

Министерство образования и науки Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кубанский государственный университет»
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по учебной работе
качеству образования – первый
проректор


_____ подпись Хагуров
«27» апреля 2018 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.Б.14 ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ТОПОЛОГИЯ

Специальность *01.05.01 Фундаментальная математика и механика*

Специализация *Математическое моделирование*

Форма обучения *очная*

Квалификация (степень) выпускника *Математик. Механик. Преподаватель*

Краснодар 2018

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по специальности 01.05.01 Фундаментальная математика и механика

Программу составил:

О.К. Тен, доцент кафедры функционального анализа и алгебры, канд. физ.-мат. наук, доцент



Рабочая программа дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» утверждена на заседании кафедры функционального анализа и алгебры
протокол № 10 «10» апреля 2018 г.

Заведующий кафедрой (разработчика) Барсукова В.Ю.



Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры функционального анализа и алгебры
протокол № 10 «10» апреля 2018 г.

Заведующий кафедрой (выпускающей) Барсукова В.Ю.



Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук
протокол № 2 «17» апреля 2018 г.

Председатель УМК факультета Титов Г.Н.



Рецензенты:

Кирий К.А., канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры прикладной математики ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет»

Павлова А.В., доктор физ.-мат. наук, профессор кафедры математического моделирования ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет»

1 Цели и задачи изучения дисциплины (модуля).

1.1 Цель освоения дисциплины – формирование у студентов базовых знаний по дифференциальной геометрии и топологии, обеспечении подготовки студентов в области анализа геометрических и топологических объектов.

1.2 Задачи дисциплины– получение основных теоретических сведений, развитие познавательной деятельности и приобретение практических навыков работы с понятиями по следующим разделам дифференциальной геометрии и топологии: теория кривых на плоскости и в пространстве, теория поверхностей в пространстве, внутренняя геометрия поверхности, неевклидова геометрия в полуплоскости Лобачевского, дифференциальное исчисление на поверхностях, топологические пространства и подпространства, непрерывные отображения топологических пространств и гомеоморфизмы, основные топологические конструкции (база топологического пространства, произведение топологических пространств, фактортопология и факторпространства), компактные топологические пространства, связность и линейная связность топологических пространств, топологические и гладкие многообразия, понятие о римановой геометрии.

При освоении дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» вырабатывается общематематическая культура: умение логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями, применять полученные знания для решения задач по дифференциальной геометрии и топологии.

1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы.

Дисциплина «Дифференциальная геометрия и топология» относится к части Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана.

Для освоения дисциплины студенты должны владеть знаниями по математическому анализу, аналитической геометрии и алгебре в рамках программы первого курса. Знания, полученные по данной дисциплине, используются в математическом анализе, функциональном анализе, дифференциальных уравнениях, методах оптимизации и др.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся общепрофессиональных и профессиональных компетенций ОПК-1, ПК-1.

| № п.п. | Индекс компетенции | Содержание компетенции (или её части) | В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны | | |
|--------|--------------------|---|---|--|---|
| | | | знать | уметь | владеть |
| 1. | ОПК-1 | готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, линейной алгебры, аналитической | Основные понятия теорий кривых, поверхностей, топологии, свойства математически объектов в этой области, формулировки | Решать задачи вычислительного и теоретического характера в области теорий кривых, поверхностей и топологии | Математическим аппаратом теорий кривых, поверхностей и топологии, методами решения задач и доказательства утверждений в |

| № п.п. | Индекс компетенции | Содержание компетенции (или её части) | В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны | | |
|--------|--------------------|---|---|---|---|
| | | | знать | уметь | владеть |
| | | геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных, дискретной математики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики, механики сплошной среды, теории управления и оптимизации в будущей профессиональной деятельности | утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений. | | этих разделах. |
| 2. | ПК-1 | способностью к самостоятельному анализу поставленной задачи, выбору корректного метода ее решения, построению алгоритма и его реализации, обработке и анализу полученной информации | основные понятия и результаты по дифференциальной геометрии и топологии, логические связи между ними. | Находить основные закономерности и топологогеометрического характера в различных математических задачах | методами топологогеометрического подхода к исследованию теоретических и прикладных вопросов и задач различных разделов математики |

2. Структура и содержание дисциплины.

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 6 зач.ед. (216 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице

| Вид учебной работы | Всего часов | Семестры (часы) | | | |
|--|--------------|-----------------|-------------|---|---|
| | | 3 | 4 | | |
| Контактная работа, в том числе: | | | | | |
| Аудиторные занятия (всего): | 132,5 | 76,2 | 56,3 | | |
| Занятия лекционного типа | 54 | 36 | 18 | - | - |

| | | | | | | |
|--|--------------------------------------|--------------|-------------|-------------|----------|----------|
| Лабораторные занятия | 72 | 36 | 36 | - | - | |
| Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия) | - | - | - | - | - | |
| Иная контактная работа: | | | | | | |
| Контроль самостоятельной работы (КСР) | 6 | 4 | 2 | | | |
| Промежуточная аттестация (ИКР) | 0,5 | 0,2 | 0,3 | | | |
| Самостоятельная работа, в том числе: | | | | | | |
| Проработка учебного (теоретического) материала | 16 | 8 | 8 | - | - | |
| Выполнение домашних заданий | 16 | 8 | 8 | - | - | |
| Подготовка к текущему контролю | | | | | | |
| | 15,8 | 15,8 | - | - | - | |
| Контроль: | | | | | | |
| Подготовка к экзамену | 35,7 | - | 35,7 | | | |
| Общая трудоемкость | час. | 216 | 108 | 108 | - | - |
| | в том числе контактная работа | 132,5 | 76,2 | 56,3 | | |
| | зач. ед | 6 | 3 | 3 | | |

2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы дисциплины, изучаемые в 3 семестре

| № | Наименование разделов (тем) | Количество часов | | | | |
|-----------------------------|--------------------------------------|------------------|-------------------|----------|-----------|----------------------|
| | | Всего | Аудиторная работа | | | Внеаудиторная работа |
| | | | Л | ПЗ | ЛР | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | Элементы топологии | 38 | 10 | - | 16 | 12 |
| 2 | Кривые на плоскости и в пространстве | 36 | 12 | - | 12 | 12 |
| 3 | Поверхности в пространстве | 29,8 | 14 | - | 8 | 7,8 |
| Итого по дисциплине: | | | 36 | - | 36 | 31,8 |

Разделы дисциплины, изучаемые в 4 семестре

| № | Наименование разделов (тем) | Количество часов | | | | |
|-----------------------------|---|------------------|-------------------|----------|-----------|----------------------|
| | | Всего | Аудиторная работа | | | Внеаудиторная работа |
| | | | Л | ПЗ | ЛР | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | Поверхности в пространстве | 16 | 2 | - | 10 | 4 |
| 2 | Внутренняя геометрия поверхности | 31 | 8 | - | 18 | 5 |
| 3 | Топологические и гладкие многообразия. Дифференциальное исчисление на поверхностях | 12 | 4 | - | 4 | 4 |
| 4 | Элементы римановой геометрии | 11 | 4 | - | 4 | 3 |
| Итого по дисциплине: | | | 18 | - | 36 | 16 |

2.3 Содержание разделов дисциплины:

2.3.1 Занятия лекционного типа.

| № | Наименование раздела | Содержание раздела | Форма текущего контроля |
|----|---|--|-------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1. | Элементы топологии | Общие сведения из общей топологии: топологическое пространство, метрическое пространство, непрерывное отображение, гомеоморфизмы, компактность, связность. Теоремы о непрерывных отображениях компактных пространств. Основные топологические конструкции: индуцированная топология и топологические подпространства, база топологии, произведение топологических пространств, фактортопология и факторпространства. | Тестирование |
| 2. | Кривые на плоскости и в пространстве | Кривые, способы задания. Кривизна плоских кривых, пространственные кривые, натуральная параметризация, кривизна и кручение пространственных кривых. Репер Френе, формулы Френе, натуральное уравнение кривой. Эволюта и эвольвента плоской кривой. | Тестирование |
| 3. | Поверхности в пространстве | Поверхности, способы задания поверхностей. Локальные координаты на поверхности. Касательная плоскость, первая квадратичная форма поверхности, площадь поверхности. Кривизна кривых на поверхности, вторая квадратичная форма и ее свойства. Инварианты пары квадратичных форм; средняя и гауссова кривизна поверхности. | Тестирование |
| 4. | Внутренняя геометрия поверхности | Деривационные формулы, символы Кристоффеля поверхности. Формулы Гаусса, Петерсона-Кодацци. Теорема Гаусса об инвариантности полной кривизны. Теорема Бине. Геодезическая кривизна, геодезические и их свойства. Полугеодезические координаты. Экстремальное свойство геодезических. Поверхности постоянной кривизны. Элементы неевклидовой геометрии на псевдосфере и полуплоскости Лобачевского. | Тестирование |
| 5. | Дифференциальное исчисление на поверхностях | Векторные поля на поверхности. Операция ковариантного дифференцирования векторных полей. Параллельное перенесение векторов. Теорема Гаусса-Бонне. | Тестирование |

| | | | |
|----|--|--|--------------|
| 6. | Топологические и гладкие многообразия. | <p>Определение топологического многообразия.</p> <p>Описание двумерных замкнутых многообразий.</p> <p>Определение гладкого многообразия.</p> <p>Дифференциальные структуры и дифференцируемые функции на гладком многообразии. Задание многообразий уравнениями. Теорема Уитни. Понятие о римановой геометрии.</p> | Тестирование |
|----|--|--|--------------|

2.3.2 Занятия семинарского типа – не предусмотрены.

2.3.3 Лабораторные занятия.

| № | Наименование раздела | Тематика лабораторных работ | Форма текущего контроля |
|----|--------------------------------------|--|--|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1. | Элементы топологии | Топологические пространства и подпространства. Внутренность и замыкание. Непрерывные отображения, гомеоморфизмы. Компактность, связность. База топологии, произведение топологических пространств, фактортопология и факторпространства. | Проверка домашнего задания, контрольная работа |
| 2. | Кривые на плоскости и в пространстве | Задачи на составление уравнений кривых. Натуральная параметризация, кривизна и кручение кривых. Репер Френе, формулы Френе, натуральное уравнение кривой. Эволюта и эвольвента плоской кривой. | Проверка домашнего задания, контрольная работа |
| 3. | Поверхности в пространстве | Задачи на составление уравнений поверхностей. Касательные пространства и касательные плоскости поверхности. Первая квадратичная форма поверхности и ее приложения. Кривизна кривых на поверхности, вторая квадратичная форма и ее приложения. Средняя и гауссова кривизна поверхности. | Проверка домашнего задания, контрольная работа |
| 4. | Внутренняя геометрия поверхности | Символы Кристоффеля поверхности. Формулы Гаусса, Петерсона-Кодацци. Полная кривизна. Геодезическая кривизна, геодезические и их свойства. | Проверка домашнего задания |
| 5. | Дифференциальное | Векторные поля на поверхности. | Проверка |

| | | | |
|----|--|--|----------------------------|
| | исчисление на поверхностях | Операция ковариантного дифференцирования векторных полей. Параллельное перенесение векторов. Теорема Гаусса-Бонне. | домашнего задания |
| 6. | Топологические и гладкие многообразия. | Топологические многообразия. Дифференциальные структуры и дифференцируемые функции на гладком многообразии. | Проверка домашнего задания |

2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы - не предусмотрены.

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

| № | Вид СРС | Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 1 | Проработка учебного (теоретического) материала | <i>«Методические указания по организации самостоятельной работы студентов», утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры, протокол № 1 от 31 августа 2017 г.</i> |
| 2 | Выполнение домашних заданий (решение задач) | <i>«Методические указания по организации самостоятельной работы студентов», утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры, протокол № 1 от 31 августа 2017 г.</i> |
| 3 | Подготовка к текущему контролю (контрольная работа и др.) | <i>«Методические указания по организации самостоятельной работы студентов», утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры, протокол № 1 от 31 августа 2017 г.</i> |
| 4 | Промежуточная аттестация (зачет, экзамен) | <i>«Методические указания по организации самостоятельной работы студентов», утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры, протокол № 1 от 31 августа 2017 г.</i> |
| 5 | Коллоквиум | <i>«Методические указания по организации самостоятельной работы студентов», утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры, протокол № 1 от 31 августа 2017 г.</i> |

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,

3 Образовательные технологии

При изучении данного курса используются как традиционные лекции и лабораторные занятия, так и современные интерактивные образовательные технологии. К основным образовательным технологиям относятся: лекции, практические занятия, контрольные работы, зачеты и экзамены. В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому лабораторному занятию. Цель лабораторных занятий – научить студента применять полученные на лекциях теоретические знания к решению и исследованию конкретных задач. В каждом семестре проводятся контрольные работы для проверки усвоения материала студентами.

К образовательным технологиям также относятся интерактивные методы обучения. Интерактивность подачи материала по дисциплине «Дифференциальная геометрия и топология» предполагает не только взаимодействия вида «преподаватель - студент» и «студент - преподаватель», но и «студент - студент». Все эти виды взаимодействия хорошо достигаются при изложении материала, а также обсуждении и разборе задач и вопросов по темам.

Дискуссия

Возможность дискуссии предполагает умение высказать собственную идею, предложить свой путь решения, аргументировано отстаивать свою точку зрения, связно излагать мысли. Полезны следующие задания: составление плана решения задачи, поиск другого способа решения, сравнение различных способов решения, проведение выкладок для решения задачи и выкладок для проверки правильности полученного решения, рассмотрение задач с лишними и недостающими данными. Студентам предлагается проанализировать варианты решения, высказать своё мнение. Основной объем использования интерактивных методов обучения реализуется именно в ходе дискуссий, как на лекционных, так и на лабораторных занятиях.

Общие вопросы, которые выносятся на дискуссию:

1. Составления плана доказательства утверждения или решения задачи.
2. Определение возможных способов доказательства утверждения или поиск различных способов решений задачи.
3. Выбор среди рассматриваемых способов наиболее рационального.
4. Обсуждение логической составляющей в формулировке той или иной теоремы, а также обсуждение возможности построения иллюстрирующих ее примеров и контр-примеров.

Всего учебным планом предусмотрено 36 часов в интерактивной форме

| Семестр | Вид занятия | Используемые интерактивные образовательные технологии | Количество часов |
|---------|----------------------|--|------------------|
| 3 | Лабораторные занятия | Дискуссия на тему: «Топологические пространства и подпространства» | 4 |
| | | Дискуссия на тему: «Непрерывные отображения и гомоморфизмы топологических пространств» | 2 |
| | | Дискуссия на тему: «Основные топологические | 4 |

| | | | |
|---------------|----------------------|--|----|
| | | конструкции» | |
| | | Дискуссия на тему: «Свойства топологических пространств» | 4 |
| | | Дискуссия на тему: «Геометрия кривых в евклидовых пространствах» | 4 |
| 4 | Лабораторные занятия | Дискуссия на тему: «Поверхности в евклидовых пространствах» | 4 |
| | | Дискуссия на тему: «Первая квадратичная форма поверхности и ее приложения» | 4 |
| | | Дискуссия на тему: «Вторая квадратичная форма поверхности и вопросы с ней связанные» | 4 |
| | | Дискуссия на тему: «Внутренняя геометрия поверхностей. Элементы римановой геометрии» | 6 |
| <i>Итого:</i> | | | 36 |

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций со студентом при помощи электронной информационно-образовательной среды ВУЗа.

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Учебная деятельность проходит в соответствии с графиком учебного процесса. Процесс самостоятельной работы контролируется во время аудиторных занятий и индивидуальных консультаций.

Оценочными средствами дисциплины являются средства текущего контроля (коллоквиумы, контрольные работы, а также на лабораторных занятиях – ответ у доски и проверка домашних заданий) и итоговая аттестация (зачет, экзамен).

4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля.

Типы заданий для контрольных работ

Контрольная работа № 1.

1. Составить уравнение кривой, касательной и нормали кривой.
2. Найти длину дуги кривой и натуральную параметризацию кривой.
3. Найти кривизну и кручение кривой.
4. Найти репер Френе и составить уравнения касательной, главной нормали, бинормали, соприкасающейся, нормальной и спрямляющей плоскостей кривой.
5. Использование формул Френе для нахождения различных соотношений на кривизну, кручение и векторы репера Френе.

Контрольная работа № 2.

1. Составить уравнение поверхности, касательной плоскости и нормали поверхности.
2. Найти длину дуги кривой на поверхности, угол между кривыми на поверхности, найти площадь области поверхности.

3. Найти нормальную кривизну кривой на поверхности.
4. Найти главные кривизны, главные направления, полную и среднюю кривизны в точке поверхности.

Контрольная работа № 3.

1. Вычисление символов Кристоффеля поверхности.
2. Нахождение полной кривизны поверхности с римановой метрикой.
3. Нахождение геодезической кривизны кривой на поверхности.
4. Нахождение геодезических на поверхности.
5. Нахождение угла поворота касательного вектора при параллельном переносе по замкнутому контуру на поверхности.
6. Использование формулы Гаусса-Бонне.

Контрольная работа № 4.

1. Проверить, задает ли система подмножеств топологию на множестве, найти примеры открытых, но не замкнутых, замкнутых, но не открытых множеств топологического пространства.
2. Найти внутренность, замыкание и границу множества.
3. Проверить является ли отображение непрерывным, открытым, замкнутым отображением, гомеоморфизмом.
4. Дать описание топологии подпространства, факторпространства, топологии, заданной базой.
5. Проверить топологическое пространство на компактность, связность,

4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации.

Примерное задание к зачету

Задание № 1

1. Кривизна и кручение кривой.
2. Составить уравнения касательной, главной нормали и бинормали кривой
3. Нормальная кривизна кривой на поверхности.

Задание № 2

1. Найти символы Кристоффеля и полную кривизну на поверхности с заданной первой квадратичной формой.
2. Непрерывные отображения. Свойства непрерывных отображений.
3. База топологии. Критерий базы топологии.

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Топологические пространства, открытые и замкнутые множества. Топология метрических пространств.
2. Внутренние точки и точки прикосновения. Замыкание, внутренность и граница множества.
3. Индуцированная топология. Топологические подпространства.
4. Непрерывные отображения. Свойства непрерывных отображений.
5. Гомеоморфизмы топологических пространств.
6. Компактные пространства и множества
7. Теоремы о непрерывных функциях на компактных пространствах.
8. Компактные подмножества в хаусдорфовом пространстве. Критерий компактности в \mathbf{R}^n .
9. Связность, линейная связность пространств и множеств. Основные свойства связных и линейно связных множеств.
10. Теорема о линейной связности открытого связного подмножества в \mathbf{R}^n .
11. Аксиомы отделимости. Нормальные пространства. Лемма Урысона, теорема Титце-Урысона.
12. Фактортопология, факторпространства. Классические топологические пространства.
13. База топологии. Критерий базы топологии.
14. Произведение топологических пространств.
15. Непрерывные, гладкие, регулярные и бирегулярные кривые. Локальное свойство регулярной кривой.
16. Неявное задание кривых на плоскости и в пространстве. Достаточное условие регулярности кривой, заданной в неявном виде.
17. Эквивалентные параметризации. Определение и свойства натуральной параметризации кривой.
18. Кривизна и кручение кривой: определение, геометрический смысл, свойства. Теорема о задании кривой кривизной и кручением (б/д).
19. Репер и формулы Френе. Формулы для вычисления кривизны и кручения.

20. Определение и способы задания поверхностей в \mathbf{R}^3 . Локальное свойство регулярной поверхности. Достаточное условие регулярности поверхности, заданной в неявном виде.
21. Касательная плоскость, касательное пространство поверхности в \mathbf{R}^3 . Координаты касательного вектора относительно локальной системы координат.
22. Первая квадратичная форма поверхности. Приложения метрического тензора для вычисления длины кривой, угла между кривыми и площади.
23. Изометрические и конформные отображения поверхностей. Примеры наложимых поверхностей. Стереографическая проекция.
24. Вторая квадратичная форма поверхности. Нормальная кривизна кривой. Теорема Менье.
25. Индикатрисса Дюпена. Главные направления и кривизны. Теорема Эйлера о нормальной кривизне кривой.
26. Формулы для вычисления главных направлений и главных кривизн поверхности.
27. Физический смысл и свойства средней кривизны. Минимальные поверхности.
28. Сферическое отображение. Геометрическая интерпретация полной кривизны.
29. Деривационные формулы поверхности. Символы Кристоффеля.
30. Формулы Гаусса, Петерсона-Кодацци. Теорема Гаусса об инвариантности полной кривизны.
31. Геодезическая кривизна кривой. Формула и геометрические свойства. Развертывание кривой на плоскость.
32. Геодезические на поверхности: определение, свойства, уравнения, примеры, существование и единственность. Течение геодезических на поверхностях вращения.
33. Полугеодезические координаты. Экстремальное свойство геодезических.
34. Поверхности постоянной кривизны: наложимость, сумма углов геодезического треугольника. Неевклидова геометрия на псевдосфере.
35. Векторные поля на поверхности. Операция ковариантного дифференцирования.
36. Параллельное перенесение векторов. Теорема Гаусса-Бонне.
37. Топологические многообразия. Классификация замкнутых двумерных многообразий. Род и эйлерова характеристика.
38. Гладкие многообразия. Дифференциальные структуры и дифференцируемые функции на гладком многообразии.
39. Множество решений системы уравнений как гладкое многообразие. Теорема Уитни.
40. Касательное пространство многообразия. Понятие о римановых многообразиях.

Примерные билеты к экзамену

Билет № 1

4. Кривизна и кручение кривой.
5. Непрерывные отображения. Свойства непрерывных отображений.
6. Задача. Составить уравнения касательной, главной нормали и бинормали кривой

Билет № 2

1. Нормальная кривизна кривой на поверхности.
2. База топологии. Критерий базы топологии.
3. Задача. Найти внутренность, замыкание и границу множества в топологическом пространстве.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

Критерии оценивания по промежуточной аттестации

Зачет выставляется по результатам работы студента в течение семестра. Отметка «зачтено» выставляется студентам, которые регулярно посещали занятия, выполняли домашние работы, написали контрольные работы на положительные оценки. Отметка «незачтено» выставляется студентам, которые пропустили более 60 % занятий и написали контрольные работы на неудовлетворительные оценки.

Оценивание ответа на экзамене, осуществляется по следующим критериям.

Оценка «отлично» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач;

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, показавшему разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы в некотором объеме, необходимом для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач.

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля).

5.1 Основная литература:

1. Сизый С.В. Лекции по дифференциальной геометрии. М., Физматлит. 2007. <https://e.lanbook.com/book/2320>
2. Игнатъев, Ю. Дифференциальная геометрия кривых и поверхностей в евклидовом пространстве: IV семестр / Ю. Игнатъев ; Казанский федеральный университет, ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ ИМ. Н.И. ЛОБАЧЕВСКОГО. - Казань : Казанский университет, 2013. - 203 с. : ил., табл., схем. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=276302>
3. Розендорн Э.Р. Задачи по дифференциальной геометрии. М., Физматлит. 2008. <https://e.lanbook.com/book/2295>

5.2 Дополнительная литература:

1. Виро О.Я., Иванов О.А., Нецветаев Н.Ю., Харламов В.М. Элементарная топология. М., МЦНМО. 2010. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=64196&sr=1
2. Федорчук В.В., Филиппов В.В. Общая топология. Основные конструкции. М., Физматлит. 2006. <https://e.lanbook.com/book/48179>

6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля).

7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля).

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной систематизированный материал, лабораторных занятий, в ходе которых студентами приобретаются и закрепляются основные практически навыки решения различных задач, в том числе с применением полученных теоретических знаний.

Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине. Самостоятельная работа студентов является неотъемлемой частью процесса подготовки. Под самостоятельной работой понимается часть учебной планируемой работы, которая выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа направлена на усвоение системы научных и профессиональных знаний, формирования умений и навыков, приобретение опыта самостоятельной творческой деятельности. СРС помогает формировать культуру мышления студентов, расширять познавательную деятельность.

Виды самостоятельной работы по курсу:

а) по целям: подготовка к лекциям, к практическим занятиям, к контрольной работе, к коллоквиуму; подготовка научного доклада и выполнение заданий по НИР.

б) по характеру работы: изучение литературы, конспекта лекций; поиск литературы в библиотеке; конспектирование рекомендуемой для самостоятельного изучения научной литературы; решение задач, тестов; работа с обучающими и контролирующими программами.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю).

8.1 Перечень информационных технологий.

Информационные технологии - не предусмотрены.

8.2 Перечень необходимого программного обеспечения.

MicrosoftOffice

8.3 Перечень информационных справочных систем:

Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (<http://www.elibrary.ru/>)

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

| № | Вид работ | Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность |
|----|---|---|
| 1. | Лекционные занятия | Лекционная аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук, ...) и соответствующим программным обеспечением (ПО) |
| 2. | Лабораторные занятия | Специальное помещение, оснащенное доской, маркерами и мелом |
| 3. | Групповые (индивидуальные) консультации | Аудитория, (кабинет) |
| 4. | Текущий контроль, промежуточная | Аудитория, (кабинет) |

| | | |
|----|------------------------|--|
| | аттестация | |
| 5. | Самостоятельная работа | Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета. |

РЕЦЕНЗИЯ

на рабочую программу дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» по специальности 01.05.01 Фундаментальные математика и механика, специализация Математическое моделирование, подготовленную доцентом кафедры функционального анализа и алгебры КубГУ кандидатом физико-математических наук Теном О.К.

Рабочая программа дисциплины содержит: цели и задачи освоения дисциплины; структуру и содержание дисциплины; образовательные технологии; оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов; учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины, а также материально-техническое обеспечение дисциплины. Название рабочей программы дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» соответствует учебному плану по специальности 01.05.01 Фундаментальные математика и механика.

Курс «Дифференциальная геометрия и топология» базируется на знаниях по математическому анализу, аналитической геометрии и алгебре в рамках программы первого курса. При освоении дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» вырабатывается общематематическая культура: умение логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями, применять полученные знания для решения задач по дифференциальной геометрии и топологии. Знания, полученные по данной дисциплине, используются в математическом анализе, функциональном анализе, дифференциальных уравнениях, методах оптимизации и др. При освоении дисциплины формируются общепрофессиональные и профессиональные компетенции ОПК-1, ПК-1.

Программа рассматриваемого курса включает основные понятия классической дифференциальной геометрии, элементы общей и дифференциальной топологии.

Считаю, что рабочая программа соответствует государственным требованиям к содержанию и уровню подготовки выпускников по специальности 01.05.01 Фундаментальные математика и механика, специализации Математическое моделирование.

Профессор кафедры математического моделирования
КубГУ, доктор физ.- мат. наук
Павлова А.В.



РЕЦЕНЗИЯ

на рабочую программу дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» по специальности 01.05.01 Фундаментальная математика и механика, специализация Математическое моделирование, подготовленную доцентом кафедры функционального анализа и алгебры КубГУ кандидатом физико-математических наук Теном О.К.

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» содержит: цели и задачи освоения дисциплины; структуру и содержание дисциплины; образовательные технологии; оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов; учебно-методическое, информационное и материально-техническое обеспечение дисциплины. Название и содержание рабочей программы дисциплины соответствует учебному плану по специальности 01.05.01 Фундаментальная математика и механика.

Дисциплина предназначена для студентов второго курса и относится к базовой части учебного плана, составляя основу математического образования. Знания, полученные по данной дисциплине, используются в математическом анализе, функциональном анализе, дифференциальных уравнениях и др.

Программа рассматриваемого курса включает основные понятия классической дифференциальной геометрии, общей и дифференциальной топологии: теории кривых и поверхностей в пространстве, внутренняя геометрия поверхностей, полуплоскость Лобачевского, топологические пространства и подпространства, непрерывные отображения топологических пространств, основные конструкции и свойства топологических пространств, элементы теории топологических и гладких многообразий.

Считаю, что рабочая программа соответствует государственным требованиям к содержанию и уровню подготовки выпускников по специальности 01.05.01 Фундаментальная математика и механика, специализации Математическое моделирование.

Доцент кафедры прикладной
математики КубГУ, канд. физ.- мат. наук,

Кирий К.А.

