Министерство образования и науки Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Кубанский государственный университет»
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по учебной работе, качеству образования – первый проректор
Хагуров Т.А.
подпись

«27» апреля 2018 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА МОДУЛЯ

АЛГЕБРА
(Б1.Б.11 Алгебра, Б1.Б.12 Линейная алгебра)

Специальность *01.05.01 Фундаментальные математика и механика*

Специализация *Математическое моделирование*

Форма обучения *очная*

Квалификация (степень) выпускника *Математик. Механик. Преподаватель*

Краснодар 2018

Рабочая программа модуля «Алгебра» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по специальности 01.05.01 Фундаментальные математика и механика

Программу составил:

О.К. Тен, доцент кафедры функционального анализа и алгебры, канд. физ.-мат. наук, доцент

Рабочая программа модуля «Алгебра» утверждена на заседании кафедры функционального анализа и алгебры
протокол № 10 «10» апреля 2018 г.

Заведующий кафедрой (разработчика) Барсукова В.Ю.

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры функционального анализа и алгебры
протокол № 10 «10» апреля 2018 г.

Заведующий кафедрой (выпускающей) Барсукова В.Ю.

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук
протокол № 2 «17» апреля 2018 г.

Председатель УМК факультета Титов Г.Н. Титов

Рецензенты:

Кирий К.А., канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры прикладной математики ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет»

Павлова А.В., доктор физ.-мат. наук, профессор кафедры математического моделирования ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет»

1 Цели и задачи изучения дисциплин модуля.

1.1 Цель освоения дисциплин модуля – формирование у студентов базовых знаний по высшей алгебре, линейной алгебре и геометрии, обеспечении подготовки студентов в области анализа алгеброгеометрических объектов.

1.2 Задачи дисциплин модуля – получение основных теоретических сведений, развитие познавательной деятельности и приобретение практических навыков работы с понятиями по следующим разделам высшей алгебры, линейной алгебры линейной алгебре и геометрии: основные алгебраические структуры: кольца, поля, группы, комплексные числа, системы линейных уравнений, матрицы и определители, многочлены от одной и нескольких переменных, линейные пространства и подпространства, линейные операторы, евклидовы и унитарные пространства, линейные преобразования евклидовых и унитарных пространств, билинейные и квадратичные формы, элементы многомерной геометрии, элементы тензорной алгебры, элементы теории групп, элементы теории представлений, элементы теории колец и полей.

При освоении дисциплин модуля «Алгебра» вырабатывается общематематическая культура: умение логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями, применять полученные знания для решения задач по алгебре, линейной алгебре и геометрии.

1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы.

Модуль «Алгебра» включает в себя 2 дисциплины: Б1.Б.11 «Алгебра» (1 и 3 семестры) и Б1.Б.12 «Линейная алгебра» (2 семестр), которые относятся к базовой части Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана.

Для освоения дисциплин модуля студенты должны владеть знаниями по школьному курсу математики. Знания, полученные по данной дисциплине, используются в аналитической геометрии, математическом анализе, функциональном анализе, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнениях, дискретной математике и математической логике, теории чисел, методах оптимизации и др.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Изучение дисциплин модуля направлено на формирование у обучающихся следующих общепрофессиональных и профессиональных компетенций: ОПК-1, ПК-1.

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	**уметь**	**владеть**
1.	ОПК-1	готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, линейной алгебры, аналитической геометрии,	основные факты и идеи геометрической теории СЛУ, теорий матриц и определителей, теории многочленов от одной и нескольких переменных,	находить основные закономерности и алгеброгеометрического характера в различных математических задачах, Решать задачи	методами алгеброгеометрического подхода к исследованию теоретических и прикладных вопросов и задач различных разделов

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	**уметь**	**владеть**
		дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных, дискретной математики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики, механики сплошной среды, теории управления и оптимизации в будущей профессиональной деятельности	геометрии линейных пространств, метрических линейных пространств и их линейных преобразований, элементы многомерной геометрии, тензорной алгебры, теорий групп, колец, полей и их представлений.	вычислительного и теоретического характера в области теории групп, колец и полей, теории представлений, многомерной геометрии, тензорной алгебры	математики
2.	ПК-1	способностью к самостоятельному анализу поставленной задачи, выбору корректного метода ее решения, построению алгоритма и его реализации, обработке и анализу полученной информации	основные понятия и результаты по алгебре, линейной алгебре и геометрии, логические связи между ними, свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений.	устанавливать логические связи между понятиями, применять полученные знания для решения задач по теории групп, теории чисел, теории колец, общей и линейной алгебре и геометрии	методами и идеями алгебры, линейной алгебры и геометрии

2. Структура и содержание дисциплины.

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 17 зач.ед. (612 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице *(для студентов ОФО).*

Вид учебной работы		Всего часов	Семестры (часы)			
			1	2	3	
Контактная работа, в том числе:						
Аудиторные занятия (всего):		**306**	**108**	**108**	**90**	
Занятия лекционного типа		144	54	54	36	-
Лабораторные занятия		162	54	54	54	-
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)		-	-	-	-	-
		-	-	-	-	-
Иная контактная работа:						
Контроль самостоятельной работы (КСР)		12	2	4	6	
Промежуточная аттестация (ИКР)		1,5	0,5	0,5	0,5	
Самостоятельная работа, в том числе:						
Проработка учебного (теоретического) материала		59	6	21	32	-
Выполнение домашних и индивидуальных заданий		59	6	21	32	-
Подготовка к текущему контролю		49,4	12,8	16,8	19,8	-
Контроль:						
Подготовка к экзамену		125,1	44,7	44,7	35,7	-
Общая трудоемкость	**час.**	**612**	**180**	**216**	**216**	**-**
	в том числе контактная работа	**319,5**	**110,5**	**112,5**	**96,5**	**-**
	зач. ед	**17**	**5**	**6**	**6**	

2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы дисциплины, изучаемые в 1 семестре *(очная форма)*

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	СРС
1	2	3	4	5	6	7
1.	Комплексные числа	20	8	-	8	4
2.	Системы линейных уравнений. Линейная зависимость. Ранг системы векторов	26	10	-	10	6
3.	Матрицы и определители. Приложения теории определителей	38	16	-	16	6
4.	Кольца вычетов. Поля и подполя. Характеристика поля	20	8	-	8	4
5.	Многочлены от одной и нескольких переменных. Симметрические многочлены. Дискриминант и результант.	28,8	12	-	12	4,8
	Итого по дисциплине:		54	-	54	24,8

Разделы дисциплины, изучаемые в 2 семестре *(очная форма)*

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	СРС
1	2	3	4	5	6	7
1.	Линейные пространства и подпространства.	25	8	-	8	9
2.	Евклидовы и унитарные пространства	24	8	-	8	8
3.	Линейные операторы. Структура линейных операторов.	40	12	-	12	16
4.	Линейные преобразования евклидовых и унитарных пространств	24	8	-	8	8
5.	Билинейные и квадратичные функции	24	8	-	8	8
6.	Элементы многомерной геометрии	18	6	-	6	6
7.	Элементы тензорной алгебры	11,8	4	-	4	3,8
	Итого по дисциплине:		**54**	**-**	**54**	**58,8**

Разделы дисциплины, изучаемые в 3 семестре *(очная форма)*

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	СРС
1	2	3	4	5	6	7
1.	Элементы теории групп	110	26	-	34	50
2.	Элементы теории колец и полей	63,8	10	-	20	33,8
	Итого по дисциплине:		**36**	**-**	**54**	**83,8**

2.3 Содержание разделов дисциплины:

2.3.1 Занятия лекционного типа.

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Введение	Предмет и содержание дисциплины. Место алгебры в математике и ее приложениях. Множества, отображения, алгебраические	

		операции	
2	Комплексные числа	Комплексные числа. Алгебраическая форма комплексного числа. Свойства действий над комплексными числами. Геометрическое изображение и тригонометрическая форма комплексного числа. Геометрическая интерпретация действий над комплексными числами. Формула Муавра. Корни из комплексных чисел. Корни из 1. Первообразные корни.	Тестирование
3	Системы линейных уравнений. Линейная зависимость. Ранг	Системы линейных уравнений. Исследовании систем методом Гаусса. Линейные пространства. Линейная зависимость векторов. Ранг и база системы векторов. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы. Вычисление ранга матрицы с помощью элементарных преобразований. Теорема Кронекера-Капели. Теорема о фундаментальной системе решений системы однородных линейных уравнений. Связь между решениями системы линейных уравнений и соответствующей системы однородных линейных уравнений.	Тестирование
4	Матрицы и определители. Приложения теории определителей	Действия над матрицами. Кольца матриц. Нахождение обратной матрицы с помощью элементарных преобразований. Перестановки. Теоремы о четных и нечетных перестановках. Формула определителя. Определитель транспонированной матрицы. Определитель треугольной матрицы. Элементарные свойства определителя. Разложение определителя по строке (столбцу). Фальшивое разложение. Определитель матрицы с углом нулей. Теорема Лапласа (б/д). Определитель Вандермонда. Определитель произведения матриц. Критерий существования и формула обратной матрицы. Теорема Крамера. Критерий невырожденности матрицы. Лемма об окаймляющих минорах и ее приложения. Матричные уравнения. Нахождение обратной матрицы с помощью элементарных	Тестирование

		преобразований.	
5	Кольца вычетов и поля	Отношение эквивалентности. Теорема о разбиении множества на классы эквивалентности. Фактормножество. Делимость в кольце целых чисел. Кольца вычетов. Обратимые элементы колец вычетов. Поля вычетов. Характеристика поля. Простые поля.	Тестирование
6	Многочлены от одной переменной	Многочлены от одной переменной. Делимость многочленов. Теорема о делении с остатком. НОД и НОК. Алгоритм Евклида. Линейное представление НОД. Свойства взаимно простых многочленов. Разложение многочленов на неприводимые множители. Корни многочленов. Теорема Безу. Отделение кратных корней. Основная теорема алгебры. Неприводимые многочлены над полями вещественных и комплексных чисел. Границы вещественных корней многочлена. Теорема Штурма.	Тестирование
7	Многочлены от нескольких переменных	Кольцо многочленов от нескольких переменных. Группа подстановок. Представление подстановок в виде произведения независимых циклов и транспозиций. Симметрические многочлены. Основная теорема о симметрических многочленах. Формулы Ньютона. Результант двух многочленов. Исключение неизвестных из систем двух алгебраических уравнений с двумя неизвестными. Дискриминант многочлена и его свойства.	Тестирование
8	Линейные пространства и подпространства	Линейные пространства. Размерность и базис линейного пространства. Координаты вектора. Изоморфизм линейных пространств. Линейные подпространства. Критерий и основные способы задания. Сумма и пересечение линейных подпространств. Теорема о размерности суммы линейных подпространств. Прямая сумма линейных подпространств. Сопряженное пространство.	Тестирование
9	Евклидовы и унитарные пространства	Евклидовы и унитарные векторные пространства. Скалярное произведение векторов. Примеры евклидовых пространств. Неравенство Коши-Буняковского. Длина вектора и угол между векторами в евклидовом пространстве.	Тестирование

		Ортогонализация Грама-Шмидта. Ортонормированные базисы. Изоморфность евклидовых (унитарных) пространств одинаковой размерности. Ортогональные матрицы. Матрица перехода между ортонормированными базисами. Матрица Грама. Объем k-мерного параллелепипеда. Геометрическая интерпретация определителя матрицы. Ортогональное дополнение линейного подпространства. Ортогональная проекция вектора на подпространство.	
10	Линейные отображения. Структура линейных операторов	Линейные отображения. Теорема о размерности ядра и образа линейного отображения. Невырожденные линейные операторы. Матрица линейного оператора. Изоморфизм алгебр линейных операторов и матриц. Теорема о координатах образа вектора относительно линейного оператора. Закон изменения матрицы линейного оператора при переходе к другому базису. Ранг произведения матриц. Инвариантные подпространства линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Теорема Гамильтона-Кэли. Теорема о существовании инвариантного подпространства вещественного линейного оператора. Теорема о разложении пространства в прямую сумму корневых подпространств. Разложение корневого подпространства в прямую сумму циклических. Жорданов базис и жорданова матрица. Теорема о единственности жордановой нормальной формы.	Тестирование
11	Линейные преобразования евклидовых и унитарных пространств	Преобразования евклидовых и унитарных пространств. Ортогональные и унитарные преобразования: определение и эквивалентные условия. Ортогональные преобразования евклидовых пространств размерности ≤ 2. Основная структурная теорема об ортогональных и унитарных преобразованиях. Теорема Эйлера. Самосопряженные преобразования.	Тестирование
12	Билинейные и квадратичные функции	Билинейные и квадратичные функции: определение, примеры, свойства. Закон изменения матрицы квадратичной функции при переходе к другому базису. Квадратичные	Тестирование

		функции и квадратичные формы. Критерий эквивалентности квадратичных форм. Теорема Лагранжа и закон инерции для квадратичных функций. Положительно определенные квадратичные функции. соответствие между билинейными формами и линейными операторами. Теорема о приведении вещественной квадратичной формы к главным осям. Пары форм.	
13	Элементы многомерной геометрии	Аффинные пространства: эквивалентные определения, изоморфизм. Аффинные подпространства: определение, способы задания, взаимное расположение. Аффинная система координат. Аффинные координаты. Формулы преобразования координат. Квадрики в аффинном пространстве. Центр квадрики. Аффинная и евклидова классификации квадрик. Аффинные отображения: эквивалентные определения, дифференциал, свойства, критерий обратимости. Группа аффинных преобразований. Движения аффинно-евклидовых пространств. Проективные пространства и подпространства. Проективные оболочки. Теорема о размерности и ее следствия. Аффинные карты. Однородные и неоднородные координаты. Теорема Дезарга. Группа проективных преобразований. Интерпретация проективного преобразования на аффинной карте как суперпозиции линейного преобразования и центрального проектирования. Запись проективных преобразований в однородных и неоднородных координатах. Реализация группы подстановок в дробно-линейных функциях. Отношение четырех точек как проективный инвариант. Гармонические четверки точек. Квадрики в проективных пространствах.	Тестирование
14	Элементы тензорной алгебры	Полилинейные функции на векторном пространстве. Общее понятие тензора. Изменение координаты тензора при переходе к новой системе координат. Интерпретации тензоров небольшого ранга. Операции над тензорами, свертка тензора. Симметрические и кососимметрические тензоры. Операции симметрирования и альтернатирования, внешнее	Тестирование

		умножение. Внешняя алгебра: связь с определителями; ориентация конечномерного векторного пространства.	
15	Элементы теории групп	Группы, изоморфизм групп. Группы подстановок. Теорема Кэли. Циклические группы. Подгруппы. Смежные классы по подгруппе. Теорема Лагранжа и ее следствия. Подгруппы циклических групп. Нормальные подгруппы. Факторгруппы по нормальным подгруппам. Гомоморфизм групп. Основная теорема об изоморфизме. Теорема о соответствии подгрупп при гомоморфизме. Произведение подгрупп. Вторая и третья теоремы об изоморфизме. Композиционный рыд. Композиционные факторы. Теорема Жордана-Гельдера. Разрешиые группы. Группы автоморфизмов. Внутренние автоморфизмы. Классы сопряженных элементов. Формула классов. Нетривиальность центра конечной p-группы. Группы порядка p^2. Простые группы. Классы сопряженных элементов в группах подстановок. Простота групп A_n, $n \geq 5$. Действие групп на множествах. Орбиты и стабилизаторы. Теорема о количестве элементов в орбите. Силовские подгруппы. Теорема Силова. Описание групп небольших порядков. Внешнее и внутренне произведение групп. Конечнопорожденные группы и их свойства. Теорема о подгруппах свободных абелевых групп. Описание конечнопорожденных абелевых групп. Свободные группы. Задание групп образующими и определяющими соотношениями.	Тестирование
16	Элементы теории представлений	Линейные и матричные представления групп. Изоморфизм и эквивалентность представлений. Приводимость и разложимость линейных и матричных представлений. G-модули. Подмодули и фактормодули. Гомоморфизмы модулей и сплетающие операторы представлений. Лемма Шура и ее следствия. Вполне приводимые представления и полупростые модули. Свойства. Вполне приводимость мономиального представления	Тестирование

17		симметрической группы. Теорема об ортогональности (унитарности) вещественных (комплексных) представлений. Теорема Машке. Неприводимые комплексные представления группы диэдра D_n. Неприводимые представления абелевых групп. Коммутант группы и одномерные представления групп. Характеры групп. Определение, примеры и свойства. Унитарное пространство центральных функций. Основная теорема теории комплексных характеров и ее следствия. Количество и размерности неприводимых комплексных представлений. Представления и таблицы характеров групп $S_3, A_4, S_4, Q_8, D_4 A_5$.	
17	Элементы теории колец и полей	Целостные кольца. Поля частных. Делимость в целостных кольцах. Факториальные кольца. Евклидовы кольца. Факториальность евклидовых колец. Примеры евклидовых колец. Идеалы колец. Кольца главных идеалов. Факторкольца. Гомоморфизмы колец. Теоремы о гомоморфизмах. Конечные поля.	Тестирование

2.3.2 Занятия семинарского типа – не предусмотрены.

2.3.3 Лабораторные занятия.

№	Наименование раздела	Тематика лабораторных работ	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1	Комплексные числа	Действия с комплексными числами. Геометрическое изображение и тригонометрическая форма комплексного числа. Формула Муавра. Корни из комплексных чисел. Корни из 1.	Проверка домашнего задания, контрольная работа
2	Системы линейных уравнений. Линейная зависимость. Ранг	Исследование систем линейных уравнений методом Гаусса. Линейные пространства. Линейная зависимость векторов. Ранг и база системы векторов. Ранг матрицы. Вычисление ранга матрицы с помощью элементарных преобразований. Фундаментальная система решений системы однородных линейных уравнений.	Проверка домашнего задания

3	Матрицы и определители. Приложения теории определителей	Действия над матрицами. Перестановки. Формула определителя. Нахождение определителей матриц с помощью элементарных преобразований и с использованием свойств определителя. Нахождение обратной матрицы с помощью формулы и с помощью элементарных преобразований. Формулы Крамера решения СЛУ. Нахождение ранга матрицы методом окаймляющих миноров. Матричные уравнения.	Проверка домашнего задания, контрольная работа
4	Кольца вычетов и поля	Задачи на делимость целых чисел. Кольца вычетов. Обратимые элементы колец вычетов. Поля вычетов.	Проверка домашнего задания
5	Многочлены от одной переменной	Делимость многочленов, деление с остатком. Схема Горнера. НОД и НОК. Алгоритм Евклида. Линейное представление НОД. Корни многочленов, границы вещественных корней, отделение кратных корней. Разложение многочленов на неприводимые множители.	
6	Многочлены от нескольких переменных	Группа подстановок, представление подстановок в виде произведения независимых циклов и транспозиций. Симметрические многочлены, представление через элементарные функции. Формулы Ньютона. Результант двух многочленов, исключение неизвестных из систем двух алгебраических уравнений с двумя неизвестными. Дискриминант многочлена.	Проверка домашнего задания, контрольная работа
7	Линейные пространства и подпространства	Матрица перехода и закон изменения координат вектора. Линейные подпространства. Сумма и пересечение линейных подпространств. Базис и размерность подпространств.	Проверка домашнего задания
8	Евклидовы и унитарные пространства	Длина вектора и угол между векторами в евклидовом пространстве. Ортогонализация Грама-Шмидта. Ортонормированные базисы. Матрица	Проверка домашнего задания, контрольная

9		Грама. Объем k-мерного параллелепипеда. Ортогональное дополнение линейного подпространства. Ортогональная проекция вектора на подпространство. Расстояние от вектора до подпространства, угол между вектором и подпространством.	работа
9	Линейные отображения. Структура линейных операторов	Линейные отображения, ядро и образ линейного отображения. Матрица линейного оператора. Изменение матрицы линейного оператора при переходе к другому базису. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора, диагонализируемость. Жорданов базис и жорданова матрица линейного оператора. Инвариантные подпространства линейного оператора.	
10	Линейные преобразования евклидовых и унитарных пространств	Ортогональные и унитарные преобразования. Самосопряженные преобразования. Приведение к каноническому виду.	Проверка домашнего задания, контрольная работа
11	Билинейные и квадратичные функции	Приведение квадратичных форм к каноническому и нормальному виду методом Лагранжа. Эквивалентность квадратичных форм. Приведение вещественных квадратичных форм к главным осям. Положительно определенные квадратичные формы. Пары форм.	Проверка домашнего задания, контрольная работа
12	Элементы многомерной геометрии	Аффинные пространства и подпространства. Взаимное расположение аффинных подпространств. Аффинные отображения. Квадрики в аффинном пространстве. Центр квадрики. Аффинная и евклидова классификации квадрик. Проективные пространства и подпространства. Проективные оболочки. Однородные и неоднородные координаты. Проективные	Проверка домашнего задания

		преобразования. Квадрики в проективных пространствах.	
13	Элементы тензорной алгебры	Операции над тензорами, свертка тензора. Операции симметрирования и альтернатирования, внешнее умножение.	
14	Элементы теории групп	Группы, изоморфизм групп. Группы подстановок. Теорема Кэли. Циклические группы. Подгруппы. Смежные классы по подгруппе. Подгруппы циклических групп. Нормальные подгруппы. Факторгруппы по нормальным подгруппам. Гомоморфизм групп. Группы автоморфизмов. Классы сопряженных элементов. Формула классов. Действие групп на множествах. Орбиты и стабилизаторы. Силовские подгруппы. Группы небольших порядков. Конечнопорожденные абелевы группы. Задание групп образующими и определяющими соотношениями.	Проверка домашнего задания, контрольная работа
15	Элементы теории представлений	Линейные и матричные представления групп. Приводимость и разложимость линейных и матричных представлений. Модули, подмодули и фактормодули, гомоморфизмы модулей. Одномерные представления. Неприводимые комплексные представления групп. Характеры групп. Количество и размерности неприводимых комплексных представлений. Представления и таблицы характеров групп.	Проверка домашнего задания
16	Элементы теории колец и полей	Целостные кольца. Делимость в целостных кольцах. Факториальные кольца. Евклидовы кольца. Примеры евклидовых колец. Идеалы колец. Факторкольца. Гомоморфизмы колец. Конечные поля.	Проверка домашнего задания, контрольная работа

2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы - не предусмотрены.

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Проработка учебного (теоретического) материала	*«Методические указания по организации самостоятельной работы студентов», утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры , протокол № 1 от 31 августа 2017 г.*
2	Выполнение домашних заданий (решение задач)	*«Методические указания по организации самостоятельной работы студентов», утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры , протокол № 1 от 31 августа 2017 г.*
3	Подготовка к текущему контролю (контрольная работа и др.)	*«Методические указания по организации самостоятельной работы студентов», утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры , протокол № 1 от 31 августа 2017 г.*
4	Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	*«Методические указания по организации самостоятельной работы студентов», утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры , протокол № 1 от 31 августа 2017 г.*
5	Коллоквиум	*«Методические указания по организации самостоятельной работы студентов», утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры , протокол № 1 от 31 августа 2017 г.*

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в печатной форме увеличенным шрифтом,

– в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа,

3 Образовательные технологии

При изучении данного курса используются как традиционные лекции и лабораторные занятия, так и современные интерактивные образовательные технологии. К основным образовательным технологиям относятся: лекции, практические занятия, контрольные работы, коллоквиумы, зачеты и экзамены. В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому лабораторному занятию. Цель лабораторных занятий – научить студента применять полученные на лекциях теоретические знания к решению и исследованию конкретных задач. В каждом семестре проводятся контрольные работы для проверки усвоения материала студентами.

К образовательным технологиям также относятся интерактивные методы обучения. Интерактивность подачи материала по дисциплинам комплекса «Алгебра» предполагает не только взаимодействия вида «преподаватель - студент» и «студент - преподаватель», но и «студент - студент». Все эти виды взаимодействия хорошо достигаются при изложении материала, как на лекционных и на лабораторных занятиях в ходе дискуссий, а также обсуждения и разбора задач и вопросов по темам.

Дискуссия

Возможность дискуссии предполагает умение высказать собственную идею, предложить свой путь решения, аргументировано отстаивать свою точку зрения, связно излагать мысли. Полезны следующие задания: составление плана решения задачи, поиск другого способа решения, сравнение различных способов решения, проведение выкладок для решения задачи и выкладок для проверки правильности полученного решения, рассмотрение задач с лишними и недостающими данными. Студентам предлагается проанализировать варианты решения, высказать своё мнение. Основной объем использования интерактивных методов обучения реализуется именно в ходе дискуссий, как на лекционных, так и на лабораторных занятиях.

Общие вопросы, которые выносятся на дискуссию:

1. Составления плана доказательства утверждения или решения задачи.
2. Определение возможных способов доказательства утверждения или поиск различных способов решений задачи.
3. Выбор среди рассматриваемых способов наиболее рационального.
4. Обсуждение логической составляющей в формулировке той или иной теоремы, а также обсуждение возможности построения иллюстрирующих ее примеров и контр-примеров.

Всего учебным планом предусмотрено 90 часов в интерактивной форме

Семестр	Вид занятия	Используемые интерактивные образовательные технологии	Количество часов
1	Лекционные занятия	Дискуссия «Комплексные числа»	4
		Дискуссия «Геометрия систем линейных уравнений»	4
		Дискуссия «Матрицы и определители»	4
		Дискуссия «Кольца и поля»	2
		Дискуссия «Многочлены»	4

	Лабораторные занятия	Дискуссия на тему: «Алгебра и геометрия комплексных чисел»	4
		Дискуссия на тему: «Исследование систем линейных уравнений»	4
		Дискуссия на тему: «Свойства и вычисление определителей»	4
		Дискуссия на тему: «Кольца и поля»	2
		Дискуссия на тему: «Делимость в кольце многочленов»	4
2	Лекционные занятия	Дискуссия «Линейные пространства и подпространства»	4
		Дискуссия «Евклидовые и унитарные пространства»	4
		Дискуссия «Структура линейных преобразований»	4
		Дискуссия «Линейные преобразования евклидовых пространств»	2
		Дискуссия «Билинейные и квадратичные формы»	4
	Лабораторные занятия	Дискуссия на тему: «Действия над линейными подпространствами»	4
		Дискуссия на тему: «Геометрия евклидовых пространств»	4
		Дискуссия на тему: «Линейные преобразования»	6
		Дискуссия на тему: «Квадратичные формы. Геометрические приложения квадратичных форм»	4
3	Лабораторные занятия	Дискуссия на тему: «Группы. Смежные классы по подгруппам. Гомоморфизмы групп. Классы сопряженных элементов»	6
		Дискуссия на тему: «Конечнопорожденные абелевы группы»	4
		Дискуссия на тему: «Делимость в целостных кольцах. Факториальные кольца»	4
		Дискуссия на тему: «Идеалы и факторкольца. Конечные поля»	4

Итого:	90

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций со студентом при помощи электронной информационно-образовательной среды ВУЗа. **4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.**

Учебная деятельность проходит в соответствии с графиком учебного процесса. Процесс самостоятельной работы контролируется во время аудиторных занятий и индивидуальных консультаций.

Оценочными средствами дисциплины являются средства текущего контроля (коллоквиумы, контрольные работы, а также на лабораторных занятиях – ответ у доски и проверка домашних заданий) и итоговая аттестация (зачет, экзамен).

4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля.

Пример варианта контрольной работы в первом семестре

1. Решить систему линейных уравнений: $\begin{cases} 2x - 4y + 3z = 1 \\ -3x + y - 2z = -2 \\ 4x + 3y - z = -1 \end{cases}$

2. Решить матричное уравнение: $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$.

3. Вычислить определитель матрицы: $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ -3 & 4 & 3 & 1 \end{vmatrix}$.

Пример варианта контрольной работы во втором семестре

1. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного своей матрицей в некотором базисе.

2. Найти характеристический и минимальный многочлен матрицы.

3. Найти ЖНФ матрицы линейного оператора.

Пример варианта контрольной работы в третьем семестре

1. Описать все абелевы группы заданного порядка.

2. Перечислить элементы факторгруппы группы по подгруппе.

3. Указать классы сопряженных элементов данной конечной группы.

4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации.

Примерное задание к зачету

ПЕРВЫЙ СЕМЕСТР

1. Решить квадратное уравнение над полем комплексных чисел.
2. Найти тригонометрическую форму и степень/корень из комплексного числа.
3. Решить систему линейных уравнений.
4. Найти фундаментальную систему решений системы однородных линейных уравнений.
5. Найти ранг матрицы: с помощью элементарных преобразований, методом окаймляющих миноров.
6. Найти базу системы векторов и выразить оставшиеся векторы через найденную базу.
7. Найти определитель матрицы с помощью элементарных преобразований.
8. Найти обратную матрицу: с помощью формулы обратной матрицы, с помощью элементарных преобразований.
9. Решить матричное уравнение.
10. Найти обратимые элементы и их обратные элементы в кольце вычетов.
11. Найти НОД и НОК многочленов и линейное представление НОД.
12. Отделить кратные корни многочленов.
13. С помощью схемы Горнера: найти разложение многочлена по степеням $x-c$, значения многочлена и его производных в точке c.
14. Разложить многочлен на неприводимые множители над полями вещественных и комплексных чисел.
15. Найти дискриминант и результант для многочленов.

ВТОРОЙ СЕМЕСТР

1. Найти базис суммы и пересечения линейных подпространств.
2. Найти собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Найти собственные и корневые подпространства линейного оператора.
3. Найти жорданову нормальную форму и жорданов базис линейного оператора
4. Ортогонализовать систему векторов.
5. Найти ортогональную проекцию и ортогональную составляющую вектора.
6. Привести квадратичную форму к главным осям.
7. Выписать систему линейных уравнений для плоскости, заданной параметрически.
8. Исследовать взаимное расположение плоскостей, заданных параметрически.
9. Найти расстояние от точки до плоскости.

10. Составить формулы аффинного преобразования.

ТРЕТИЙ СЕМЕСТР

1. Найти циклические подгруппы группы.
2. Найти смежные классы подгруппы.
3. Построить конечное поле, состоящее из 16 элементов.
4. Найти обратный элемент в факторкольце.
5. Построить таблицу характеров группы.

Примерный перечень вопросов к экзамену

ПЕРВЫЙ СЕМЕСТР

1. Множества и отображения множеств. Теорема об ассоциативности умножения отображений.
2. Алгебраические операции. Теорема об ассоциативной операции.
3. Поле комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексного числа.
4. Геометрическое изображение комплексных чисел. Тригонометрическая форма комплексного числа.
5. Геометрическая интерпретация действий над комплексными числами. Формула Муавра.
6. Корни n-ой степени из комплексного числа.
7. Свойства корней n-ой степени из 1. Первообразные корни.
8. Исследование систем линейных уравнений методом Гаусса.
9. Критерий определенности совместной системы линейных уравнений.
10. Линейные пространства. Линейная зависимость векторов.
11. Основная лемма о линейной зависимости.
12. Ранг и база системы векторов.
13. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора.
14. Теорема о ранге матрицы. Вычисление ранга матрицы приведением к ступенчатому виду.
15. Теорема Кронекера-Капели.
16. Теорема о фундаментальной системе решений: размерность и базис пространства решений.
17. Действия над матрицами. Кольцо $M_n(R)$.
18. Теорема о реализации элементарных преобразований матрицы умножением на элементарные матрицы
19. Матрица перехода. Закон изменения координат вектора при переходе к новому базису.

20. Теоремы о четных и нечетных перестановках.
21. Определитель матрицы. Определитель транспонированной матрицы.
22. Определитель треугольной матрицы.
23. Элементарные свойства определителя.
24. Разложение определителя по строке (столбцу). Фальшивое разложение.
25. Определитель матрицы с углом нулей. Теорема Лапласа (без доказательства).
26. Определитель Вандермонда. Критерий невырожденности матрицы Вандермонда.
27. Определитель произведения матриц.
28. Критерий существования и формула обратной матрицы.
29. Теорема Крамера и ее следствие.
30. Критерий невырожденности матрицы.
31. Теорема об окаймляющих минорах. Базисные миноры.
32. Матричные уравнения. Нахождение обратной матрицы с помощью элементарных преобразований.
33. Свойства делимости в кольце целых чисел. Теорема о делении с остатком.
34. НОД и НОК. Линейное представление НОД. Алгоритм Евклида.
35. Взаимно простые числа и их свойства.
36. Простые числа. Основная теорема арифметики.
37. Теорема о разбиении множества на классы эквивалентности. Фактормножество.
38. Классы вычетов по модулю натурального числа. Свойства сравнимых чисел.
39. Кольцо Z_m классов вычетов по модулю m.
40. Обратимые элементы в кольце Z_m. Условие поля.
41. Характеристика поля.
42. Подполя. Наименьшее поле.
43. Теорема о простых полях характеристики 0.
44. Теорема о простых полях характеристики $p > 0$.
45. Кольцо $R[x]$ многочленов от одной переменной. Делители нуля и закон сокращения.
46. Делимость в кольце $K[x]$. Теорема о делении с остатком.
47. Взаимно простые многочлены.
48. Теоремы о НОД многочленов.
49. Теоремы о НОК многочленов.
50. Значение многочлена в точке. Пример различных многочленов, задающих одну полиномиальную функцию.
51. Теорема Безу. Простые и кратные корни многочленов.
52. Производная многочлена. Отделение кратных корней.

53. Теорема о количестве корней многочлена и ее следствия.
54. Задача интерполяции. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
55. Неприводимые многочлены. Теорема о разложении многочленов на неприводимые множители.
56. Основная теорема алгебры (без доказательства). Неприводимые многочлены над R и C.
57. Многочлены от нескольких переменных.
58. Группа подстановок S_n. Представление подстановок в виде произведения циклов и транспозиций.
59. Четные и нечетные подстановки. Правило знаков умножения подстановок. Группа A_n.
60. Симметрические многочлены. Основная теорема о симметрических многочленах.
61. Теорема Виета. Значение симметрического многочлена от корней многочлена.
62. Дискриминант многочлена.
63. Результант многочленов. Системы алгебраических уравнений.

ВТОРОЙ СЕМЕСТР

1. Линейные пространства: примеры и простейшие свойства.
2. Линейная зависимость векторов: основные: свойства. Эквивалентные определения базиса линейного пространства.
3. Матрица перехода. Закон изменения координат вектора при переходе к новому базису.
4. Изоморфизм линейных пространств: основные свойства.
5. Критерий изоморфности линейных пространств.
6. Линейные подпространства: критерий, основные способы задания. Теорема о размерности линейного подпространства.
7. Сумма и пересечение линейных подпространств. Теорема о размерности суммы линейных подпространств.
8. Прямая сумма линейных подпространств.
9. Евклидовы пространства. Примеры евклидовых пространств.
10. Неравенство Коши-Буняковского. Длина вектора и угол между векторами в евклидовом пространстве.
11. Матрица Грама. Объем k-мерного параллелепипеда. Геометрическая интерпретация определителя матрицы.
12. Ортогонализация Грама-Шмидта.
13. Ортонормированные базисы. Изоморфизм евклидовых пространств одинаковой размерности.
14. Ортогональные матрицы. Матрица перехода между ортонормированными базисами.

15. Ортогональное дополнение линейного подпространства. Ортогональная проекция вектора па подпространство.
16. Унитарные пространства.
17. Линейные отображения: определение, примеры, ядро и образ. Невырожденные линейные операторы.
18. Теорема о размерностях ядра и образа линейного отображения.
19. Матрица линейного оператора. Теорема о координатах образа вектора относительно линейного оператора.
20. Закон изменения матрицы линейного оператора при переходе к другому базису.
21. Ранг произведения матриц.
22. Действия над линейными операторами. Изоморфизм алгебр линейных операторов и матриц.
23. Инвариантные подпространства линейного оператора.
24. Теорема о существовании инвариантного подпространства размерности ≤ 2 для вещественного линейного оператора.
25. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Диагонализируемые операторы.
26. Теорема Гамильтона-Кэли.
27. Теорема о разложении пространства в прямую сумму корневых подпространств.
28. Разложение корневого подпространства в прямую сумму циклических. Жорданов базис и жорданова матрица.
29. Теорема о единственности жордановой нормальной формы.
30. Ортогональные преобразования евклидовых пространств: определение и эквивалентные условия.
31. Ортогональные преобразования евклидовых пространств размерности ≤ 2.
32. Основная структурная теорема об ортогональных преобразованиях. Теорема Эйлера.
33. Сопряженные операторы. Структура самосопряженных преобразованиий евклидовых пространств.
34. Линейные преобразования унитарных пространств.
35. Билинейные и квадратичные функции: определение, примеры, свойства.
36. Закон изменения матрицы квадратичной функции при переходе к другому базису.
37. Квадратичные функции и квадратичные формы. Критерий эквивалентности квадратичных форм.
38. Теорема Лагранжа о приведении квадратичной формы к каноническому виду.
39. Закон инерции для вещественных квадратичных функций.
40. Положительно определенные квадратичные функции. Критерий Сильвестра.
41. Теорема о приведении вещественной квадратичной формы к главным осям. Теорема о паре форм.

42. Аффинные пространства: эквивалентные определения, изоморфизм.
43. Аффинные подпространства: определение, способы задания, взаимное расположение.
44. Аффинные отображения: эквивалентные определения, дифференциал, свойства, критерий обратимости.
45. Барицентрические комбинации точек. Аффинная оболочка.
46. Аффинная система координат. Аффинные координаты.
47. Барицентрические координаты. Связь с аффинными координатами.
48. Задание аффинного отображения образами базисных точек.
49. Центр масс системы материальных точек. Физическая интерпретация барицентрических координат. Теорема о группировке масс.
50. Группа аффинных преобразований. Теорема о разложении в полупрямое произведение.
51. Геометрия аффинно-евклидовых пространств.
52. Движения аффинно-евклидовых пространств.
53. Квадрики. Аффинная и метрическая классификация квадрик.
54. Проективные пространства и подпространства. Проективные оболочки. Теорема о размерности и ее следствия.
55. Аффинные карты. Однородные и неоднородные координаты. Связь с барицентрическими координатами.
56. Теорема Дезарга.
57. Группа проективных преобразований.
58. Интерпретация проективного преобразования на аффинной карте как суперпозиции линейного преобразования и центрального проектирования.
59. Задание проективного преобразования образами точек в общем положении.
60. Запись проективных преобразований в однородных и неоднородных координатах.
61. Реализация группы подстановок в дробно-линейных функциях.
62. Отношение четырех точек как проективный инвариант.
63. Гармонические четверки точек.
64. Классификация квадрик в проективных пространствах.
65. Полилинейные функции на векторном пространстве. Интерпретация тензоров небольших рангов.
66. Действия над тензорами. Симметрические и кососимметрические тензоры. Операции симметрирования и альтернирования.
67. Внешняя алгебра. Определитель и ориентация конечномерного векторного пространства.

ТРЕТИЙ СЕМЕСТР

1. Определение, простейшие свойства и примеры групп. Изоморфизм групп.

2. Степень элемента. Порядок элемента и его свойства.
3. Группа подстановок. Представление подстановок в виде произведения циклов и транспозиций.
4. Четные и нечетные подстановки. Правило знаков умножения подстановок. Знакопеременная группа.
5. Подгруппы. Критерий подгруппы. Циклические подгруппы.
6. Циклические группы и их классификация.
7. Смежные классы по подгруппе. Свойства смежных классов.
8. Теорема Лагранжа и ее следствия. Индекс подгруппы.
9. Нормальные подгруппы. Критерий нормальной подгруппы.
10. Факторгруппа по нормальной подгруппе.
11. Гомоморфизмы групп. Ядро и образ гомоморфизма.
12. Основная теорема об изоморфизме.
13. Произведение подгрупп. Теорема Э. Нетер.
14. Классы сопряженных элементов. Классы сопряженных элементов в группе подстановок.
15. Нормализатор (централизатор) элемента. Формула классов.
16. Центр группы. Нетривиальность центра конечной p-группы. Группы порядка p^2.
17. Группа автоморфизмов. Внутренние автоморфизмы.
18. Внешнее прямое произведение групп.
19. Внутреннее прямое произведение групп: определение и критерий, примеры.
20. Изоморфизм внешнего и внутреннего произведений групп.
21. Классы сопряженных элементов в симметрической и знакопеременной группах.
22. Простые группы. Простота групп A_n, $n \geq 5$.
23. Действие группы на множестве. Орбиты и стабилизаторы. Теорема о колчестве элементов в орбите.
24. Теорема Силова: сопряженность силовских p-подгрупп.
25. Теорема Силова: существование и число силовских p-подгрупп.
26. Описание групп небольших порядков.
27. Внешнее прямое произведение групп.
28. Внутреннее прямое произведение групп: определение и критерий, примеры.
29. Изоморфизм внешнего и внутреннего произведений групп.
30. Конечнопорожденные группы и их свойства.
31. Теорема о подгруппах свободных абелевых групп.
32. Описание конечнопорожденных абелевых групп.
33. Линейные и матричные представления групп. Дифференцируемые представления группы R.

34. Мономиальное представление группы подстановок.
35. Построение представлений по действиям групп. Регулярные представления групп.
36. Изоморфизм и эквивалентность представлений. Изоморфизм левых и правых регулярных представлений групп.
37. Приводимость и разложимость линейных и матричных представлений.
38. Подпредставления и факторпредставления.
39. G -модули. Подмодули и фактормодули. Простые модули.
40. Неприводимые комплексные представления абелевых групп.
41. Неприводимые комплексные представления группы диэдра D_n .
42. Теорема об ортогональности (унитарности) вещественных (комплексных) представлений.
43. Неприводимые вещественные представления циклических групп.
44. Вполне приводимые представления и полупростые модули. Свойства полупростых модулей.
45. Теорема Машке. Контрпример к теореме Машке.
46. Структура конечномерных полупростых модулей.
47. Вполне приводимость мономиального представления симметрической группы.
48. Коммутант группы и одномерные представления групп.
49. Гомоморфизмы модулей и сплетающие операторы представлений.
50. Гомоморфизмы простых модулей. Лемма Шура.
51. Основная теорема об изоморфизмах модулей.
52. Теорема о соответствии модулей при гомоморфизме. Максимальные подмодули.
53. Теорема о пересечении максимальных подмодулей.
54. Композиционные ряды модулей. Теорема Жордана-Гельдера.
55. Теорема об однозначности разложения конечномерного полупростого G -модуля.
56. Характеры групп. Определение, примеры и свойства.
57. Унитарное пространство центральных функций.
58. Основная теорема теории комплексных характеров. Следствия о соответствии представлений и характеров представлений.
59. Теорема о размерностях неприводимых комплексных представлений.
60. Представления и таблицы характеров групп S_3, A_4, S_4, Q_8, D_4, A_5.
61. Поле отношений и теорема о вложимости целостых колец в поле. Поле рациональных дробей.
62. Идеалы колец и алгебр. Главные идеалы. Примеры идеалов, не являющихся главными.
63. Кольца главных идеалов. Примеры Z и $K[x]$.
64. Кольцо гауссовых чисел. Теорема о делении с остатком в кольце гауссовых чисел.
65. Евклидовые кольца. Примеры евклидовых и неевклидовых колец.

66. Простые алгебры. Теорема о простоте алгебры $M_n(K)$. Теорема о простых коммутативных кольцах.
67. Факторкольца и факторалгебры. Условие равенства элементов факторкольца. Примеры.
68. Факторкольца $K[x]/(f)$. Изоморфизм $R[x]/(x^2+1) \cong C$
69. Гомоморфизмы колец и алгебр. Ядро и образ гомоморфизма. Естественная проекция $\pi : R \to R/I$.
70. Основная теорема об изоморфизме. Изоморфизмы $R[x]/(x^2+1) \cong C$ и $R[x]/(x^2-1) \cong R \oplus R$.
71. Теорема о соответствии идеалов при гомоморфизме.
72. Максимальные идеалы и простые факторалгебры.
73. Максимальные идеалы в Z. Условие поля для кольца вычетов Z_n.
74. Максимальные идеалы в $K[x]$. Условие поля для факторкольца $K[x]/(f)$.
75. Примеры построения конечных полей.
76. Вторая и третья теоремы об изоморфизмах.

ПРИМЕРНЫЕ БИЛЕТЫ К ЭКЗАМЕНУ

БИЛЕТ № 1

(Первый семестр)

1. Теорема о корнях n-ой степени из комплексных чисел.
2. Ранг и база системы векторов.
3. Выписать формулу определителя матрицы четвертого порядка.

БИЛЕТ № 2

(Второй семестр)

1. Теорема об изменении матрицы линейного оператора при переходе к новому базису.

2. Положительно определенные квадратичные формы.

3. Найти собственные векторы и собственные значения линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей $A = \begin{pmatrix} 7 & 5 & -10 \\ 2 & 4 & -4 \\ 3 & 3 & -4 \end{pmatrix}$. Найти невырожденную матрицу C такую, что матрица $C^{-1}AC$ диагональна.

БИЛЕТ № 1

(Второй семестр)

1. Инвариантные подпространства линейного оператора. Собственные подпространства.

2. Матрица Грама и ее свойства.

3. Найти аффинную оболочку прямых.

БИЛЕТ № 2

(Третий семестр)

1. Классы сопряженных элементов групп. Формула классов.

2. Изоморфизм колец $C \cong R[x]/(x^2+1)$.

3. Найти смежные классы группы $\langle a \rangle_{12}$ по подгруппе $\langle a_8 \rangle$.

Эталон решения практического задания экзамена

Задача. Выписать формулу определителя матрицы четвертого порядка.

Решение. Имеем следующие четные и, соответственно, нечетные перестановки чисел 1, 2, 3, 4:

(1,2,3,4), (1,3,4,2), (1,4,2,3), (2,1,4,3), (2,3,1,4), (2,4,3,1), (3,1,2,4), (3,2,4,1), (3,4,1,2), (4,1,3,2), (4,2,1,3), (4,3,2,1),

(1,2,4,3), (1,3,2,4), (1,4,3,2), (2,1,3,4), (2,3,4,1), (2,4,1,3), (3,1,4,2), (3,2,1,4), (3,4,2,1), (4,1,2,3), (4,2,3,1), (4,3,1,2).

Тогда, согласно определению, получаем следующую формулу определителя матрицы $A = (a_{ij})$ четвертого порядка:

$$|A| = a_{11}a_{22}a_{33}a_{44} + a_{11}a_{23}a_{34}a_{42} + a_{11}a_{24}a_{32}a_{43} + a_{12}a_{21}a_{34}a_{43} + a_{12}a_{23}a_{31}a_{44} + a_{12}a_{24}a_{33}a_{41} +$$
$$+ a_{13}a_{21}a_{32}a_{44} + a_{13}a_{22}a_{34}a_{41} + a_{13}a_{24}a_{31}a_{42} + a_{14}a_{21}a_{33}a_{42} + a_{14}a_{22}a_{31}a_{43} + a_{14}a_{23}a_{32}a_{41} +$$

$$- a_{11}a_{22}a_{34}a_{43} - a_{11}a_{23}a_{32}a_{44} - a_{11}a_{24}a_{33}a_{42} - a_{12}a_{21}a_{33}a_{44} - a_{12}a_{23}a_{34}a_{41} - a_{12}a_{24}a_{31}a_{43} -$$
$$- a_{13}a_{21}a_{34}a_{42} - a_{13}a_{22}a_{31}a_{44} - a_{13}a_{24}a_{32}a_{41} - a_{14}a_{21}a_{32}a_{43} - a_{14}a_{22}a_{33}a_{41} - a_{14}a_{23}a_{31}a_{42}$$

.

Задача. Найти собственные векторы и собственные значения линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей $A=\begin{pmatrix} 7 & 5 & -10 \\ 2 & 4 & -4 \\ 3 & 3 & -4 \end{pmatrix}$. Найти невырожденную матрицу C такую, что матрица $C^{-1}AC$ диагональна.

Решение. Характеристический многочлен $|A-\lambda E|$ матрицы A имеет вид $-(\lambda-3)(\lambda-2)^2$. Следовательно, собственные значения линейного оператора равны 3 и 2. Решая системы линейных уравнений $(A-\lambda E)X=0$ для $\lambda=2;3$, получаем, что соответствующие собственные подпространства имеют вид $\langle(2,0,1),(-1,1,0)\rangle$, $\langle(5,2,3)\rangle$. Следовательно, имеем базис $(2,0,1),(-1,1,0),(5,2,3)$ из собственных векторов, в котором матрица линейного оператора имеет вид: $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$. Значит, $C^{-1}AC=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, где $C=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.

Задача. Найти аффинную оболочку прямых $x_1=2+t$, $x_2=-1-3t$, $x_3=-2+2t$, $x_4=-t$ и $x_1=3-t$, $x_2=-2+3t$, $x_3=1+2t$, $x_4=-1-2t$.

Решение. Аффинная оболочка пары прямых совпадает с аффинной оболочкой 4 точек: двух точек одной прямой и двух точек другой прямой. В частности, это означает, что направляющее пространство аффинной оболочки натянуто на три вектора: направляющие векторы $(1,-3,2,-1)$, $(-1,3,2,-2)$ прямых и вектор $(1,-1,3,-1)$, соединяющий точки, лежащие на первой и второй прямых. Имеем, что $\dim\langle(1,-3,2,-1),(-1,3,2,-2),(1,-1,3,-1)\rangle = rk\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & 2 & -2 \\ 1 & -1 & 3 & -1 \\ & & & \end{pmatrix}=3$, поэтому аффинная оболочка имеет размерность 3 и задается следующим параметрическим уравнением: $x_1=2+t_1-t_2+t_3$, $x_2=-1-3t_1+3t_2-t_3$, $x_3=-2+2t_1+2t_2+3t_3$, $x_4=-t_1-2t_2-t_3$.

Задача. Найти смежные классы группы $\langle a\rangle_{12}$ по подгруппе $\langle a_8\rangle$.

Решение. Пусть H – подгруппа в $\langle a\rangle_{12}=\{e,a,a^2,a^3,a^4,a^5,a^6,a^7,a^8,a^9,a^{10},a^{11}\}$, порожденная a_8. Тогда $H=\{e,a^4,a^8\}$ и

$$eH=\{e,a^4,a^8\}=a^4H=a^8H\,,$$

$$aH=\{a,a^5,a^9\}=a^5H=a^9H\,,$$

$$a^2H=\{a^2,a^6,a^{10}\}=a^6H=a^{10}H\,,$$

$$a^3H=\{a^3,a^7,a^{11}\}=a^7H=a^{11}H\,.$$

. *Критерии оценок.* Задания оцениваются в баллах от 0 до 3: высший балл 3 ставится за полное решение задания; 2 балла ставится в случае описки либо негрубой арифметической ошибки, приведшей при правильных рассуждениях к неправильному ответу; 1 балл ставится в случае нескольких описок или ошибок при условии, что алгоритм решения задания является верным. В остальных случаях ставится 0 баллов.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:
– в печатной форме увеличенным шрифтом,
– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:
– в печатной форме,
– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
– в печатной форме,
– в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

Критерии оценивания по промежуточной аттестации

Зачет выставляется по результатам работы студента в течение семестра. Отметка «зачтено» выставляется студентам, которые регулярно посещали занятия, выполняли домашние работы, написали контрольные работы на положительные оценки. Отметка «незачтено» выставляется студентам, которые пропустили более 60 % занятий и написали контрольные работы на неудовлетворительные оценки.

Оценивание ответа на экзамене, осуществляется по следующим критериям.

Оценка «отлично» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач;

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, показавшему разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы в некотором объеме, необходимом для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач.

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля).

5.1 Основная литература:

1. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре. СПб.: Лань, 2007. https://e.lanbook.com/book/397#authors
2. Винберг Э.Б., Курс алгебры. М., МЦНМО. 2011. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=63299&sr=1
3. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Ч.1. Основы алгебры. М.: МЦНМО, 2009. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=63140&sr=1
4. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Ч.2. Линейная алгебра. М.: МЦНМО, 2009. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=63144&sr=1
5. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Ч.3. Основные структуры алгебры. М., МЦНМО, 2009. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=62951&sr=1
6. Каргаполов М.И., Мерзляков Ю.И. Основы теории групп. СПб, Лань. 2009. https://e.lanbook.com/book/177#book_name
7. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. М., 2005.
8. https://e.lanbook.com/book/529#book_name
9. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. М., Лань. 2008. https://e.lanbook.com/book/399#authors
10. Сборник задач по алгебре. Под. ред. А. И. Кострикина. М, 2007. https://e.lanbook.com/book/2743#book_name

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах *«Лань» и «Библиоклуб».*

5.2 Дополнительная литература:

1. Мальцев А.И. Основы линейной алгебры. СПб.: Лань, 2009. https://e.lanbook.com/book/251#book_name
2. Кряквин В.Д. Линейная алгебра в примерах и задачах. М., Лань. 2016. https://e.lanbook.com/book/72583#book_name
3. Мальцев И.А. Линейная алгебра. М., Лань. 2010. https://e.lanbook.com/book/610#book_name
4. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М.: Лань, 2013.

   https://e.lanbook.com/book/30198#book_name
5. Курош А.Г. Теория групп. М., Физматлит. 2011.

   https://e.lanbook.com/book/59755#book_name
6. Боревич З.И. Определители и матрицы. М., Лань. 2009.

   https://e.lanbook.com/book/71#book_name
7. Ефимов Н.В., Розендорн Э.Р. Линейная алгебра и многомерная геометрия. М., Физматлит. 2005. https://e.lanbook.com/book/2144#book_name
8. Беклемишева Л.А., Беклемишев Д.В., Птрович Чубаров И. Сборник задач по линейной алгебре. М. 2017. https://e.lanbook.com/book/97281#book_name

6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля).

7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля).

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной систематизированный материал, лабораторных занятий, в ходе которых студентами приобретаются и закрепляются основные практически навыки решения различных задач, в том числе с применением полученных теоретических знаний.

Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине. Самостоятельная работа студентов является неотъемлемой частью процесса подготовки. Под самостоятельной работой понимается часть учебной планируемой работы, которая выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа направлена на усвоение системы научных и профессиональных знаний, формирования умений и навыков, приобретение опыта самостоятельной творческой деятельности. СРС помогает формировать культуру мышления студентов, расширять познавательную деятельность.

Виды самостоятельной работы по курсу:

а) по целям: подготовка к лекциям, к практическим занятиям, к контрольной работе, к коллоквиуму; подготовка научного доклада и выполнение заданий по НИР.

б) по характеру работы: изучение литературы, конспекта лекций; поиск литературы в библиотеке; конспектирование рекомендуемой для самостоятельного изучения научной литературы; решение задач, тестов; работа с обучающими и контролирующими программами.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю).

8.1 Перечень информационных технологий.

Информационные технологии - не предусмотрены.

8.2 Перечень необходимого программного обеспечения.

Microsoft Office

8.3 Перечень информационных справочных систем:

Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (http://www.elibrary.ru)/

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук, …) и соответствующим программным обеспечением (ПО)
2.	Лабораторные занятия	Специальное помещение, оснащенное доской, маркерами и мелом
3.	Групповые (индивидуальные) консультации	Аудитория (кабинет) оснащенная учебной мебелью, доской, маркерами и мелом
4.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Аудитория (кабинет) оснащенная учебной мебелью, доской, маркерами и мелом
5.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.

РЕЦЕНЗИЯ

на рабочую программу модуля «Алгебра» по специальности 01.05.01 Фундаментальные математика и механика, специализация Математическое моделирование, подготовленную доцентом кафедры функционального анализа и алгебры КубГУ кандидатом физико-математических наук Теном О.К.

Рабочая программа модуля содержит: цели и задачи освоения дисциплин модуля; структуру и содержание дисциплины; образовательные технологии; оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов; учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины, а также материально-техническое обеспечение дисциплины. Название рабочей программы модуля «Алгебра» соответствует учебному плану по специальности 01.05.01 Фундаментальные математика и механика.

Дисциплины модуля «Алгебра» базируются на школьных знаниях по математике. При освоении дисциплин модуля «Алгебра» вырабатывается общематематическая культура: умение логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями, применять полученные знания для решения задач по алгебре, линейной алгебре и теориям групп и колец. Знания, полученные по данной дисциплине, используются в аналитической геометрии, математическом анализе, функциональном анализе, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнениях, дискретной математике и математической логике, теории чисел, методах оптимизации и др. При освоении дисциплины формируются общепрофессиональные и профессиональные компетенции ОПК-1, ПК-1.

Программа рассматриваемого курса включает основные понятия высшей алгебры, линейной алгебры и геометрии.

Считаю, что рабочая программа соответствует государственным требованиям к содержанию и уровню подготовки выпускников по специальности 01.05.01 Фундаментальные математика и механика, специализации Математическое моделирование.

Профессор кафедры математического моделирования
КубГУ, доктор физ.– мат. наук
Павлова А.В.

РЕЦЕНЗИЯ

на рабочую программу модуля «Алгебра» по специальности 01.05.01 Фундаментальные математика и механика, специализация Математическое моделирование, подготовленную доцентом кафедры функционального анализа и алгебры КубГУ кандидатом физико-математических наук Теном О.К.

Рабочая программа модуля «Алгебра» содержит: цели и задачи освоения дисциплин модуля; структуру и содержание дисциплины; образовательные технологии; оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов; учебно-методическое, информационное и материально-техническое обеспечение дисциплины. Название и содержание рабочей программы модуля соответствует учебному плану по специальности 01.05.01 Фундаментальные математика и механика.

Учебный модуль включает в себя дисциплины «Алгебра», « Линейная алгебра и геометрия» и предназначена для студентов первого и второго курса и относится к базовой части учебного плана, составляя основу математического образования. Знания, полученные по данной дисциплине, используются в аналитической геометрии, математическом анализе, функциональном анализе, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнениях, дискретной математике и математической логике, теории чисел, методах оптимизации и др.

Программа рассматриваемого курса включает основные сведения об алгебраических структурах, комплексным числам, системам линейных уравнений, матрицам и определителям, многочленам от одной и нескольких переменных, векторным пространствам, преобразованиям линейных пространств, билинейным и квадратичным формам, аффинной и проективной геометрии, основам тензорного анализа, элементам теории групп и их представлениям, элементам теории колец и полей.

Считаю, что рабочая программа соответствует государственным требованиям к содержанию и уровню подготовки выпускников по специальности 01.05.01 Фундаментальные математика и механика, специализации Математическое моделирование.

Доцент кафедры прикладной
математики КубГТУ, канд. физ.– мат. наук,
Кирий К.А.