

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по научной работе и  
инновациям

М.В. Шарафан

2021 г.



## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

**Б1.В.01 Вещественный, комплексный и функциональный анализ  
(кандидатский экзамен по специальности)**

Направление подготовки: 01.06.01 Математика и механика

Профиль: 01.01.01 Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Форма обучения: очная

Квалификация: Исследователь. Преподаватель-исследователь

Краснодар 2021

## 1 Цели и задачи изучения дисциплины.

### 1.1 Цель освоения дисциплины

Подготовка аспирантов к сдаче кандидатского экзамена по специальности 01.01.01 Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

### 1.2 Задачи дисциплины

Формирование у аспиранта знаний действительного анализа, комплексного анализа, функционального анализа.

### 1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Вещественный, комплексный и функциональный анализ (кандидатский экзамен)» относится к вариативной части Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана.

Программа рассчитана на аспирантов, прослушавших курсы математического анализа, включающий дифференциальное и интегральное исчисление, комплексного анализа, функционального анализа, а также курс линейной алгебры.

Знания, полученные в этом курсе, необходимы для изучения дисциплины «геометрическая теория меры и её приложения», проведения научно-исследовательской работы и успешной сдачи государственной итоговой аттестации.

### 1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся профессиональных и общепрофессиональных компетенций (ПК, ОПК): ПК-1, ОПК-1.

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
1.	ПК-1	способность к системному мышлению и грамотному использованию основных принципов, концепций и методов вещественного, комплексного и функционального анализа	основные понятия и гипотезы для предметной области и исследуемых моделей. В том числе: Меры и измеримые функции. Теоремы Лузина и Егорова. - интегралы и предельные теоремы. Дифференцирование мер Радона, теорема Лебега о разложении мер. Теорема Рисса о представлении линейных функционалов. - мера Хаусдорфа и её свойства. Размерность Хаусдорфа. Фракталы, их локальная структура, операции над ними. Теорема о дифференцируемости липшицевых функций. Теорема Степанова. Формулы площади и коплощади. Спряжяемые потоки. Теорема о разрешимости задачи Плато. - теорема Римана об отображе-	ориентироваться в современных методах и подходах, применяемых для изучения рассматриваемых процессов и явлений, грамотно использовать и развивать математическую теорию и физико-математические модели, лежащие в их основе В том числе:	навыками применения классических и современных методов анализа математических моделей формализованных материальных объектов и процессов в. В том числе: навыками

№ п.п .	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
			<p>ниях плоских областей.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- функция Вейерштрасса и её свойства, поле эллиптических функций. Теорема сложения для <math>P</math> – функции Вейрштрасса, геометрическая и аналитические формы. Эллиптические интегралы.</li> <li>- описание модулярной группы <math>SL(2, Z)</math>. Модулярные формы. Теорема об изоморфизме кольца полиномов от двух переменных и алгебры модулярных форм.</li> <li>- теорема о пополнении метрического пространства.</li> <li>- обобщённые производные функций и их свойства.</li> <li>- пространства С.Л. Соболева, О.В. Бесова, С.Н. Никольского, теоремы вложения в них.</li> <li>- операторы потенциального типа Рисса, их свойства. Оценки Мозера – Ниренберга, теоремы о компактности семейств функций.</li> <li>- нелинейные функциональные пространства. Теоремы вложения для предельного показателя. Нелинейные компактные операторы. Теорема Шаудера о неподвижной точке.</li> <li>- расширение ограниченных операторов по Фридрихсу. Слабая сходимость в банаховых пространствах, необходимые и достаточные условия слабой сходимости.</li> <li>- теорема Банаха – Алаоглу о слабой компактности шара в рефлексивном банаховом пространстве.</li> </ul>	<p>применять знания на практике;</p>	<p>практического использования теории меры при решении различных теоретических и прикладных задач;</p>
2.	ОПК-1	способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность	<p>закономерности развития и различные концепции современной логики и методологии научного исследования. В том числе: универсальные накрытия многообразий. Глобальное многообразие</p>	<p>выполнять планирование вычислительного эксперимента в целях</p>	<p>навыками работы с информацией из различных источников</p>

№ п.п	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
		в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	<p>ростков аналитических функций. Теорема об аналитическом продолжении роста аналитической функции. Теорема об алгебраических функциях, определяемых полиномом над полем мероморфных функций, заданных на римановой поверхности. Теорема о классификации римановых поверхностей. Группы накрывающих преобразований. Структура компактной римановой поверхности.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- компактные римановы поверхности и алгебраические кривые. Билинейные соотношения Римана для периодов голоморфных функционалов. Теорема Римана-Роха. <math>\Theta</math> – функции, решение задачи обращения Якоби. Функции Бейкера–Ахизера и уравнения КдФ и КП.</li> <li>- собственно разрывные группы, их предельные точки. Классификация граничных точек фундаментальной области группы, порождающие преобразования группы.</li> <li>- фуксовы и клейновы группы. Квазиконформные деформации группы. Вариационные формулы для квазиконформных отображений. Вариации отмеченной римановой поверхности.</li> <li>- теорема Тейхмюллера. Пространство Тейхмюллера. Теорема о вложении пространств Тейхмюллера.</li> <li>- интегральные операторы И.И. Векуа, их свойства. Теоремы существования <math>K</math> – квазиконформных отображений.</li> <li>- теоремы П.Н. Белинского об искажениях.</li> <li>- вариационные формулы Голузина для <math>K</math> – квазиконформных отображений и их приложения.</li> </ul>	<p>оптимизации методов решения задач исследования</p> <p>В том числе:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ориентироваться в постановках задач;</li> <li>- понять поставленную задачу;</li> <li>- формулировать результат;</li> <li>- строго доказать утверждение;</li> <li>- на основе анализа увидеть и корректно сформулировать результат;</li> <li>- грамотно пользоваться языком предметной области.</li> </ul>	<p>ов для решения профессиональных задач; основными методами</p> <p>, способам и средствами получения, хранения, переработки информации.</p> <p>В том числе: проблемно-задачной формой представления математических знаний.</p>

№ п.п .	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
			<ul style="list-style-type: none"> <li>- квадратичные дифференциалы Грётча – Тейхмюллера и их траектории. Теоремы о структуре решений вариационных задач для функционалов Грётча – Тейхмюллера.</li> <li>- понятие конденсатора. Потенциальная функция. Ёмкость конденсатора. Функции Грина, Робэна, Неймана. Внутренний радиус области, логарифмическая емкость замкнутого ограниченного множества. Радиус Робэна и Неймана.</li> <li>- симметризации Шварца, Поля, Штейнера, эллиптическая симметризация множеств. Симметризация Маркуса, радиально-усредняющая симметризация. Поляризация, кусочно-разделяющая симметризация. Диссимметризация Дубинина. Симметризация функций. Симметризация конденсаторов. Принципы симметризации.</li> <li>- теорема покрытия в классе регулярных функций. Теоремы искажения в классе регулярных функций. Задачи об экстремальном разбиении.</li> </ul>		

## 2. Структура и содержание дисциплины.

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 зач.ед. (108 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице (для студентов ОФО).

Вид учебной работы	Всего часов	Курсы (часы)
		3
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	45	45
В том числе:		
Занятия лекционного типа	18	18
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)	9	9

Лабораторные занятия		18	18
<b>Самостоятельная работа (всего)</b>		27	27
<b>Промежуточная аттестации</b>		36	экзамен
Общая трудоемкость	час	108	108
	зач. ед.	3	3

## 2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.  
Разделы дисциплины, изучаемые на 3 курсе (*очная форма*)

№	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	2	3	4	5	6	7
1.	Действительный анализ	24	6	2	6	10
2.	Комплексный анализ	26	6	4	6	10
3.	Функциональный анализ	26	6	2	6	12
	<i>Итого по дисциплине:</i>	76	18	8	18	32

## 2.3 Содержание разделов дисциплины:

### 2.3.1 Занятия лекционного типа.

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Действительный анализ	Меры и измеримые функции. Теоремы Лузина и Егорова. Интегралы и предельные теоремы. Дифференцирование мер Радона, теорема Лебега о разложении мер. Теорема Рисса о представлении линейных функционалов. Мера Хаусдорфа и её свойства. Размерность Хаусдорфа. Фракталы, их локальная структура, операции над ними. Теорема о дифференцируемости Липшицевых функций. Теорема Степанова. Формулы площади и коплощади. Спряжяемые потоки. Теорема о разрешимости задачи Плато	Устный опрос
2.	Комплексный анализ	Теорема Римана об отображениях плоских областей. Функция Вейерштрасса и её свойства, поле эллиптических функций. Теорема сложения для $P$ – функции Вейерштрасса, геометрическая и аналитические формы. Эллиптические интегралы. Описание модулярной группы $SL(2, Z)$ . Модулярные формы. Теорема об изоморфизме кольца полиномов от двух переменных и алгебры модулярных форм. Универсальные накрытия многообразий. Глобальное	Устный опрос

		<p>многообразии ростков аналитических функций. Теорема об аналитическом продолжении роста аналитической функции. Теорема об алгебраических функциях, определяемых полиномом над полем мероморфных функций, заданных на римановой поверхности. Теорема о классификации римановых поверхностей. Группы накрывающих преобразований. Структура компактной римановой поверхности.</p> <p>Компактные римановы поверхности и алгебраические кривые. Билинейные соотношения Римана для периодов голоморфных функционалов. Теорема Римана-Роха. <math>\Theta</math> – функции, решение задачи обращения Якоби. Функции Бейкера – Ахиезера и уравнения КдФ и КП.</p> <p>Собственно разрывные группы, их предельные точки. Классификация граничных точек фундаментальной области группы, порождающие преобразования группы. Фуксовы и клейновы группы. Квазиконформные деформации группы. Вариационные формулы для квазиконформных отображений. Вариации отмеченной римановой поверхности. Теорема Тейхмюллера.</p> <p>Пространство Тейхмюллера. Теорема о вложении пространств Тейхмюллера.</p> <p>Интегральные операторы И.И. Векуа, их свойства. Теоремы существования <math>K</math> – квазиконформных отображений.</p> <p>Теоремы П.Н. Белинского об искажениях. Вариационные формулы Голузина для <math>K</math> – квазиконформных отображений и их приложения.</p> <p>Квадратичные дифференциалы Грётча – Тейхмюллера и их траектории. Теоремы о структуре решений вариационных задач для функционалов Грётча – Тейхмюллера.</p> <p>Понятие конденсатора. Потенциальная функция. Ёмкость конденсатора. Функции Грина, Робэна, Неймана. Внутренний радиус области, логарифмическая емкость замкнутого ограниченного множества. Радиус Робэна и Неймана.</p> <p>Симметризации Шварца, Поля, Штейнера, эллиптическая симметризация множеств. Симметризация Маркуса, радиально-усредняющая симметризация. Поляризация, кусочно-разделяющая симметризация. Диссимметризация Дубинина. Симметризация функций. Симметризация конденсаторов. Принципы симметризации.</p> <p>Теорема покрытия в классе регулярных функций. Теоремы искажения в классе регулярных функций. Задачи об экстремальном разбиении</p>	
3.	Функциональный анализ	<p>Теорема о пополнении метрического пространства. Обобщённые производные функций и их свойства. Пространства С.Л. Соболева, О.В. Бесова, С.Н. Никольского, теоремы вложения в них.</p> <p>Операторы потенциального типа Рисса, их свойства.</p> <p>Оценки Мозера – Ниренберга, теоремы о компактности</p>	Устный опрос

	<p>семейств функций.</p> <p>Нелинейные функциональные пространства. Теоремы вложения для предельного показателя. Нелинейные компактные операторы. Теорема Шаудера о неподвижной точке.</p> <p>Расширение ограниченных операторов по Фридрихсу.</p> <p>Слабая сходимости в банаховых пространствах, необходимые и достаточные условия слабой сходимости.</p> <p>Теорема Банаха – Алаоглу о слабой компактности шара в рефлексивном банаховом пространстве</p>	
--	--	--

### 2.3.2 Занятия семинарского типа.

№	Наименование раздела	Тематика практических занятий (семинаров)	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Действительный анализ	<p>Меры и измеримые функции. Теоремы Лузина и Егорова. Интегралы и предельные теоремы.</p> <p>Дифференцирование мер Радона, теорема Лебега о разложении мер. Теорема Рисса о представлении линейных функционалов.</p>	Решение задач
2.	Комплексный анализ	<p>Теорема Римана об отображениях плоских областей.</p> <p>Функция Вейерштрасса и её свойства, поле эллиптических функций. Теорема сложения для <math>P</math> – функции Вейрштрасса, геометрическая и аналитические формы. Эллиптические интегралы.</p> <p>Описание модулярной группы <math>SL(2, Z)</math>. Модулярные формы. Теорема об изоморфизме кольца полиномов от двух переменных и алгебры модулярных форм.</p> <p>Универсальные накрытия многообразий. Глобальное многообразие ростков аналитических функций. Теорема об аналитическом продолжении ростка аналитической функции. Теорема об алгебраических функциях, определяемых полиномом над полем мероморфных функций, заданных на римановой поверхности. Теорема о классификации римановых поверхностей. Группы накрывающих преобразований. Структура компактной римановой поверхности.</p> <p>Компактные римановы поверхности и алгебраические кривые. Билинейные соотношения Римана для периодов голоморфных функционалов. Теорема Римана-Роха. <math>\Theta</math> – функции, решение задачи обращения Якоби. Функции Бейкера – Ахиезера и уравнения КдФ и КП.</p> <p>Собственно разрывные группы, их предельные точки.</p> <p>Классификация граничных точек фундаментальной области группы, порождающие преобразования группы.</p>	Решение задач
3.	Функциональный анализ	<p>Теорема о пополнении метрического пространства.</p> <p>Обобщённые производные функций и их свойства.</p> <p>Пространства С.Л. Соболева, О.В. Бесова, С.Н. Никольского, теоремы вложения в них.</p> <p>Операторы потенциального типа Рисса, их свойства.</p>	Решение задач



		Оценки Мозера – Ниренберга, теоремы о компактности семейств функций.	
--	--	--	--

### 2.3.3 Лабораторные занятия.

№	Наименование раздела	Тематика лабораторных занятий	Форма текущего контроля
1	2	3	4
4.	Действительный анализ	Мера Хаусдорфа и её свойства. Размерность Хаусдорфа. Фракталы, их локальная структура, операции над ними. Теорема о дифференцируемости Липшицевых функций. Теорема Степанова. Формулы площади и коплощади. Спряжляемые потоки. Теорема о разрешимости задачи Плато	Решение задач
5.	Комплексный анализ	Фуксовы и клейновы группы. Квазиконформные деформации группы. Вариационные формулы для квазиконформных отображений. Вариации отмеченной римановой поверхности. Теорема Тейхмюллера. Пространство Тейхмюллера. Теорема о вложении пространств Тейхмюллера. Интегральные операторы И.И. Векуа, их свойства. Теоремы существования $K$ – квазиконформных отображений. Теоремы П.Н. Белинского об искажениях. Вариационные формулы Голузина для $K$ – квазиконформных отображений и их приложения. Квадратичные дифференциалы Грётча – Тейхмюллера и их траектории. Теоремы о структуре решений вариационных задач для функционалов Грётча – Тейхмюллера. Понятие конденсатора. Потенциальная функция. Ёмкость конденсатора. Функции Грина, Робэна, Неймана. Внутренний радиус области, логарифмическая емкость замкнутого ограниченного множества. Радиус Робэна и Неймана. Симметризации Шварца, Поля, Штейнера, эллиптическая симметризация множеств. Симметризация Маркуса, радиально-усредняющая симметризация. Поляризация, кусочно-разделяющая симметризация. Диссимметризация Дубинина. Симметризация функций. Симметризация конденсаторов. Принципы симметризации. Теорема покрытия в классе регулярных функций. Теоремы искажения в классе регулярных функций. Задачи об экстремальном разбиении	Решение задач
6.	Функциональный анализ	Нелинейные функциональные пространства. Теоремы вложения для предельного показателя. Нелинейные компактные операторы. Теорема Шаудера о неподвижной точке. Расширение ограниченных операторов по Фридрихсу. Слабая сходимости в банаховых пространствах,	Решение задач

	необходимые и достаточные условия слабой сходимости. Теорема Банаха – Алаоглу о слабой компактности шара в рефлексивном банаховом пространстве	
--	--	--

### 2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Не предусмотрены.

### 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	разбор лекций	1) Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. Лань, 2015
2	работа с литературой	<a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=65055">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=65055</a>
3	отработка навыков решения практических задач	2) Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т 1. Лань, 2016. 608 с. <a href="https://e.lanbook.com/book/71768#book_name">https://e.lanbook.com/book/71768#book_name</a>
4	подготовка к занятиям-конференциям	3) Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т 2. Лань, 2008. 464 с. <a href="https://e.lanbook.com/book/411#book_name">https://e.lanbook.com/book/411#book_name</a> 3) Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т 3. Лань, 2009. 656 с. <a href="https://e.lanbook.com/book/409#book_name">https://e.lanbook.com/book/409#book_name</a> 4) 2) Натансон. И.П. Теория функций вещественной переменной. Лань, 2008. <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=284">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=284</a> 5) Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. Лань, 2009. 432 с. <a href="https://e.lanbook.com/book/322#authors">https://e.lanbook.com/book/322#authors</a>

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### 3. Образовательные технологии.

Активные и интерактивные формы: лекции: проблемная лекция, лекция – пресс-конференция (могут применяться презентации); практические занятия: мозговой штурм, занятие – конференция (с применением презентаций), разбор практических задач, контрольные работы, активизация творческой деятельности, регламентированная дискуссия; для воплощения образовательных форм могут быть использованы компьютерные технологии.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

#### **4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.**

##### **4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля.**

###### **Контрольные вопросы**

Ортогональные системы функций. Неравенство Бесселя, условие полноты. Ряды Фурье. Достаточные условия сходимости рядов Фурье. Полнота тригонометрической системы в пространстве непрерывных функций, периодических на отрезке  $[0, 2\pi]$ .

Функциональные последовательности (ряды). Поточечная и равномерная сходимость, примеры. Свойства предельной функции (суммы ряда), ее интегрируемость и дифференцируемость.

Понятие многообразия. Векторные поля и формы на многообразиях. Внешнее умножение и внешнее дифференцирование дифференциальных форм. Интегрирование дифференциальных форм. Общая теорема Стокса и следствия из нее.

Аналитическое продолжение и многозначные аналитические функции. Римановы поверхности аналитических функций.

Абстрактные римановы поверхности. Дифференциалы и мероморфные функции на римановых поверхностях. Проблема униформизации.

Классификация римановых поверхностей. Модель Пуанкаре неевклидовой плоскости. Конформная модель поверхностей гиперболического типа.

Конформные отображения. Конформные отображения, осуществляемые элементарными функциями. Принцип сохранения области. Критерии однолиственности. Теорема Римана. Простые концы и строение границы плоской области. Теоремы о соответствии границ при конформных отображениях.

Метрические и топологические пространства. Полнота и пополнение метрических пространств. Принцип сжимающих отображений. Компактность множеств в метрических и топологических пространствах. Теорема Арцела-Асколи. Сепарабельность.

Банаховы пространства. Три принципа линейного анализа (теоремы Хана-Банаха, Банаха-Штейнгауза, Банаха об обратном операторе).

Нормированные и топологические линейные пространства. Дифференцирование в линейных пространствах. Сильный и слабый дифференциалы.

Слабая сходимость. Теорема о слабой компактности шара в гильбертовом пространстве.

Сопряженные и самосопряженные операторы в гильбертовых пространствах. Компактные операторы.

Спектр оператора. Простейшие свойства спектра. Теорема Гильберта-Шмидта о компактных самосопряженных операторах.

##### **4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации.**

###### **Вопросы к экзамену**

1. Меры и измеримые функции. Теоремы Лузина и Егорова.
2. Интегралы и предельные теоремы. Дифференцирование мер Радона, теорема Лебега о разложении мер. Теорема Рисса о представлении линейных функционалов.
3. Мера Хаусдорфа и её свойства. Размерность Хаусдорфа. Фракталы, их локальная структура, операции над ними. Теорема о дифференцируемости липшицевых функций. Теорема Степанова. Формулы площади и коплощади. Спряжляемые потоки. Теорема о разрешимости задачи Плато.
4. Теорема Римана об отображениях плоских областей.
5. Функция Вейерштрасса и её свойства, поле эллиптических функций. Теорема сложения для  $P$  – функции Вейрштрасса, геометрическая и аналитические формы. Эллиптические интегралы.
6. Описание модулярной группы  $SL(2, Z)$ . Модулярные формы. Теорема об изоморфизме кольца полиномов от двух переменных и алгебры модулярных форм.
7. Универсальные накрытия многообразий. Глобальное многообразие ростков аналитических функций. Теорема об аналитическом продолжении роста аналитической функции. Теорема об алгебраических функциях, определяемых полиномом над полем мероморфных функций, заданных на римановой поверхности. Теорема о классификации римановых поверхностей. Группы накрывающих преобразований. Структура компактной римановой поверхности.
8. Компактные римановы поверхности и алгебраические кривые. Билинейные соотношения Римана для периодов голо-морфных функционалов. Теорема Римана-Роха.  $\Theta$  – функции, решение задачи обращения Якоби. Функции Бейкера–Ахиезера и уравнения КдФ и КП.
9. Собственно разрывные груп-пы, их предельные точки. Классификация граничных точек фундаментальной области группы, порождающие преобразования группы.
10. Фуксовы и клейновы группы. Квазиконформные деформации группы. Вариационные формулы для квазиконформных отображений. Вариации отмеченной римановой поверхности.
11. Теорема Тейхмюллера. Пространство Тейхмюллера. Теорема о вложении пространств Тейхмюллера.
12. Интегральные операторы И.И. Векуа, их свойства. Теоремы существования  $K$  – квазиконформных отображений.
13. Теоремы П.Н. Белинского об искажениях.
14. Вариационные формулы Голузина для  $K$  – квазиконформных отображений и их приложения.
15. Квадратичные дифференциалы Грётча – Тейхмюллера и их траектории. Теоремы о структуре решений вариационных задач для функционалов Грётча – Тейхмюллера.
16. Понятие конденсатора. Потенциальная функция. Ёмкость конденсатора. Функции Грина, Робэна, Неймана. Внутренний радиус области, логарифмическая емкость замкнутого ограниченного множества. Радиус Робэна и Неймана.
17. Симметризации Шварца, По-лиа, Штейнера, эллиптическая симметризация множеств. Симметризация Маркуса, радиально-усредняющая симметризация. Поляризация, кусочно-разделяющая симметризация. Диссимметризация Дубинина. Симметризация функций. Симметризация конденсаторов. Принципы симметризации.
18. Теорема покрытия в классе регулярных функций. Теоремы искажения в классе регулярных функций. Задачи об экстремальном разбиении.
19. Теорема о пополнении метрического пространства.
20. Обобщённые производные функций и их свойства.

21. Пространства С.Л. Соболева, О.В. Бесова, С.Н. Никольского, теоремы вложения в них.
22. Операторы потенциального типа Рисса, их свойства. Оценки Мозера – Ниренберга, теоремы о компактности семейств функций.
23. Нелинейные функциональные пространства. Теоремы вложения для предельного показателя. Нелинейные компактные операторы. Теорема Шаудера о неподвижной точке.
24. Расширение ограниченных операторов по Фридрихсу. Слабая сходимость в банаховых пространствах, необходимые и достаточные условия слабой сходимости.
25. Теорема Банаха – Алаоглу о слабой компактности шара в рефлексивном банаховом пространстве.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## **5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.**

### **5.1 Основная литература:**

1) Колмогоров, А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. - 7-е изд. - Москва : Физматлит, 2012. - 573 с. - (Классический университетский учебник). - ISBN 978-5-9221-0266-7 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82563>

2) Свешников, А.Г. Линейные и нелинейные уравнения соболевского типа [Электронный ресурс] / А.Г. Свешников, А.Б. Альшин, М.О. Корпусов, Ю.Д. Плетнер. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2007. — 736 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59457> . — Загл. с экрана.

3) Власова, Е.А. Элементы функционального анализа [Электронный ресурс] : учебное пособие / Е.А. Власова, И.К. Марчевский. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 400 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/67481> . — Загл. с экрана.

4) Арутюнов, А.В. Лекции по выпуклому и многозначному анализу [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.В. Арутюнов. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2014. — 184 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59691> . — Загл. с экрана.

5) Кудрявцев, Л.Д. Предел функции. Формулы Ньютона-Лейбница и Тейлора [Электронный ресурс] : учебник / Л.Д. Кудрявцев. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2004. — 32 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59365> . — Загл. с экрана.

6) Емкости конденсаторов и симметризация в геометрической теории функций комплексного переменного [Текст] / В. Н. Дубинин ; Рос. акад. наук, Дальневосточ. отд-ние, Ин-т прикладной математики. - Владивосток : Дальнаука, 2009. - 390 с. : ил. - Библиогр. : с. 383-385. - ISBN 9785804410385

## 5.2 Дополнительная литература:

1) Применение симметризационных методов в геометрической теории функций [Текст] : учебное пособие / И. П. Митюк ; Кубанский гос. ун-т. - Краснодар : [б. и.], 1985. - 94 с. - Библиогр.: с. 92-93.

2) Плоские квазиконформные отображения [Текст] : учебное пособие / И. П. Митюк, В. Г. Шеретов, Е. А. Щербаков ; Кубанский гос. ун-т. - Краснодар : [б. и.], 1979. - 82 с. - Библиогр.: с. 78-81.

3) Математическая энциклопедия / гл. ред. И.М. Виноградов. - Москва : Советская энциклопедия, 1977. - Т. 1. А - Г. - 576 с. - (Энциклопедии. Словари. Справочники). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454588>

4) Математическая энциклопедия / гл. ред. И.М. Виноградов. - Москва : Советская энциклопедия, 1979. - Т. 2. Д - Коо. - 552 с. - (Энциклопедии. Словари. Справочники). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454589> .

5) Математическая энциклопедия / гл. ред. И.М. Виноградов. - Москва : Советская энциклопедия, 1982. - Т. 3. Коо - Од. - 592 с. - (Энциклопедии. Словари. Справочники). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454590>.

6) Математическая энциклопедия / гл. ред. И.М. Виноградов. - Москва : Советская энциклопедия, 1984. - Т. 4. Ок - Сло. - 608 с. - (Энциклопедии. Словари. Справочники). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454591>

7) Математическая энциклопедия / гл. ред. И.М. Виноградов. - Москва : Советская энциклопедия, 1985. - Т. 5. Слу - Я. - 624 с. - (Энциклопедии. Словари. Справочники). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454592>

8) Колмогоров А.Н. Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М., Физматлит, 2012 <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82563&sr=1>

9) Свешников А.Г., Альшин А.Б., Корпусов М.О., Плетнер Ю.Д. Линейные и нелинейные уравнения соболевского типа. М.: Физматлит, 2007.

<http://e.lanbook.com/view/book/59457/page4/>

## 5.3. Периодические издания:

1) Вестник МГУ. Серия: Математика. Механика; <http://vestnik.math.msu.ru/>

2) Вестник СПбГУ. Серия: Математика. Механика. Астрономия;  
<http://vestnik.spbu.ru/>

3) Известия ВУЗов. Серия: Математика; <https://kpfu.ru/>

4) Известия РАН (до 1993 г. Известия АН СССР). Серия: Математическая;  
<http://www.mathnet.ru/>

## **6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля).**

1. ЭБС "Университетская библиотека ONLINE" – <http://biblioclub.ru/>
2. Электронная библиотечная система издательства "Лань" – <http://e.lanbook.com/>
3. Электронная библиотечная система "Юрайт" – <http://www.biblio-online.ru/>
4. Scopus – база данных рефератов и цитирования – <http://www.scopus.com/>
5. Научная электронная библиотека (НЭБ) – <http://www.elibrary.ru/>
6. Архив научных журналов – <http://archive.neicon.ru/>
7. Электронная Библиотека Диссертаций – <https://dvs.rsl.ru/>
8. Национальная электронная библиотека – <http://нэб.рф/>
9. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций – <http://infoneeds.kubsu.ru/>

## **7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.**

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной систематизированный материал и поднимаются проблемные вопросы; практических занятий, на которых широко используются активные и интерактивные образовательные технологии; лабораторных, в процессе проведения которых обучающиеся отрабатывают навыки решения конкретных научных задач.

Важнейшими составляющими курса являются такие виды занятий, как мозговой штурм и занятие – конференция, на которых по максимуму осуществляется активизация творческой деятельности обучающихся; а также самостоятельная работа аспирантов, такая как разбор лекций, работа с литературой, отработка навыков решения практических задач, подготовка к занятиям-конференциям. В процессе самостоятельной работы обучающимися активно используются информационные справочные системы.

Текущий контроль осуществляется преподавателем, ведущим практические занятия на основе дискуссии с аспирантами, дающей представление о динамике роста знаний аспирантов и их научном потенциале; учета активности аспиранта на занятиях типа «мозговой штурм» и оценке выступления обучающегося на занятии-конференции. Контроль также осуществляется путем проведения контрольных работ.

Итоговый контроль осуществляется в форме зачета.

Для аспиранта большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала, проводимая научным руководителем.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся.

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.**

### **8.1 Перечень информационных технологий.**

- Сбор, хранение, систематизация и выдача учебной и научной информации;
- Обработка текстовой, графической и эмпирической информации;

- Подготовка, конструирование и презентация итогов исследовательской и аналитической деятельности;
- Использование электронных презентаций при проведении практических занятий;
- Работа с информационными справочными системами;
- Использование электронной почты преподавателей и обучающихся для рассылки, переписки и обсуждения возникших учебных проблем.

## **8.2 Перечень необходимого программного обеспечения.**

- Офисный пакет приложений Microsoft Office.

## **8.3 Перечень информационных справочных систем:**

- Электронные ресурсы библиотеки КубГУ – <https://kubsu.ru/node/1145> (см. п. 6)
- Могут использоваться иные информационно-поисковые системы сети Интернет.

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) и соответствующим программным обеспечением (ПО).
2.	Семинарские занятия	Специальное помещение, оснащенное презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) и соответствующим программным обеспечением (ПО).
3.	Групповые (индивидуальные) консультации	Аудитория оснащенная компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченная доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.
4.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Аудитория оснащенная компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченная доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.
5.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.