МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе, качеству образования – первый проректор
_____ Хагуров Т.А.
подпись
«_25_» ___мая____ 2022г.

# РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
# Б1.В.ДВ.01.01 ОСНОВЫ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Направление подготовки: 01.04.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (Профиль): Математическое и информационное обеспечение экономической деятельности

Программа подготовки: академическая

Форма обучения: очная

Квалификация: магистр

Краснодар 2022

Рабочая программа дисциплины «Основы метода конечных элементов» составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль Математическое моделирование в естествознании и технологиях.

Программу составили:

С.И. Фоменко, к.ф.-м.н., доцент

подпись

Рабочая программа дисциплины Б1.В.ДВ.01.01 утверждена на заседании кафедры прикладной математики, протокол № 10 от «24» мая 2022г .
Заведующий кафедрой Уртенов М.Х.

подпись

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета компьютерных технологий и прикладной математики
протокол № 5 от «25» мая 2022 г
Председатель УМК факультета Коваленко А.В.

подпись

Рецензенты:

Голуб М.В., доктор. физ.-мат. наук, зав. кафедры теории функций ФГБОУ ВПО «КубГУ»

## 1 Цели и задачи изучения дисциплины .

### 1.1 Цель освоения дисциплины.

**Целью** изучения дисциплины «Введение в метод конечных элементов» является развитие профессиональных компетентностей и приобретение практических навыков решения инженерных задач и задач математической физики современными численными методами. Цели дисциплины соответствуют формируемой компетенции ПК-2 и ПК-3 и позволяют подготовить обучающихся к успешной работе в различных сферах, применяющих математические методы, математическое и компьютерное моделирование, а также информационные технологии и развить способности самостоятельно приобретать и применять новые знания и умения.

### 1.2 Задачи дисциплины

**Задачи** освоения дисциплины.

– освоить конечно-элементные и сеточные методы аппроксимации решений физико-математических задач;

– изучить приемы программирования, визуализации и анализа численного решения задач математической физики численными методами.

– поднять общий уровень исследовательской, математической и программистской культуры обучающихся.

– выработать умения использовать справочные материалы и пособия в своей профессиональной деятельности.

### 1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы.

Дисциплина «Введение в метод конечных элементов» относится к вариативной части профессионального цикла и является естественным продолжением читаемых ранее курсов по программированию и современному анализу.

Для освоения дисциплины студент должен владеть знаниями, умениями и навыками по дисциплинам «Математический анализ» (Б1.О.04), «Алгебра и аналитическая геометрия» (Б1.О.05), «Дифференциальные уравнения»(Б1.О.09), «Уравнения математической физики» (Б1.О.25), «Численные методы» (Б1.О.13), Методы программирования (Б1.О.08) (специальность 01.03.02 Прикладная математика и информатика, бакалавриат)

### 1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине , соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Программа определяет общий объем знаний, позволяющий сформировать у студента культуру решения как простых вспомогательных задач, так и умения программировать и решать задачи математического моделирования сложных физических явлений, владение общими принципами построения вычислительных алгоритмов, написания и отладки компьютерных программ.

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины «Введение в метод конечных элементов»:

| Код и наименование индикатора достижения компетенции | Результаты обучения по дисциплине |
|---|---|
| **ПК-2 Способен активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках** | |
| ИПК-2.1 (06.016 А/30.6 Зн.3) Предметная область и методы математического моделирования в естественных науках | Знает основные методы математического и компьютерного моделирования, особенности работы с конечно-элментными пакетами, справочными пособиями и технической и математической литературой по численным и сеточным методам |
| | Умеет использовать знания современного математического аппарата для решения математических и прикладных задач, составлять на высоком уровне соответствующие технические описания и инструкции; подготавливать справочные материалы и описания программных комплексов для численного анализа с помощью сеточных методов. |
| | Владеет навыками применения знаний по современному математическому аппарату для решения математических задач, способностями эффективно планировать необходимые ресурсы для проектирования и организации вычислений; навыками подготовки отчетов о результатах исследовательских и профессиональных работ. |
| **ПК-3 Способен ориентироваться в современных алгоритмах компьютерной математики; обладать способностями к эффективному применению и реализации математически сложных алгоритмов** | |
| ИПК-3.4 (06.001 D/03.06 У.1) Использовать существующие типовые решения и шаблоны проектирования программного обеспечения эффективно реализующих математически сложные алгоритмы<br><br>ИПК-3.8<br>(40.001 А/02.5 Тд.1) Проведение экспериментов по оценке эффективности реализации математически сложных алгоритмов | Знает основные понятия, положения и приемы метода конечных элементов как одного из самых эффективных методов моделирования и численного анализа |
| | Умеет реализовывать элементы алгоритмов или математических моделей для метода конечных элементов в виде компьютерных программ, а также использовать существующие конечно-элементные программные продукты для создания компьютерных моделей и проведения расчетов |
| | Владеет навыками анализа программного кода с точки зрения его адекватности той математической модели, которую он реализует и его вычислительной сложности, вывода, интерпретации и анализа численных результатов. |

## 2. Структура и содержание дисциплины.

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 зач.ед. (108 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице

| Вид учебной работы | Всего часов | Семестры (часы) |
|---|---|---|
| | | 3 семестр |
| **Контактная работа (всего), в том числе:** | | |
| **Аудиторные занятия (всего)** | 28 | 28 |
| В том числе: | | |
| Занятия лекционного типа | 14 | 14 |
| Лабораторные занятия | 14 | 14 |
| **Иная контактная работа** | | |
| В том числе: | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Промежуточная аттестация (ИКР) | | 0,2 | 0,2 |
| **Самостоятельная работа, в том числе:** | | | |
| Проработка учебного материала | | 15 | 15 |
| Выполнение индивидуальных заданий | | 54 | 54 |
| Подготовка к текущему контролю | | 10,8 | 10,8 |
| **Контроль** | | | |
| | | | |
| **Общая трудоемкость** | **час.** | **108** | **108** |
| | **в том числе контактная работа** | **28** | **28** |
| | **зач. ед** | **3** | **3** |

**2.2 Структура дисциплины:**

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины, разделы дисциплины, изучаемые в 3 семестре *(очная форма)*

| № | Наименование разделов | Количество часов | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | Всего | Аудиторная работа | | Внеаудиторная работа |
| | | | Л | ЛР | СРС |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 6 | 7 |
| 1. | Вариационные и проекционные методы аппроксимации | 8,4 | 2 | 2 | 4,4 |
| 2. | Метод конечных элементов для решения одномерных задач | 26 | 3 | 3 | 20,0 |
| 3. | Конечно-элементные пакеты | 24 | 2 | 2 | 20 |
| 4. | Метод конечных элементов решения двумерных и трехмерных задач математической физики | 25 | 4 | 4 | 17,0 |
| 5. | Метод конечных элементов с полиномиальной аппроксимацией высокого порядка. | 24,4 | 3 | 3 | 18,4 |
| | Всего по разделам дисциплины: | 107,8 | 14 | 28 | 65,8 |
| | Промежуточная аттестация (ИКР) | 0,2 | | | |
| | *Итого по дисциплине:* | **108** | **14** | **28** | **65,8** |

Примечание: Л – лекции, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента; ИКР – иная контактная работа

**2.3 Содержание разделов дисциплины:**

**2.3.1 Занятия лекционного типа.**

| № раздела | Наименование раздела | Содержание раздела | Форма текущего контроля |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1 | Вариационные и проекционные методы аппроксимации | Задача минимизации невязки; слабая постановка задачи и обобщенные решения; вариация, функционал энергии, метод Ритца, метод наименьших квадратов; проекционные методы Галеркина, метод коллокаций. | Устный опрос |
| 2 | Метод конечных элементов для решения одномерных задач | Понятие о конечном элементе, функции формы; слабая постановка; одномерный элемент с кусочно-линейными базисными функциями; элементная матрица, ансамблирование, матрица жёсткости; решение систем уравнений ленточного типа. | Устный опрос |
| 3 | Конечно-элементные пакеты | Разработка конечно-элементных моделей в специализированных пакетах программ | Устный опрос |
| 4 | Метод конечных элементов решения двумерных и трехмерных задач математической физики | Триангуляция, линейный треугольный элемент и применение четырехугольных элементов в задачах аппроксимации; решение двумерных задач теплопроводности и волновых задач упругости. | Устный опрос |
| 5 | Метод конечных элементов с полиномиальной аппроксимацией высокого порядка. | Полиномы Гаусса-Лобатто; аппроксимация на конечных элементах, квадратурные формулы и элементная матрицы жёсткости одномерного спектрального элемента. | Устный опрос |

Примечание: защита лабораторной работы (ЛР), выполнение курсового проекта (КП), курсовой работы (КР), расчетно-графического задания (РГЗ), написание реферата (Р), эссе (Э), коллоквиум (К), тестирование (Т), устный опрос по знанию теоретического материала (О) и т.д.

**2.3.2 Занятия семинарского типа (практические / семинарские занятия/ лабораторные работы)**

| № | № раздела дисциплины | Наименование лабораторных работ | Форма текущего контроля |
|---|---|---|---|
| 1 | | 3 | 4 |
| 1. | 1 | Вариационные методы аппроксимации и Проекционные методы Галеркина | ЛР |
| 2. | 2 | Одномерный конечный элемент с кусочно-линейными базисными функциями | ЛР, РГЗ |
| 3. | 2 | Программирование элементных матриц и матриц жесткости для краевых задач одномерного уравнения Гельмгольца | ЛР, РГЗ |
| 4. | 2 | Программная реализация и решение разрешающих уравнений | ЛР, РГЗ |
| 5. | 2 | Анализ сходимости решения краевых задач методом конечных элементов | ЛР, РГЗ |
| 6. | 5 | Разработка проектов в пакетах программ, реализующих конечно-элементные методы | ЛР |
| 7. | 5 | Решение одномерных задач в конечно-элементных пакетах | ЛР |
| 8. | 5 | Решение двумерных и трехмерных задач в конечно-элементных пакетах | ЛР |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 9. | 3 | Триангуляция и линейный треугольный конечный элемент; Элементные матрицы и матрица жесткости для краевых задач на плоскости. | ЛР |
| 10 | 3 | Программная реализация и приемы решения разрешающих систем линейных уравнений для конечных элементов на плоскости | ЛР |
| 11 | 3 | Анализ сходимости метода конечных элементов на треугольных сетках. | ЛР |
| 12 | 4 | Аппроксимация функций ортогональными полиномами Лежандра и Лобатто; полиномы Гаусса-Лобатто и квадратурные формулы Гаусса-Лежандра-Лобатто | ЛР, РГЗ |
| 13 | 4 | Одномерный конечный элемент высокого порядка точности в глобальных и локальных координатах | ЛР, РГЗ |
| 14 | 4 | Программная реализация и численный анализ решения одномерных задач с кусочно-линейной и полиномиальной аппроксимацией | ЛР, РГЗ |

Примечание: Защита лабораторной работы (ЛР), выполнение курсового проекта (КП), курсовой работы (КР), расчетно-графического задания (РГЗ), написание реферата (Р), эссе (Э), коллоквиум (К), тестирование (Т) и т.д.

**2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

| № | Вид самостоятельной работы | Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 1 | Проработка и повторение лекционного материала, материала учебной и научной литературы | Методические указания для подготовки к лекционным и семинарским занятиям, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 18.04.2018 г. |
| 2 | Подготовка к лабораторным | Методические указания по выполнению лабораторных работ, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики |

| | | |
|---|---|---|
| | занятиям | факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 18.04.2018 г. |
| 3 | Подготовка к решению задач | Методические указания по выполнению самостоятельной работы, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 18.04.2018 г. |
| 4 | Подготовка к текущему контролю | Методические указания по выполнению самостоятельной работы, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 18.04.2018 г. |

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

–в печатной форме увеличенным шрифтом,

– в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа,

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

**3. Образовательные технологии.**

С точки зрения применяемых методов используются как традиционные информационно-объяснительные *лекции*, так и интерактивная подача материала с мультимедийной системой и др. Такое сочетание позволяет оптимально использовать отведенное время и раскрывать логику и содержание дисциплины.

Лекции представляют собой систематический обзор понятий и методов Комплексного анализа с подачей материала в форме презентаций и с использованием других интерактивных технологий: проблемное обучение, моделирование, дискуссия.

**Занятия, проводимые с использованием интерактивных технологий**

| № | Наименование разделов (тем) | Количество часов | |
|---|---|---|---|
| | | всего ауд. часов | интерактивные часы |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1. | Вариационные и проекционные методы аппроксимации | 8,4 | 1 |
| 2. | Метод конечных элементов для решения одномерных задач | 26 | 3 |
| 3. | Метод конечных элементов решения двумерных и трехмерных задач математической физики | 25 | 4 |
| 4. | Метод конечных элементов с полиноминальной аппроксимацией высокого порядка. | 24,4 | 3 |
| 5. | Конечно-элементные пакеты | 24 | 2 |
| | *Итого по дисциплине:* | 107,8 | 14 |

Лабораторное занятие позволяет научить студента применять теоретические знания при решении и исследовании конкретных задач, развить математическую интуицию и творческое мышление. Разбор конкретных ситуаций, математическое моделирование задач, встречающихся на практике (проблемное обучение), командная работа, визуализация и обсуждение результатов анализа широко используется при проведении лабораторных, а также самостоятельных работ.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием возможностей средств удаленного доступа (электронная почта, видеоконференция).

## 4. Оценочные и методические материалы

### 4.1 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Фонд оценочных средств дисциплины состоит из средств текущего контроля выполнения заданий, лабораторных работ, средств для промежуточной аттестации (зачета)

Оценка успеваемости осуществляется по результатам:

– выполнения лабораторных работ;

– оценки, выставляемой при сдаче индивидуальных заданий;

Зачет выставляется по результатам выполненных индивидуальных заданий и текущей работы на лабораторных и лекционных занятиях.

Оценочные средства включает контрольные материалы для проведения **текущего контроля** в форме:

– лабораторных работ

– расчетно-графического задания.

и **промежуточной аттестации** в форме вопросов и заданий к зачету.

**Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации**

| № п/п | Код и наименование индикатора (в соответствии с п. 1.4) | Результаты обучения (в соответствии с п. 1.4) | Наименование оценочного средства | |
|---|---|---|---|---|
| | | | Текущий контроль | Промежуточная аттестация |
| 1 | ИПК-2.1 (06.016 А/30.6 Зн.3) Предметная область и методы | Знает основные методы математического и компьютер- | *Текущие опросы на лекциях и лабораторных занятиях* | *Теоретические вопросы на зачете* |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | математического моделирования в естественных науках | ного моделирования, особенности работы с конечно-элементными пакетами, справочными пособиями и технической и математической литературой по численным и сеточным методам | | |
| 2 | ИПК-2.1 (06.016 А/30.6 Зн.3) Предметная область и методы математического моделирования в естественных науках | Умеет использовать знания современного математического аппарата для решения математических и прикладных задач, составлять на высоком уровне соответствующие технические описания и инструкции; подготавливать справочные материалы и описания программных комплексов для численного анализа с помощью сеточных методов. | *Отчеты о проведении лабораторных работ* | *Отчеты о выполнении расчетно-графического задания* |
| 3 | ИПК-2.1 (06.016 А/30.6 Зн.3) Предметная область и методы математического моделирования в естественных науках | Владеет навыками применения знаний по современному математическому аппарату для решения математических задач, способностями эффективно планировать необходимые ресурсы для проектирования и организации вычислений; навыками подготовки отчетов о результатах исследовательских и профессиональных работ. | *Отчеты о проведении лабораторных работ* | *Расчетно-графическое задание к зачету* |
| 4 | ИПК-3.4 (06.001 D/03.06 У.1) Использовать существующие типовые решения и шаблоны проектирования программного обеспечения эффективно реализующих математически сложные алгоритмы | Знает основные понятия, положения и приемы метода конечных элементов как одного из самых эффективных методов моделирования и численного анализа | *Текущие опросы на лекциях и лабораторных занятиях* | *Теоретические вопросы на зачете* |
| 5 | ИПК-3.4 (06.001 D/03.06 У.1) Использовать существующие типовые решения и шаблоны проектирования программного обеспечения эффективно реализующих математически сложные алгоритмы | Умеет реализовывать элементы алгоритмов или математических моделей для метода конечных элементов в виде компьютерных программ, а также использовать существующие конечно-элементные программные продукты для создания компьютерных моделей и проведения расчетов | *Отчеты о проведении лабораторных работ* | *Расчетно-графическое задание к зачету* |
| 6 | ИПК-3.4 (06.001 D/03.06 У.1) Использовать существующие типовые решения и шаблоны проектирования программного обеспечения эффективно реализующих математически сложные алгоритмы | Владеет навыками анализа программного кода с точки зрения его адекватности той математической модели, которую он реализует и его вычислительной сложности, вывода, интерпретации и анализа численных результатов. | *Задания для лабораторных работ* | *Расчетно-графическое задание к зачету* |

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в печатной форме увеличенным шрифтом,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## Показатели, критерии и шкала оценки сформированных компетенций

| **Код и наименование компетенций** | **Соответствие уровней освоения компетенции планируемым результатам обучения и критериям их оценивания** | | |
|---|---|---|---|
| | **пороговый** | **базовый** | **продвинутый** |
| | Оценка | | |
| | Удовлетворительно /зачтено | Хорошо/зачтено | Отлично /зачтено |
| ПК-2:<br>Способен эффективно планировать необходимые ресурсы и этапы выполнения работ в области математи-ческого моделирования и информационно-коммуникационных технологий, составлять на высоком уровне соответствующие технические описания и инструкции | *Знает* – базовые понятия и методы дисциплины, возможные сферы их связи и приложения в других областях математического знания и дисциплинах естественно-научного и профессионального цикла; | *Знает* – основные методы и понятия, изучаемые в дисциплине, возможные сферы их связи и приложения в других областях математического знания и дисциплинах естественно-научного и профессионального цикла; | *Знает* - основные методы, понятия, изучаемые в дисциплине, сферы их связи и приложения в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного и профессионального цикла; |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | *Умеет* – решать базовые задачи, встречающиеся в практике профессиональной деятельности, сформулированные в терминах данной математической дисциплины, применять основные методы решения; использовать графические и текстовые редакторы, а также составлять научно-технические отчеты, инструкции и описание разработанных программ по ГОСТ | *Умеет* - решать основные задачи, встречающиеся в практике профессиональной деятельности, сформулированные в терминах данной математической дисциплины, применять основные и продвинутые методы решения; использовать графические и текстовые редакторы, а также визуализировать полученные результаты, составлять научно-технические отчеты, инструкции и описание разработанных программ по ГОСТ | *Умеет* – формулировать в терминах данной математической дисциплины задачи, встречающиеся в практике профессиональной деятельности, решать их с помощью основных и продвинутых методов; использовать графические и текстовые редакторы, а также визуализировать полученные результаты, составлять на высоком уровне научно-технические отчеты, инструкции и описание разработанных программ по ГОСТ |
| | *Владеет* отдельными методами применения математических методов, рассмотренных в рамках дисциплины, для решения профессиональных задач; навыками составления технических описаний и инструкций | *Владеет* основными методами применения математических методов, рассмотренных в рамках дисциплины, для решения профессиональных задач; навыками составления научно-технических описаний и инструкций | *Владеет* методами применения полученных знаний в постановке и решении прикладных задач; навыками составления научно-технических описаний и инструкций |
| ПК-3:<br>Способен эффективно применять алгоритмические и программные решения в области ин-формационно-коммуникационных технологий, а также участвовать в их проектировании и разработке | *Знает* – базовые методы, понятия, определения и свойства математических объектов, изучаемых в дисциплине, формулировки и утверждений; методы алгоритмизации математической модели | *Знает* – основные методы, основные понятия, определения и свойства математических объектов, изучаемых в дисциплине; методы алгоритмизации математической модели, разработки соответствующих компьютерных программ на высоком уровне | *Знает* - основные методы, основные понятия, определения и свойства математических объектов, изучаемых в дисциплине, формулировки утверждений, методы их доказательства; знаком с нестандартными подходами к решению задач; методы алгоритмизации математической модели, разработки соответствующих компьютерных программ на высоком уровне |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | *Умеет* – формулировать базовые утверждения, решать базовые задачи дисциплины; программировать разработанные алгоритмы на языках высокого уровня, проводить расчеты | *Умеет* - формулировать и доказывать базовые утверждения дисциплины, решать основные задачи дисциплины, применять полученные навыки в других областях и дисциплинах естественно-научного цикла; программировать разработанные алгоритмы на языках высокого уровня, проводить расчеты. | *Умеет* - формулировать и доказывать основные утверждения дисциплины, решать основные и продвинутые задачи, применять полученные навыки в других областях и дисциплинах естественнонаучного цикла; проводить доказательства нестандартным путем; программировать разработанные алгоритмы на языках высокого уровня, проводить расчеты и анализировать полученные результаты |
| | *Владеет* – методами решения базовых задач и базовыми понятиями, рассматриваемые в дисциплине, а также методами разработки программных проектов. Способен работать в команде разработчиков. | *Владеет* - методами решения задач, а также методами разработки программных комплексов, навыками применения этого в других областях и дисциплинах естественно-научного цикла. Способен работать в команде разработчиков. | *Владеет* - методами решения задач, а также методами разработки программных комплексов, навыками применения этого в других областях и дисциплинах естественно-научного цикла. Способен работать в команде разработчиков в качестве лидера. Демонстрирует дополнительные знания и эрудицию. |

**Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

### 4.1.1. Методические рекомендации к выполнению лабораторных работ

Для успешного выполнения лабораторной работы обучающемуся следует ознакомиться с теоретической частью дисциплины по теме лабораторной работы, изложенной в лекциях. Для углубленного понимания теоретического материала могут быть использованы источники, указанные в списке основной литературы [1-4], дополнительной [5-7].

Критерием должной подготовки студентов к выполнению лабораторных работ являются приобретенные знания, позволяющие безошибочно ответить на вопросы, сформулированные по каждой теме лабораторных работ. Для приобретения должных навыков к решению задач предполагается решение задач на лабораторных занятиях в учебных аудиториях под руководством преподавателя. Закрепление приобретенных навыков осуществляется внеаудиторным самостоятельным решением студентом задач. Номера задач для решения в аудитории и дома указаны к каждой лабораторной работе.

### 4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации.

Промежуточный контроль осуществляется в конце семестра в форме зачета.

**Образцы расчетно-графических заданий к лабораторным работам**

1) Разработать алгоритм и компьютерную вычислительную программу для решения краевой задачи для гармонических колебаний струны методом конечных элементов с кусочно-линейной аппроксимацией; найти точное аналитическое решение, сравнить его с приближенным, исследовать сходимость решения в зависимости от частоты колебаний $\omega$:

В 1. $u''(x) + k^2u(x) = x^2, \quad u(0) = 1, \; u'(1) = 0, \; k = \omega/2$

В 2. $u''(x) + k^2u(x) = 2x, \quad u'(0) = 1, \; u(1) = 0, \; k = \omega/3$

В 3. $u''(x) + k^2u(x) = 2x\text{-}1, \; u(0) = 2, \; u'(1) = 0, \; k = \omega/3$

В 4. $u''(x) + k^2u(x) = \frac{x^2}{2}, \quad u'(0) = 1, \; u(1) = 0, \; k = \omega/4$

В 5. $u''(x) + k^2u(x) = e^x, \quad u(0) = 1, \; u(1) = 0, \; k = \omega$

В 6. $u''(x) + k^2u(x) = e^{-x}, \quad u'(0) = 1, \; u(1) = 0, \; k = \omega/2$

В 7. $u''(x) + k^2u(x) = x(1-x), \quad u'(0) = 1, \; u(1) = 0, \; k = \omega/2$

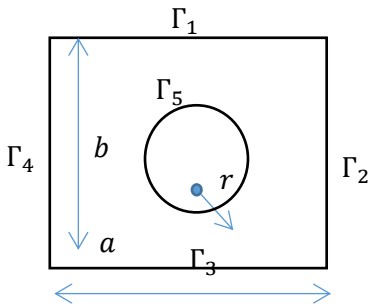
В 8. $u''(x) + k^2u(x) = x(1-x^2), \quad u(0) = 1, \; u'(1) = 0, \; k = \omega$

В 9. $u''(x) + k^2u(x) = x^3, \quad u'(0) = 2, \; u'(1) = 0, \; k = \omega$

В 10. $u''(x) + k^2u(x) = \cos x, \quad u(0) = 1, \; u'(1) = 0, \; k = \omega$

2) Разработать алгоритм и компьютерную программу для численного решения уравнения Гельмгольца $\Delta u(x,y) + k^2u(x,y) = 0$ в области $\Omega$ (ограниченная линиями $\Gamma_k$) методом конечных элементов с триангуляцией кусочно-линейными функциями; исследовать численную сходимость решения. Граничные условия и волновые числа даны в соответствии с вариантом:

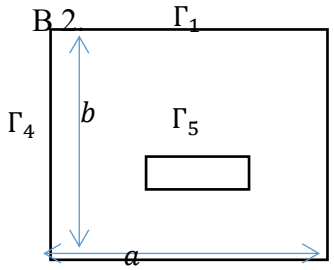
В 1.




$$\frac{\partial u}{\partial n} = \begin{cases} 1 & (x,y) \in \Gamma_1 \\ 0 & (x,y) \in \Gamma_2 \cup \Gamma_4 \cup \Gamma_5 \end{cases}; \quad u|_{\Gamma_3} = 0$$

$k = \omega;$

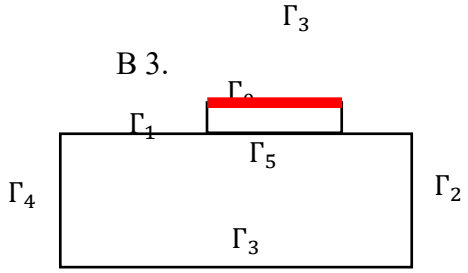
В 2.




$$\frac{\partial u}{\partial n} = \begin{cases} 1 & (x,y) \in \Gamma_4 \\ 0 & (x,y) \in \Gamma_1 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_5 \end{cases}; \quad u|_{\Gamma_3} = 0$$

$k = 2\omega;$

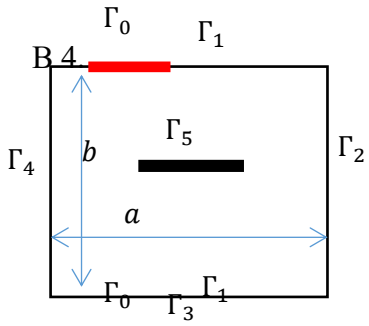
В 3.




$$\frac{\partial u}{\partial n} = \begin{cases} 1 & (x,y) \in \Gamma_0 \\ 0 & (x,y) \in \Gamma_1/\Gamma_5 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_4 \end{cases}; \quad u|_{\Gamma_3} = 0$$

непрерывность u и $\partial u/\partial y$

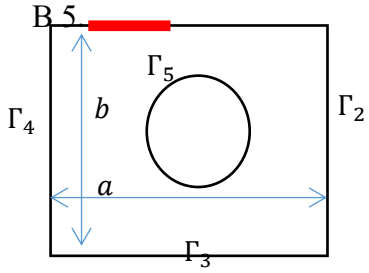
В 4




$$\frac{\partial u}{\partial n} = \begin{cases} 1 & (x,y) \in \Gamma_0 \\ 0 & (x,y) \in \Gamma_1/\Gamma_0 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_4 \end{cases} ; \quad u|_{\Gamma_3} = 0$$

$$k = \omega;$$

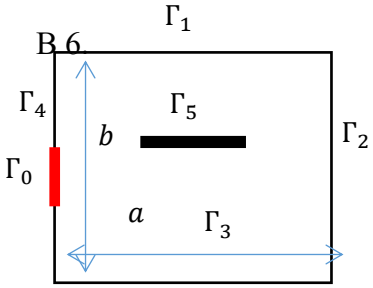
В 5




$$\frac{\partial u}{\partial n} = \begin{cases} 1 & (x,y) \in \Gamma_0 \\ 0 & (x,y) \in \Gamma_1/\Gamma_0 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_4 \end{cases} ; \quad u|_{\Gamma_3} = 0$$

$$k = 2\omega;$$

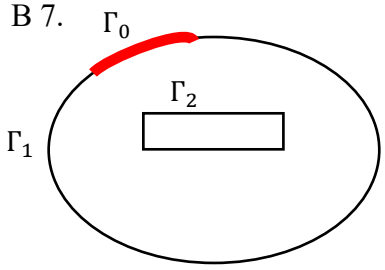
В 6




$$\frac{\partial u}{\partial n} = \begin{cases} 1 & (x,y) \in \Gamma_0 \\ 0 & (x,y) \in \Gamma_1 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_4 /\Gamma_0 \end{cases} ; \quad u|_{\Gamma_3} = 0$$

$$k = 0.5\omega;$$

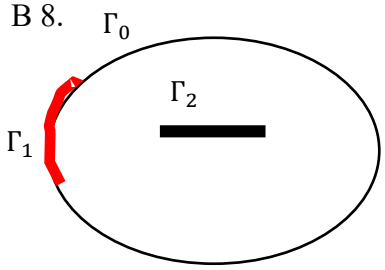
В 7.




$$\frac{\partial u}{\partial n} = \begin{cases} 1 & (x,y) \in \Gamma_0 \\ 0 & (x,y) \in \Gamma_1 /\Gamma_0 \cup \Gamma_2 \end{cases}$$

$$k = 0.5\omega;$$

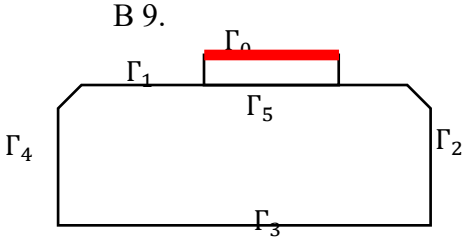
В 8.




$$\frac{\partial u}{\partial n} = \begin{cases} 1 & (x,y) \in \Gamma_0 \\ 0 & (x,y) \in \Gamma_1 /\Gamma_0 \cup \Gamma_2 \end{cases}$$

$$k = 2\omega;$$

В 9.




$$\frac{\partial u}{\partial n} = \begin{cases} 1 & (x,y) \in \Gamma_0 \\ 0 & (x,y) \in \Gamma_1/\Gamma_5 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_4 \end{cases} ; \quad u|_{\Gamma_3} = 0$$

непрерывность u и $\partial u/\partial y$

3) Разработать алгоритм и компьютерную вычислительную программу для решения краевой задачи для гармонических колебаний струны методом конечных элементов с аппроксимацией полиномами Гаусса-Лежандра-Лобатто, параметры задач см. в соответствующем варианте задания 1.
4) В среде конечно-элементного пакета разработать проекты решения задач из задания 1 и 2. Сравнить результаты работы собственной программы и конечно-элементного пакета.

По результатам работы необходимо подготовить итоговый отчет, включающий в себя описания постановки задачи, метода решения, а также и анализа численного анализа и выводы по результатам выполнения лабораторной работы

**Критерии выставления оценок.**

Зачет по практике выставляется по результатам выполненных лабораторных и расчетно-графических работ (индивидуальных заданий) и текущей работы на лабораторных занятиях. Отметка «зачтено» выставляется при более, чем 80% выполнении индивидуальных заданий

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в печатной форме увеличенным шрифтом,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## 5. Перечень учебной литературы, информационных ресурсов и технологий

### 5.1. Учебная литература

1. Бахвалов, Н.С. Численные методы в задачах и упражнениях: учеб. пособие / Н.С. Бахвалов, А.В. Лапин, Е.В. Чижонков. — Электрон. дан. — Москва : Издательство "Лаборатория знаний", 2015. — 243 с. — ISBN 978-5-9963-2980-9 - [Электронный ресурс]. — URL: https://e.lanbook.com/book/70743 (06.04.2018).

2. Зализняк, В. Е. Численные методы. Основы научных вычислений : учебник и практикум для академического бакалавриата / В. Е. Зализняк. — 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 356 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-02714-3. — URL: https://biblio-online.ru/book/9D9516CB-A065-4497-9062-5D8C77D8E644/chislennye-metody-osnovy-nauchnyh-vychisleniy

3. Голуб М. В., Фоменко С. И., Шпак А. Н. Метод спектральных конечных эле-ментов в задачах математической физики и механики: учеб. пособие. Краснодар: Кубанский гос. ун-т, 2022.

4. Срочко, В.А. Численные методы. Курс лекций: учебник / В.А. Срочко.— М : Изда тельство "Лань", 2010. — 208 с. — ISBN 978-5-8114-1014-9. — [Электронный ресурс]. — URL: https://e.lanbook.com/book/378 (06.04.2018).

5. Ю.А. Сагдеева, С.П. Копысов, А.К. Новико. Введение в метод конечных элемен-тов: метод. пособие. Ижевск: Изд-во "Удмуртский университет". 2011. 44с

6. Попонин В. Метод спектральных элементов на неструктурированной сетке в вы-числительной механике. Томск.: Изд-во Томского государственного университета, 2009.— С. 143.

7. Огородников А.С. Моделирование в среде MatLab - COMSOL 3.5a. Часть 1. Учеб-ное пособие.-Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2012.– 104 с.

### 5.2. Периодическая литература

1. Журнал "Вычислительная механика сплошных сред" http://www2.icmm.ru/journal/

### 5.3. Интернет-ресурсы, в том числе современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

**Электронно-библиотечные системы (ЭБС):**

1. ЭБС «УНИВЕРСИТЕТСКАЯ БИБЛИОТЕКА ОНЛАЙН» www.biblioclub.ru
2. ЭБС «ZNANIUM.COM» www.znanium.com
3. ЭБС «ЛАНЬ» https://e.lanbook.com

**Профессиональные базы данных:**

1. Web of Science (WoS) http://webofscience.com/
2. Scopus http://www.scopus.com/
3. ScienceDirect www.sciencedirect.com
4. Springer eBooks: https://link.springer.com/
5. Общероссийский портал Math-Net.Ru: http://www.mathnet.ru

**Ресурсы свободного доступа:**

1. Федеральный портал "Российское образование" http://www.edu.ru/;
2. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов http://school-collection.edu.ru/ .
3. Образовательный портал "Учеба" http://www.ucheba.com/;

**Собственные электронные образовательные и информационные ресурсы КубГУ:**

1. Среда модульного динамического обучения http://moodle.kubsu.ru

2. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций http://mschool.kubsu.ru/

**6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.**

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной теоретический материал, лабораторных занятий, позволяющих студентам в полной мере ознакомиться с понятиями и методами Комплексного анализа и навыками их применением в решении практических задач.

Важнейшим этапом является самостоятельная работа по дисциплине. Целью самостоятельной работы магистранта является углубление знаний, полученных в результате аудиторных занятий. Вырабатываются навыки самостоятельной работы. Закрепляются опыт и знания, полученные во время лабораторных занятий.

Самостоятельная работа в ходе изучения дисциплины состоит в выполнении индивидуальных заданий, даваемых преподавателем, ведущим лабораторные занятия, подготовки теоретического материала к лабораторным занятиям, на основе конспектов лекций и учебной литературы, согласно календарному плану и подготовки теоретического материала к тестовому опросу, зачету и экзамену, согласно вопросам к экзамену.

**Указания по оформлению работ:**

Отчет по выполнению лабораторной работы и индивидуальных расчетно-графических заданий должен быть подготовлен в соответствии с ГОСТ 7.32-2001 и содержать:

- титульный лист;
- введение;
- постановку задачи;
- краткое описание последовательного алгоритма;
- подробное описание параллельного алгоритма;
- текст разработанной программы на выбранном языке программирования;
- тестовые примеры и результаты тестирования программы: оценка ускорения и эффективности разработанного параллельного алгоритма, оптимальные размеры входных данных на которых достигается максимум ускорения при различном числе узлов вычислительной системы и др.;
- заключение
- список использованной литературы.

Проверка индивидуальных заданий по темам, разобранным на лабораторных занятиях, осуществляется через неделю на текущем лабораторном занятии, либо в течение недели после этого занятия на консультации.

Для разъяснения непонятных вопросов лектором и ассистентом еженедельно проводятся консультации, о времени которых группы извещаются заранее.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

Учебная деятельность проходит в соответствии с графиком учебного процесса. Процесс самостоятельной работы контролируется во время аудиторных занятий и индивиду-

альных консультаций. Самостоятельная работа студентов проводится в форме изучения отдельных теоретических вопросов по предлагаемой литературе и выполнении практических заданий по разобранным во время аудиторных занятий примерам.

Фонд оценочных средств дисциплины состоит из средств текущего контроля (см. список задач и вопросов коллоквиума) и итоговой аттестации (зачета, экзамена).

В качестве оценочных средств, используемых для текущего контроля успеваемости, предлагается перечень вопросов, которые прорабатываются в процессе освоения курса. Данный перечень охватывает все основные разделы курса, включая знания, получаемые во время самостоятельной работы. Кроме того, важным элементом технологии является самостоятельное решение студентами и сдача заданий. Это полностью индивидуальная форма обучения. Студент рассказывает свое решение преподавателю, отвечает на дополнительные вопросы

## 7. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

| Наименование специальных помещений | Оснащенность специальных помещений | Перечень лицензионного программного обеспечения |
|---|---|---|
| Учебные аудитории А305, А307, 133, 129. для проведения занятий лекционного типа | Мебель: учебная мебель<br>Технические средства обучения:<br>экран, проектор, компьютер | MS Windows, MS Word, MS PowerPoint |
| Учебные аудитории для проведения лабораторных работ: 133, 149, 150. | Мебель: учебная мебель<br>Технические средства обучения: не требуются | Не предусмотрено |
| Аудитории А305, 133, 150, 148, для групповых (индивидуальных) консультаций | учебная мебель (столы, стулья, доска), презентационная техника | MS Windows, MS Word, MS PowerPoint |
| Аудитории А305, 133. для текущего контроля, промежуточная аттестация | учебная мебель (столы, стулья, доска) | Не предусмотрено |
| Самостоятельная работа: 102-А, а также студентческий читальный зал библиотеки КубГУ (к.109С) и зал доступа к электронным ресурсам и каталогам (к. А213). | Кабинеты для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета: | MS Windows, MS Internet Explorer, Microsoft Edge |