1 + 21x_2 + 45x_3 + 61x_4 + 62x_5 = 43 \\ 48x_1 + 28x_2 + 60x_3 + 82x_4 + 83x_5 = 58 \\ 60x_1 + 35x_2 + 75x_3 + 99x_4 + 102x_5 = 69 \end{cases}$$

На оценку «3» будет система с меньшим количеством переменных.

### Тема 5. Векторная алгебра

5.1. Вычислить проекцию вектора  $\vec{a} = (3; 2; 2)$  на ось вектора  $\vec{b} + \vec{c}$ , если  $\vec{b} = (-1; 4; -6)$  и  $\vec{c} = (3; 2; -1)$ .

5.2. Векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  образуют угол  $60^\circ$ , причем  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 3$ . Определить угол между векторами  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$  и  $\vec{d} = \vec{a} + 3\vec{b}$ .

5.3. Вычислить синус угла, образованного векторами  $\vec{a} = (2; 1; -2)$  и  $\vec{c} = (1; -2; 2)$ .

5.4. Зная векторы, образующие треугольник:  $\vec{AB} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ ,  $\vec{BC} = \vec{a} - 6\vec{b}$ ,  $\vec{CA} = -3\vec{a} + 9\vec{b}$ , где  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  взаимно перпендикулярные орты, определить внутренние углы этого треугольника.

5.5. Средствами векторной алгебры вычислить длину высоты СН треугольника с вершинами в точках  $A(6; 0; 2)$ ,  $B(2; -3; -2)$  и  $C(1; 0; 1)$ .

5.6. Векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  образуют угол  $120^\circ$ , причем  $|\vec{a}| = 4$ ,  $|\vec{b}| = 5$ . Определить угол между векторами  $\vec{c} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$  и  $\vec{d} = \vec{a} + 3\vec{b}$ .

5.7. Будут ли компланарными векторы  $\vec{a} = (2; -1; -2)$ ,  $\vec{b} = (2; 1; 1)$  и  $\vec{c} = (1; -2; 2)$ ?

5.8. Найти разложение вектора  $\vec{c} = (1; 4; 2)$  по базису состоящему из векторов  $\vec{p} = (1; 5; 3)$ ,  $\vec{q} = (4; 1; 2)$ ,  $\vec{r} = (3; -1; 2)$ .

5.9. Векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  взаимно перпендикулярны. Зная, что  $|\vec{a}| = 6$ ,  $|\vec{b}| = 5$ , вычислить  $|\vec{X} \times \vec{Y}|$  при условии, что  $\vec{X} = \vec{a} + 2\vec{b}$ ,  $\vec{Y} = 7\vec{a} - 2\vec{b}$ .

5.10. Средствами векторной алгебры вычислить площадь треугольника ABC, если  $\vec{AB} = (2; 1; -2)$ ,  $\vec{BC} = (3; -2; 6)$ .

5.11. Даны координаты точек  $A = (1; 1; 1)$ ,  $B = (1; 2; 3)$ ,  $C = (3; 0; -2)$ ,  $D(2, 1, 0)$ . Вычислить  $(2\vec{AB} - \vec{CD}) \cdot (2\vec{BC} + \vec{DA})$ ,  $\sqrt{(\vec{AB})^2}$ ,  $\sqrt{(\vec{AC})^2}$ .

5.13. Определить, будет ли параллелограмм, построенных на приведенных к общему началу векторах  $\vec{AB} = 2\vec{a} - 4\vec{b}$  и  $\vec{BC} = \vec{a} - 5\vec{b}$  как на сторонах, прямоугольником или ромбом, если  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  взаимно перпендикулярные орты.

### **Тема 6. Прямая на плоскости**

6.1. Зная две соседние вершины A (-6; 1) и B (-9; 12) параллелограмма ABCD и точку O (0; 7) пересечения диагоналей, найти его площадь.

6.2. Зная две соседние вершины A (6; 1) и B (9; 16) параллелограмма ABCD и точку O(10; 7) пересечения диагоналей, составить уравнения его сторон.

6.3. В треугольнике, вершинами которого являются точки K (2; -6), M(6; -1) и P(4;0), найти длину перпендикуляра, опущенного из вершины K на медиану MN.

6.4. Составить уравнение прямой, параллельной прямым  $x-3y+10=0$  и  $x-3y+15=0$  и проходящей посередине между ними.

6.5. Составить уравнения высот треугольника ABC, если известны уравнения его сторон  $5x-4y-1=0$ ,  $x+10y-11=0$  и  $3x-y-7=0$ .

6.6. Составить уравнение прямой, параллельной прямой  $5x-12y+18=0$ , расстояние которой до точки M (1;7) равно 9.

6.7. Составить уравнение прямой, параллельной прямой  $8x-6y+7=0$ , отклонение от которой точки M(0;0) равно -7.

6.8. В треугольнике, вершинами которого являются точки K(1; 4), M(-2; 0) и P(1;2), найти угол между стороной MP и медианой, проведенной из вершины K.

6.9. Составить уравнения сторон треугольника ABC, если даны одна из его вершин B (3; -7) и уравнения двух высот  $8x+3y+1=0$  и  $5x+y-17=0$ .

6.10. Составить уравнения сторон треугольника ABC, если даны одна из его вершин C (-9; -3) и уравнения высоты  $9x-8y-1=0$  и медианы  $5x+4y-9=0$ , проведенных из одной вершины.

6.11. Зная вершины A (-6; -1), B (-9; 16) и C (10; 7) треугольника, составить уравнение высоты, проведенной из вершины B.

6.12. Зная вершины  $A(-6; 0)$ ,  $B(0; 16)$  и  $C(10; -3)$  треугольника, составить уравнение биссектрисы, проведенной из вершины  $A$ .

6.13. Зная вершины  $A(-6; 1)$ ,  $B(-9; 16)$  и  $C(10; -7)$  треугольника, составить уравнение медианы, проведенной из вершины  $C$ .

### **Тема 7. Прямая и плоскость в пространстве.**

7.1. Составить уравнение плоскости, перпендикулярной вектору  $\vec{N} = (1; 3; -2)$  и отсекающей на оси  $Ox$  отрезок  $a = 5$ .

7.2. Составить уравнения плоскостей, которые делят пополам двугранный угол, образованный плоскостями  $-16x + 15y - 12z - 5 = 0$  и  $x + 2y - 2z + 5 = 0$ .

7.3. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(1; 2; 4)$  и  $B(-2; 3; 11)$  параллельно оси  $Oz$ .

7.4. Две грани куба лежат на плоскостях  $2x - 2y + z - 1 = 0$  и  $2x - 2y + z + 5 = 0$ . Вычислить объем этого куба.

7.5. Составить канонические уравнения прямой 
$$\begin{cases} x + 5y - z = 7 \\ 3x + 4y - z + 8 = 0 \end{cases}$$

7.6. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую пересечения плоскостей  $2x - y + 3z - 5 = 0$  и  $x + 2y - z + 2 = 0$  параллельно вектору  $\vec{b} = (2; -1; -2)$ .

7.7. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую пересечения плоскостей  $3x - 2y + z - 3 = 0$  и  $x - 2z = 0$  и перпендикулярно плоскости  $x - 2y + z + 5 = 0$ .

7.8. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую пересечения плоскостей  $2x + y - z + 1 = 0$  и  $x + y + 2z + 1 = 0$  параллельно отрезку, ограниченному точками  $P(2, 5, -3)$  и  $K(3, -2, 2)$ .

7.9. Составить уравнение плоскости, параллельной вектору  $\vec{b} = (2; 1; 1)$  и отсекающей на осях  $Ox$  и  $Oy$  отрезки  $3$  и  $-7$  соответственно.

7.10. Даны вершины треугольника  $A(3; -1; -1)$ ,  $B(1; 2; -7)$  и  $C(-5; 14; -3)$ . Составить параметрические уравнения биссектрисы его внутреннего угла при вершине  $B$ .

7.11. Составить уравнение плоскости, отклонение точек которой от плоскости  $4x - 4y - 2z + 3 = 0$  равно  $-3$ .

7.12. Пересекает ли плоскость  $5x - 2y + z - 1 = 0$  отрезок, ограниченный точками  $P(1, 4, -3)$  и  $K(2, 5, 0)$ . Ответ обосновать.

7.13. Найти расстояние между прямыми  $\frac{x+7}{3} = \frac{y+4}{4} = \frac{z+3}{-2}$  и  $\frac{x-21}{6} = \frac{y+5}{-4} = \frac{z-2}{-1}$ .

7.14. На оси  $Oy$  найти точку, равноудаленную от точки  $P(1, -2, 0)$  и плоскости  $3x - 2y + 6z - 9 = 0$ .

7.15. Вычислить расстояние от точки  $P(3, 3, 5)$  до прямой  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-2}$ .

7.16. Вычислить углы, образуемые нормалью к плоскости  $\sqrt{3}x + y - 4 = 0$ , и расстояние  $p$  от начала координат до плоскости.

7.17. Вычислить объем пирамиды, ограниченной плоскостью  $x + 2y + 3z + 12 = 0$  и координатными плоскостями.

7.18. Вычислить радиус сферы, которая касается плоскостей  $6x - 2y + 3z - 3 = 0$  и  $6x - 2y + 3z - 20 = 0$ .

7.19. Определить, лежат ли точка  $P(2, -1, 1)$  и начало координат по одну или по разные стороны относительно плоскости  $5x - 3y + z - 18 = 0$ .

7.20. Даны вершины треугольника  $A(3; 6; -7)$ ,  $B(-5; 2; 3)$  и  $C(4; -7; -2)$ . Составить параметрические уравнения его медианы, проведенной из вершины  $C$ .

### Типовые задачи для зачета по дисциплине (2 семестр)

#### Тема 8. Линейные пространства

8.1. В пространстве  $R_3$  заданы вектор  $x$  и базис  $e = \{e_1, e_2, e_3\}$ . Координаты векторов заданы в некотором базисе  $e' = \{e'_1, e'_2, e'_3\}$ . Найти координаты вектора  $x$  в базисе  $e'$  и матрицу перехода от базиса  $e = \{e_1, e_2, e_3\}$  к  $e' = \{e'_1, e'_2, e'_3\}$ .

$$x = (1, 4, -1)$$

$$e'_1 = (5, -1, 2)$$

$$e'_2 = (2, 3, 0)$$

$$e'_3 = (-2, 1, 1)$$

8.2. Дана матрица перехода  $U$  от  $e = \{e_1, e_2, e_3\}$  к  $e' = \{e'_1, e'_2, e'_3\}$ . Найти матрицу перехода от  $e = \{e_3, e_2, e_1\}$  к  $e' = \{e'_1 + e'_2, e'_2 - e'_3, 4e'_1\}$ .

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 3 \\ 3 & 4 & -2 \end{pmatrix}$$

8.3. Дана матрица перехода  $U$  от  $e = \{e_1, e_2, e_3\}$  к  $e' = \{e'_1, e'_2, e'_3\}$ . Найти матрицу перехода от  $e = \{e_3 + e_3, e_2 - e_1, 3e_1\}$  к  $e' = \{e'_1, e'_2, e'_3\}$ .

$$U = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & -2 \end{pmatrix}$$

8.4. Дана матрица перехода  $U$  от базиса  $e = \{e_1, e_2, e_3\}$  к базису  $e' = \{e'_1, e'_2, e'_3\}$ .

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -1 & -3 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Найти матрицу перехода от базиса  $e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_3$  к базису

$$2e'_1 + 3e'_2, 4e'_2 - 2e'_3, e'_1 + 2e'_2 - e'_3$$

8.5. Найти размерности, базисы суммы и пересечения подпространств, заданных уравнениями

$$x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0$$

$$x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 0$$

8.6. Найти размерности, базисы суммы и пересечения подпространств  $H_1 = \langle a_1, a_2, a_3 \rangle$  и  $H_2 = \langle b_1, b_2, b_3 \rangle$

$$a_1 = (2, 1, 2)^T \quad b_1 = (2, 3, -1)^T$$

$$a_2 = (1, 1, -1)^T \quad \text{и} \quad b_2 = (1, 2, 2)^T$$

$$a_3 = (1, 3, 3)^T \quad b_3 = (1, 1, -3)^T$$

8.7. Векторы  $e = \{e_1, e_2, e_3\}$ ,  $e' = \{e'_1, e'_2, e'_3\}$  и  $x$  заданы в некотором базисе

$e_0 = \{e_1^0, e_2^0, e_3^0\}$ . Найти матрицу перехода от  $e$  к  $e'$ , координаты вектора  $x$  в базисе  $e$  и  $e'$ .

$$e_1 = (-1, 1, 1)^T \quad e'_1 = (-1, 2, 3)^T$$

$$e_2 = (1, -1, 3)^T \quad e'_2 = (2, 1, 2)^T$$

$$e_3 = (1, 2, -1)^T \quad e'_3 = (0, 2, 1)^T$$

$$x_1 = (1, 0, 1)$$

8.8. Найти матрицу перехода от базиса  $e_4, e_2, e_1, e_3$  к базису  $e_2', e_4', e_3', e_1'$ , если задана матрица  $U$  перехода от базиса  $e_1, e_2, e_3, e_4$  к базису  $e_1', e_2', e_3', e_4'$

$$U = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 1 & 3 \\ 4 & 1 & 7 & 9 \\ 6 & 8 & 3 & 2 \\ 7 & 8 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$



## Тема 9. Линейные подпространства

9.1. Найти какую-либо базу системы векторов  $\vec{a}_1 = (-3, 0, 7, 6)^T$ ,  $\vec{a}_2 = (1, 4, 3, 2)^T$ ,  $\vec{a}_3 = (2, 2, -2, -2)^T$ ,  $\vec{a}_4 = (2, 2, 1, 0)^T$ ,  $\vec{a}_5 = (0, 6, -2, 2)^T$ . Выразить остальные векторы через векторы, образующих эту базу.

9.2. Найти систему линейных уравнений, задающих линейное подпространство, натянутое на систему векторов  $\vec{a}_1 = (3, 0, 7, 6)^T$ ,  $\vec{a}_2 = (1, 4, -3, 2)^T$ ,  $\vec{a}_3 = (3, 10, 0, 10)^T$ ,  $\vec{a}_4 = (-2, 2, -1, 0)^T$

9.3. Считая, что векторы заданы координатами в ортонормированном базисе, ортонормировать систему векторов  $\vec{a}_1 = (i, 0, 1)^T$ ,  $\vec{a}_2 = (i, i, 1)^T$ ,  $\vec{a}_3 = (1, 0, i)^T$ .

9.4. Считая, что векторы заданы координатами в ортонормированном базисе, ортонормировать систему векторов  $(1, 2, 1)$ ,  $(2, 0, 1)$ ,  $(3, 0, 1)$ .

9.5. Найти угол между вектором  $\vec{b} = (2, 0, 1)^T$  и подпространством  $L_1 = \langle \vec{a}_1, \vec{a}_2 \rangle$ , если  $\vec{a}_1 = (1, 1, 1)^T$ ,  $\vec{a}_2 = (1, 2, 0)^T$ .

9.6. Найти расстояние от вектора  $x$  до подпространства  $H$ , заданного системой

$$x = (1, 1, 2, 2, 2)^T$$
$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$$

9.7. Найти расстояние от вектора  $x$  до линейного многообразия, заданного системой уравнений.

$$x = (4, 2, -5, 1)^T$$
$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 9 \\ 2x_1 - 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 12 \end{cases}$$

9.8. Найти расстояние между многообразиями  $P_1 = H_1 + x_1$  и  $P_2 = H_2 + x_2$ ,  $H_1 = \langle a_1, a_2 \rangle$  и  $H_2 = \langle b_1, b_2 \rangle$

$$a_1 = (1, 2, 2, 2) \quad b_1 = (2, 0, 2, 1)$$
$$a_2 = (2, -1, 1, 2) \quad \text{и} \quad b_2 = (1, -2, 0, -1)$$
$$x_1 = (4, 5, 3, 2) \quad x_2 = (1, -2, 1, -3)$$

9.9. Найти базис ортогонального дополнения  $L^\perp$  подпространства  $L$ , натянутого на векторы  $\vec{a}_1$ ,  $\vec{a}_2$ ,  $\vec{a}_3$ , если  $\vec{a}_1 = (1, 1, -1, -2)^T$ ,  $\vec{a}_2 = (5, 8, -2, -3)^T$ ,  $\vec{a}_3 = (3, 9, 3, 8)^T$ .

9.10. Найти базис ортогонального дополнения  $L^\perp$  подпространства  $L$ , натянутого на векторы  $\vec{a}_1$ ,  $\vec{a}_2$ ,  $\vec{a}_3$ , если  $\vec{a}_1 = (1, 1, -1, -2)^T$ ,  $\vec{a}_2 = (5, 8, -2, -3)^T$ ,  $\vec{a}_3 = (3, 9, 3, 8)^T$  и задана матрица Грамма ( $G \neq E$ ).

9.11. Найти базис ортогонального дополнения  $L^\perp$  подпространства  $L$ , заданного системой однородных уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 9 \\ 2x_1 - 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 12 \end{cases}$$

с) если  $\Gamma = E$ ;

d\*) если  $\Gamma \neq E$  (задана).

9.12. Найти ортогональную проекцию  $\bar{y}$  и ортогональную составляющую  $\bar{z}$  вектора  $\bar{x}$  на линейное подпространство  $L = \langle \bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3 \rangle$ , если  $\bar{x} = (14, -3, -6, -7)$ ,  $\bar{a}_1 = (-3, 0, 7, 6)^T$ ,  $\bar{a}_2 = (1, 4, 3, 2)^T$ ,  $\bar{a}_3 = (2, 2, -2, -2)^T$ .

### Тема 10. Евклидово и унитарное пространство

10.1. Считая векторы заданными координатами в ортонормированном базисе, проверить, что следующие системы векторов ортогональны, и дополнить их до ортогональных базисов пространства:  $\bar{a}_1 = (1, -1, 1, -3)^T$ ,  $\bar{a}_2 = (-4, 1, 5, 0)^T$

10.2. Ортонормировать систему векторов, используя процесс ортогонализации Грамма-Шмидта  $\bar{a}_1 = (-3, 0, 7, 6)^T$ ,  $\bar{a}_2 = (1, 4, 3, 2)^T$ ,  $\bar{a}_3 = (2, 2, -2, -2)^T$

10.3. Считая, что векторы заданы координатами в ортонормированном базисе, ортонормировать систему векторов  $\bar{a}_1 = (1, i, 1)^T$ ,  $\bar{a}_2 = (i, i, 1)^T$ ,  $\bar{a}_3 = (i, 0, 1)^T$ .

### Тема 11. Линейные операторы

11.1. Оператор  $\varphi$  переводит вектор  $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$  в вектор  $\varphi(\vec{x})$ . Является ли оператор  $\varphi$  линейным? Если является, то записать его матрицу.

а)  $\varphi(\vec{x}) = (x_1 + 2x_2 + 3x_3; x_2 - 2x_3; x_1 - 3x_3)$

б)  $\varphi(\vec{x}) = (x_1 + x_3; x_2^2; x_3 + 1)$

11.2. Линейный оператор  $\varphi$  в базисе  $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$  имеет матрицу  $A$ . Найти матрицу этого оператора в базисе  $\vec{e}'_1, \vec{e}'_2, \vec{e}'_3$ , если  $\vec{e}_1 = (4, -4, -3)$ ,  $\vec{e}_2 = (-8, 7, 5)$ ,  $\vec{e}_3 = (-5, -1, 1)$ ,  $\vec{e}'_1 = (1, -1, 1)$ ,

$$\vec{e}'_2 = (0, 1, -1), \vec{e}'_3 = (0, 1, 1), A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

11.3. Найти минимальный многочлен матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 2 & -2 \\ -2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

11.4. Для матрицы  $A$  найти жорданову форму и жорданов базис.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

**11.5.** Найти ортонормированный базис, в котором оператор простой структуры имеет канонический вид. Записать канонический вид матрицы оператора в этом базисе.

$$A = \begin{pmatrix} 9 & -5 & -2 \\ 18 & -13 & -3 \\ 18 & -9 & -7 \end{pmatrix}.$$

**11.6.** Найти матрицу преобразования, переводящего векторы  $\vec{a}_1 = (1, 4, -5)^T$ ,  $\vec{a}_2 = (2, 3, -4)^T$ ,  $\vec{a}_3 = (1, -2, -1)^T$  в векторы  $\vec{b}_1 = (1, 1, 1)^T$ ,  $\vec{b}_2 = (1, 1, -1)^T$ ,  $\vec{b}_3 = (2, 1, 2)^T$  в том же базисе, в котором заданы координаты векторов.

### **Тема 12. Квадратичные формы**

**12.1.** Привести квадратичную форму к каноническому и нормальному виду, найти линейные невырожденные преобразования, приводящие квадратичную форму к этим видам.

$$x_1^2 + x_2^2 + 5x_3^2 - 6x_1x_2 - 2x_1x_3 + 2x_2x_3$$

**12.2.** Найти все значения параметра  $\lambda$ , при которых положительно определена квадратичная форма:

$$2x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 + 2\lambda x_1x_2 + 6x_1x_3 + 2x_2x_3$$

**12.3.** Выяснить, что в следующих парах квадратичных форм одна форма является положительно определенной. Найти невырожденное линейное преобразование, приводящее положительно определенную форму к нормальному виду, а другую – к каноническому:

$$f = x_1^2 + 26x_2^2 + 10x_1x_2$$

$$g = x_1^2 + 56x_2^2 + 16x_1x_2$$

### **Тема 13. Кривые и поверхности второго порядка**

**13.1.** Определить вид кривой 2 порядка. Найти центр. Записать в каноническом виде, найти каноническую систему координат.

$$a) 9x^2 - 16y^2 - 6x + 8y - 144 = 0$$

$$b) 9y^2 - 7y - 16 = 0$$

**13.2.** Составить уравнение и определить тип кривой второго порядка, проходящей через 5 точек, заданных своими координатами:

$$(-1, -1), (1, 0), (0, 1), (3, 2), (2, 3)$$

**13.3.** Исследовать зависимость типа кривой от параметра  $\lambda$ :

$$4x^2 + 2\lambda xy + y^2 = 0$$

**13.4.** Составить уравнение касательной к кривой в точке:

a)  $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{4} = 1, (3,1);$

b)  $5x^2 + 6xy + 5y^2 - 16x - 16y - 16 = 0 (3,3); (0,-0.8); (0,1)$

**13.5.** Определить тип поверхности второго порядка, привести к каноническому виду, найти центр, если поверхность центральная. Выписать каноническое преобразование переменных.

a)  $4x^2 + 2y^2 - z^2 - 8x - 4y - 2z - 5 = 0;$

b)  $4x^2 + 69y^2 + 16z^2 + 8xy + 64yz - 4y - 12 = 0$

**13.6.** Составить уравнение окружности, проходящей через точки A(1,1) и B(2,3), если ее центр лежит на прямой  $2x+3y - 1=0$ .

**13.7.** Составить уравнения общих касательных двух окружностей

$x^2 + y^2 - 6x - 8y + 21=0$  и  $x^2 + y^2 + 8x + 2y + 1=0$ .

**13.8.** В эллипс  $x^2/16 + y^2/4=1$  вписан правильный треугольник, одна из вершин которого совпадает с правой вершиной большой оси. Найти координаты двух других вершин треугольника.

**13.9.** Провести к эллипсу  $x^2/9 + y^2/64=1$  касательные перпендикулярные прямой  $2x-3y + 2=0$

**13.10.** Прямые  $x=\pm 9$  являются директрисами эллипса, малая ось которого равна 6. Найти уравнение этого эллипса.

**13.11.** На эллипсе  $x^2/36+y^2/25=1$  найти точку отстоящую от его малой оси на 5 единиц.

**13.12.** В эллипс  $9x^2 + 4y^2 + 54x - 16y + 61=0$  вписан прямоугольник, две противоположные стороны которого проходят через фокусы. Вычислить площадь/ периметр этого прямоугольника.

**13.13.** Составить уравнение гиперболы, имеющей общие фокусы с эллипсом  $x^2/49+y^2/16=1$ , при условии, что ее эксцентриситет  $e = 1,25$ .

**13.14.** Определить угол между асимптотами гиперболы, если известно, что ее эксцентриситет  $e = 2$ .

**13.15.** На гиперболе  $x^2/16 - y^2/9 = 1$  найти точку, для которой фокальные радиус-векторы перпендикулярны друг другу.

**13.16.** На гиперболе  $x^2/16 - y^2/9 = 1$  найти точку, для которой расстояние от левого фокуса в 2 раза больше, чем до правого.

**13.17.** Провести касательную к гиперболе  $x^2/4 - y^2/9 = 1$ , параллельную прямой  $x-4y + 8=0$ .

**13.18.** Провести касательную к гиперболе  $x^2/4 - y^2/9 = 1$ , перпендикулярную прямой  $x-4y + 8=0$ .

**13.19.** Вычислить длину сторон правильного треугольника, вписанного в параболу  $y^2=4x$ .

**13.20.** Составить уравнение общей хорды параболы  $y^2=18x$  и круга  $(x+6)^2+y^2=100$ .

**13.21.** Через фокус параболы  $y^2=4x$  проведена хорда, параллельная прямой  $x-y + 8=0$ . Вычислить длину этой хорды.

К формам контроля относится *экзамен* — это форма промежуточной аттестации студента, определяемая учебным планом подготовки по направлению ВО. Экзамен служит формой проверки успешного выполнения бакалаврами контрольных работ и усвоения учебного материала лекционных занятий.

### Примерные вопросы к экзамену (1 семестр)

1. Прямоугольная и полярная системы координат. Взаимосвязь координат точек в системах.
2. Алгебраическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами.
3. Тригонометрическая форма комплексного числа.
4. Возведение комплексного числа в степень с целым показателем. Формула Муавра.
5. Извлечение корня из комплексного числа.
6. Показательная форма комплексного числа.
7. Извлечение квадратного корня из комплексного числа в алгебраической форме.
8. Тригонометрические функции от комплексного числа.
9. Многочлен от одной переменной. Действия над многочленами. Корни многочленов.
10. Теорема Безу.
11. Схема Горнера.
12. Кратные корни.
13. Наибольший общий делитель двух многочленов. Алгоритм Евклида.
14. Свойства делимости многочленов.
15. Взаимно простые многочлены.
16. Свойства взаимно простых многочленов.
17. Корни квадратного уравнения
18. Матрицы, действия с матрицами – основные свойства.
19. Понятие определителя 2-го, 3-го и n-го порядка. Вычисление определителей 2-го, 3-го порядков.
20. Основные свойства определителей.
21. Вычисление определителей n-го порядка, теорема Лапласа.
22. Обратная матрица, вычисление обратных матриц.
23. Крамеровские системы линейных уравнений, их решение.
24. Метод последовательного исключения переменных (метод Гаусса) решения систем линейных уравнений.
25. Линейная зависимость и линейная независимость строк (столбцов) матрицы. Свойства ЛЗ и ЛНЗ. Базис и ранг строк.
26. Ранг матрицы. Вычисление ранга матрицы.
27. Однородные системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений однородных уравнений.
28. Неоднородные системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Общее решение неоднородной системы линейных уравнений.
29. Понятие вектора, сложение и разность векторов. Разложение вектора по трем некопланарным векторам.
30. Скалярное и векторное умножение векторов. Основные свойства.
31. Смешанное произведение векторов. Свойства смешанного произведения векторов.
32. Уравнение прямой на плоскости. Угол между двумя прямыми.
33. Общее уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой.
34. Преобразование прямоугольных координат.
35. Полярная система координат. Нормальное уравнение прямой.
36. Общее уравнение плоскости. Угол между плоскостями.

## Примерные вопросы к экзамену (2 семестр)

1. Определение линейного пространства. Примеры.
2. Свойства линейного пространства.
3. Линейная зависимость элементов линейного пространства.
4. Свойства систем векторов.
5. Базис линейного пространства.
6. Размерность линейного пространства.
7. Преобразование координат вектора при замене базиса.
8. Определение линейного подпространства. Линейная оболочка.
9. Пересечение и сумма линейных подпространств
10. Прямая сумма линейных подпространств.
11. Размерность линейного подпространства
12. Определение евклидова пространства.
13. Процесс ортогонализации Грамма-Шмидта.
14. Неравенство Коши-Буняковского.
15. Нормированные пространства.
16. Ортогональное дополнение. Построение ортогонального дополнения.
17. Унитарное пространство.
18. Определение и примеры линейных операторов. Ядро и образ. Дефект и ранг.
19. Матрица линейного оператора и ее преобразование.
20. Характеристическое уравнение матрицы. Лямбда-матрица. Аннулирующий и минимальный многочлены.
21. Характеристическое уравнение линейного оператора.
22. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.
23. Свойства собственных векторов. Вычисление собственных векторов. Ортогональная матрица. Ортогональное преобразование.
24. Инвариантные подпространства.
25. Треугольная форма.
26. Линейные операторы простой структуры.
27. Жорданова форма.
28. Жорданов базис.
29. Основные определения квадратичных форм. Линейное преобразование переменных
30. Канонический вид квадратичной формы
31. Алгоритм метода Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду.
32. Ортогональное преобразование квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду при помощи преобразования переменных с верхней унитарной матрицей.
33. Закон инерции.
34. Критерий Сильвестра.
35. Пара квадратичных форм
36. Основные определения. Преобразования координат: параллельный перенос и поворот; общий случай.
37. Приведение кривой второго порядка к каноническому виду.

38. Центральные и нецентральные кривые второго порядка
39. Классификация кривых второго порядка
40. Ортогональное преобразование переменных кривой второго порядка
41. Распадающиеся кривые второго порядка.
42. Теорема единственности.
43. Эллипс. Определение. Вывод канонического уравнения. Исследование формы. Директрисы и касательные. Оптические свойства.
44. Гипербола. Определение. Вывод канонического уравнения. Исследование формы. Директрисы и касательные. Оптические свойства.
45. Парабола. Определение. Вывод канонического уравнения. Исследование формы. Директрисы и касательные. Оптические свойства.
46. Некоторые общие понятия алгебры. Аксиомы группы.
47. Подгруппы. Классы смежности.
48. Циклические группы.
49. Арифметика остатков.
50. Функция Эйлера.
51. Мультипликативные обратные по модулю  $N$ .
52. Алгоритм Евклида. Расширенный алгоритм Евклида.
53. Китайская теорема об остатках.
54. Конечные поля.
55. Нормальные подгруппы и факторгруппы.
56. Классы смежности по нормальной подгруппе и факторгруппа.
57. Гомоморфизм.

### Критерии оценивания результатов обучения

Оценка	Критерии оценивания по экзамену
Высокий уровень «5» (отлично)	оценку «отлично» заслуживает студент, освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал без пробелов; выполнивший все задания, предусмотренные учебным планом на высоком качественном уровне; практические навыки профессионального применения освоенных знаний сформированы.
Средний уровень «4» (хорошо)	оценку «хорошо» заслуживает студент, практически полностью освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не оценены максимальным числом баллов, в основном сформировал практические навыки.
Пороговый уровень «3» (удовлетворительно)	оценку «удовлетворительно» заслуживает студент, частично с пробелами освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, многие учебные задания либо не выполнил, либо они оценены числом баллов близким к минимальному, некоторые практические навыки не сформированы.
Минимальный уровень «2» (неудовлетворительно)	оценку «неудовлетворительно» заслуживает студент, не освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не выполнил, практические навыки не сформированы.

Критерии оценки контрольных работ:

— оценка “зачтено” выставляется при полном раскрытии темы контрольной работы, а также при последовательном, четком и логически стройном ее изложении. Студент отвечает на дополнительные вопросы, грамотно обосновывает принятые решения;

— оценка “не зачтено” выставляется за слабое и неполное раскрытие темы контрольной работы, несамостоятельность изложения материала, выводы и предложения, носящие общий характер, отсутствие наглядного представления работы, затруднения при ответах на вопросы.

### **Критерии оценивания по зачету:**

«зачтено»: студент владеет теоретическими знаниями по данному разделу, умеет решать основные типовые задачи, допускает незначительные ошибки; студент умеет правильно объяснять алгоритм решения и проанализировать полученные результаты, понимает лекционный материал, иллюстрируя его примерами.

«не зачтено»: материал не усвоен или усвоен частично, студент затрудняется привести примеры по основным темам курса, довольно ограниченный объем знаний алгоритмических решений практических задач.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## **5. Перечень учебной литературы, информационных ресурсов и технологий**

### **5.1. Учебная литература**

1. Письменный, Дмитрий Трофимович. Конспект лекций по высшей математике [Текст] : [в 2 ч.]. Ч. 1 / Д. Письменный. - 12-е изд. - Москва : Айрис-пресс, 2013. - 280 с. - (Высшее образование). - ISBN 9785811248551. - ISBN 9785811240005 : 135.75.

2. Попов В.С. Линейная алгебра: учебное пособие для техн. университетов Изд: МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2016г. – 256 с.



3. Шевцов Г.С. Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты: учебное пособие – 3-е изд. испр. и доп. – М.: Магистр: ИНФРА-М, 2016. – 544 с.
4. Кремер Н.Ш., Фридман М.Н. Линейная алгебра. Учебник и практикум: 2-е изд. М.:Издательство Юрайт, 2017г. – 309с. (<http://urait.ru/catalog/401101>)
5. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. Санкт-Петербург, Москва, Краснодар, Лань, 2009.
6. Кряквин, В.Д. Линейная алгебра в задачах и упражнениях [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.Д. Кряквин. — Электрон. дан. — СПб: Лань, 2016. — 592 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/72583>.
- Пахомова Е.Г., Рожкова С.В. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Сборник задач: учеб. пособие для прикладного бакалавриата, 2016г. – 110с. (<http://urait.ru/catalog/392498>)
7. Тыртышников Е.Е. Основы алгебры. Изд-во: «Физматлит», 2016 - 464 с.
8. Потапов А.П. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Учебник и практикум для прикладного бакалавриата. 2016г. – 309с. (<http://urait.ru/catalog/395378>)
9. Бурмистрова Е.Б., Лобанов С.Г. Линейная алгебра. Учебник и практикум для академического бакалавриата. 2017г. – 421 с.
10. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. Москва-СПб, Лань, 2010.
11. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра: учебник для ВУЗов. 6-е изд., стер. М: Физматлит, 2005. – 208 с.
12. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Задачи по высшей алгебре: учебное пособие для студентов вузов. – СПб.: Лань, 2008. – 288 с.

## 5.2. Периодическая литература

*Указываются печатные периодические издания из «Перечня печатных периодических изданий, хранящихся в фонде Научной библиотеки КубГУ» [HTTPS://WWW.KUBSU.RU/RU/NODE/15554](https://www.kubsu.ru/ru/node/15554), и/или электронные периодические издания, с указанием адреса сайта электронной версии журнала, из баз данных, доступ к которым имеет КубГУ:*

1. Базы данных компании «Ист Вью» [HTTP://DLIV.EASTVIEW.COM](http://dliv.eastview.com)
2. Электронная библиотека [GREBENNIKON.RU](https://grebennikon.ru) [HTTPS://GREBENNIKON.RU/](https://grebennikon.ru)

## 5.3. Интернет-ресурсы, в том числе современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

**Электронно-библиотечные системы (ЭБС):**

1. ЭБС «ЮРАЙТ» [HTTPS://URAIT.RU/](https://urait.ru/)
2. ЭБС «УНИВЕРСИТЕТСКАЯ БИБЛИОТЕКА ОНЛАЙН» [WWW.BIBLIOTECHEB.RU](http://www.biblioclub.ru)
3. ЭБС «BOOK.ru» [HTTPS://WWW.BOOK.RU](https://www.book.ru)
4. ЭБС «ZNANIUM.COM» [WWW.ZNANIUM.COM](http://www.znanium.com)
5. ЭБС «ЛАНЬ» [HTTPS://E.LANBOOK.COM](https://e.lanbook.com)

**Профессиональные базы данных:**

1. Web of Science (WoS) [HTTP://WEBOFSCIENCE.COM/](http://webofscience.com/)
2. Scopus [HTTP://WWW.SCOPUS.COM/](http://www.scopus.com/)

3. ScienceDirect [WWW.SCIENCEDIRECT.COM](http://WWW.SCIENCEDIRECT.COM)
4. Журналы издательства Wiley [HTTPS://ONLINELIBRARY.WILEY.COM/](https://ONLINELIBRARY.WILEY.COM/)
5. Научная электронная библиотека (НЭБ) [HTTP://WWW.ELIBRARY.RU/](http://WWW.ELIBRARY.RU/)
6. Полнотекстовые архивы ведущих западных научных журналов на Российской платформе научных журналов НЭИКОН [HTTP://ARCHIVE.NEICON.RU](http://ARCHIVE.NEICON.RU)
7. Национальная электронная библиотека (доступ к Электронной библиотеке диссертаций Российской государственной библиотеки (РГБ)) [HTTPS://RUSNEB.RU/](https://RUSNEB.RU/)
8. Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина [HTTPS://WWW.PRLIB.RU/](https://WWW.PRLIB.RU/)
9. Электронная коллекция Оксфордского Российского Фонда  
[HTTPS://EBOOKCENTRAL.PROQUEST.COM/LIB/KUBANSTATE/HOME.ACTION](https://EBOOKCENTRAL.PROQUEST.COM/LIB/KUBANSTATE/HOME.ACTION)
10. Springer Journals [HTTPS://LINK.SPRINGER.COM/](https://LINK.SPRINGER.COM/)
11. Nature Journals [HTTPS://WWW.NATURE.COM/SITEINDEX/INDEX.HTML](https://WWW.NATURE.COM/SITEINDEX/INDEX.HTML)
12. Springer Nature Protocols and Methods  
[HTTPS://EXPERIMENTS.SPRINGERNATURE.COM/SOURCES/SPRINGER-PROTOCOLS](https://EXPERIMENTS.SPRINGERNATURE.COM/SOURCES/SPRINGER-PROTOCOLS)
13. Springer Materials [HTTP://MATERIALS.SPRINGER.COM/](http://MATERIALS.SPRINGER.COM/)
14. zbMath [HTTPS://ZBMATH.ORG/](https://ZBMATH.ORG/)
15. Nano Database [HTTPS://NANO.NATURE.COM/](https://NANO.NATURE.COM/)
16. Springer eBooks: [HTTPS://LINK.SPRINGER.COM/](https://LINK.SPRINGER.COM/)
17. "Лекториум ТВ" [HTTP://WWW.LEKTORIUM.TV/](http://WWW.LEKTORIUM.TV/)
18. Университетская информационная система РОССИЯ [HTTP://UISRUSSIA.MSU.RU](http://UISRUSSIA.MSU.RU)

#### **Информационные справочные системы:**

1. Консультант Плюс - справочная правовая система (доступ по локальной сети с компьютеров библиотеки)

#### **Ресурсы свободного доступа:**

1. Американская патентная база данных [HTTP://WWW.USPTO.GOV/PATFT/](http://WWW.USPTO.GOV/PATFT/)
2. Полные тексты канадских диссертаций [HTTP://WWW.NLC-BNC.CA/THESESCANADA/](http://WWW.NLC-BNC.CA/THESESCANADA/)
3. КиберЛенинка ([HTTP://CYBERLENINKA.RU/](http://CYBERLENINKA.RU/));
4. Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
[HTTPS://WWW.MINOBNAUKI.GOV.RU/](https://WWW.MINOBNAUKI.GOV.RU/);
5. Федеральный портал "Российское образование" [HTTP://WWW.EDU.RU/](http://WWW.EDU.RU/);
6. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"  
[HTTP://WINDOW.EDU.RU/](http://WINDOW.EDU.RU/);
7. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов [HTTP://SCHOOL-COLLECTION.EDU.RU/](http://SCHOOL-COLLECTION.EDU.RU/) .
8. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов  
([HTTP://FCIOR.EDU.RU/](http://FCIOR.EDU.RU/));
9. Проект Государственного института русского языка имени А.С. Пушкина  
"Образование на русском" [HTTPS://PUSHKININSTITUTE.RU/](https://PUSHKININSTITUTE.RU/);
10. Справочно-информационный портал "Русский язык" [HTTP://GRAMOTA.RU/](http://GRAMOTA.RU/);
11. Служба тематических толковых словарей [HTTP://WWW.GLOSSARY.RU/](http://WWW.GLOSSARY.RU/);
12. Словари и энциклопедии [HTTP://DIC.ACADEMIC.RU/](http://DIC.ACADEMIC.RU/);
13. Образовательный портал "Учеба" [HTTP://WWW.UCHEBA.COM/](http://WWW.UCHEBA.COM/);
14. Законопроект "Об образовании в Российской Федерации". Вопросы и ответы  
[HTTP://XN--273--84D1F.XN--P1AI/VOPROSY\\_I\\_OTVETY](http://XN--273--84D1F.XN--P1AI/VOPROSY_I_OTVETY)

#### **Собственные электронные образовательные и информационные ресурсы КубГУ:**

1. Среда модульного динамического обучения [HTTP://MOODLE.KUBSU.RU](http://MOODLE.KUBSU.RU)

2. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций [HTTP://MSCHOOL.KUBSU.RU/](http://MSCHOOL.KUBSU.RU/)
3. Библиотека информационных ресурсов кафедры информационных образовательных технологий [HTTP://MSCHOOL.KUBSU.RU/](http://MSCHOOL.KUBSU.RU/);
4. Электронный архив документов КубГУ [HTTP://DOCSpace.KUBSU.RU/](http://DOCSpace.KUBSU.RU/)
5. Электронные образовательные ресурсы кафедры информационных систем и технологий в образовании КубГУ и научно-методического журнала "ШКОЛЬНЫЕ ГОДЫ" [HTTP://ICDAU.KUBSU.RU/](http://ICDAU.KUBSU.RU/)

#### **6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Теоретические знания по основным разделам курса «Алгебра и аналитическая геометрия» студенты приобретают на лекциях и практических занятиях, закрепляют и расширяют во время самостоятельной работы.

Лекции по курсу «Алгебра и аналитическая геометрия» представляются в виде изложения материала по теме лекции с демонстрацией презентаций по отдельным основным темам программы.

Для углубления и закрепления теоретических знаний студентам рекомендуется выполнение определенного объема самостоятельной работы. Общий объем часов, выделенных для внеаудиторных занятий, составляет 202 часа.

В рамках самостоятельной познавательной деятельности студентам также предлагается изучить некоторые разделы, не вошедшие в лекционный курс.

Внеаудиторная работа по дисциплине «Алгебра и аналитическая геометрия» заключается в следующем:

- повторение лекционного материала и проработка учебников и учебных пособий;
- подготовка к практическим занятиям;
- проработка тем, вынесенных на самостоятельную подготовку.

Для закрепления теоретического материала и выполнения контролируемых самостоятельных работ по дисциплине во внеучебное время студентам предоставляется возможность пользования библиотекой КубГУ, библиотекой факультета компьютерных технологий и прикладной математики, возможностями компьютерного класса факультета.

Итоговый контроль осуществляется в виде зачетов и экзаменов.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

#### **7. Материально-техническое обеспечение по дисциплине (модулю)**

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины и оснащённость
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, оборудованная видеопроектором и экраном, ауд. 129, 131, А 301 б, А 305, А 307.
2.	Семинарские занятия	Не предусмотрены
3.	Лабораторные занятия	Аудитории для лабораторных занятий, оборудованные досками, ауд. 129, 131, 133, 147, 148, 149, 150, А301б, А305, А307, А512, 100С.
4.	Курсовое проектирование	Не предусмотрено
5.	Групповые (индивидуальные) консультации	Аудитория, оборудованная доской, ауд. 129, 131, 133, 147, 148, 149, 150, А 301 б, А305, А307, А512, 100С.
6.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Аудитория, оборудованная доской, ауд. 129, 131, 133, 147, 148, 149, 150, А 301 б, А305, А307, А512, 100С.
7.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета, ауд. 102-А и читальный зал.

Для самостоятельной работы обучающихся предусмотрены помещения, укомплектованные специализированной мебелью, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Наименование помещений для самостоятельной работы обучающихся	Оснащённость помещений для самостоятельной работы обучающихся	Перечень лицензионного программного обеспечения
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (читальный зал Научной библиотеки)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы  Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	Не требуется

Помещение для самостоятельной работы обучающихся (ауд.102А)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	Не требуется
---	--	--------------

## **РЕЦЕНЗИЯ**

**на рабочую программу учебной дисциплины Б1.Б.05**

**«Алгебра и аналитическая геометрия» по направлению 01.03.02 прикладная математика и информатика, квалификация выпускника «бакалавр», разработчик к.т.н., преподаватель кафедры прикладной математики Пелипенко Е.Ю.**

Учебная программа была составлена преподавателем кафедры прикладной математики Кубанского государственного университета Пелипенко Екатериной Юрьевной. Рабочая программа в полной мере соответствует требованиям ФГОС ВО для направления подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» очной формы обучения. Все компетенции и требуемые знания, отраженные в программе, полностью соответствуют требованиям. Программа составлено логично и последовательно. Трудоемкость тем и разделов отражена достоверно.

Учебная дисциплина будет реализовываться на 1 курсе, в 1 и 2 семестрах, она предусматривает объем 432 учебных часа, в т.ч.: лекции – 102 часа, лабораторные занятия – 122; самостоятельная работа – 106 часов; контроль – 89 часа. Предусмотрена форма отчетности – экзамен в 1 семестре, зачет и экзамен во 2 семестре.

Целью освоения учебной дисциплины «Алгебра и аналитическая геометрия» является развитие профессиональных и общекультурных компетенций при освоении материала по курсу. Автор программы выделяет наиболее актуальные задачи, решаемые в процессе преподавания данной учебной дисциплины, которые необходимы для формирования компетенций студентов, изложенных в рабочей программе и предусмотренных ФГОС ВО для соответствующего направления.

Изучение дисциплины базируется на школьных знаниях студентов, а также на знаниях, получаемых в рамках ряда дисциплин, изучаемых параллельно с данной.

В качестве основной образовательной технологии, применяемой автором, является контроль индивидуальной работы студентов, а так же разъяснение материала на лекционных и практических занятиях.

Считаю, что разработанная Пелипенко Е. Ю. рабочая программа соответствует ФГОС ВО для указанного направления подготовки и может быть рекомендована для использования в учебном процессе.

Рецензент:

Шапошникова Татьяна Леонидовна,

доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, профессор, почетный работник высшего профессионального образования РФ, директор института фундаментальных наук (ИФН) ФГБОУ ВО «КубГТУ».

## РЕЦЕНЗИЯ

на рабочую программу учебной дисциплины Б1.Б.05

**«Алгебра и аналитическая геометрия» по направлению 01.03.02 прикладная математика и информатика, квалификация выпускника «бакалавр», разработчик к.т.н., преподаватель кафедры прикладной математики Пелипенко Е.Ю.**

Рабочая программа составлена для направления подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», очной формы обучения. Учебная дисциплина реализуется в бакалавриате, на 1 курсе, в 1 и 2 семестрах. Общая трудоемкость дисциплины составляет объем 432 учебных часа, в т.ч.: лекции – 102 часа, лабораторные занятия – 122; самостоятельная работа – 106 часов; контроль – 89 часа. Предусмотрена форма отчетности – экзамен в 1 семестре, зачет и экзамен во 2 семестре.

Рецензируемая программа составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению «Прикладная математика и информатика».

**Целью** освоения учебной дисциплины «Алгебра и аналитическая геометрия» является овладение основными навыками решения задач, приобретение фундаментальных знаний по дисциплине с целью их применения в практической деятельности, а так же при изучении специальных дисциплин, изучаемых на старших курсах.

Разработанные задания по курсу позволяют проверить и оценить качество приобретенных знаний у студентов. Организация процесса преподавания способствует глубокому изучению материала. Основной целью применения заданий в процессе обучения является формирование умений и навыков по решению прикладных задач, а так же формированию базовых знаний по дисциплине, которые будут способствовать изучению профильных дисциплин на курсе.

Изучение дисциплины «Алгебра и аналитическая геометрия» базируется на школьной подготовке студентов, а также имеет пересечения с базовыми курсами, преподаваемыми в 1 и 2 семестрах соответствующей специальности.

В результате освоения учебной дисциплины формируются общепрофессиональные и профессиональные компетенции, конкретный перечень которых приводится в рабочей программе Пелипенко Е.Ю.

В качестве основной образовательной технологии применяется методика основанная на контроле индивидуальной работы студентов, на разборе всех типов заданий на практических занятиях, а так же на подробном изложении лекционного материала.

Считаю, что разработанная Пелипенко Е.Ю. рабочая программа соответствует ФГОС ВО для направления подготовки 01.03.02 и может быть рекомендована для использования в учебном процессе.

Рецензент:

Марков Виталий Николаевич.

Доктор технических наук. Профессор кафедры информационных систем и программирования института компьютерных систем и информационной безопасности (ИКСиИБ) ФГБОУ ВО «КубГТУ».