

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Кубанский государственный университет»  
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по учебной работе,  
качеству образования – первый  
проректор

\_\_\_\_\_ Хагуров Т.А.  
подпись  
«27» апреля 2018г.



## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### Б1.В.ДВ.05.02 АСИМПТОТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

Направление подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) \_\_\_\_\_ Математическое моделирование \_\_\_\_\_

Программа подготовки \_\_\_\_\_ академическая \_\_\_\_\_

Форма обучения \_\_\_\_\_ очная \_\_\_\_\_


Квалификация (степень) выпускника \_\_\_\_\_ магистр \_\_\_\_\_

Рабочая программа дисциплины «АСИМПТОТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ» составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки **01.04.02 Прикладная математика и информатика** (уровень магистратуры), утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации № 911 от 28 августа 2015 г.


Программу составил:

Рубцов С.Е., канд. физ.-мат. наук, доцент., доцент кафедры математического моделирования КубГУ 

Рабочая программа дисциплины «Асимптотические методы» утверждена на заседании кафедры математического моделирования протокол № 11 «16» апреля 2018 г.

Заведующий кафедрой математического моделирования акад. РАН, д-р физ.-мат. наук, проф. Бабешко В.А. 

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета компьютерных технологий и прикладной математики протокол № 1 «20» апереля 2018 г.

Председатель УМК факультета  
канд. физ.-мат. наук, доцент Малыхин К.В. 

Рецензенты:

Евдокимова О.В., д-р физ.-мат. наук, зав. лабораторией математики и механики Южного научного центра РАН

Колотий А.Д., канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент кафедры прикладной математики КубГУ

## **1 Цели и задачи изучения дисциплины**

### **1.1 Цель освоения дисциплины**

Цели изучения дисциплины определены государственным образовательным стандартом высшего образования и соотнесены с общими целями ООП ВО по направлению подготовки «Прикладная математика и информатика», в рамках которого преподается дисциплина.

Данная дисциплина ставит своей **целью** изучение и освоение асимптотической теории, её приложений к задачам механики деформируемого твердого тела и механики жидкости и газа; формирование навыков самостоятельного использования слушателями математического аппарата асимптотической теории на всех стадиях научной и практической деятельности, включая этапы постановки задачи (включающей малый параметр), выбора адекватного асимптотического метода, анализа получаемой асимптотической модели.

### **1.2 Задачи дисциплины**

Основные **задачи** дисциплины:

- усвоение идей и методов асимптотической теории, необходимых для решения теоретических и прикладных задач;
- формирование практических навыков использования асимптотических методов при решении прикладных задач, при интерпретации полученных результатов исследования, при анализе реальных процессов физики, техники, экологии и др.

### **1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина «Асимптотические методы» относится к вариативной части учебного плана подготовки магистра, базируется на знаниях, полученных по стандарту высшего образования, и является необходимой для теоретической подготовки магистров по программе «Математическое моделирование».

Место курса в профессиональной подготовке магистра определяется ролью асимптотических методов в формировании высококвалифицированного специалиста в любой области знаний, использующей математические модели. Данная дисциплина является важным звеном в обеспечении магистра знаниями, позволяющими прикладнику успешно вести профессиональную деятельность в сфере построения решений различных задач механики деформируемого твердого тела, гидродинамики, экологии, тепломассопереноса, и механики разрушения. Имеется логическая и содержательно-методическая взаимосвязь с другими частями ООП ВО. Дисциплина «Асимптотические методы» связана с дисциплинами общенаучного цикла и другими дисциплинами вариативной части.

*Курсы обязательные для предварительного изучения:* математический анализ, дифференциальные уравнения, уравнения математической физики, комплексный анализ.

*Дисциплины, в которых используется материал данной дисциплины:* математические методы представления и анализа моделей, модели механики деформируемого твердого тела, математические модели механики разрушения, модели тепломассопереноса, интегральные уравнения, моделирование экологических процессов и систем.

#### 1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Изучение данной учебной дисциплины направлено на овладение обучающимися следующими компетенциями (ОК-1, ПК-1):

Код компетенции	Формулировка компетенции
ОК-1	способностью к абстрактному мышлению, анализу, синтезу
Знать	– основные понятия асимптотической теории; – асимптотические подходы к исследованию уравнений математической физики и интегральных уравнений; – современные тенденции развития асимптотических методов.
Уметь	– провести асимптотические исследования конкретных прикладных задач с целью выбора оптимальных путей их решения.
Владеть	– методологией применения асимптотических методов к исследованию научных и практических задач; – навыками анализа, сопоставления и обобщения результатов асимптотических исследований в предметной области.
ПК-1	способностью проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива
Знать	– способы использования асимптотических методов для решения научных и практических задач – принципы выбора асимптотических методов для изучения математических моделей
Уметь	– применять методы асимптотической теории к исследованию математической модели и оценки ее адекватности; – содержательно интерпретировать результаты.
Владеть	– основными асимптотическими методами для исследования и решения линейных и нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных и интегральных уравнений.

Процесс освоения дисциплины «Асимптотические методы» направлен на получения необходимого объема теоретических знаний, отвечающих требованиям ФГОС ВО и обеспечивающих успешное ведение магистром научно-исследовательской деятельности, владение методологией решения прикладных задач, а также на выработку умений применять на практике методы асимптотической теории.

## 2. Структура и содержание дисциплины.

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.

Вид учебной работы	Всего часов (семестр 3)
<b>Контактная работа, в том числе:</b>	<b>42,3</b>
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	<b>42</b>
Занятия лекционного типа	14
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)	–
Лабораторные занятия	28
<b>Иная контактная работа:</b>	
Контроль самостоятельной работы (КСР)	–

Вид учебной работы	Всего часов (семестр 3)
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,3
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>	<b>39</b>
Выполнение индивидуальных заданий	19
Проработка учебного (теоретического) материала	20
<b>Промежуточная аттестации (экзамен)</b>	<b>26,7</b>
<b>Общая трудоемкость час.</b>	<b>108</b>
<b>в том числе контактная работа</b>	<b>42,3</b>
<b>зач. ед.</b>	<b>3</b>

## 2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

№	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа		Внеаудиторная работа	
			Л	ЛР	Контроль	СР
1	Введение	6	1	2	2	1
2	Прямые разложения и источники неравномерностей.	18	3	6	3	6
3	Алгебраические уравнения.	11	1	2	4	4
4	Специальные функции	14	2	2	4	6
5	Приближенные методы оценки интегралов.	23	3	8	4	8
6	Асимптотические разложения в уравнениях колебаний.	16	2	4	4	6
7	Асимптотические разложения в краевых задачах. Метод сращивания асимптотических разложений.	19,7	2	4	5,7	8
Промежуточная аттестация (ИКР)		0,3	–	–	–	–
<b>Итого:</b>		<b>108</b>	<b>14</b>	<b>28</b>	<b>26,7</b>	<b>39</b>

## 2.3 Содержание разделов дисциплины:

### 2.3.1 Занятия лекционного типа

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	Введение	Разложения по степеням параметра или независимой переменной. Символы порядка. Асимптотические ряды. Асимптотические разложения и последовательности. Единственность асимптотических разложений. Сравнение сходящихся и асимптотических рядов. Простейшие действия над асимптотическими разложениями.	–
2	Прямые разложения и источники неравномерностей	Бесконечные области. Уравнение Дюффинга. Малый параметр при старшей производной. Пример уравнения второго порядка. Изменение типа дифференциального уравнения в частных производных. Наличие особенностей.	Опрос по результатам индивидуального задания

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
3	Алгебраические уравнения	Квадратные уравнения. Кубические уравнения. Уравнения высших порядков. Асимптотическое решение трансцендентных уравнений	Опрос по результатам индивидуального задания
4	Специальные функции	Гамма-функция. Интегральные функции: показательная, логарифмическая, синус и косинус. Функции Бесселя.	Опрос по результатам индивидуального задания
5	Приближенные методы оценки интегралов	Разложение подынтегральной функции. Интегрирование по частям. Метод Лапласа. Лемма Ватсона. Метод стационарной фазы. Вклад от внутренней стационарной точки.	Опрос по результатам индивидуального задания
6	Асимптотические разложения в уравнениях колебаний	Прямые разложения типа Пуанкаре. Методика Линдштедта – Пуанкаре. Метод перенормировки. Метод многих масштабов. Метод усреднения (метод Ван-дер-Поля). Линейный осциллятор с затуханием. Колебательные системы с самовозбуждением. Колебательные системы со слабой нелинейностью общего вида. Уравнение Дюффинга в случае вынужденных колебаний.	Опрос по результатам индивидуального задания
7	Асимптотические разложения в краевых задачах. Метод сращивания асимптотических разложений	Метод Прандтля. Внешнее и внутреннее разложения. Высшие приближения и усовершенствованные процедуры сращивания. Метод составных разложений. Уравнения с постоянными коэффициентами.	Опрос по результатам индивидуального задания

### 2.3.2 Занятия семинарского типа

Учебный план не предусматривает занятий семинарского типа по дисциплине «Асимптотические методы».

### 2.3.3 Лабораторные занятия

№ занятия	№ раздела	Тематика лабораторных занятий	Форма текущего контроля
1.	1	Введение	Отчет по ЛР
2.	2	Прямые разложения и источники неравномерностей.	Отчет по ЛР
3.	3	Алгебраические уравнения.	Отчет по ЛР
4.	4	Специальные функции	Отчет по ЛР
5.	5	Приближенные методы оценки интегралов.	Отчет по ЛР
6.	6	Асимптотические разложения в уравнениях колебаний.	Отчет по ЛР
7.	7	Асимптотические разложения в краевых задачах. Метод сращивания асимптотических разложений.	Отчет по ЛР

## Примерные задания на лабораторные работы

### Раздел 1.

Пусть  $u$  и  $x$  лежат на  $[1; \infty]$ ; показать, что

$$\int_x^{\infty} \frac{dt}{t\sqrt{t^2+t+u}} = \frac{1}{x} + O\left(\frac{1}{x^2}\right) + O\left(\frac{u^2}{x^3}\right).$$

### Раздел 2.

Показать, что функции  $\frac{1}{1+x}$ ,  $\frac{1+e^{-x}}{1+x}$ ,  $\frac{1}{1+e^{-\sqrt{x}}+x}$  имеют при  $x \rightarrow \infty$  одно и то же асимптотическое разложение

$$\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k x^{-(k-1)}.$$

### Раздел 3.

Применяя метод асимптотических итераций выписать несколько членов разложения корня уравнения  $t = a - e^{-2t}$ .

Доказать, что корень уравнения  $x \operatorname{tg} x = a$ , лежащий в интервале  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ , имеет вид:

$$x = \frac{\pi}{2} \left(1 - a^{-1} + a^{-2}\right) - \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi^3}{24}\right) a^{-3} + O(a^{-4}).$$

### Раздел 4.

Установить, что интеграл  $\Gamma(n+1, x) = \int_x^{\infty} e^{-t} t^n dt$  имеет асимптотическое разложение

$$\Gamma(n+1, x) \sim e^{-x} x^n \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(n+1)}{\Gamma(n+1-k)} x^{-k} \quad (x \rightarrow \infty) \quad (n \notin Z).$$

### Раздел 5.

Получить главный член асимптотики интеграла

$$I(x) = \int_0^{\frac{\pi}{4}} e^{-xt} \operatorname{tg}^2 t dt,$$

$$I(x) = \int_1^{\infty} e^{-xt^2} \sin t dt,$$

$$I(x) = \int_{-1}^1 e^{-xt^2} \sin t dt.$$

### Раздел 6.

Рассмотреть задачу

$$\ddot{u} + u = \varepsilon u^2, \quad u(0) = a, \quad \dot{u}(0) = 0.$$

Определить прямое разложение второго порядка (три члена) и исследовать его размерность.

Сделать это разложение равномерно пригодным, используя метод перенормировки.

Построить равномерно пригодное разложение первого порядка (два члена), используя метод растянутых параметров.

### Раздел 7.

Рассмотреть задачу

$$\varepsilon y'' + y' = 2x, \quad y(0) = \alpha, \quad y(1) = \beta.$$

Определить трехчленное внешнее разложение.

Определить трехчленное внутреннее разложение.

Срассить оба эти разложения и построить составное разложение

Определить трехчленное равномерно пригодное разложение, используя метод составных разложений.

### 2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые проекты или работы: *не предусмотрены*

## 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	Решение индивидуальных заданий, подготовка контрольной работе	1. Щитов И.Н. Асимптотические разложения решений сингулярно возмущенных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Физматлит, 2013. 172 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/59674">https://e.lanbook.com/book/59674</a> .
2	Подготовка к текущему контролю	1. Аргатов, И.И. Введение в асимптотическое моделирование в механике. Санкт-Петербург: Политехника, 2012. 305 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=120930">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=120930</a> . 2. Ильин А.М., Данилин А.Р. Асимптотические методы в анализе. М.: Физматлит, 2009. 248 с. + [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/4823">https://e.lanbook.com/book/4823</a> . 3. Методические указания по организации и выполнению самостоятельной работы, утвержденные на заседании кафедры математического моделирования факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол № 10 от 30.03.2018

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## 3. Образовательные технологии.



С точки зрения применяемых методов используются как традиционные информационно-объяснительные лекции, так и интерактивная подача материала с мультимедийной системой. Компьютерные технологии в данном случае обеспечивают возможность разнопланового отображения алгоритмов и демонстрационного материала. Такое сочетание позволяет оптимально использовать отведенное время и раскрывать логику и содержание дисциплины.

Семестр	Вид занятия	Используемые интерактивные образовательные технологии	Общее количество часов	
3	Л	Интерактивная подача материала с мультимедийной системой. Обсуждение сложных и дискуссионных вопросов.	4	
		№	Тема	количество часов
		1	Специальные функции	2
		2	Асимптотические разложения в уравнениях колебаний.	2
3	ЛР	Компьютерные занятия в режим коллективного взаимодействия	2	
<i>Итого:</i>			6	

Цель *лекции* – обзор современных асимптотических методов решения алгебраических и дифференциальных уравнений, построения оценок интегралов, знакомство с проблемами и аппаратом сингулярных возмущений. На лекциях студенты получают общее представление о подходах и методах асимптотических исследований.

Цель *лабораторного занятия* – научить применять теоретические знания при решении и исследовании конкретных задач. Лабораторные занятия проводятся в компьютерных классах, при этом практикуется работа в группах.

Темы, задания и вопросы для самостоятельной работы призваны сформировать навыки поиска информации, умения самостоятельно расширять и углублять знания, полученные в ходе лекционных и лабораторных занятий.

Подход разбора конкретных ситуаций широко используется как преподавателем, так и студентами при проведении анализа результатов самостоятельной работы. Это обусловлено тем, что каждая конкретная задача при своем исследовании имеет несколько подходов, а это требует разбора и оценки целой совокупности конкретных ситуаций.

Групповые индивидуальные задания формируют навыки исследовательской работы в коллективе.

#### **4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации**

Учебная деятельность проходит в соответствии с графиком учебного процесса. Процесс самостоятельной работы контролируется во время аудиторных занятий и индивидуальных консультаций. Самостоятельная работа студентов проводится в форме изучения отдельных теоретических вопросов по предлагаемой литературе.

Фонд оценочных средств дисциплины состоит из средств текущего контроля (см. список лабораторных работ, задач и вопросов) и промежуточной аттестации (экзамена).

В качестве оценочных средств, используемых для текущего контроля успеваемости, предлагается перечень вопросов, которые прорабатываются в процессе освоения курса. Данный перечень охватывает все основные разделы курса, включая знания, получаемые во время самостоятельной работы. Кроме того, важным элементом технологии является самостоятельное решение студентами и сдача заданий. Это полностью индивидуальная форма обучения. Студент рассказывает свое решение преподавателю, отвечает на дополнительные вопросы.

Оценка успеваемости осуществляется по результатам: самостоятельного выполнения лабораторных работ, устного опроса при сдаче выполненных самостоятельных заданий, индивидуальных лабораторных заданий, ответа на экзамене (для выявления знания и понимания теоретического материала дисциплины, контроля ОК-1). Проверка индивидуальных заданий и устный опрос по их результатам позволяет проверить компетенции ПК-1.

### Примерные задачи для самостоятельного решения

1. Найти первые два члена разложения по малому параметру  $\varepsilon$  для решения краевой задачи

$$x^{IV} = \sin 2t + \varepsilon x^3;$$

$$x(0) = x''(0) = 0; x(\pi) = x''(\pi) = 0.$$

2. Найти ведущие члены разложения по малому параметру  $\varepsilon$  решения задачи Коши

$$\ddot{x} - x = 1 - \cos(\varepsilon x), x(0) = 0, \dot{x}(0) = 0.$$

3. Вычислить корень уравнения  $x - 3 \cdot 10^{-5} \sin x = 1$  с точностью до  $10^{-12}$ .

4. Найти первые два члена разложения по малому параметру  $\varepsilon$  решения краевой задачи в прямоугольнике  $\Pi = [0, \pi] \times [0, \pi]$  для уравнения

$$\Delta u = \sin x + \varepsilon u^2, u|_{\partial \Pi} = 0.$$

### Примерный перечень вопросов, выносимых на экзамен

1. Разложения по степеням параметра или независимой переменной.
2. Символы порядка.
3. Асимптотические ряды. Асимптотические разложения и последовательности. Единственность асимптотических разложений.
4. Сравнение сходящихся и асимптотических рядов. Простейшие действия над асимптотическими разложениями.
5. Бесконечные области. Уравнение Дюффинга.
6. Малый параметр при старшей производной. Пример уравнения второго порядка.
7. Изменение типа дифференциального уравнения в частных производных. Наличие особенностей.
8. Квадратные уравнения. Кубические уравнения. Уравнения высших порядков.
9. Асимптотическое решение трансцендентных уравнений.
10. Гамма-функция.
11. Интегральные функции: показательная, логарифмическая, синус и косинус.
12. Функции Бесселя.
13. Разложение подынтегральной функции.
14. Интегрирование по частям.
15. Метод Лапласа. Лемма Ватсона.
16. Метод стационарной фазы. Вклад от внутренней стационарной точки.
17. Прямые разложения типа Пуанкаре. Методика Линдштедта – Пуанкаре.
18. Метод перенормировки.
19. Метод многих масштабов.
20. Метод усреднения (метод Ван-дер-Поля).
21. Линейный осциллятор с затуханием. Колебательные системы с самовозбуждением.
22. Колебательные системы со слабой нелинейностью общего вида.
23. Уравнение Дюффинга в случае вынужденных колебаний.

24. Метод Прандтля. Внешнее и внутреннее разложения.
25. Высшие приближения и усовершенствованные процедуры срачивания.
26. Метод составных разложений.
27. Уравнения с постоянными коэффициентами.

### **Методические рекомендации к сдаче экзамена**

Экзамен является заключительным этапом процесса формирования компетенции студента при изучении дисциплины или ее части и имеет целью проверку и оценку знаний студентов по теории и применению полученных знаний, умений и навыков при решении практических задач. Экзамены проводятся по расписанию, в сроки, предусмотренные календарным графиком учебного процесса. Расписание экзаменов доводится до сведения студентов не менее чем за две недели до начала экзаменационной сессии. Экзамены принимаются преподавателями, ведущими лекционные занятия. В отдельных случаях при большом количестве групп у одного лектора или при большой численности группы с разрешения заведующего кафедрой допускается привлечение в помощь основному лектору преподавателя, проводившего практические занятия в группах.

Экзамены проводятся в устной форме. Экзамен проводится только при предъявлении студентом зачетной книжки и при условии выполнения всех контрольных мероприятий, предусмотренных учебным планом и рабочей программой по изучаемой дисциплине. Студентам на экзамене предоставляется право выбрать один из билетов. Время подготовки к ответу составляет 60 минут. По истечении установленного времени студент должен ответить на вопросы экзаменационного билета и предоставить решение задач. Результаты экзамена оцениваются по четырехбалльной системе («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно») и заносятся в экзаменационную ведомость и зачетную книжку. В зачетную книжку заносятся только положительные оценки.

### **Критерии выставления оценок**

Оценка *«отлично»*:

- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины, а также по основным вопросам, выходящим за пределы учебной программы;
- точное использование научной терминологии систематически грамотное и логически правильное изложение ответа на вопросы;
- безупречное владение инструментарием учебной дисциплины, умение его эффективно использовать в постановке и решении научных и практических задач;
- выраженная способность самостоятельно и творчески решать сложные проблемы и нестандартные ситуации;
- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной учебной программой по дисциплине;
- умение ориентироваться в теориях, концепциях и направлениях дисциплины и давать им критическую оценку, используя научные достижения других дисциплин;
- творческая самостоятельная работа на практических занятиях, активное участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий;
- высокий уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

Оценка *«хорошо»*:

- достаточно полные и систематизированные знания по дисциплине;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях дисциплины и давать им критическую оценку;
- использование научной терминологии, лингвистически и логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- владение инструментарием по дисциплине, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;

- усвоение основной литературы, рекомендованной учебной программой по дисциплине;
- самостоятельная работа на практических занятиях, участие в групповых обсуждениях, средний уровень культуры исполнения заданий;
- средний уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

Оценка «удовлетворительно»:

- достаточный минимальный объем знаний по дисциплине;
- усвоение основной литературы, рекомендованной учебной программой;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по дисциплине и давать им оценку;
- использование научной терминологии, стилистическое и логическое изложение ответа на вопросы, умение делать выводы без существенных ошибок;
- владение инструментарием учебной дисциплины, умение его использовать в решении типовых задач;
- умение под руководством преподавателя решать стандартные задачи;
- работа под руководством преподавателя на практических занятиях, допустимый уровень культуры исполнения заданий;
- достаточный минимальный уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

Оценка «неудовлетворительно»:

- фрагментарные знания по дисциплине;
- отказ от ответа;
- знание отдельных источников, рекомендованных учебной программой по дисциплине;
- неумение использовать научную терминологию;
- наличие грубых ошибок;
- низкий уровень культуры исполнения заданий;
- низкий уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

## **5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

### **5.1 Основная литература:**

1. Аргатов И.И. Введение в асимптотическое моделирование в механике. Санкт-Петербург: Политехника, 2012. 305 с. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=120930>.
2. Шалаумов, В.А.. Асимптотические методы в анализе. Кемерово: КемГУ, 2012. 88 с. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=232652>.
3. Щитов И.Н. Асимптотические разложения решений сингулярно возмущенных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Физматлит, 2013. 172 с. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59674>.

### **5.2 Дополнительная литература:**

1. Ильин А.М., Данилин А.Р. Асимптотические методы в анализе. М.: Физматлит, 2009. 248 с. + [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/4823>.
2. Кузьмина, Р.П. Асимптотические методы для обыкновенных дифференциальных уравнений. М., 2003. 333с.
3. Васильева, А.Б. Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений / А.Б. Васильева, В.Ф. Бутузов. М.: Высшая школа, 1990. – 208 с.
4. Вайнберг, Б.Р. Асимптотические методы в уравнениях математической физики / Б.Р. Вайнберг. – М.: Изд-во МГУ, 1982. – 294 с.

5. Михасев, Г.И. Локализованные колебания и волны в тонких оболочках. Асимптотические методы : учебное пособие / Г.И. Михасев, П.Е. Товстик. – М.: Физматлит, 2009. – 292 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2264>.

## **6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

1. Электронная библиотека «Лань» <https://e.lanbook.com>;
2. Электронная библиотечная система (<http://www.biblio-online.ru>).
3. Бесплатная электронная библиотека онлайн «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» // <http://window.edu.ru/>;
4. Российское образование. Федеральный образовательный портал. // <http://www.edu.ru/>.

## **7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной систематизированный материал и лабораторных занятий, на которых студенты применяют полученные теоретические знания к решению конкретных задач. Уровень усвоения теоретического материала проверяется посредством опроса по основным вопросам темы и результатам выполнения индивидуальных и групповых практических заданий.

Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине.

### **Самостоятельное изучение разделов дисциплины**

1. Неравномерные разложения.
2. Системы с квадратичными и кубическим нелинейностями
3. Асимптотическое решение трансцендентных уравнений: комплексные переменные.
4. Интегралы Френеля. Неполная гамма-функция. Интеграл Эйри.
5. Метод наискорейшего спуска (метод перевала). Точки перевала. Линии наискорейшего спуска.
6. Метод обобщенного усреднения. Метод усреднения Крылова-Боголюбова-Митропольского.
7. Уравнения с переменными коэффициентами. Задачи с двумя пограничными слоями.

### **Примерные задачи для самостоятельной работы**

1. Найти первые два члена разложения по малому параметру  $\varepsilon$  для решения краевой задачи

$$x^{IV} = \sin 2t + \varepsilon x^3 ;$$

$$x(0) = x''(0) = 0; x(\pi) = x''(\pi) = 0.$$

2. Найти ведущие члены разложения по малому параметру  $\varepsilon$  решения задачи Коши

$$\ddot{x} - x = 1 - \cos(\varepsilon x), x(0) = 0, \dot{x}(0) = 0.$$

3. Вычислить корень уравнения  $x - 3 \cdot 10^{-5} \sin x = 1$  с точностью до  $10^{-12}$ .

4. Найти первые два члена разложения по малому параметру  $\varepsilon$  решения краевой задачи в прямоугольнике  $\Pi = [0, \pi] \times [0, \pi]$  для уравнения

$$\Delta u = \sin x + \varepsilon u^2, \quad u|_{\text{гп}} = 0.$$

## 8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

### 8.1 Перечень информационных технологий

- Проверка индивидуальных заданий и консультирование посредством электронной почты.
- Использование электронных презентаций при проведении лекционных и практических занятий.
- Использование математических пакетов при проведении самостоятельной работы и практических занятий.

### 8.2 Перечень необходимого программного обеспечения

1. Операционная система MS Windows.
2. Интегрированное офисное приложение MS Office.
3. Программное обеспечение для организации управляемого коллективного и безопасного доступа в Интернет.
4. Математические пакеты Maple и Matlab (FemLab)

### 8.3 Перечень информационных справочных систем:

2. Электронная библиотечная система "Юрайт" (<http://www.biblio-online.ru>).
3. Электронная библиотечная система "Университетская библиотека ONLINE" (<http://www.biblioclub.ru>).
4. Электронная библиотечная система издательства "Лань" (<http://e.lanbook.com>).
5. База данных Научной электронной библиотеки eLIBRARY.RU <https://elibrary.ru/>
6. Базы данных и аналитические публикации «Университетская информационная система РОССИЯ» <https://uisrussia.msu.ru/>

## 9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук), соответствующим программным обеспечением, а также необходимой мебелью (доска, столы, стулья). (аудитории: 129, 131, 133, А305, А307).
2.	Лабораторные занятия	Компьютерный класс, укомплектованный компьютерами с лицензионным программным обеспечением, необходимой мебелью (доска, столы, стулья). (аудитории: 101, 102, 106, 106а, 105/1, 107(2), 107(3), 107(5), А301).
3.	Групповые (индивидуальные) консультации	Аудитория для семинарских занятий, групповых и индивидуальных консультаций, укомплектованные необходимой мебелью (доска, столы, стулья). (аудитории: 129, 131).
4.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Аудитория для семинарских занятий, текущего контроля и промежуточной аттестации, укомплектованная необходимой мебелью (доска, столы, стулья) (аудитории:

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
		129, 131, 133, А305, А307, 147, 148, 149, 150, 100С, А301б, А512), компьютерами с лицензионным программным обеспечением и выходом в интернет (106, 106а, А301)
5.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения, обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета, необходимой мебелью (доска, столы, стулья). (Аудитория 102а, читальный зал).

Осуществление учебного процесса предполагает наличие необходимого для реализации данной программы перечня материально-технического обеспечения: аудитории, оборудованные видеопроекторным оборудованием для презентаций (цифровой проектор, экран, ноутбук) и необходимой мебелью (доска, столы, стулья); компьютерные классы с компьютерной техникой с лицензионным программным обеспечением и необходимой мебелью (доска, столы, стулья) для проведения занятий.

Компьютерная поддержка учебного процесса по направлению 01.03.02 Прикладная математика и информатика обеспечивается по всем дисциплинам. Факультет компьютерных технологий и прикладной математики, оснащен компьютерными классами, установлена локальная сеть, все компьютеры факультета подключены к сети Интернет. Студентам доступны современные ПЭВМ, современное лицензионное программное обеспечение.