

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе,  
качеству образования – первый  
проректор

Хагуров Т.А.

подпись

«30» мая 2022 г.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ** **Б1.В.06«Функциональный анализ»**

Направление подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) Математическое и информационное обеспечение  
экономической деятельности

Форма обучения очная

Квалификация бакалавр

Краснодар 2022

Рабочая программа дисциплины «Функциональный анализ» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Программу составил:

К.В. Малыхин, доцент кафедры прикладной математики,  
кандидат физ.-мат. наук

Рабочая программа дисциплины «Функциональный анализ»  
утверждена на заседании кафедры прикладной математики  
протокол №10 от «24» мая 2022 г.

Заведующий кафедрой (разработчика)  
М. Х. Уртенев

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры  
прикладной математики  
протокол № 10 «24» мая 2022 г.

Заведующий кафедрой (выпускающей) Уртенев М.Х.

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии  
факультета компьютерных технологий и прикладной  
математики протокол №5 от «25» мая 2022 г.

Председатель УМК факультета  
А. В. Коваленко

Рецензенты:

Шапошникова Татьяна Леонидовна

Директор института фундаментальных наук (ИФН) ФГБОУ ВО  
«КубГТУ»

Марков Виталий Николаевич

Профессор кафедры информационных систем и программирования института  
компьютерных систем и информационной безопасности (ИКСиИБ) ФГБОУ  
ВО «КубГТУ»

## 1 Цели и задачи изучения дисциплины (модуля)

### 1.1 Цель освоения дисциплины

Целью преподавания и изучения дисциплины «Функциональный анализ» является овладение студентами методами функционального анализа непосредственно примыкающими к задачам прикладной математики, которые необходимы с одной стороны для формирования навыков работы с абстрактными математическими понятиями, а с другой стороны для восприятия с общетеоретических позиций идей и методов смежных дисциплин, подготовки выпускника как и к научно-исследовательской деятельности, так и к производственно-технологической деятельности в области решения прикладных задач.

### 1.2 Задачи дисциплины

Задачей изучения дисциплины «Функциональный анализ» является развитие способностей студента понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат при решении задач, возникающих на практике и в научно-исследовательской деятельности.

### 1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Курс «Функциональный анализ» относится к дисциплинам по выбору вариативной части Блока 1. Для освоения курса студентами необходимо наличие у студентов знаний и умений приобретённых в результате изучения ими базовых курсов математического анализа, алгебры и аналитической геометрии, дифференциальных уравнений. Знания, полученные при изучении данного курса, находят применение при изучении «Уравнений математической физики», «Дифференциальных уравнений», «Теории вероятностей», «Численных методов», ряда дисциплин специализации. Методы функционального анализа находят своё приложение в различных сферах современной прикладной математики, например при создании современных систем управления, а также в научно-исследовательской работе.

### 1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

Код и наименование индикатора	Результаты обучения по дисциплине
<b>ПК-1 Способен решать актуальные и значимые задачи прикладной математики и информатики</b>	
ИПК-1.2 (06.016 А/30.6 Зн.3) Предметная область прикладной математики и информатики	Знает: <ul style="list-style-type: none"><li>• основные понятия функционального анализа;</li><li>• основные свойства и теоремы функционального анализа;</li><li>• основные методы функционального анализа.</li></ul>
ИПК-1.3 (40.001 А/02.5 Зн.1) Цели и задачи проводимых исследований и разработок, значимые задачи прикладной математики и информатики	
ИПК-1.4 (40.001 А/02.5 Зн.2) Отечественный и международный опыт решения актуальных и значимых задач прикладной математики и информатики	

<p>ИПК-1.6 (06.016 А/30.6 У.1) Анализировать входные данные при решении задач в области прикладной математики и информатики</p>	<p>Умеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>доказывать утверждения, специфичные для функционального анализа;</li> <li>применять методы функционального анализа для решения математических и прикладных задач.</li> </ul>
<p>ИПК-1.7 (40.001 А/02.5 Тд.2) Проведение наблюдений и измерений, составление их описаний и формулировка выводов при анализе решений задач прикладной математики и информатики</p>	<p>Владеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>системой основных математических структур (линейные нормированные и метрические пространства) и аксиоматическим методом;</li> </ul>
<p>ИПК-1.8 (40.001 А/02.5 Др.2 Тд.) Деятельность, направленная на решение задач актуальные и значимые задачи прикладной математики и информатики аналитического характера, предполагающих выбор и многообразие актуальных способов решения задач</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>основными понятиями высшей математики, связанными с функциональным анализом.</li> <li>основными понятиями курсов математический анализ, алгебра и теория чисел, относящихся к функциональному анализу;</li> <li>навыками доказательства теорем о линейных операторах.</li> </ul>
<p><b>ПК-2 Способен активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках</b></p>	
<p>ИПК-2.1 (06.016 А/30.6 Зн.3) Предметная область и методы математического моделирования в естественных науках</p>	<p>Знает:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>основные факты о метрических, нормированных и гильбертовых пространствах;</li> <li>современный математический аппарат функционального анализа;</li> <li>основные свойства линейных операторов;</li> <li>основные методы применения теории операторов.</li> </ul>
<p>ИПК-2.2 (40.001 А/02.5 Зн.1) Цели и задачи проводимых исследований и разработок в естественных науках</p>	
<p>ИПК-2.3 (40.001 А/02.5 Зн.2) Отечественный и международный опыт в исследовании математических моделей в естественных науках</p>	
<p>ИПК-2.4 (40.001 А/02.5 Зн.4) Методы проведения экспериментов и наблюдений, обобщения и обработки информации в исследовании новых математических моделей в естественных науках</p>	
<p>ИПК-2.6 (06.016 А/30.6 У.1) Анализировать входные данные при проведении исследований математических моделей в естественных науках</p>	<p>Умеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>применять методы современного математического аппарата для решения задач в области технологических процессов и производств</li> <li>уметь логически строго доказывать математические утверждения, классифицировать уравнения и выбирать соответствующие алгоритмы их решения;</li> <li>точно и лаконично рассказывать или описывать решение задач, доказательство теорем, свойства рассматриваемых математических объектов;</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>используя полученные знания, проводить исследования, связанные с основными понятиями курса.</li> </ul>
ИПК-2.10 (40.001 А/02.5 Тд.2) Проведение наблюдений и измерений, составление их описаний и формулировка выводов при проведении исследований математических моделей в естественных науках	<p>Владеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>базовыми идеями и методами теории функционального анализа, относящимся к теории линейных функционалов и операторов;</li> <li>методами функционального анализа для исследования и анализа математических моделей физических явлений;</li> <li>современными знаниями о функциональном анализе и приложениях этой теории;</li> <li>методами выбора и анализа математических моделей физических явлений.</li> </ul>

Результаты обучения по дисциплине достигаются в рамках осуществления всех видов контактной и самостоятельной работы обучающихся в соответствии с утвержденным учебным планом.

Индикаторы достижения компетенций считаются сформированными при достижении соответствующих им результатов обучения.

## 2. Структура и содержание дисциплины

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 7 зач. ед. (252 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице

Вид учебной работы		Всего часов	Семестры (часы)	
			5	6
<b>Контактная работа, в том числе:</b>		<b>138,6</b>	<b>70,3</b>	<b>68,3</b>
<b>Аудиторные занятия (всего):</b>		<b>132</b>	<b>68</b>	<b>64</b>
Занятия лекционного типа		66	34	32
Лабораторные занятия		66	34	32
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)				
<b>Иная контактная работа:</b>		<b>6,6</b>	<b>2,3</b>	<b>4,3</b>
Контроль самостоятельной работы (КСР)		6	2	4
Промежуточная аттестация (ИКР)		0,6	0,3	0,3
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>		<b>33</b>	<b>2</b>	<b>31</b>
Самостоятельное изучение разделов, самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным и практическим занятиям, коллоквиумам и т.д.)		33	2	31
Подготовка к текущему контролю				
<b>Контроль, в том числе:</b>		<b>80,4</b>	<b>35,7</b>	<b>44,7</b>
Подготовка к экзамену		80,4	35,7	44,7
Общая трудоёмкость	<b>час.</b>	<b>252</b>	<b>108</b>	<b>144</b>
	<b>в том числе контактная работа</b>	<b>138,6</b>	<b>70,3</b>	<b>68,3</b>
	<b>зач. ед</b>	<b>7</b>	<b>3</b>	<b>4</b>

## 2.2 Содержание дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.  
Разделы (темы) дисциплины, изучаемые в 5 семестре

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа СРС
			Л	ПЗ	ЛР	
1	2	3	4	5	6	7
1.	Тригонометрические ряды Фурье	14	6	-	8	0
2.	Интеграл Лебега	18	8	-	10	0
3.	Пространства Лебега	12	6	-	6	0
4.	Линейные нормированные пространства	26	14	-	10	2
<b>ИТОГО по разделам дисциплины</b>		<b>70</b>	<b>34</b>	<b>-</b>	<b>34</b>	<b>2</b>
Контроль самостоятельной работы (КСР)		2				
Промежуточная аттестация (ИКР)		0,3				
Подготовка к текущему контролю		35,7				
<b>Общая трудоемкость по дисциплине</b>		<b>108</b>				

Разделы (темы) дисциплины, изучаемые в 6 семестре

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа СРС
			Л	ПЗ	ЛР	
1	2	3	4	5	6	7
1.	Евклидовы пространства	18	6		6	6
2.	Линейные функционалы	18	6		4	8
3.	Линейные операторы	32	10		12	10
4.	Приложения линейных операторов	27	10		10	7
<b>ИТОГО по разделам дисциплины</b>		<b>95</b>	<b>32</b>		<b>32</b>	<b>31</b>
Контроль самостоятельной работы (КСР)		4				
Промежуточная аттестация (ИКР)		0,3				
Подготовка к текущему контролю		44,7				
<b>Общая трудоемкость по дисциплине</b>		<b>144</b>				

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия/семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

## 2.3 Содержание разделов (тем) дисциплины

### 2.3.1 Занятия лекционного типа

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Тригонометрические ряды Фурье	Периодические величины. Гармонический анализ. Понятие ряда. Коэффициенты Фурье. Интеграл Дирихле. Лемма Римана. Следствие из неё. Принцип локализации. Признаки Дини и Липшица сходимости ряда Фурье в точке. Разложение в ряд Фурье для произвольного промежутка. Разложение в ряд Фурье непериодической	Т

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Форма текущего контроля
1	2	3	4
		функции. Разложение в ряд Фурье только по синусам и только по косинусам. Равномерная сходимость ряда Фурье.	
2.	Интеграл Лебега	Необходимость обобщения понятия интеграла Римана. Множества точек. Понятие меры. Свойства меры. Множество меры ноль. Определения, примеры. Измеримые функции. Теорема об эквивалентных определениях измеримой функции. Свойства измеримых функций. Интеграл Лебега от ограниченной измеримой функции, понятие. Теорема о существовании интеграла Лебега. Сравнение с интегралом Римана. Интеграл Лебега по произвольному измеримому множеству. Свойства интеграла Лебега. Интеграл Лебега от неограниченной функции.	Т
3.	Пространства Лебега	Понятие $L_p[a, b]$ . Теорема о вложении пространств. Линейность пространств $L_p[a, b]$ . Неравенство Гельдера. Неравенство Минковского. Норма в $L_p[a, b]$ . Пространство $L_2[a, b]$ . Свойства функций $L_2[a, b]$ . Сходимость в $L_2[a, b]$ . Теоремы о единственности предела, о непрерывности нормы, фундаментальности и сходимости в $L_2[a, b]$ . Теорема о приближении функций из $L_2[a, b]$ .	Т, К
4.	Линейные нормированные пространства	Линейные пространства. Определения. Примеры. Изоморфизм. Линейная зависимость. Базис. Размерность. Фактор-пространство. Теорема о размерности фактор-пространства. Линейные нормированные пространства. Определение. Примеры. Предел последовательности в ЛНП. Свойства пределов. Задачи. Открытые и замкнутые пространства в $L$ . Предельная точка. Теорема. Эквивалентные нормы. Теорема об эквивалентных нормах в конечномерном пространстве. Расстояние от точки до подпространства. Лемма Рисса о почти перпендикуляре. Фундаментальность в линейном нормированном пространстве. Понятия. Свойства Банаховы пространства. Понятия. Примеры. Пример неполного нормированного пространства. Ряды в нормированных пространствах: сходимость, критерий Коши, абсолютная сходимость. Принцип вложенных шаров. Теорема Бэра. Компактные множества в нормированных пространствах, ограниченность и замкнутость компактного множества. Предкомпактные множества. Связь с компактными множествами. Критерий Хаусдорфа предкомпактности множества в нормированных пространствах. Компактность и конечномерность. Теорема о конечномерности локально-	Т

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Форма текущего контроля
1	2	3	4
		компактного пространства. Теорема Арцела. Банаховые пространства со счетным базисом. Понятие. Примеры. Определение и примеры сепарабельных нормированных пространств.	
5.	Евклидовы пространства	Определение гильбертова пространства. Примеры. Ортогональность в гильбертовом пространстве. Теорема об однозначном представлении вектора в виде суммы его проекций на ортогональные подпространства. Лемма об ортогональных подпространствах. Ортонормированные системы в гильбертовых пространствах. Существование ортонормированного базиса в сепарабельном $H$ -пространстве. Ряды Фурье в $H$ -пространстве. Экстремальное свойство частичных сумм ряда Фурье. Полнота и замкнутость ортонормированной системы в $H$ -пространстве. Теорема Рисса-Фишера в $H$ -пространстве. Изоморфизм $H$ -пространств.	Т
6.	Линейные функционалы	Линейные функционалы в ЛНП. Определение. Теорема о коразмерности ядра линейного функционала. Теорема Хана-Банаха в линейном пространстве. Линейные непрерывные функционалы в ЛНП. Непрерывность и ограниченность линейного функционала в ЛНП. Теорема Хана-Банаха в ЛНП. Сопряженное пространство $L^*$ . Теорема о полноте $L^*$ . Слабая сходимость в ЛНП. Теорема Рисса о представлении линейного непрерывного функционала в $H$ -пространстве.	Т
7.	Линейные операторы	Линейный оператор в линейном пространстве. Понятие, примеры. Линейный непрерывный оператор в ЛНП. Непрерывность и ограниченность. Норма линейного ограниченного оператора. Свойства, примеры. Равномерная сходимость линейных операторов. Теоремы о равномерной сходимости в единичном круге. Следствие. Полнота пространства $\mathcal{L}(L, L_1)$ . Сильная сходимость в $\mathcal{L}(L, L_1)$ . Примеры. Принцип равномерной ограниченности. Теорема Банаха-Штейнгауза. Обратный оператор. Определение. Теорема о линейности оператора $A^{-1}$ . Достаточное условие ограниченной обратимости линейного оператора. Теорема о существовании оператора $(I + A)^{-1}$ . Теорема об ограниченной обратимости оператора, близкого к ограниченно обратимому. Регулярное множество, спектр и резольвента линейного оператора. Спектральный радиус. Понятие сопряженного оператора. Теорема о его представлении в $H$ -пространстве. Теорема о линейности и непрерывности сопряженного оператора. Самосопряженные операторы. Свойства. Определение и	Т, К

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Форма текущего контроля
1	2	3	4
		простейшие свойства компактных операторов. Теорема о структуре компактного оператора.	
8.	Приложения линейных операторов	Первая теорема Фредгольма. Вторая теорема Фредгольма. Третья теорема Фредгольма. Решение интегральных уравнений Фредгольма 2-го рода с вырожденным ядром. Исследование интегральных уравнений Фредгольма с помощью альтернативы Фредгольма. Резольвентный метод решения интегральных уравнений. Метод сжимающих отображений. Производные Фреше и Гато.	Т

Примечание: ЛР – отчет/защита лабораторной работы, КП - выполнение курсового проекта, КР - курсовой работы, РГЗ - расчетно-графического задания, Р - написание реферата, Э - эссе, К - коллоквиум, Т – тестирование, РЗ – решение задач.

### 2.3.2 Занятия семинарского типа

Не предусмотрены.

### 2.3.3 Лабораторные занятия

№	Наименование лабораторных работ	Форма текущего контроля
1	2	3
1.	Тригонометрические ряды Фурье на $(-\pi, \pi)$ .	РЗ
2	Тригонометрические ряды Фурье на $(-1, 1)$ .	РЗ
3	Разложения в ряд Фурье только по синусам или только по косинусам.	РЗ
4	Особенности коэффициентов ряда Фурье. Дифференцирование и интегрирование рядов Фурье.	РЗ
5.	Мера Лебега.	РЗ
6.	Множества меры 0.	РЗ
7.	Измеримые множества.	РЗ
8.	Измеримые функции.	РЗ
9.	Интеграл Лебега.	РЗ
10.	Основные свойства пространств $L_p$ .	РЗ
11.	Сходимость в пространствах $L_p$ .	РЗ
12.	Плотность множеств в пространствах $L_p$ .	РЗ
13.	Метрика в линейных пространствах.	РЗ
14.	Норма в линейных пространствах.	РЗ
15.	Сходимость в линейных нормированных пространствах.	РЗ
16.	Замкнутость, ограниченность, открытость, компактность в нормированных пространствах.	РЗ
17.	Предкомпактность в $C[a, b]$ .	РЗ
18.	Евклидовы пространства, общие свойства.	РЗ
19.	Проектирование на подпространство евклидова пространства.	РЗ
20.	Ортогонализация в гильбертовом пространстве.	РЗ
21.	Ограниченные функционалы. Норма функционала в пространствах $l_p^n$ , $l_p$ .	РЗ
22.	Норма линейного функционала в $L_p(a, b)$ , $C[a, b]$ .	РЗ

№	Наименование лабораторных работ	Форма текущего контроля
1	2	3
23.	Линейные операторы.	РЗ
24.	Ограниченные операторы. Норма оператора.	РЗ
25.	Норма ограниченного оператора.	РЗ
26.	Обратный оператор. Спектр, резольвента оператора.	РЗ
27.	Сопряженные операторы.	РЗ
28.	Вполне непрерывные операторы.	РЗ
29.	Решение интегральных уравнений Фредгольма с вырожденным ядром.	РЗ
30.	Исследование интегральных уравнений Фредгольма с использованием альтернативы Фредгольма.	РЗ
31.	Решение интегральных уравнений при помощи резольвенты	РЗ
32.	Метод сжимающих отображений.	РЗ
33.	Производные Фреше и Гато.	РЗ

Примечание: ЛР – отчет/защита лабораторной работы, КП - выполнение курсового проекта, КР - курсовой работы, РГЗ - расчетно-графического задания, Р - написание реферата, Э - эссе, К - коллоквиум, Т – тестирование, РЗ – решение задач.

#### 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Проработка и повторение лекционного материала, материала учебной и научной литературы, подготовка семинарским занятиям	Методические указания для подготовки к лекционным и семинарским занятиям, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 18.04.2018 г. Методические указания по выполнению самостоятельной работы, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 18.04.2018 г.
2	Подготовка лабораторным занятиям	Методические указания по выполнению лабораторных работ, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 18.04.2018 г.
3	Подготовка к решению задач и тестов	Методические указания по выполнению самостоятельной работы, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 18.04.2018 г.
4	Подготовка докладов	Методические указания для подготовки эссе, рефератов, курсовых работ, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 18.04.2018 г.

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
		технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 18.04.2018 г.
5	Подготовка к решению расчетно-графических заданий (РГЗ)	Методические указания по выполнению расчетно-графических заданий, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 18.04.2018 г. Методические указания по выполнению самостоятельной работы, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 18.04.2018 г.
6	Подготовка к текущему контролю	Методические указания по выполнению самостоятельной работы, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 18.04.2018 г.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла,
- в печатной форме на языке Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### 3. Образовательные технологии

С точки зрения применяемых методов используются как традиционные информационно-объяснительные лекции, так и интерактивная подача материала с мультимедийной системой. Компьютерные технологии в данном случае обеспечивают возможность разнопланового отображения алгоритмов и демонстрационного материала. Такое сочетание позволяет оптимально использовать отведенное время и раскрывать логику и содержание дисциплины.

Лекции представляют собой систематические обзоры тем функционального анализа. Лабораторное занятие позволяет научить студента применять теоретические знания при решении и исследовании конкретных задач. Лабораторные занятия проводятся в традиционных аудиториях. Подход разбора конкретных ситуаций широко используется как

преподавателем, так и студентами при проведении анализа результатов самостоятельной работы. Это обусловлено тем, что в процессе исследования часто встречаются задачи, для которых единых подходов не существует. Каждая конкретная задача при своем исследовании имеет множество подходов, а это требует разбора и оценки целой совокупности конкретных ситуаций.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

## 4. Оценочные и методические материалы

### 4.1 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «название дисциплины».

Оценочные средства включает контрольные материалы для проведения текущего контроля в форме тестовых заданий, проверки решения задач и промежуточной аттестации в форме коллоквиума и экзамена.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины*	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1	Тригонометрические ряды Фурье	ИПК-1.2 (06.016 А/30.6 Зн.3) ИПК-1.3 (40.001 А/02.5 Зн.1) ИПК-1.4 (40.001 А/02.5 Зн.2)	Устный опрос, проверка	<i>Вопрос на экзамене 1-8</i>

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины*	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
		ИПК-1.6 (06.016 А/30.6 У.1) ИПК-1.7 (40.001 А/02.5 Тд.2) ИПК-1.8 (40.001 А/02.5 Др.2 Тд.) ИПК-2.1 (06.016 А/30.6 Зн.3) ИПК-2.2 (40.001 А/02.5 Зн.1) ИПК-2.3 (40.001 А/02.5 Зн.2) ИПК-2.4 (40.001 А/02.5 Зн.4) ИПК-2.6 (06.016 А/30.6 У.1) ИПК-2.10 (40.001 А/02.5 Тд.2)	самостоятельной неаудиторной работы	
2	Интеграл Лебега	ИПК-1.2 (06.016 А/30.6 Зн.3) ИПК-1.3 (40.001 А/02.5 Зн.1) ИПК-1.4 (40.001 А/02.5 Зн.2) ИПК-1.6 (06.016 А/30.6 У.1) ИПК-1.7 (40.001 А/02.5 Тд.2) ИПК-1.8 (40.001 А/02.5 Др.2 Тд.) ИПК-2.1 (06.016 А/30.6 Зн.3) ИПК-2.2 (40.001 А/02.5 Зн.1) ИПК-2.3 (40.001 А/02.5 Зн.2) ИПК-2.4 (40.001 А/02.5 Зн.4) ИПК-2.6 (06.016 А/30.6 У.1) ИПК-2.10 (40.001 А/02.5 Тд.2)	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	<i>Вопрос на экзамене 9-17</i>
3	Пространства Лебега	ИПК-1.2 (06.016 А/30.6 Зн.3) ИПК-1.3 (40.001 А/02.5 Зн.1) ИПК-1.4 (40.001 А/02.5 Зн.2) ИПК-1.6 (06.016 А/30.6 У.1) ИПК-1.7 (40.001 А/02.5 Тд.2) ИПК-1.8 (40.001 А/02.5 Др.2 Тд.) ИПК-2.1 (06.016 А/30.6 Зн.3) ИПК-2.2 (40.001 А/02.5 Зн.1) ИПК-2.3 (40.001 А/02.5 Зн.2) ИПК-2.4 (40.001 А/02.5 Зн.4) ИПК-2.6 (06.016 А/30.6 У.1) ИПК-2.10 (40.001 А/02.5 Тд.2)	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	<i>Вопрос на экзамене 18-21</i>
4	Линейные нормированные пространства.	ИПК-1.2 (06.016 А/30.6 Зн.3) ИПК-1.3 (40.001 А/02.5 Зн.1) ИПК-1.4 (40.001 А/02.5 Зн.2) ИПК-1.6 (06.016 А/30.6 У.1) ИПК-1.7 (40.001 А/02.5 Тд.2) ИПК-1.8 (40.001 А/02.5 Др.2 Тд.) ИПК-2.1 (06.016 А/30.6 Зн.3) ИПК-2.2 (40.001 А/02.5 Зн.1) ИПК-2.3 (40.001 А/02.5 Зн.2) ИПК-2.4 (40.001 А/02.5 Зн.4) ИПК-2.6 (06.016 А/30.6 У.1) ИПК-2.10 (40.001 А/02.5 Тд.2)	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	<i>Вопрос на экзамене 22-43</i>
5	Евклидовы пространства	ИПК-1.2 (06.016 А/30.6 Зн.3) ИПК-1.3 (40.001 А/02.5 Зн.1) ИПК-1.4 (40.001 А/02.5 Зн.2) ИПК-1.6 (06.016 А/30.6 У.1)	Устный опрос, проверка самостоятельной	<i>Вопрос на экзамене 44-51</i>

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины*	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
		ИПК-1.7 (40.001 А/02.5 Тд.2) ИПК-1.8 (40.001 А/02.5 Др.2 Тд.) ИПК-2.1 (06.016 А/30.6 Зн.3) ИПК-2.2 (40.001 А/02.5 Зн.1) ИПК-2.3 (40.001 А/02.5 Зн.2) ИПК-2.4 (40.001 А/02.5 Зн.4) ИПК-2.6 (06.016 А/30.6 У.1) ИПК-2.10 (40.001 А/02.5 Тд.2)	ной неаудиторной работы	
6	Линейные функционалы	ИПК-1.2 (06.016 А/30.6 Зн.3) ИПК-1.3 (40.001 А/02.5 Зн.1) ИПК-1.4 (40.001 А/02.5 Зн.2) ИПК-1.6 (06.016 А/30.6 У.1) ИПК-1.7 (40.001 А/02.5 Тд.2) ИПК-1.8 (40.001 А/02.5 Др.2 Тд.) ИПК-2.1 (06.016 А/30.6 Зн.3) ИПК-2.2 (40.001 А/02.5 Зн.1) ИПК-2.3 (40.001 А/02.5 Зн.2) ИПК-2.4 (40.001 А/02.5 Зн.4) ИПК-2.6 (06.016 А/30.6 У.1) ИПК-2.10 (40.001 А/02.5 Тд.2)	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	<i>Вопрос на экзамене 52-58</i>
7	Линейные операторы	ИПК-1.2 (06.016 А/30.6 Зн.3) ИПК-1.3 (40.001 А/02.5 Зн.1) ИПК-1.4 (40.001 А/02.5 Зн.2) ИПК-1.6 (06.016 А/30.6 У.1) ИПК-1.7 (40.001 А/02.5 Тд.2) ИПК-1.8 (40.001 А/02.5 Др.2 Тд.) ИПК-2.1 (06.016 А/30.6 Зн.3) ИПК-2.2 (40.001 А/02.5 Зн.1) ИПК-2.3 (40.001 А/02.5 Зн.2) ИПК-2.4 (40.001 А/02.5 Зн.4) ИПК-2.6 (06.016 А/30.6 У.1) ИПК-2.10 (40.001 А/02.5 Тд.2)	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	<i>Вопрос на экзамене 59-75</i>
8	Приложения линейных операторов	ИПК-1.2 (06.016 А/30.6 Зн.3) ИПК-1.3 (40.001 А/02.5 Зн.1) ИПК-1.4 (40.001 А/02.5 Зн.2) ИПК-1.6 (06.016 А/30.6 У.1) ИПК-1.7 (40.001 А/02.5 Тд.2) ИПК-1.8 (40.001 А/02.5 Др.2 Тд.) ИПК-2.1 (06.016 А/30.6 Зн.3) ИПК-2.2 (40.001 А/02.5 Зн.1) ИПК-2.3 (40.001 А/02.5 Зн.2) ИПК-2.4 (40.001 А/02.5 Зн.4) ИПК-2.6 (06.016 А/30.6 У.1) ИПК-2.10 (40.001 А/02.5 Тд.2)	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	<i>Вопрос на экзамене 76-85</i>

## Показатели, критерии и шкала оценки сформированных компетенций

Оценка	Критерии оценивания по экзамену
Высокий уровень «5» (отлично)	оценку «отлично» заслуживает студент, освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал без пробелов; выполнивший все задания, предусмотренные учебным планом на высоком качественном уровне; практические навыки профессионального применения освоенных знаний сформированы.
Средний уровень «4» (хорошо)	оценку «хорошо» заслуживает студент, практически полностью освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не оценены максимальным числом баллов, в основном сформировал практические навыки.
Пороговый уровень «3» (удовлетворительно)	оценку «удовлетворительно» заслуживает студент, частично с пробелами освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, многие учебные задания либо не выполнил, либо они оценены числом баллов близким к минимальному, некоторые практические навыки не сформированы.
Минимальный уровень «2» (неудовлетворительно)	оценку «неудовлетворительно» заслуживает студент, не освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не выполнил, практические навыки не сформированы.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

**Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

**5-й семестр**

1. Разложить в ряд Фурье функцию  $f(x) = x$ , определенную на отрезке  $[-\pi, \pi]$ .
2. Разложить в ряд Фурье функцию  $f(x) = |x|$ , определенную на отрезке  $[-1, 1]$ .
3. Разложить в ряд Фурье а) по синусам, б) по косинусам функцию  $f(x) = \pi - 2x$ , определенную на отрезке  $[0, \pi]$ .
4. Разложить в ряд Фурье а) по синусам, б) по косинусам функцию  $f(x) = x^2$ , определенную на отрезке  $[0, 1]$ .
5. Как следует продолжить абсолютно интегрируемую на отрезке  $[0, \frac{\pi}{2}]$  функцию, на отрезок  $[-\pi, \pi]$ , чтобы ее ряд Фурье имел вид  $\sum_{n=1}^{\infty} \cos(2n - 1)x$ ?
6. Может ли множество, имеющее хотя бы одну внутреннюю точку, иметь нулевую меру?
7. Построить для любого  $\alpha \in (0, 1)$  замкнутое подмножество  $X$  отрезка  $[0, 1]$  без внутренних точек такое, что  $m(X) = \alpha$ .
8. Пусть  $X$  – множество чисел из отрезка  $[0, 1]$ , в десятичной записи которых отсутствует цифра 8. Найти  $m(X)$ .
9. Являются ли функции  $f(x)$  и  $f^3(x)$  измеримыми одновременно? А функции  $f(x)$  и  $f^2(x)$ ?
10. Вычислить интеграл Лебега  $\int_0^1 f(x) dx$ , где

$$a) f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{для всех иррациональных } x, \text{ больших, чем } \frac{1}{3}, \\ x^3, & \text{для всех иррациональных } x, \text{ меньших, чем } \frac{1}{3}, \\ 0, & \text{если } x \in (0, 1) \cap Q. \end{cases}$$

$$b) f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{если } x \in [0, 1] \setminus Q, \\ 1, & \text{если } x \in Q. \end{cases}$$

$$c) f(x) = \begin{cases} \sin \pi x, & \text{если } x \in [0, \frac{1}{2}] \setminus D, \\ \cos \pi x, & \text{если } x \in (\frac{1}{2}, 1) \setminus D, \\ x^2, & \text{если } x \in D, \end{cases}$$

где  $D$  – канторово множество.

12. Привести пример функции  $x(t)$ , такой, что  $x \in L_1[0, 1] \setminus L_2[0, 1]$ .
13. Какие из приводимых ниже функций определяют расстояние на множестве  $\mathbb{R}$ :
  - 1)  $\rho(x, y) = \sqrt{|x - y|}$ ;      2)  $\rho(x, y) = |\sin(x - y)|$ ;      3)  $\rho(x, y) = (x - y)^2$ ;
  - 4)  $\rho(x, y) = |\arctg x - \arctg y|$ ;      5)  $\rho(x, y) = \arctg|x - y|$ ;      6)  $\rho(x, y) = |x^2 - y^2|$ ;
  - 7)  $\rho(x, y) = \ln(1 + |x - y|)$ ;      8)  $\rho(x, y) = e^{|x-y|} - 1$ ;      9)  $\rho(x, y) = |x^3 - y^3|$ ;
- 10)  $\rho(x, y) = \frac{|x-y|}{1+|x-y|}$ ;  $\rho(x, y) = \cos^2(x - y)$ ?
- 14) Какие из приводимых ниже функций определяют расстояние на множестве  $\mathbb{R}^n$ :
  - 1)  $\rho(x, y) = \max_{1 \leq k \leq n} |x_k - y_k|$ ;      2)  $\rho(x, y) = \sum_{k=1}^n |x_k - y_k|$ ;
  - 3)  $\rho(x, y) = \sum_{k=1}^n |x_k - y_k|^2$ ;      4)  $\rho(x, y) = \max_{1 \leq k \leq n-1} |x_k - y_k|$ ;
  - 5)  $\rho(x, y) = \sum_{k=1}^n k|x_k - y_k|$ ;      6)  $\rho(x, y) = \sum_{k=1}^n |x_k - y_k| \ln k$ ?
- 15) Какие из приводимых ниже функций определяют расстояние в классе функций, непрерывных на отрезке  $[0, 1]$ :

- 1)  $\rho(x, y) = \max_{0 \leq t \leq 1} |x(t) - y(t)|$ ; 2)  $\rho(x, y) = \sup \frac{1}{t} \int_0^t |x(\tau) - y(\tau)| d\tau, t \in (0, 1]$ ;
- 3)  $\rho(x, y) = \sqrt{\int_0^1 |x(t) - y(t)| dt}$ ; 4)  $\rho(x, y) = \max_{t \in [0, \frac{1}{2}]} |x(t) - y(t)| + \frac{1}{2} \int_{\frac{1}{2}}^1 |x(\tau) - y(\tau)| d\tau$
- 16) Какие из приводимых ниже функций определяют расстояние в классе функций, непрерывно дифференцируемых на отрезке  $[0, 1]$ :
- 1)  $\rho(x, y) = \max_{t \in [0, 1]} |x'(t) - y'(t)|$ ;
  - 2)  $\rho(x, y) = |x(0) - y(0)| + \max_{t \in [0, 1]} |x'(t) - y'(t)|$ ;
  - 3)  $\rho(x, y) = \max_{t \in [0, 1]} |x(t) - y(t)| + \max_{t \in [0, 1]} |x'(t) - y'(t)|$ ;
  - 4)  $\rho(x, y) = \max_{t \in [0, \frac{1}{2}]} |x(t) - y(t)| + \max_{t \in [\frac{1}{2}, 1]} |x'(t) - y'(t)|$ ?
- 17) Найти расстояние между функциями  $x(t) = \sin 2t$  и  $\cos 2t$  в пространстве 1)  $C[0, \pi]$ ; 2)  $C^1[0, \pi]$ ; 3)  $L_1[0, \pi]$ ; 4)  $L_2[0, \pi]$ .
- 18) Найти расстояние между функциями  $x(t) = t^3 + t$  и  $y(t) = 2t^3 + t^2$  в пространстве 1)  $C[-1, 1]$ ; 2)  $C^1[-1, 1]$ ; 3)  $L_1[-1, 1]$ ; 4)  $L_2[-1, 1]$ .
- 19) Исследовать на сходимость последовательность  $\{x_k\}$  в пространстве 1)  $l_1^n$ ; 2)  $l_2^n$ ; 3)  $l_\infty^n$ :
- а)  $x_k = (\frac{1}{k}, 0, \dots, 0)$ ; б)  $x_k = (e^{-2k}, 1, 1, \dots, 1)$ ; в)  $x_k = (e^{-k}, e^{-k^2}, \dots, e^{-k^n})$ ;
  - г)  $x_k = (\cos k, 2, 2, \dots, 2)$ ; д)  $x_k = (k^2, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n})$ .
- 20) Исследовать на сходимость последовательность  $\{x_k\}$  в пространстве 1)  $l_1$ ; 2)  $l_2$ ; ; 3)  $l_\infty$
- а)  $x_k = (0, \dots, 0, \frac{1}{k}, 0, \dots)$ ; б)  $x_k = (0, \dots, 0, \frac{1}{k}, \frac{1}{k+1}, \frac{1}{k+2}, \dots)$ ; в)  $x_k = (1, 1, \dots, 1, \frac{1}{k}, \frac{1}{k+1}, \frac{1}{k+2})$ ;
  - г)  $x_k = (1, \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{k}, 0, 0, \dots)$ ; д)  $x_k = (2, 2, \dots, 2, 0, 0, \dots)$ ; е)  $x_k = (0, \dots, 0, \hat{3}, 0, \dots)$ ;
  - ж)  $x_k = (\frac{1}{k}, \frac{1}{k+1}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \frac{1}{2k}, \dots)$ ; з)  $x_k = (e^{-k}, 0, 0, \dots, 0, 7, 0, 0, \dots)$ ;
  - и)  $x_k = (5, 0, 0, \dots, 0, \frac{1}{k+1}, 0, 0, \dots)$ ; к)  $x_k = (1, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \dots, \frac{1}{\sqrt{k}}, 0, 0, \dots)$ .
- 21) Исследовать на сходимость в пространстве 1)  $C[0, 1]$ ; 2)  $L_2(0, 1)$  последовательность
- а)  $x_k(t) = t^k$ ; б)  $x_k(t) = \sin t - \sin \frac{t}{k}$ ; в)  $x_k(t) = \frac{kt}{\sqrt{k^2+1}}$ ; г)  $x_k(t) = e^{-\frac{t}{k}}$ ; д)  $x_k(t) = t^k - t^{k+1}$ ; е)  $x_k(t) = t^k - t^{2k}$ ; ж)  $x_k(t) = te^{kt}$ .
- 22) В каких пространствах  $L_p[0, 1]$  и к какому пределу сходятся последовательности:
- а)  $x_k(t) = \begin{cases} \sqrt{k}, & t \in [0, \frac{1}{k}] \\ 0, & t \in (\frac{1}{k}, 1] \end{cases}$ ; б)  $x_k(t) = \begin{cases} \ln(k), & t \in [0, \frac{1}{k}] \\ t \in (\frac{1}{k}, 1] \end{cases}$ ;
  - в)  $x_k(t) = \begin{cases} e^k, & t \in [0, \frac{1}{k}] \\ 0, & t \in (0, 1] \end{cases}$ ; г)  $x_k(t) = \begin{cases} \sqrt[3]{k}, & t \in [0, \frac{1}{k}] \\ \frac{1}{\sqrt[3]{t}}, & t \in (\frac{1}{k}, 1] \end{cases}$ .
- 23) Исследовать на сходимость в пространстве 1)  $C[0, 1]$ ; 2)  $L_2(0, 1)$  ряды
- а)  $\sum_{k=0}^{\infty} t^k$ ; б)  $\sum_{k=0}^{\infty} (1-t)t^k$ ; в)  $\sum_{l=0}^{\infty} e^{-k(t+1)}$ .
- 24) Является ли открытым множество функций из пространства  $C[0, 1]$ , удовлетворяющих условию:
- а)  $0 < x(t) < 1 + t^2, t \in (0, 1)$ ,
  - б)  $\int_0^1 |x(t)| dt < 1$ ;
  - в)  $\int_0^1 x(t) dt < 1$ ;
  - г)  $|x(\frac{1}{3})| < 2$ ?
25. Является ли замкнутым множество функций из  $C[0, 1]$ , удовлетворяющих условию

а)  $\operatorname{sgn}x\left(\frac{1}{2}\right) = 1$ ;

б)  $\operatorname{sgn}x(t)=1, t \in [0, 1]$  ?

26. Являются ли компактными, предкомпактными в  $C[0, 1]$  следующие семейства функций;

1)  $M = \{x(t) \mid |x(0)| \leq K_0, |x'(t)| \leq K_1, t \in [0, 1]\}$ ;

2)  $M = \{x(t) \mid |x(0)| \leq K_0, \int_0^1 (x'(t))^2 dt \leq K_1\}$ ;

3)  $M = \{x(t) \mid |x(t)| \leq t, t \in [0, 1]\}$ ;

4)  $x_\alpha(t) = t^\alpha$ , если а)  $0 < \alpha_1 \leq \alpha \leq \alpha_2 < \infty$ ; б)  $0 < \alpha_1 \leq \alpha$ ;

5)  $x_\alpha(t) = e^{(t+\alpha)}$ , если а)  $\alpha \in \mathbb{R}$ ; б)  $\alpha \geq 0$ ; в)  $\alpha \leq 0$ ;

6)  $x_\alpha(t) = \sin(\alpha t)$ , если а)  $\alpha \in \mathbb{R}_+$ ; б)  $0 \leq \alpha \leq \alpha_2 < \infty$ ;

7)  $x_\alpha(t) = \sin(\alpha + t)$ , если а)  $\alpha \in \mathbb{R}$ ; б)  $0 < \alpha_1 < \alpha < \alpha_2 < \infty$ ?

27. Провести процесс ортогонализации системы функций  $\{1, t, t^2, t^3\}$  в пространстве

а)  $L_2(-1, 1)$ ; б)  $L_2(0, 1)$ .

28. В пространстве  $l_2$  найти множество векторов, ортогональных вектору  $x_0$ , если

а)  $x_0 = (0, 0, \dots, 0, \hat{1}, 0, \dots)$ ; б)  $x_0 = (0, 1, 0, 1, \dots)$ ; в)  $x_0 = (1, 1, \dots, \hat{1}, 0, 0, \dots)$ .

29. В пространстве  $L_2[-\pi, \pi]$  найти проекции функций

а)  $x(t) \equiv 0$ ; б)  $x(t) = \sin\left(\frac{t}{2}\right)$ ; в)  $x(t) = t$ ; г)  $x(t) = \cos 2t$

на подпространство  $X_0 = \{x(t) = c_1 + c_2 \sin t + c_3 \cos t\}$ .

30. В пространстве  $L_2[-1, 1]$  найти проекции функций

а)  $x(t) = t^2$ ; б)  $x(t) = t^3$

на подпространство  $X_0 = \{x(t) = c_1 + c_2 t\}$ .

## 6 семестр

1. Какие из приведенных формул задают оператор:

1)  $A[x(t)] = \max_{\tau \in [0, \frac{1}{2}]} |x(\tau)|$ ;  $A : C[0, 1] \rightarrow C[0, 1]$ ;

2)  $A[x(t)] = x'(t)$ ,  $A : C[0, 1] \rightarrow C[0, 1]$ ;

3)  $A[x(t)] = x(t+1)$ ,  $A : C[0, \infty) \rightarrow C[0, \infty)$ ;

4)  $A[x(t)] = tx(t)$ ,  $A : C[0, \infty) \rightarrow C[0, \infty)$ ;

5)  $A[x(t)] = x(0)$ ,  $A : L_1(0, 1) \rightarrow L_1(0, 1)$ ;

6)  $A[x(t)] = \frac{1}{x(t)}$ ,  $A : C[0, 1] \rightarrow C[0, 1]$ ;

7)  $A[x(t)] = x(t-1)$ ,  $A : C[0, \infty) \rightarrow C[0, \infty)$ ;

8)  $A[x(t)] = \int_0^t x(t) dt$ ,  $A : C[0, 1] \rightarrow C[0, 1]$ ;

9)  $A[x(t)] = \int_0^t x(t) dt$ ,  $A : L[0, \infty) \rightarrow L[0, \infty)$ ;

10)  $A[x(t)] = \operatorname{sign}x(t)$ ,  $A : C[0, 1] \rightarrow C[0, 1]$ ;

11)  $A[x(t)] = \int_1^t x(\tau) d\tau$ ,  $A : C[0, 1] \rightarrow C[0, 1]$ ;

12)  $A[x(t)] = \int_0^1 e^{t\tau} x(t) dt$ ,  $A : C[0, 1] \rightarrow C[0, 1]$ ;

13)  $Ax = \left(x_1, \frac{x_2}{2}, \frac{x_3}{3}, \dots\right)$ ,  $A : l_\infty \rightarrow l_2$ ;

14)  $(Ax)(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x_k}{k^2} \sin kt$ ,  $A : l_\infty \rightarrow C[0, 1]$ ;

15)  $Ax = \left(x(1), x\left(\frac{1}{2}\right), x\left(\frac{1}{3}\right), \dots\right)$ ,  $A : C[0, 1] \rightarrow l_1$ ;

16)  $Ax = \left(x_1, \frac{x_2}{2}, \frac{2x_2}{3}, \dots\right)$ ,  $A : l_\infty \rightarrow l_\infty$ ;

17)  $Ax = (x_1, x_2^2, x_3^3, \dots)$ ,  $A : l_2 \rightarrow l_2$ ?

2. Привести примеры нетривиальных операторов в заданных пространствах

- |   |                                       |
|---|---------------------------------------|
| 1) $C[0, 1] \rightarrow C[-1, 1];$          | 8) $L_1(0, 1) \rightarrow L_2(0, 1);$ |
| 2) $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3;$ | 9) $C(0, \infty) \rightarrow l_1;$    |
| 3) $l_1 \rightarrow l_2;$                   | 10) $L_1(0, 1) \rightarrow C[0, 1];$  |
| 4) $l_\infty \rightarrow C[0, 1];$          | 11) $C[0, 1] \rightarrow l_\infty$    |
| 5) $\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2;$ | 12) $C[0, 1] \rightarrow C[1, 3];$    |
| 6) $l_\infty \rightarrow \mathbb{R}^2;$     | 13) $C^1[0, 1] \rightarrow l_2.$      |
| 7) $l_\infty \rightarrow l_1;$              |                                       |

3. Какие из приведенных ниже операторов являются линейными?

- 1)  $A[x(t)] = 3x(t) + t, \quad A : C[0, 1] \rightarrow C[0, 1];$
- 2)  $A[x(t)] = \int_0^{\frac{1}{3}} (t^3 + \tau^3)x(\tau)d\tau, \quad A : C[0, 1] \rightarrow C[0, 1];$
- 3)  $A[x(t)] = \cos 2x(t), \quad A : C[0, 1] \rightarrow C[0, 1];$
- 4)  $A[x(t)] = tx(t^2), \quad A : C[0, 1] \rightarrow C[0, 1];$
- 5)  $A[x(t)] = |x(t)|, \quad A : C[0, 1] \rightarrow C[0, 1];$
- 6)  $A[x(t)] = \int_0^1 e^{\tau t} d\tau, \quad A : C[0, 1] \rightarrow C[0, 1];$
- 7)  $(Ax)(t) = \cos(tx_2), \quad A : \mathbb{R}^2 \rightarrow C(-\infty, \infty);$
- 8)  $(Ax)(t) = 4x_1^2 t + 3x_2 t^2, \quad A : \mathbb{R}^2 \rightarrow C(-\infty, \infty);$
- 9)  $(Ax)(t) = x_1 \sin t - 3x_2 \sqrt[3]{t}, \quad A : \mathbb{R}^2 \rightarrow C(-\infty, \infty);$

4. Проверить линейность и ограниченность функционалов и найти их нормы в  $l_1, l_2, l_\infty$ :

$$1) f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x_k}{k}; \quad 2) f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k x_k; \quad 3) f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k x_k}{k!}.$$

5. Найти норму линейного функционала а) в  $C[0, 1]$ , б) в  $L_1[0, 1]$ , в) в  $L_2[0, 1]$ , заданного выражением  $\int_0^1 h(t)x(t)dt$ , если функция  $h(t)$  равна:

- |   |   |
|---|---|
| 1) $\begin{cases} -3, & 0 \leq t \leq 0,6, \\ 0,2, & 0,6 < t \leq 1; \end{cases}$ | 10) $\cos\left(t - \frac{1}{2}\right);$ |
| 2) $\ln\left(t + \frac{1}{4}\right);$   | 11) $t^3 - t;$                          |
| 3) $2t - 1;$  | 12) $t^2 - 4t + \frac{1}{3};$           |
| 4) $t^4 - 1;$   | 13) $\cos \pi t;$                       |
| 5) $\sin\left(\pi\left(t - \frac{1}{2}\right)\right);$                            | 14) $2 - \sin \pi t;$                   |
| 6) $e^t - 3;$   | 15) $\sqrt{t + 4};$                     |
| 7) $t^2 + 3t - 2;$  | 16) $\sqrt{t^2 - t + 6};$               |
| 8) $\cos 2\pi t;$   | 17) $e^{2t} - 3;$                       |
| 9) $t^3 - \frac{1}{9};$   | 18) $ch 2t.$                            |

6. Найти нормы следующих операторов.

- 1)  $A[x(t)] = \int_1^t x(\tau)d\tau, \quad A \in \mathcal{L}(C[0, 1]);$
- 2)  $A[x(t)] = x'(t), \quad A \in \mathcal{L}(C^1[0, 1], C[0, 1]);$
- 3)  $A[x(t)] = t^2 x(t), \quad A \in \mathcal{L}(L_2[0, 1]);$
- 4)  $A[x(t)] = e^{t+1} x(t), \quad A \in \mathcal{L}(C[0, 1]);$
- 5)  $A[x(t)] = \frac{t}{t+1} x(t), \quad A \in \mathcal{L}(C[0, \infty));$

- 6)  $A[x(t)] = \int_0^t x(\tau) \sin \tau d\tau, A \in \mathcal{L}(C[0, 1]);$
- 7)  $A[x(t)] = t^2 x(0) - tx\left(\frac{1}{2}\right), A \in \mathcal{L}(C[0, 1]);$
- 8)  $A[x(t)] = x(t^4), A \in \mathcal{L}(C[0, 1]);$
- 9)  $A[x(t)] = (t^2 + 2)x(0), A \in \mathcal{L}(C[0, 1]);$
- 10)  $A[x(t)] = t \int_0^1 x(t) dt, A \in \mathcal{L}(L_2[0, 1]);$
- 11)  $A[x(t)] = \int_0^\pi (2t + \tau^2)x(\tau) d\tau, A \in \mathcal{L}(L_1[0, \pi]);$
- 12)  $A[x(t)] = \int_0^\pi (t - \tau + 1)x(\tau) d\tau, A \in \mathcal{L}(L_1[0, \pi], C[0, \pi]);$
- 13)  $A[x(t)] = \int_0^\pi (\sin t + 2 \cos \tau)x(\tau) d\tau, A \in \mathcal{L}(C[0, \pi], L_1[0, \pi]);$
- 14)  $A[x(t)] = \int_0^\pi (2t - \tau)^2 x(\tau) d\tau, A \in \mathcal{L}(L_2[0, \pi]);$
- 15)  $Ax = \left(-x_1, \frac{x_2}{2}, -\frac{x_3}{3}, \dots\right), A \in \mathcal{L}(l_1);$
- 16)  $Ax = \left(\frac{x_2}{2}, \frac{2x_3}{3}, \frac{3x_4}{4}, \dots\right), A \in \mathcal{L}(l_1);$
- 17)  $Ax = (x_1, x_3, x_2 + x_5), A \in \mathcal{L}(l_\infty, \mathbb{R}^3).$

7. Найти оператор, сопряженный оператору  $A \in \mathcal{L}(l_2)$ :

- 1)  $Ax = (x_1, \dots, x_n, 0, 0, \dots)$
- 2)  $Ax = (\lambda_1 x_1, \lambda_2 x_2, \dots, \lambda_n x_n, \dots), \{\lambda_n\} \in l_\infty;$
- 3)  $Ax = (0, x_1, x_2, \dots);$
- 4)  $Ax = (x_2, x_3, \dots);$
- 5)  $Ax = (5x_1 - 2x_2, x_3, x_4, \dots).$

8. Найти оператор, сопряженный оператору  $A \in \mathcal{L}(L_2[0, 1]), A[x(t)] = \int_0^1 K(t, s)x(s)ds$ , если функция  $K(t, s)$  имеет вид:

- |                           |                                     |
|---------------------------|-------------------------------------|
| 1) 1;                     | 8) $te^{-s}$                        |
| 2) t;                     | 9) $t(e^{3s} - \frac{1}{5});$       |
| 3) s;                     | 10) $\frac{1+s}{1+t};$              |
| 4) t-s;                   | 11) $\sin(t - 2s);$                 |
| 5) $t + \sin 2s;$         | 12) $e^{t-s} \cos(t^3 - \sqrt{s});$ |
| 6) $ 2\pi - 2s  \sin 4t;$ | 13) $t \sin s - s^2 \cos t.$        |
| 7) $2t - 3s;$             |                                     |

9. Исследовать обратимость оператора  $A \in \mathcal{L}(l_p)$ , заданного бесконечной матрицей  $(a_n)$ , если:

- 1)  $a_n = 1 + (-1)^n;$
- 2)  $a_n = \frac{1}{n};$
- 3)  $\frac{1}{3} \leq |a_n| \leq 4.$

10. Исследовать обратимость оператора  $A \in \mathcal{L}(C[0, 1])$ , заданного соотношением:  $A[x_0(t)] = x_0(t)x(t)$ , где

1)  $x_0(t) = (t - c) - |t - c|, c \in (a, b);$  2)  $x_0(t) = (t - c), c \in (a, b);$

2)  $x_0(t) = 1 + t^2.$

11. Исследовать обратимость оператора  $A \in \mathcal{L}(C[0, 1])$ :

- 1)  $A[x(t)] = \int_0^t x(s) ds;$
- 2)  $A[x(t)] = \int_0^1 tsx(s) ds;$
- 3)  $A[x(t)] = x(t) - \int_0^t x(s) ds;$

$$4) A[x(t)] = x(t) - \int_0^1 x(s) ds;$$

$$5) A[x(t)] = x(t) - \int_0^1 sx(s) ds.$$

Если оператор  $A$  обратим, то найти его обратный.

12. Какие из операторов  $A \in \mathcal{L}(l_2)$  вполне непрерывны:

$$1) Ax = (0, x_1, x_2, \dots), \quad 2) Ax = (x_2, x_3, \dots), \quad 3) Ax = \left(\frac{x_2}{2}, \frac{x_3}{3}, \dots\right),$$

13. Какие из операторов  $A \in \mathcal{L}(C[0, 1])$  вполне непрерывны:

$$1) A[x(t)] = \int_0^t x(s) ds;$$

$$2) A[x(t)] = (t + 2)x(t);$$

$$3) A[x(t)] = x(0) \cos(2t) - x(1) \sin(2t);$$

$$4) A[x(t)] = \int_0^t e^{ts} x(s) ds;$$

$$5) A[x(t)] = x(t^2).$$

14. Найти собственные значения и собственные векторы оператора  $A \in \mathcal{L}(l_\infty)$ :

$$1) Ax = (x_1 + x_2, x_2, \dots, x_n, \dots); \quad 2) Ax = (x_3, x_1, x_2, \dots, x_n, \dots);$$

$$3) Ax = (-x_1, x_2, \dots, (-1)^n x_n, \dots); \quad 4) Ax = (x_1, x_2, \dots, x_n, 0, \dots);$$

$$5) Ax = (0, 0, \dots, 0, x_n, 0, \dots); \quad 6) Ax = \left(\frac{x_2}{2}, \frac{x_3}{3}, \dots\right);$$

$$7) Ax = (0, x_1, x_2, \dots, x_n, \dots); \quad 8) Ax = (x_2, x_3, \dots).$$

15. Найти спектр и спектральный радиус оператора  $A \in \mathcal{L}(C[0, 1])$ :

$$1) A[x(t)] = \int_0^t x(s) ds; \quad 2) A[x(t)] = (t + 2)x(t); \quad 3) A[x(t)] = tx(t);$$

$$4) A[x(t)] = \int_0^1 tsx(s) ds; \quad 5) A[x(t)] = \int_0^1 (t + s)x(s) ds.$$

16. Решить уравнение при заданных значениях свободного члена  $f(t)$ :

$$1) x(t) = \frac{1}{3} \int_0^1 x(s) ds + f(t), \quad a) f(t) = 1, \quad б) f(t) = t, \quad в) f(t) = 1 - t;$$

$$2) x(t) = \int_0^1 tsx(s) ds + f(t), \quad a) f(t) = t, \quad б) f(t) = t^2, \quad в) f(t) = t - t^2;$$

$$3) x(t) = \int_0^\pi \cos s x(s) ds + f(t), \quad a) f(t) = \sin t, \quad б) f(t) = \cos t;$$

$$4) x(t) = \int_0^\pi \sin t \cos s x(s) ds + f(t), \quad a) f(t) = \sin t, \quad б) f(t) = \cos t;$$

$$5) x(t) = \int_{-1}^1 (ts + t^2 s^2) x(s) ds + f(t), \quad a) f(t) = 1, \quad б) f(t) = t^2 + t;$$

$$6) x(t) = \int_0^{2\pi} \cos(t - s) x(s) ds + f(t), \quad a) f(t) = \sin t, \quad б) f(t) = \cos t.$$

### Зачетно-экзаменационные материалы для промежуточной аттестации (экзамен)

Примерный перечень вопросов для подготовки к экзамену по Функциональному анализу, 5 семестр:

1. Периодические величины. Гармонический анализ. Понятие ряда. Коэффициенты Фурье.
2. Интеграл Дирихле.
3. Лемма Римана. Следствие из неё.
4. Принцип локализации.
5. Признаки Дини и Липшица сходимости ряда Фурье в точке.
6. Разложение в ряд Фурье для произвольного промежутка.
7. Разложение в ряд Фурье непериодической функции.
8. Разложение в ряд Фурье только по синусам и только по косинусам.
9. Необходимость обобщения понятия интеграла Римана.
10. Множества точек. Понятие меры. Свойства меры.
11. Множество меры ноль. Определения, примеры.
12. Измеримые функции. Теорема об эквивалентных определениях измеримой функции.

13. Свойства измеримых функций.
14. Интеграл Лебега от ограниченной измеримой функции, понятие. Теорема о существовании интеграла Лебега. Сравнение с интегралом Римана.
15. Интеграл Лебега по произвольному измеримому множеству. Свойства 1-5.
16. Свойства 6-9 интеграла Лебега.
17. Интеграл Лебега от неограниченной функции.
18. Понятие  $L_p[a, b]$ . Теорема о вложении пространств.
19. Линейность пространств  $L_p[a, b]$ .
20. Неравенство Гёльдера.
21. Неравенство Минковского.
22. Линейные пространства. Определения. Примеры. Изоморфизм.
23. Линейная зависимость. Базис. Размерность. Фактор-пространство.
24. Теорема о размерности фактор-пространства.
25. Линейные нормированные пространства. Определение. Примеры.
26. Предел последовательности в ЛНП.
27. Свойства пределов. Задачи.
28. Открытые и замкнутые множества в  $L$ . Предельная точка. Теорема.
29. Эквивалентные нормы. Теорема об эквивалентных нормах в конечномерном пространстве.
30. Расстояние от точки до подпространства. Лемма Рисса о почти перпендикуляре.
31. Фундаментальность в линейном нормированном пространстве. Понятия. Свойства
32. Банаховы пространства. Понятия. Примеры.
33. Пример неполного нормированного пространства.
34. Ряды в нормированных пространствах: сходимости, критерий Коши, абсолютная сходимости.
35. Принцип вложенных шаров.
36. Теорема Бэра.
37. Компактные множества в нормированных пространствах, ограниченность и замкнутость компактного множества.
38. Предкомпактные множества. Связь с компактными множествами.
39. Критерий Хаусдорфа предкомпактности множества нормированных пространств.
40. Компактность и конечномерность. Теорема о конечномерности локально-компактного пространства.
41. Теорема Арцела.
42. Банаховы пространства со счетным базисом. Понятие. Примеры.
43. Определение и примеры сепарабельных нормированных пространств.

Примерный перечень вопросов для подготовки к экзамену по Функциональному анализу, 6 семестр:

44. Определение гильбертова пространства. Примеры.
45. Ортогональность в гильбертовом пространстве. Теорема об однозначном представлении вектора в виде суммы его проекций на ортогональные подпространства.
46. Лемма об ортогональных подпространствах.
47. Ортонормированные системы в гильбертовых пространствах. Существование ортонормированного базиса в сепарабельном  $H$ -пространстве.
48. Ряды Фурье в  $H$ -пространстве. Экстремальное свойство частичных сумм ряда Фурье.
49. Полнота и замкнутость ортонормированной системы в  $H$ -пространстве.
50. Теорема Рисса-Фишера в  $H$ -пространстве.
51. Изоморфизм  $H$ -пространств.

52. Линейные функционалы в ЛНП. Определение. Теорема о коразмерности ядра линейного функционала.
53. Теорема Хана-Банаха в линейном пространстве.
54. Линейные непрерывные функционалы в ЛНП. Непрерывность и ограниченность линейного функционала в ЛНП.
55. Теорема Хана-Банаха в ЛНП.
56. Сопряженное пространство  $L^*$ . Теорема о полноте  $L^*$ .
57. Слабая сходимость в ЛНП.
58. Теорема Рисса о представлении линейного непрерывного функционала в  $N$ -пространстве.
59. Линейный оператор в линейном пространстве. Понятие, примеры.
60. Линейный непрерывный оператор в ЛНП. Непрерывность и ограниченность.
61. Норма линейного оператора. Свойства, примеры.
62. Равномерная сходимость линейных операторов. Теоремы о равномерной сходимости в единичном круге. Следствие. Полнота пространства  $\mathcal{L}(L, L_1)$ .
63. Сильная сходимость в  $\mathcal{L}(L, L_1)$ . Примеры.
64. Принцип равномерной ограниченности.
65. Теорема Банаха-Штейнгауза.
66. Обратный оператор. Определение. Теорема о линейности оператора  $A^{-1}$ .
67. Достаточное условие ограниченной обратимости линейного оператора.
68. Теорема о существовании оператора  $(I + A)^{-1}$ .
69. Теорема об ограниченной обратимости оператора, близкого к ограниченно обратимому.
70. Регулярное множество, спектр и резольвента линейного оператора. Спектральный радиус.
71. Понятие сопряженного оператора. Теорема о его представлении в  $N$ -пространстве.
72. Теорема о линейности и непрерывности сопряженного оператора.
73. Самосопряженные операторы. Свойства.
74. Определение и простейшие свойства компактных операторов.
75. Теорема о структуре компактного оператора.
76. Первая теорема Фредгольма.
77. Вторая теорема Фредгольма.
78. Третья теорема Фредгольма.
79. Решение интегральных уравнений Фредгольма 2-го рода при малых  $\mu$ .
80. Применение теорем Фредгольма к решению интегральных уравнений Фредгольма.
81. Принцип сжимающих отображений.
82. Приложения принципа сжимающих отображений к решению систем линейных уравнений.
83. Применение принципа сжимающих отображений к решению интегральных уравнений.
84. Производная по Гато.  
Производная Фреше.

## **5. Перечень учебной литературы, информационных ресурсов и технологий**

### **5.1. Учебная литература:**

1. Гуревич, А. П. Сборник задач по функциональному анализу : учебное пособие / А. П. Гуревич, В. В. Корнев, А. П. Хромов. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 192 с. — ISBN 978-5-8114-1274-7.

2. Люстерник, Л.А. Краткий курс функционального анализа [Электронный ресурс] : учебное пособие / Л.А. Люстерник, В.И. Соболев. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 272 с.
3. Власова, Е. А. Элементы функционального анализа : учебное пособие / Е. А. Власова, И. К. Марчевский. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 400 с. — ISBN 978-5-8114-1958-6.
4. Власова, Е. А. Функциональный анализ и интегральные уравнения (модули 1, 2). Конспект лекций : методические указания / Е. А. Власова. — Москва : МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2015. — 126 с. — ISBN 978-5-7038-4210-2.
5. Сборник задач по математическому анализу : учебное пособие / Л. Д. Кудрявцев, А. Д. Кутасов, В. И. Чехлов, М. И. Шабунин. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, [б. г.]. — Том 2 : Интегралы. Ряды — 2009. — 504 с. — ISBN 978-5-9221-0307-7.
6. Филимоненкова, Н.В. Сборник задач по функциональному анализу [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н.В. Филимоненкова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 240 с.
7. Колмогоров, А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2009. — 572 с.
8. Треногин В.А. Функциональный анализ: Учебник. — 4-е изд., испр. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. — 488 с. — ISBN 978-5-9221-0804-1
9. Треногин, В. А. Задачи и упражнения по функциональному анализу : учебное пособие / В. А. Треногин, Б. М. Писаревский, Т. С. Соболева. — 2-е изд., испр.и доп. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 240 с. — ISBN 5-9221-0271-0.
10. Павлов, Е. А. Основы функционального анализа : учебное пособие / Е. А. Павлов. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 88 с. — ISBN 978-5-8114-3635-4.
11. Бородин, П. А. Задачи по функциональному анализу : учебное пособие / П. А. Бородин, А. М. Савчук, И. А. Шейпак. — Москва : МЦНМО, 2017. — 336 с. — ISBN 978-5-4439-3092-3
12. Хелемский, А. Я. Лекции по функциональному анализу : учебник / А. Я. Хелемский. — 2-е изд. — Москва : МЦНМО, 2014. — 560 с. — ISBN 978-5-4439-2043-6.
13. Дейкалова, М. В. Функциональный анализ : Типовые задачи : учебное пособие / М. В. Дейкалова, Л. Ф. Коркина. — Екатеринбург : УрФУ, 2016. — 214 с. — ISBN 978-5-7996-1771-4.
14. Натансон, И. П. Теория функций вещественной переменной : учебник / И. П. Натансон. — 5-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 560 с. — ISBN 978-5-8114-0136-9.

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах «Лань» и «Юрайт».

## **5.2. Периодические издания:**

Не используется.

## **5.3. Интернет-ресурсы, в том числе современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

**Электронно-библиотечные системы (ЭБС):**

1. ЭБС «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
2. ЭБС «УНИВЕРСИТЕТСКАЯ БИБЛИОТЕКА ОНЛАЙН» [www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)

3. ЭБС «ЛАНЬ» <https://e.lanbook.com>
4. ЭБС «BOOK.ru» <https://www.book.ru>
5. ЭБС «ZNANIUM.COM» [www.znanium.com](http://www.znanium.com)

#### **5.4. Профессиональные базы данных:**

1. Web of Science (WoS) <http://webofscience.com/>
2. Scopus <http://www.scopus.com/>
3. Научная электронная библиотека (НЭБ) <http://www.elibrary.ru/>
4. Полнотекстовые архивы ведущих западных научных журналов на Российской платформе научных журналов НЭИКОН <http://archive.neicon.ru>
5. Национальная электронная библиотека (доступ к Электронной библиотеке диссертаций Российской государственной библиотеки (РГБ) <https://rusneb.ru/>
6. Springer Materials <http://materials.springer.com/>
7. zbMath <https://zbmath.org/>

#### **5.5. Информационные справочные системы:**

Консультант Плюс - справочная правовая система (доступ по локальной сети с компьютеров библиотеки)

#### **5.6. Ресурсы свободного доступа:**

1. КиберЛенинка (<http://cyberleninka.ru/>);
2. Федеральный портал "Российское образование" <http://www.edu.ru/>;
3. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" <http://window.edu.ru/>;
4. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов <http://school-collection.edu.ru/> .
5. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (<http://fcior.edu.ru/>);
6. Словари и энциклопедии <http://dic.academic.ru/>;
7. Образовательный портал "Учеба" <http://www.uceba.com/>;

#### **5.7. Собственные электронные образовательные и информационные ресурсы КубГУ:**

1. Среда модульного динамического обучения <http://moodle.kubsu.ru>
2. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций <http://mschool.kubsu.ru/>
3. Библиотека информационных ресурсов кафедры информационных образовательных технологий [http://mschool.kubsu.ru](http://mschool.kubsu.ru;);
4. Электронный архив документов КубГУ <http://docspace.kubsu.ru/>
5. Электронные образовательные ресурсы кафедры информационных систем и технологий в образовании КубГУ и научно-методического журнала "ШКОЛЬНЫЕ ГОДЫ" <http://icdau.kubsu.ru/>

## **6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной теоретический материал, лабораторных занятий, позволяющих студентам в полной мере ознакомиться с понятием функциональный анализ и освоиться в решении практических задач.

Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине «Функциональный анализ».

Целью самостоятельной работы бакалавра является углубление знаний, полученных в результате аудиторных занятий. Вырабатываются навыки самостоятельной работы. Закрепляются опыт и знания, полученные во время лабораторных занятий.

Самостоятельная работа студентов в ходе изучения дисциплины состоит в выполнении индивидуальных заданий, задаваемых преподавателем, ведущим лабораторные занятия, подготовки теоретического материала к лабораторным занятиям, на основе конспектов лекций и учебной литературы, согласно календарному плану и подготовки теоретического материала к тестовому опросу, зачету и экзамену, согласно вопросам к экзамену.

Указания по оформлению работ:

- работа на лабораторных занятиях и конспекты лекций могут выполняться на отдельных листах либо непосредственно в рабочей тетради;
- оформление индивидуальных заданий желательно на отдельных листах.

Проверка индивидуальных заданий по темам, разобранным на лабораторных занятиях, осуществляется через неделю на текущем лабораторном занятии, либо в течение недели после этого занятия на консультации.

Для разъяснения непонятных вопросов лектором и ассистентом еженедельно проводятся консультации, о времени которых группы извещаются заранее.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

## **7. Материально-техническое обеспечение по дисциплине (модулю)**

По всем видам учебной деятельности в рамках дисциплины используются аудитории, кабинеты и лаборатории, оснащенные необходимым специализированным и лабораторным оборудованием.

№	Вид работ	Наименование учебной аудитории, ее оснащенность оборудованием и техническими средствами обучения
1.	Лекционные занятия	Аудитория, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения
2.	Лабораторные занятия	Аудитория, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения, компьютерами, проектором, программным обеспечением
3.	Практические занятия	Аудитория, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения
4.	Групповые (индивидуальные) консультации	Аудитория, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения, компьютерами, программным обеспечением
5.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Аудитория, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения, компьютерами, программным обеспечением
6.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.

Примечание: Конкретизация аудиторий и их оснащение определяется ОПОП.