

Министерство образования и науки Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кубанский государственный университет»
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе,
качеству образования, первый
проректор
_____ Т. А.
«27» апреля 2018 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.Б.08 МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Специальность 01.05.01 Фундаментальные математика и механика

Специализация: Математическое моделирование

Форма обучения очная

Квалификация (степень) выпускника Математик. Механик. Преподаватель

Краснодар 2018

Рабочая программа дисциплины «Математический анализ» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по специальности 01.05.01 Фундаментальные математика и механика.

Программу составили:

В.Ю. Барсукова, канд. физ.-мат. наук, доцент



М.В. Цалюк, канд. физ.-мат. наук, доцент



Рабочая программа дисциплины «Математический анализ» утверждена на заседании кафедры (разработчика) функционального анализа и алгебры протокол № 10 от «10» апреля 2018 года.

Заведующий кафедрой (разработчика) Барсукова В.Ю.



Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры (выпускающей) функционального анализа и алгебры протокол № 10 от «10» апреля 2018 года.

Заведующий кафедрой (выпускающей) Барсукова В.Ю.



Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук «17» апреля 2018 г, протокол № 2 .

Председатель УМК факультета Титов Г.Н.



Рецензенты:

Кирий К.А., кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной математики КубГТУ

Павлова А.В., доктор физико-математических наук, профессор кафедры математического моделирования КубГУ

1 Цели и задачи изучения дисциплины

1.1 Цель дисциплины

Цели освоения дисциплины определены федеральным государственным стандартом высшего профессионального образования по специальности 01.05.01 «Фундаментальные математика и механика», в рамках которой преподается дисциплина.

Целями освоения дисциплины «Математический анализ» являются формирование математической культуры студентов, фундаментальная подготовка студентов в области математического анализа, овладение современным аппаратом математического анализа для дальнейшего использования в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

Цели курса – изложить студентам дифференциальное и интегральное исчисление функций одного и нескольких переменных; добиться понимания основных объектов исследования и понятий анализа, продемонстрировать возможности методов анализа для решения задач фундаментальной и прикладной математики; привить точность и обстоятельность аргументации в математических рассуждениях, способствовать: подготовке к ведению исследовательской деятельности в областях, использующих математические методы; созданию и использованию математических моделей процессов и объектов.

1.2 Задачи дисциплины

Задачами изучения дисциплины являются:

1. Формирование знаний о действительных числах и операциях с действительными числами.
2. Формирование знаний о свойствах пределов последовательностей и пределов функций.
3. Овладение методами дифференцирования функций одной и многих переменных. Формирование навыков применения дифференциального исчисления к исследованию функций и в различных приложениях.
4. Овладение основными методами интегрирования функций одной и многих переменных.

1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математический анализ» относится к базовой части Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана и является одной из основных дисциплин в освоении математических знаний. Курс «Математический анализ» читается на 1-2 курсах: 1-4 семестры.

Место курса в профессиональной подготовке специалиста определяется ролью математического анализа в формировании высококвалифицированного специалиста по специальности «Фундаментальные математика и механика». Данная дисциплина является основополагающей для дальнейшего изучения дисциплин высшей математики и механики. Математический анализ используется при изучении теории функций действительного переменного, теории функций комплексного переменного, теории приближений, теории обыкновенных дифференциальных уравнений, теории дифференциальных уравнений с частными производными, теории интегральных уравнений, дифференциальной геометрии, вариационного исчисления, функционального анализа и теории вероятностей.

Для успешного освоения дисциплины достаточно знаний школьного курса алгебры и геометрии.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Изучение данной дисциплины направлено на получение необходимого объема теоретических знаний, отвечающих требованиям ФГОС ВО и необходимых для дальнейшего успешного изучения всех дисциплин высшей математики, с формированием следующих общепрофессиональных и профессиональных компетенций: ОПК-1, ПК-1 ПК-8.

№ п.п .	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
1.	ОПК-1	готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа в будущей профессиональной деятельности	основные понятия, концепции, результаты, задачи и методы математического анализа	формулировать и доказывать утверждения, решать типовые математические задачи, применять полученные навыки в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания	методами доказательств утверждений, математическими методами решения типовых задач
2.	ПК-1	способностью к самостоятельному анализу поставленной задачи, выбору корректного метода ее решения, построению алгоритма и его реализации, обработке и анализу полученной информации	основные понятия, определения и свойства объектов математического анализа	определять класс задач, для которых применим тот или иной аппарат, выбирать метод решения конкретного типа задач	аппаратом математического анализа, методами применения этого аппарата к решению задач
3.	ПК-8	способностью различным образом представлять, адаптировать с учетом уровня аудитории и доходчиво излагать математические знания	формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства	доказывать утверждения математического анализа; формулировать следствия этих утверждений; решать задачи математического анализа	Методами и приемами доказательства утверждений, Умением связно излагать математические рассуждения

2 Структура и содержание дисциплины

2.1 Распределение трудоемкости дисциплины по видам работ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 27 зачетных единиц (972 часа, из них 574 часа контактной работы: лекционных 270 ч., лабораторных 288 ч., 14 ч. КСР, 2 ч. ИКР; 192,2 ч. самостоятельной работы; 205,8 часов экзамен). Их распределение по видам работ представлено в таблице.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры (часы)				
		1	2	3	4	
Контактная работа, в том числе:						
Аудиторные занятия (всего):	558	126	144	144	144	
Занятия лекционного типа	270	54	72	72	72	
Лабораторные занятия	288	72	72	72	72	
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)	-	-	-	-	-	
Иная контактная работа:						
Контроль самостоятельной работы (КСР)	14	4	4	2	4	
Промежуточная аттестация (ИКР)	2	0,5	0,5	0,5	0,5	
Самостоятельная работа, в том числе:						
Проработка учебного (теоретического) материала	70	24	20	6	20	
Выполнение домашних заданий (решение задач)	78	26	20	6	26	
Подготовка к текущему контролю	44,2	17,8	9,8	3,8	12,8	
Контроль:						
Подготовка к экзамену	205,8	53,7	53,7	53,7	44,7	
Общая трудоемкость	час.	972	252	252	216	252
	в том числе контактная работа	574	130,5	148,5	146,5	148,5
	зач. ед	27	7	7	6	7

2.2 Структура дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины. Разделы дисциплины, изучаемые в **первом** семестре:

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛЗ	
1	2	3	4	5	6	7
1	Введение в анализ	36	10		10	16
2	Простейшие элементарные функции	46	12		24	10

3	Предел функции	38	8		24	16
4	Числовые ряды	30	8		10	12
5	Непрерывные функции.	33,8	16		4	13,8
	Итого:		54		72	67,8

Разделы дисциплины, изучаемые во **втором** семестре:

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛЗ	
1	2	3	4	5	5	6
6	Дифференцируемые функции	46	18		18	10
7	Приложения дифференциального исчисления	38	12		12	14
8	Неопределенный интеграл	42	16		16	10
9	Определенный интеграл	22	8		8	6
10	Несобственные интегралы.	20	8		8	4
11	Функциональные последовательности и ряды.	25,8	10		10	5,8
	Итого:		72		72	49,8

Разделы дисциплины, изучаемые в **третьем** семестре:

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛЗ	
1	2	3	4		5	6
12	Функции нескольких переменных	48	22		22	4
13	Дифференцируемость функций нескольких переменных	50	22		22	6
14	Интегралы, зависящие от параметра	20	10		8	2
15	Кратные интегралы	41,8	18		20	3,8
	Итого:		72		72	15,8

Разделы дисциплины, изучаемые в **четвертом** семестре:

№ раз-дела	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа		Внеаудиторная работа	
			Л	ПЗ		ЛР
1	2	3	4	5	6	
16	Криволинейные и по-верхностные интегралы	72	24		24	24
17	Элементы теории поля	36	12		12	12
18	Представление функ-ций рядами	107,8	36		36	35,8
	Итого:		72		72	58,8
	Итого по дисциплине:		270		288	192,2

2.3 Содержание разделов дисциплины

2.3.1 Занятия лекционного типа

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1	Введение в анализ	Структура теорем, необходимые и достаточные условия. Логические символы. Предмет математического анализа. Множества и операции над ними. <i>Функции</i> : отображения, образ, прообраз, график. Классы функций: последовательность, числовая функция, взаимно однозначное отображение. Операции: сужение, композиция, алгебраические операции. Определение множества действительных чисел. Ограниченные множества. Точная верхняя и нижняя грань. Арифметические операции над числами. Аксиома непрерывности.	Устный опрос
2	Предел функции	Бесконечно малые последовательности Свойства бесконечно малых. Предел последовательности. Свойства предела: единственность, алгебраические операции, неравенства. Предельная точка. Бесконечно малые функции при $x \rightarrow a$, $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$. Свойства: алгебраические операции, неравенства, композиция. Эквивалентность определений предела по Коши и по Гейне. <i>Критерии существования предела последовательности</i> : предел монотонной последовательности, $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} x_n$, $\underline{\lim}_{n \rightarrow \infty} x_n$, $\exists \lim_{n \rightarrow \infty} \Leftrightarrow \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} x_n = \underline{\lim}_{n \rightarrow \infty} x_n$, критерий Коши. Критерии существования $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ — аналоги критериев для последовательностей. Сравнение бесконечно малых, « <i>O</i> », « <i>o</i> ». Эквивалентные бесконечно ма-	Коллоквиум

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
		лые. Понятие об асимптотике и асимптотическом разложении.	
3	Простейшие элементарные функции	Тригонометрические функции. Асимптотика. Определение a^x для рациональных и иррациональных x . Свойства. Асимптотика.	Проверка домашнего задания
4	Числовые ряды	Критерии сходимости, признак сравнения. Ряды с положительными членами. Признаки Коши и Даламбера. Гармонический ряд. Абсолютно и условно сходящиеся ряды.	Устный опрос
5	Непрерывные функции	Непрерывность элементарных функций. Принцип вложенных отрезков. Принцип Больцано-Вейерштрасса. Свойства непрерывных на замкнутом отрезке функций. <i>Монотонные функции.</i> Точки разрыва, непрерывность монотонной функции. Непрерывность обратной функции. <i>Периодические функции.</i> Периодическое продолжение. Свойства периодов.	Коллоквиум
6	Дифференцируемые функции	Дифференцируемость и производная. Теорема о наилучшей локальной аппроксимации. Теоремы о производных: алгебраические операции, композиция, обратная функция. Производные элементарных функций. Производные и дифференциалы высших порядков. Теорема Ферма, Лагранжа (следствие — теорема Ролля). Формула Тейлора. Разложение элементарных функций.	Коллоквиум
7	Приложения дифференциального исчисления	Монотонность. Локальный экстремум. Выпуклость. Неравенства. Решение уравнений.	Коллоквиум
8	Неопределенный интеграл	Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Основные методы: линейность, подстановка, по частям. Таблица интегрирования. Интегрирование элементарных функций (рациональные, тригонометрические, квазиполиномы).	Проверка домашнего задания
9	Определенный интеграл	Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Свойства интеграла: интеграл — линейный, положительный, ограниченный функционал. Замена переменных в определенном интеграле. Приближенное вычисление интегралов. Формула прямоугольников, трапеций, Симпсона. Оценка погрешности. Интегральные суммы Римана Приложения интеграла: геометрические, механические, определение функций Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме. Интегральный признак сходимости числового ряда.	Устный опрос
10	Несобственные	Интегралы с бесконечными пределами и от неогра-	Проверка

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
	интегралы.	ниченных функций. Определения. Примеры. Свойства несобственных интегралов. Критерий Коши. Абсолютная и условная сходимость. Признаки сходимости. Главное значение несобственного интеграла	домашнего задания
11	Функциональные последовательности и ряды.	Пространство $C[a;b]$. Равномерная сходимость, критерий Коши равномерной сходимости. Непрерывность предела равномерно сходящейся последовательности непрерывных функций. Интегрируемость и дифференцируемость предельной функции. Функциональный ряд и область его сходимости. Равномерная сходимость. Необходимый и достаточный признак равномерной сходимости. Признак Вейерштрасса.	Проверка домашнего задания
12	Функции нескольких переменных	Линейное пространство R^n . Скалярное произведение, норма, сходимость. Окрестности. Предельные точки. Открытые и замкнутые множества. Отображения R^n в R^m . Алгебраические операции, композиции, обратное отображение. Пределы функций в R^n . Критерий Коши. Непрерывные функции. Свойства непрерывных на компакте функций. Пространство непрерывных функций.	Устный опрос
13	Дифференцируемость функций нескольких переменных	Дифференцируемость $f: R^n \rightarrow R^m$. Случай $m=1$, и $n=1$. Частные производные. Связь дифференцируемости с частными производными. Свойства дифференцируемости: $f+g$, cf , $f \circ g$. Формула конечных приращений. Производная по направлению. Градиент. Производные и дифференциалы высших порядков. Равенство смешанных производных. Формула Тейлора для $f: R \rightarrow R^n$ и $f: R^n \rightarrow R$. Неявные функции. Теорема существования (метод последовательных приближений). Теорема о дифференцировании неявной функции. Теорема об обратной функции. Экстремум $f: R^n \rightarrow R$. Необходимые условия. Достаточные условия. Понятие об условном экстремуме. Метод Лагранжа.	Проверка домашнего задания, коллоквиум
14	Интегралы, зависящие от параметра	Интегралы, зависящие от параметра: непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость. Критерии. Интегрирование и дифференцирование. Эйлеровы интегралы.	Проверка домашнего задания
15	Кратные интегралы	Понятие площади. Квадрируемые фигуры. Объем. Мера Жордана. Определение и простейшие свойства кратных интегралов. Сведение кратного интеграла к повторному. Замена переменных в кратном интеграле. Приложения кратных интегралов.	Проверка домашнего задания
16	Криволинейные	Кривые. Спрямолинейные кривые. Производная длины	Проверка

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
	и поверхностные интегралы	гладкой кривой. Криволинейные интегралы. Определение, примеры. Связь интегралов первого и второго рода. Простейшие свойства. Понятие поверхности. Касательная и нормаль. Ориентация. Площадь поверхности. Поверхностные интегралы первого и второго рода. Определения, примеры, свойства.	домашнего задания, устный опрос
17	Элементы теории поля	Скалярные и векторные поля. Основные дифференциальные операторы. Интегральные теоремы Гаусса – Остроградского, Грина, Стокса. Независимость криволинейного интеграла от кривой.	Проверка домашнего задания
18	Представление функций рядами	Степенные ряды. Определение. Радиус сходимости и формула Коши-Адамара. Алгебраические операции над рядами. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Разложение функций в степенной ряд. Ряд Тейлора. Теорема единственности. Разложение элементарных функций в степенные ряды. Определение ряда Фурье, основные задачи. Минимальное свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Бесселя. Лемма Римана. Интеграл Дирихле. Сходимость ряда Фурье в точке. Равномерная сходимость. Гладкость и скорость сходимости. Теорема Вейерштрасса об аппроксимации непрерывных функций. Сходимость в среднем ряда Фурье. Равенство Парсеваля. Разложение функций в ряд Фурье. Ряд Фурье для произвольного промежутка. Комплексная форма ряда Фурье. Преобразование Фурье. Определение и простейшие свойства. Представление функций интегралом Фурье. Приложения.	Проверка домашнего задания, устный опрос

2.3.2 Занятия семинарского типа не предусмотрены

2.3.3 Лабораторные занятия.

№ п/п	Наименование раздела	Тематика лабораторных занятий	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1	Функции и их графики	Множества. Операции над ними. Ограниченные множества. Точные грани. Функции: образ, прообраз, операции над функциями. Обратная функция. Построение графиков функций.	Контрольная работа
2	Предел	Бесконечно малые последовательности. Пре-	Устный

№ п/п	Наименование раздела	Тематика лабораторных занятий	Форма текущего контроля
		дел последовательности. Их свойства. Бесконечно малые функции. Предел функции. Их свойства. Вычисление пределов.	опрос, контрольная работа
3	Числовые ряды	Ряды. Необходимый признак сходимости ряда. Признак сравнения. Признаки Даламбера и Коши. Абсолютно и условно сходящиеся ряды.	Самостоятельная работа
4	Производная и ее применение	Производная. Техника вычисления производных. Производные высших порядков. Формула Тейлора. Исследование функций: монотонность, локальный экстремум, выпуклость; построение графика. Доказательство неравенств.	устный опрос, контрольная работа
5	Неопределенный интеграл	Таблица интегралов. Интегрирование заменой переменной, интегрирование по частям. Интегрирование основных классов функций: рациональных, тригонометрических, квазимногочленов, иррациональных. Техника вычисления интегралов	Устный опрос, Контрольная работа
6	Определенный интеграл	Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование заменой переменных и по частям. Приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы. Признаки сходимости. Абсолютная сходимость.	Самостоятельная работа
7	Функции многих переменных	Пространство R^n , нормы в R^n , шары. Сходимость в R^n . Классификация точек, открытые и замкнутые множества. Функции многих переменных. Композиция, обратное отображение. Вычисление пределов. Непрерывность. Равномерная непрерывность.	Устный опрос, контрольная работа
8	Дифференцируемые функции	Дифференцируемые функции. Частные производные, дифференциал. Дифференцируемость композиции. Производная по направлению. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. Теорема Лагранжа. Экстремумы функций многих переменных. Условный экстремум. Наибольшее и наименьшее значения непрерывных функций на компакте. Неявные функции	Устный опрос, самостоятельная работа, контрольная работа
9	Интегралы, зависящие от параметра	Интегралы, зависящие от параметра. Непрерывность, предельный переход, дифференцируемость, интегрируемость. Сходимость. Несобственные интегралы, зависящие от параметра.	Самостоятельная работа
10	Кратные интегралы	Повторные интегралы. Расстановка пределов интегрирования. Вычисление двойных интегралов сведением к повторным. Замена переменных. Тройные интегралы. Приложения кратных интегралов: вычисление площадей и	Контрольная работа

№ п/п	Наименование раздела	Тематика лабораторных занятий	Форма текущего контроля
		объемов.	
11	Криволинейные и поверхностные интегралы	Криволинейные интегралы. Поверхностные интегралы. Касательная плоскость. Теория поля. Приложение криволинейных и поверхностных интегралов.	Устный опрос, самостоятельная работа
12	Представление функций рядами	Функциональные ряды. Равномерная сходимость последовательностей и рядов. Признак Вейерштрасса. Степенные ряды. Разложение функций в ряд Тейлора. Ряды Фурье.	Контрольная работа

2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов) курсовые работы не предусмотрены.

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Проработка учебного (теоретического) материала	«Методические указания по организации самостоятельной работы студентов», утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры, протокол № 1 от 31 августа 2017 г.
2	Выполнение домашних заданий (решение задач)	«Методические указания по организации самостоятельной работы студентов», утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры, протокол № 1 от 31 августа 2017 г.
3	Подготовка к текущему контролю	«Методические указания по организации самостоятельной работы студентов», утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры, протокол № 1 от 31 августа 2017 г.
4	Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	«Методические указания по организации самостоятельной работы студентов», утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры, протокол № 1 от 31 августа 2017 г.
5	Коллоквиум	«Методические указания по организации самостоятельной работы студентов», утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры, протокол № 1 от 31 августа 2017 г.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,

- в форме электронного документа.
- Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
- в печатной форме,
- в форме электронного документа,

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3 Образовательные технологии

При изучении данного курса используются как традиционные лекции и лабораторные занятия, так и современные интерактивные образовательные технологии.

Цель лабораторных занятий – научить студента применять полученные на лекциях теоретические знания к решению и исследованию конкретных задач. В каждом семестре проводятся контрольные работы для проверки усвоения материала студентами.

К образовательным технологиям также относятся интерактивные методы обучения. Интерактивность подачи материала по дисциплине «Математический анализ» предполагает не только взаимодействия вида «преподаватель - студент» и «студент - преподаватель», но и «студент - студент». Все эти виды взаимодействия хорошо достигаются при изложении материала, как на лекционных и на лабораторных занятиях в ходе дискуссий. Также используются лекции-визуализации

Дискуссия

Возможность дискуссии предполагает умение высказать собственную идею, предложить свой путь решения, аргументировано отстаивать свою точку зрения, связно излагать мысли. Полезны следующие задания: составление плана решения задачи, поиск другого способа решения, сравнение различных способов решения, проведение выкладок для решения задачи и выкладок для проверки правильности полученного решения, рассмотрение задач с лишними и недостающими данными.. Студентам предлагается проанализировать варианты решения, высказать своё мнение. Основной объём использования интерактивных методов обучения реализуется именно в ходе дискуссий, как на лекционных, так и на лабораторных занятиях.

Общие вопросы, которые выносятся на дискуссию:

1. Составления плана доказательства утверждения или решения задачи.
2. Определение возможных способов доказательства утверждения или поиск различных способов решений задачи.
3. Выбор среди рассматриваемых способов наиболее рационального.
4. Обсуждение логической составляющей в формулировке той или иной теоремы, а также обсуждение возможности построения иллюстрирующих ее примеров и контр-примеров.

Лекция-визуализация.

В данном типе лекции передача преподавателем информации студентам сопровождается показом различных рисунков, структурно-логических схем, опорных конспектов, диаграмм и т. п. (например, с помощью слайдов) .

Всего учебным планом предусмотрено 108 часов в интерактивной форме

Се- местр	Вид занятия	Используемые интерактивные образовательные технологии	Количе- ство ча- сов
1	Лекционные занятия	Дискуссия «Множество вещественных чисел»	4
		Лекция-визуализация «Функция, основные понятия»	4
		Лекция-визуализация «Асимптотика основных элементарных функций»	4
		Дискуссия «Свойства непрерывных функций»	4
		Лекция-визуализация «Периодические функции»	2
	Лабораторные занятия	Дискуссия на тему: «Границы, грани»	2
		Дискуссия на тему: «Бесконечно малые последовательности»	2
		Дискуссия на тему: «Бесконечно малые функции»	2
		Дискуссия на тему: «Асимптотика функций»	4
		Дискуссия на тему: «Методы вычисления пределов функции»	8
2	Лекционные занятия	Лекция-визуализация «Основные понятия дифференциального исчисления»	2
		Лекция-визуализация «Основные теоремы дифференциального исчисления»	4
		Лекция-визуализация «Исследование функции (монотонность, выпуклость)»	4
		Лекция-визуализация «Приложения определенных интегралов»	4
		Лекция-визуализация «Несобственный интеграл»	4
	Лабораторные занятия	Дискуссия на тему: «Формула Тейлора	2
		Дискуссия на тему: «Исследование функций»	4
		Дискуссия на тему: «Методы интегрирования»	6
		Занятие с использованием слайдов: «Приложения определенных интегралов»	4
		Дискуссия на тему «Несобственный интеграл»	2
3	Лабораторные занятия	Дискуссия на тему: «Дифференцируемость функций многих переменных»	4
		Занятие с использованием слайдов: «Экстремумы функций многих переменных»	4
		Дискуссия на тему: «Кратные интегралы»	6
		Занятие с использованием слайдов: «Приложения кратных интегралов»	4
4	Лабораторные	Дискуссия на тему: «Криволинейные интегралы»	6

	занятия	Дискуссия на тему: «Поверхностные интегралы »	4
		Дискуссия на тему: «Ряды Фурье»	8
<i>Итого:</i>			108

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций со студентом при помощи электронной информационно-образовательной среды ВУЗа.

4 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Учебная деятельность проходит в соответствии с графиком учебного процесса. Процесс самостоятельной работы контролируется во время аудиторных занятий и индивидуальных консультаций.

Оценочными средствами дисциплины являются средства текущего контроля (коллоквиумы, контрольные работы, а также на лабораторных занятиях – ответ у доски и проверка домашних заданий) и итоговая аттестация (зачет, экзамен).

4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущей аттестации

Образцы контрольных работ

1 семестр

Контрольная работа на тему «Графики функций»

1. Построить эскизы графиков функций:

$$1) y = \frac{x(x+1)}{(x+2)(x+3)}; \quad 2) y = \frac{x(x-1)}{(x+3)}; \quad 3) y = \sqrt{x(x+2)(3-x)};$$

$$4) y = \frac{1}{3x-2}; \quad 5) y = \ln \frac{x+2}{x-1}; \quad 6) y = x^2 \cos x$$

2. $f(x) = |\lg x|$. Найти $f(1)$, $f([10; 100])$, $f^{-1}(-2)$, $f^{-1}([1; 3])$.

3. $f(x) = \ln x$, $g(x) = \frac{1}{x^2-1}$. Найти $f \circ f$, $g \circ g$, $f \circ g$ и $g \circ f$. Указать их области определения.

4. Представить $f(x) = \sqrt{\arccos x^2}$ в виде композиции $g_1 \circ g_2 \circ g_3$. Найти область определения.

5. Имеет ли $f(x) = 2x - x^2$ обратную на $D(f)$? Найти f^{-1} на $(-\infty; 1)$.

Контрольная работа на тему «Предел»

1. Вычислить пределы:

$$1) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^2} \right); \quad 2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x-2)^5 (2x-5)^4}{(x+1)^6 (3x-4)^3}; \quad 3) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{6-x}-1}{3-\sqrt{x+4}};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{(x+2)(x-3)} - x); \quad 5) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (2x \operatorname{tg} x - \frac{\pi}{\cos x}); \quad 6) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\left(\frac{\pi}{2} - x\right)^2};$$

$$7) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x+3}\right)^{\frac{x(x+2)}{x+1}}; \quad 8) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + \sin x}{1 + \operatorname{tg} x}\right)^{\frac{1}{x}}; \quad 9)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sin \sqrt{x+1} - \sin \sqrt{x})$$

Самостоятельная работа по теме «Числовые ряды»

1. Исследовать сходимость числовых рядов

$$а) \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \sin \frac{\pi}{3^n} \quad б) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 - 2n + 2} \quad в) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{n^2+4n+5} \quad г)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{n+2}\right)^2$$

$$д) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n (2n+1)!} \quad е) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} n}{n\sqrt{n^2+n+1}} \quad ж) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln\left(1 + \frac{1}{n^2}\right)}{\sqrt[3]{n^2+1}}$$

2 семестр

Контрольная работа на тему «Приложения дифференциального исчисления»

1. Исследовать функцию и построить график: а) $y = \frac{x(x+2)}{(x-1)^2}$; б) $y = \sqrt{x} \ln x$.

2. Найти предел, используя формулу Тейлора: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \sqrt{1-x^2}}{\sin x - x}$.

3. Написать разложение по формуле Маклорена до x^3 . Остаточный член записать в форме Пеано и в форме Лагранжа: $y = x \ln(x+1)$.

Контрольная работа на тему «Неопределенный и определенный интеграл»

1. Вычислить

$$1) \int \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}} \quad 2) \int x^2 \operatorname{arctg} x dx \quad 3) \int \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx \quad 4) \int \frac{(2x+5)dx}{\sqrt{x^2+4x+7}}$$

$$5) \int \frac{x^4 dx}{(x^3+1)} \quad 6) \int_0^1 \frac{e^{2x} + 2e^x}{e^{2x} + 1} dx \quad 7) \int_1^4 \frac{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[4]{x}}{\sqrt{x}} dx$$

2. Найти длину дуги кривой $x = a \sin^3 t, y = a \cos^3 t, 0 \leq t \leq \pi$

3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x, y = \frac{1}{x}, x = 3$

3 семестр

Контрольная работа на тему «Функции нескольких переменных»

1. Определяет ли функция норму в пространстве R^2 ?

$$1) f(x) = |x_2| + 2|x_1|,$$

$$2) f(x) = |x_2 x_1|$$

Построить единичный шар с центром в точке $(2; 1)$ в соответствующей норме.

2. Найти внутренние, внешние, граничные и предельные точки множества:

$$1. (0; 3) \cup [4; 5] \cup \{-1\};$$

$$2. \{(x; y) : x^2 + y^2 \geq 1\}.$$

3. Сходятся ли последовательности при $k \rightarrow \infty$:

$$1) \left(\frac{\sin k}{k}, \frac{k+2}{k}, \cos \frac{1}{k} \right) \text{ в } R^3;$$

$$2) \left(\frac{1}{k}, \frac{2}{k^2}, \dots, \frac{n}{k^n} \right) \text{ в } R^n;$$

$$3) (k; 1; 1) \text{ в } R^3.$$

4. Найти область определения функции $f(x, y) = \ln x - \ln \sin y$.

5. Найти $f^{-1}(1)$, при отображении $f(x, y) = xy$.

6. Найти, если возможно, $f \circ g$ и $g \circ f$: $f(x_1, x_2, x_3) = \begin{pmatrix} x_1^2 - x_3 \\ x_2^2 + x_1 \end{pmatrix}$, $g(u_1, u_2) = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$.

7. Вычислить: 1) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} (1 + xy^2)^{\frac{1}{x^2 + y^2}}$; 2) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \left(x \sin \frac{1}{y} + y \sin \frac{1}{x} \right)$.

8. Найти значение параметра a , при котором функция будет непрерывной

$$f(x, y) = \begin{cases} x^3 + y^3, & x + y \neq 0 \\ a, & x + y = 0 \end{cases}$$

Контрольная работа на тему «Дифференцируемость функций нескольких переменных»

1. Проверить дифференцируемость функции в точке. Выписать матрицу Якоби и дифференциал.

$$а) f(x, y) = 3x^2 + 2x^2 y^3 \text{ в } (0, 0); \text{ б) } f(x) = \begin{pmatrix} 3 \sin x \\ 5x^3 \end{pmatrix} \text{ в } 0;$$

2. Найти значение первого дифференциала функции $f(x, y) = \sqrt[3]{x^2 - y^2}$ в точке $(1, 2)$ на векторе $h = (0, 1, 0, 1)$. Найти $\text{grad } f(1, 2)$.

3. Исследовать на экстремум функцию $f(x, y) = \frac{8}{x} + \frac{x}{y} + y$.

4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x, y) = x^2 - 2y + 3$ в области $D = \{y - x \leq 1, x \leq 0, y \geq 0\}$.

5. Для функции $z(x, y)$ найти $\frac{\partial z(1, 4)}{\partial x}$, $\frac{\partial z(1, 4)}{\partial y}$, если $z(1, 4) = 2$ и $16 - z^3 - xyz = 0$.

6. Преобразовать выражение к новым переменным u и v : $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 4x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - \frac{1}{x} \frac{\partial z}{\partial x}$,

$$u = x^2 + y, v = -x^2 + y.$$

Контрольная работа на тему «Кратные интегралы»

1 Расставить пределы интегрирования (двумя способами): $\iint_D f(x, y) dx dy$,

$$D: |x| + |y| \leq 1.$$

2. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V xy^2z^3 dx dy dz$, V ограничена поверхностями $z = x^2 + y^2$, $z = 0$, $x = y$, $x = 1$.
3. Вычислить с помощью двойного интеграла площадь области, ограниченной линиями: $y = x^2$, $y = 0,5x^2$, $y = 2x$.
4. В интеграле $\iint_G f(x, y) dx dy$ перейти к полярным координатам:
 $G = \{x^2 + y^2 \leq 2x; x \leq y\}$.

4 семестр

Контрольная работа на тему «Криволинейные и поверхностные интегралы»

1. Вычислить интеграл, $\int_{\Gamma} x^2 ds$, где Γ – кривая $x^2 + y^2 = a^2$, $y \geq 0$.
2. Вычислить а) непосредственно; б) по формуле Грина $\int_{\Gamma} (x^2 - 2xy) dx + (x - 2y)^2 dy$, где Γ – граница прямоугольника $x = 0$, $x = 2$, $y = 0$, $y = 1$, пробегаемая в положительном направлении.
3. Вычислить $\iint_{\Phi} (x^2 + y^2 + z^2) dS$, где Φ – сфера $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$
4. Вычислить интеграл $\iint_{\Phi} x^6 dy dz + y^4 dz dx + z^2 dx dy$, где Φ – внешняя сторона поверхности $x^2 + y^2 = z$, $z \leq 1$.
5. Найти угол между $\operatorname{rot} \vec{a}(M_1)$ и $\operatorname{rot} \vec{a}(M_2)$,
 $\vec{a} = (x^2 + y^2)\vec{i} + (z^2 + y^2)\vec{j} + (x^2 + z^2)\vec{k}$, $M_1(1, 2, 3)$, $M_2(1, 1, -1)$.

Контрольная работа на тему «Функциональные ряды. Представление функций рядами»

1. Исследовать ряды на равномерную сходимость:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} 2^{-n} \cos \pi nx$, $x \in \mathbb{R}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2+x)^n \cos^2 nx}{\sqrt{n^3 + x^4}}$, $-3 \leq x \leq -1$,

2. Найти радиус и интервал сходимости рядов и исследовать сходимость в концах интервала сходимости:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}} \frac{x^n}{3^n}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n^4 + 3}{n^3 + 4n}} (x + 2)^n$

3. Разложить функцию в степенной ряд ($x_0 = 0$) $f(x) = \frac{5 - 2x}{x^2 - 2x - 3}$

4. Написать разложение в ряд Фурье а) $f(x) = \sin \frac{x}{2}$ $x \in (-\pi, \pi)$;

б) $f(x) = \arccos(\cos x)$

Коллоквиум (образцы заданий)

1 семестр

№1

1. Функция. Образ (точки и множества)

2. Бесконечно малые последовательности.
3. Критерий Коши существования предела функции.
4. Плотность множества рациональных чисел (доказать).

№2

1. Определение $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} x_n$.
2. Монотонные последовательности.
3. Теорема о пределе композиции.
4. Бесконечно малые последовательности и их свойства (доказать 2 свойства).

2 семестр

№ 1.

Дать определения:

1. Дифференцируемая в точке функция.
2. Возрастающая функция.
3. Точка перегиба.

Сформулировать:

1. Признак Коши сходимости числовых рядов.
2. Дифференцируемость и производная.
3. Теорема Лагранжа.
4. Необходимое условие экстремума.

Вывести формулу производной $\sin x$.

№ 2.

Дать определения:

1. Производная функции в точке.
2. Убывающая функция.
3. Выпуклая вниз функция.

Сформулировать:

1. Необходимый признак сходимости.
2. Теорема о наилучшей локальной аппроксимации.
3. Теорема Ролля.
4. Достаточное условие экстремума.

Вывести формулу производной $\ln x$.

3 семестр

№ 1.

Дать определение понятий:

1. Открытый шар.
2. Внутренняя точка
3. Замкнутое множество
4. Равномерная непрерывность функции
5. Дифференцируемое в точке отображение
6. Частная производная

Сформулировать утверждения:

7. Равносильность определения предела по Коши и Гейне
8. Достаточные условия дифференцируемости
9. Дифференцирование функциональных рядов

№ 2.

Дать определение понятий:

1. Окрестность в R^n .
2. Граничная точка
3. Открытое множество
4. Непрерывное отображение
5. Дифференцируемое в точке отображение
6. Градиент

Сформулировать утверждения:

7. Теорема Кантора
8. Критерий Коши существования предела функции
9. Формула Лагранжа

4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Примерные вопросы к экзамену:

1 семестр

1. Бесконечные десятичные дроби.
2. Аксиома полноты.
3. Ограниченные множества. Границы множеств.
4. Точные грани. Существование точной верхней и нижней грани.
5. Аксиома Архимеда. Плотность множества рациональных чисел.
6. Функции. Образ. Прообраз. Композиция. График.
7. Операции над функциями. Обратная функция.
8. Бесконечно малые последовательности. Свойства бесконечно малых последовательностей.
9. Предел последовательности. Единственность предела.
10. Свойства предела, связанные с алгебраическими операциями.
11. Свойства предела, связанные с неравенствами.
12. Монотонные последовательности. Критерий существования предела монотонной последовательности.
13. Фундаментальные последовательности. Критерий Коши.
14. $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$, $\liminf_{n \rightarrow \infty} x_n$.
15. Неравенство Бернулли.
16. Второй замечательный предел. Число e .
17. Теорема о вложенных и стягивающихся отрезках.
18. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
19. Бесконечно малые функции. Свойства бесконечно малых функций.
20. Предел функции. Его единственность.
21. Свойства предела функции, связанные с алгебраическими операциями.
22. Свойства предела функции, связанные с неравенствами.
23. Предел композиции.
24. Эквивалентность предела по Коши и Гейне.
25. Монотонные функции. Критерий существования предела монотонной функции.
26. Критерий Коши существования предела функции.
27. Односторонние пределы.
28. Сравнение функций (o , O , эквивалентность).
29. Существование корня n -ой степени.
30. Определение показательной функции. Характеристические свойства.
31. Множество значений показательной функции. Логарифмическая функция.

32. Первый замечательный предел и асимптотика тригонометрических функций.
33. Асимптотика логарифма при $x \rightarrow 1$.
34. Асимптотика a^x и $(1+x)^\alpha$ при $x \rightarrow 0$.
35. Асимптотика a^x при $x \rightarrow \infty$ и $\log x$ при $x \rightarrow \infty$ и $x \rightarrow 0$.
36. Непрерывные функции. Простейшие свойства.
37. Непрерывность основных элементарных функций.
38. Теорема о существовании корня. Следствие из нее.
39. Теорема Вейерштрасса.
40. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.
41. Условие непрерывности монотонной функции.
42. Критерий обратимости непрерывной функции.
43. Периодические функции. Периоды непрерывных функций.
44. Множество периодов периодической функции.

2 семестр

1. Числовой ряд. Критерий сходимости. Необходимый признак сходимости.
2. Признак сравнения сходимости ряда и следствия из него.
3. Гармонический ряд и геометрическая прогрессия.
4. Признак Даламбера сходимости числовых рядов.
5. Признак Коши сходимости числовых рядов.
6. Абсолютная и условная сходимость. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница.
7. Дифференцируемые функции. Дифференциал.
8. Производная. Дифференцируемость и производная.
9. Геометрический смысл производной. Касательная.
10. Теорема о наилучшей локальной аппроксимации.
11. Дифференцируемость и алгебраические операции.
12. Дифференцируемость композиции.
13. Дифференцируемость обратной функции.
14. Дифференцируемость элементарных функций.
15. Теорема Ферма.
16. Теорема Лагранжа.
17. Формула Коши.
18. Теорема Ролля.
19. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.
20. Критерий монотонности.
21. Критерий строгой монотонности.
22. Критерий постоянства функции.
23. Локальный экстремум.
24. Выпуклые функции.
25. Критерий выпуклости дифференцируемой функции.
26. Критерий выпуклости дважды дифференцируемой функции.
27. Первообразная. Неопределенный интеграл.
28. Замена переменной в неопределенном интеграле.
29. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
30. Разложение рациональных функций на простейшие дроби.
31. Интегрирование простейших дробей.
32. Интегрирование тригонометрических функций.
33. Интегрирование квазимногочленов.
34. Определенный интеграл.
35. Свойства определенного интеграла (линейность, положительность)

36. Свойства определенного интеграла (положительность и следствия из нее).
37. Вычисление площади криволинейной трапеции.
38. Приближенное вычисление интеграла. Формула прямоугольников.
39. Интегральные суммы Римана.
40. Формула трапеций.
41. Несобственный интеграл (по бесконечному промежутку).
42. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла (по бесконечному промежутку).
43. Критерий сходимости несобственного интеграла для $f(x) \geq 0$.
44. Признак сравнения сходимости несобственного интеграла и следствия из него.
45. Несобственный интеграл от неограниченной функции.
46. Функциональные последовательности и ряды.
47. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости ряда.
48. Непрерывность предела последовательности непрерывных функций.
49. Интегрирование функциональных рядов.
50. Дифференцирование функциональных рядов.

3 семестр

1. Линейное пространство R^n . Норма. Шары и окрестности в R^n .
2. Сходимость в R^n .
3. Типы точек.
4. Открытые и замкнутые множества в R^n .
5. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
6. Критерий Коши сходимости последовательности.
7. Теорема Кантора.
8. Лемма Бореля-Лебега.
9. Необходимое и достаточное условие компакта в R^n .
10. Предел функции многих переменных.
11. Предел композиции.
12. Свойства предела функции, связанные с алгебраическими операциями.
13. Свойства предела функции, связанные с неравенствами.
14. Критерий Коши существования предела функции.
15. Равносильность определения предела по Коши и Гейне.
16. Непрерывные отображения.
17. Непрерывные отображения компактов.
18. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.
19. Дифференцируемое отображение.
20. Частные производные. Связь с дифференцируемостью.
21. Производная композиции.
22. Производная по направлению.
23. Формула Лагранжа.
24. Частные производные высших порядков. Равенство смешанных производных.
25. Формула Тейлора.
26. Теорема существования неявной функции.
27. Теорема дифференцирования неявной функции.
28. Теорема об обратной функции.
29. Экстремумы функций многих переменных. Лемма Ферма.
30. Достаточные условия экстремума стационарной точки.
31. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.
32. Площадь. Основные свойства.

33. Верхняя площадь и ее свойства.
34. Построение площади.
35. Критерий квадратуемости.
36. Собственный интеграл, зависящий от параметра. Непрерывность и дифференцируемость.
37. Интегрируемость собственного интеграла, зависящего от параметра.
38. Интеграл, зависящий от параметра (общий случай).
39. Регулярные области. Двойной интеграл.
40. Равенство повторных интегралов.
41. Свойства двойного интеграла.
42. Интегральные суммы Римана.
43. Замена переменной в двойном интеграле.
44. Тройной интеграл.
45. Замена переменных в тройном интеграле. Сферические, цилиндрические координаты.

4 семестр

1. Понятие кривой. Спрямолинейная кривая.
2. Длина кривой. Спрямолинейность гладкой кривой.
3. Криволинейный интеграл первого рода.
4. Криволинейный интеграл второго рода.
5. Поверхности. Касательный вектор, касательная плоскость и нормаль.
6. Ориентация поверхности.
7. Площадь поверхности.
8. Поверхностные интегралы первого рода.
9. Поверхностные интегралы второго рода.
10. Элементы теории поля.
11. Теорема Остроградского-Гаусса.
12. Формула Стокса.
13. Потенциальное поле. Условие потенциальности.
14. Степенные ряды. Теорема о радиусе сходимости.
15. Интегрирование степенных рядов.
16. Дифференцирование степенных рядов.
17. Представление функций степенными рядами.
18. Достаточные условия представления функций степенными рядами.
19. Разложение элементарных функций в ряд Тейлора.
20. Тригонометрические ряды. Ряды Фурье. Коэффициенты Фурье.
21. Интеграл от периодической функции.
22. Вычисление суммы косинусов.
23. Лемма Римана-Лебега.
24. Неравенство Бесселя.
25. Интеграл Дирихле.
26. Сходимость ряда Фурье в точке.
27. Разложение в ряд Фурье функции, заданной на произвольном промежутке.
28. Разложение функции только по синусам или только по косинусам.
29. Равномерная сходимость ряда Фурье.
30. Оценка скорости сходимости.
31. Дифференцирование рядов Фурье.
32. Интегрирование рядов Фурье.
33. Теорема Вейерштрасса (аппроксимация тригонометрическими многочленами).
34. Теорема Вейерштрасса (аппроксимация многочленами).

35. Полнота тригонометрической системы и системы степеней в смысле равномерной сходимости.
36. Полнота тригонометрической системы и системы степеней в смысле средне-квадратического приближения.
37. Минимальное свойство коэффициентов Фурье.
38. Равенство Парсеваля.
39. Ортогональные системы.
40. Скалярное произведение и его свойства.
41. Неравенство Коши-Буняковского. Теорема Пифагора.
42. Ряд Фурье по произвольной тригонометрической системе.
43. Минимальное свойство частичных сумм ряда Фурье (по произвольной системе).
44. Комплексная форма рядов Фурье.
45. Интеграл Фурье и преобразование Фурье.
46. Представление функции своим интегралом Фурье.
47. Свойства преобразования Фурье.
48. Применение преобразования Фурье.

Типовые задачи, выносимые на экзамен

1 семестр

1 вариант

1. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - 1}{x(e^{3x} - \sqrt{4x + 1})}$
2. Изобразить эскиз графика функции $y = \frac{(1-x)(x+1)}{(x+3)(x-2)}$

2 вариант

1. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - \operatorname{tg} 5x}{1 - \sqrt{4x + 1}}$
2. Изобразить эскиз графика функции $y = \frac{(1+x)(x+2)}{(x-3)(x-2)}$

2 семестр

1 вариант

1. Исследовать функцию и построить график $y = 2x^4 - x^2 - 1$.
2. Вычислить $\int \sin^2 x \cos^2 x dx$

2 вариант

1. Исследовать функцию и построить график $y = x - \ln(x + 1)$.
2. Вычислить $\int \frac{dx}{x + x^2}$

3 семестр

1 вариант

1. Исследовать на экстремум функцию: $z = x^3 + y^3 - 3xy - 2$.
2. Вычислить $\int_{\Gamma} y dx + x dy$, где Γ – отрезок, соединяющий точки $A(0;0)$ и $B(1;2)$.

2 вариант

1. Исследовать на экстремум функцию: $z = 3(x^2 + y^2) - x^3 + 6y + 3$;
2. Вычислить $\iint_D (2x + y) dx dy$, где D – область, ограниченная линиями $y = x$, $y = 3x$, $x = 2$, $x = 3$.

4 семестр

1 вариант

1. Найти радиус и интервал сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2} x^n$
2. Разложить функцию в ряд Фурье $f(x) = \sin \frac{x}{2}$, $x \in (-\pi, \pi)$

2 вариант

1. Найти радиус и интервал сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}} \frac{x^n}{3^n}$
2. Разложить функцию в ряд Фурье $f(x) = 1 - \frac{x}{2}$, $x \in (-\pi, \pi)$

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

Критерии оценивания по промежуточной аттестации

Зачет выставляется по результатам работы студента в течение семестра. Отметка «зачтено» выставляется студентам, которые регулярно посещали занятия, выполняли домашние работы, написали контрольные работы на положительные оценки. Отметка «незачтено» выставляется студентам, которые пропустили более 60 % занятий и написали контрольные работы на неудовлетворительные оценки.

Оценивание ответа на экзамене, осуществляется по следующим критериям.

Оценка **«отлично»** выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач;

Оценка **«хорошо»** выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;

Оценка **«удовлетворительно»** выставляется студенту, показавшему разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы в некотором объеме, необходимом для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

Оценка **«неудовлетворительно»** выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач.

5 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

5.1 Основная литература:

1. Берман, Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа [Электронный ресурс] : 2018-07-12 / Г.Н. Берман. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2018. — 492 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/107905>
2. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт. Том 1 [Электронный ресурс] : учебник / Г.М. Фихтенгольц. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2018. — 608 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/100938>
3. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт. Том 2 [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2016. — 800 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/71769>
4. . Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт. Том 3 [Электронный ресурс] : учебник / Г.М. Фихтенгольц. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 656 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/409>
5. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М.: Физматлит, 2012. – 496 с. http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&p11_id=2226
6. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды. М.: Физматлит, 2009. – 504 с. http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&p11_id=2227

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах «Лань» и «Библиоклуб».

5.2 Дополнительная литература:

1. Афанасьева Т. Н., Барсукова В. Ю., Бачурская А. Ф., Засядко О. В., Цалюк М. В. Практикум по математическому анализу (Функции и графики): учебное пособие для студентов 1 курса факультета математики и компьютерных наук КубГУ /, - 2-е изд. - Краснодар, 2013. - 87 с.
2. Барсукова В. Ю., Цалюк З. Б. Математический анализ : учебное пособие для студентов 2 курса факультета математики и компьютерных наук. Ч. 2 / Фак. математики и компьютерных наук Кубанского гос. ун-та. - Краснодар : [Просвещение-Юг], 2014. - 72 с. (50 экз.)
3. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 3. Функции нескольких переменных. М.: Физматлит, 2003. – 472 с. (<https://e.lanbook.com/book/2220>).
4. Никольский С.М. Курс математического анализа. М.: Физматлит, 2001. – 591 с. <https://e.lanbook.com/book/2270>
5. Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа. Т.1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды: Учебник [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2015. — 444 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/71994>.
6. Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа. Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2010. — 424 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2225>

6 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Естественно-научный портал - <http://en.edu.ru/>
2. образовательный математический сайт. -<http://old.exponenta.ru/>

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной систематизированный материал, лабораторных занятий, в ходе которых студентами приобретаются и закрепляются основные практически навыки решения различных задач, в том числе с применением полученных теоретических знаний.

Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине. Самостоятельная работа студентов является неотъемлемой частью процесса подготовки. Под самостоятельной работой понимается часть учебной планируемой работы, которая выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа направлена на усвоение системы научных и профессиональных знаний, формирования умений и навыков, приобретение опыта самостоятельной творческой деятельности. СРС помогает формировать культуру мышления студентов, расширять познавательную деятельность.

Виды самостоятельной работы по курсу:

а) по целям: подготовка к лекциям, к практическим занятиям, к контрольной работе, к коллоквиуму; подготовка научного доклада и выполнение заданий по НИР.

б) по характеру работы: изучение литературы, конспекта лекций; поиск литературы в библиотеке; конспектирование рекомендуемой для самостоятельного изучения научной литературы; решение задач, тестов; работа с обучающими и контролирующими программами.

Тематическое планирование самостоятельной работы студентов

Раздел	Тема	Содержание вопросов темы	Вид работы
1	Введение в анализ	Множества и операции над ними. Функции. Классы функций. Операции: сужение, композиция, алгебраические операции. Определение множества действительных чисел. Ограниченные множества. Точная верхняя и нижняя грань. Арифметические операции над числами. Аксиома непрерывности.	Поиск необходимой информации (см. список литературы). Решение задач.
2	Предел функции	Бесконечно малые последовательности и их свойств. Предел последовательности. Свойства предела: единственность, алгебраические операции, неравенства. Свойства: алгебраические операции, неравенства, композиция. Эквивалентность определений предела по Коши и по Гейне. Критерии существования предела последовательности. Критерии существования $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$. Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые. Понятие об асимптотике и асимптотическом разложении.	Поиск необходимой информации. Изучение лекционного материала. Конспектирование. Решение задач.
3	Простейшие элементарные функции	Тригонометрические функции. Асимптотика. Определение a^x для рациональных и иррациональных x . Свойства. Асимптотика.	Повторение лекционного материала и материала учебников. Подготовка к контрольной работе
4	Гармонические ряды	Критерий сходимости, признак сравнения. Ряды с положительными членами. Признаки Коши и Даламбера. Абсолютно и условно сходящиеся ряды.	Поиск необходимой информации. Решение задач.
5	Непрерывные функции	Непрерывность элементарных функций. Принцип вложенных отрезков. Принцип Больцано-Вейерштрасса. Свойства непрерывных на замкнутом отрезке функций. Точки разрыва, непрерывность монотонной функции. Непрерывность обратной функции. Периодическое продолжение. Свойства периодов.	Изучение лекционного материала и материала учебников.
6	Дифференцируемые функции	Дифференцируемость и производная. Теорема о наилучшей локальной аппроксимации. Теоремы о производных: алгебраические операции, композиция, обратная функция. Производные элементарных функций (вывод по определению). Производные и дифференциалы высших порядков. Теорема Ферма, Лагранжа (теорема Ролля). Формула Тейлора. Разложение элементарных функ-	Поиск необходимой информации. Решение задач. Подготовка к контрольной работе

Раздел	Тема	Содержание вопросов темы	Вид работы
		ций.	
7	Приложения дифференциального исчисления	Монотонность. Локальный экстремум. Выпуклость. Неравенства. Решение уравнений.	Изучение и повторение лекционного материала и материала учебников. Решение задач.
8	Неопределенный интеграл	Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Основные методы интегрирования. Таблица интегрирования. Интегрирование элементарных функций (рациональные, тригонометрические, квазиполиномы).	Поиск необходимой информации (см. список литературы). Решение задач.
9	Определенный интеграл	Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Свойства интеграла. Замена переменных в определенном интеграле. Приближенное вычисление интегралов. Формула прямоугольников, трапеций, Симпсона. Оценка погрешности. Интегральные суммы Римана. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме. Интегральный признак сходимости числового ряда.	Поиск необходимой информации. Изучение лекционного материала. Конспектирование.
10	Несобственные интегралы.	Интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций. Свойства несобственных интегралов. Критерий Коши. Абсолютная и условная сходимость. Признаки сходимости.	Повторение лекционного материала и материала учебников. Подготовка к контрольной работе
11	Функциональные последовательности и ряды.	Критерий Коши равномерной сходимости. Непрерывность предела равномерно сходящейся последовательности непрерывных функций. Интегрируемость и дифференцируемость предельной функции. Функциональный ряд и область его сходимости. Равномерная сходимость. Необходимый и достаточный признак равномерной сходимости. Признак Вейерштрасса.	Поиск необходимой информации. Подготовка к контрольной работе
12	Функции нескольких переменных	Скалярное произведение, норма, сходимость. Критерий Коши. Непрерывные функции. Свойства непрерывных на компакте функций. Пространство непрерывных функций.	Изучение лекционного материала и материала учебников.
13	Дифференцируемость функций нескольких переменных	Связь дифференцируемости с частными производными. Свойства дифференцируемости: $f + g$, cf , $f \circ g$. Формула конечных приращений. Производная по направлению. Градиент. Производные и дифференциалы высших порядков. Равенство смешанных	Поиск необходимой информации. Решение задач. Подготовка к контрольной работе

Раздел	Тема	Содержание вопросов темы	Вид работы
		производных. Формула Тейлора для $f: R \rightarrow R^n$ и $f: R^n \rightarrow R$. Теорема существования (метод последовательных приближений). Теорема о дифференцировании неявной функции. Теорема об обратной функции. Необходимые и достаточные условия экстремума. Метод Лагранжа.	
14	Интегралы, зависящие от параметра	Непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Критерии сходимости.	Изучение и повторение лекционного материала
15	Кратные интегралы	Мера Жордана. Свойства кратных интегралов. Сведение кратного интеграла к повторному. Замена переменных в кратном интеграле. Приложения кратных интегралов.	Поиск необходимой информации (см. список литературы). Решение задач.
16	Криволинейные и поверхностные интегралы	Свойства криволинейных и поверхностных интегралов. Криволинейные и поверхностные интегралы первого и второго рода.	Поиск необходимой информации. Изучение лекционного материала. Конспектирование.
17	Элементы теории поля	Интегральные теоремы Гаусса – Остроградского, Грина, Стокса. Независимость криволинейного интеграла от кривой.	Повторение лекционного материала и материала учебников. Подготовка к контрольной работе
18	Представление функций рядами	Радиус сходимости степенных рядов и формула Коши-Адамара. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Разложение функций в степенной ряд. Ряд Тейлора. Теорема единственности. Разложение элементарных функций в степенные ряды. Ряд Фурье. Минимальное свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Бесселя. Лемма Римана. Интеграл Дирихле. Теорема Вейерштрасса об аппроксимации непрерывных функций. Равенство Парсеваля. Разложение функций в ряд Фурье. Преобразование Фурье. Определение и простейшие свойства. Представление функций интегралом Фурье.	Поиск необходимой информации. Повторение лекционного материала и материала учебников. Решение задач. Подготовка к контрольной работе

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта

между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю) (при необходимости)

8.1. Перечень информационных технологий.

Использование презентаций при проведении лекционных занятий.

8.2 Перечень необходимого программного обеспечения

Программы для демонстрации и создания презентаций («Microsoft Power Point»).

8.3 Перечень необходимых информационных справочных систем

Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (<http://www.elibrary.ru/>)

9 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащённость
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, оснащённая презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук, ...) и соответствующим программным обеспечением (ПО)
2.	Лабораторные занятия	Специальное помещение, оснащённое учебной мебелью, доской, маркерами и мелом
3.	Групповые (индивидуальные) консультации	Аудитория (кабинет) оснащённая учебной мебелью, доской, маркерами и мелом
4.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Аудитория (кабинет) оснащённая учебной мебелью, доской, маркерами и мелом
5.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащённый компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.

Рецензия

на рабочую программу дисциплины «Математический анализ», предназна-
ченную для студентов специальности
01.05.01 Фундаментальные математика и механика

Математический анализ составляет основу подготовки квалифициро-
ванного специалиста в области математики. Изучение математического ана-
лиза необходимо для дальнейшего изучения всех дисциплин высшей матема-
тики и механики. Поэтому создание рабочей программы по данному курсу
является актуальным.

Рабочая программа дисциплины «Математический анализ» включает в
себя все необходимые структурные части. Учебная программа предусматри-
вает формирование у обучающихся математического аппарата, включающего
в себя математические знания, умения и навыки необходимые для дальней-
шей профессиональной деятельности. Все основные разделы программы
нашли свое отражение в перечне представленных в программе необходимых
знаний, умений и компетенций. Распределение времени, отводимого на изу-
чение различных разделов курса, включая самостоятельную работу, соот-
ветствует их трудоемкости.

Программа отвечает современным требованиям к обучению и отражает
современные тенденции в обучении и воспитании личности. Содержание ра-
бочей программы охватывает весь материал, необходимый для обучения сту-
дентов высших учебных заведений по специальности «Фундаментальные ма-
тематика и механика».

Содержание разделов, их разделение по видам занятий, и трудоемкость
в часах отвечают требованиям и целесообразности. Структура и содер-
жание курса взаимно дополняют друг друга. Также в программе приведены
примеры заданий для контрольных работ, билеты для экзаменов, перечень
основной и дополнительной литературы, доступной для обучающихся.

В целом, рабочая программа дисциплины «Математический анализ»
составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и отвечает современ-
ным требованиям к качественному образовательному процессу. Данная рабо-
чая программа может быть использована для обеспечения основной образо-
вательной программы по специальности подготовки 01.05.01 «Фундамен-
тальные математика и механика» по дисциплине «Математический анализ».

Рецензент

доктор физико-математических наук, доцент,
профессор кафедры математического
моделирования ФГБОУ ВО КубГУ



Павлова А.В.

Рецензия

на рабочую программу дисциплины «Математический анализ», предназначенную для студентов специальности
01.05.01 Фундаментальные математика и механика

Математический анализ находит применение во многих точных науках; многие важнейшие математические конструкции и методы описаны языком функционального анализа. Математический анализ составляет основу подготовки квалифицированного математика. На этой дисциплине базируется изучение многих дисциплин математики и механики. Поэтому создание рабочей программы по данному курсу является актуальным.

Представленная на рецензию программа описывает требования к уровню усвоения дисциплины, объем учебных часов и их распределение по формам занятий, требования к обязательному минимуму содержания программы, перечень литературы и пособий, формы контроля. Содержание теоретического материала дисциплины полно отражает необходимые знания для формирования компетенций по дисциплине. Материалы для самостоятельной учебной работы студентов содержат основные теоретические положения, необходимые для усвоения указанных тем. Задания для лабораторных работ представлены по всем темам дисциплины, содержат большое количество задач для формирования необходимых знаний, умений и навыков. Вопросы к экзамену охватывают весь материал, изучаемый студентами. Список рекомендуемой литературы содержит основные современные источники отечественных и зарубежных авторов. Критерии оценок по дисциплине отражают необходимые компетенции, которые должны быть сформированы у студентов.

Разработанная рабочая программа дисциплины «Математический анализ» соответствует требованиям ФГОС ВО и способствует качественному овладению обучающимися необходимыми компетенциями.

Считаю, что данная программа соответствует современному уровню подготовки специалистов по специальности 01.05.01 «Фундаментальные математика и механика» и может быть рекомендована для обеспечения основной образовательной программы по дисциплине «Математический анализ» для студентов специальности 01.05.01 «Фундаментальные математика и механика».

Рецензент

кандидат физ.-мат. наук,
доцент кафедры прикладной
математики ФГБОУ ВО «КУБГТУ»

Подпись: 
УДОСТОВЕРЯЮ
Начальник управления кадров
И.В. Реутская
« 20 » г.