

Аннотация к рабочей программе дисциплины
Б1.О.33 «Алгебра и введение в тензорный анализ»

Объем трудоемкости: 5 зачетных единиц (180 часов, из них лекционных – 50 часов, лабораторных – 68 часов; 19,8 часов самостоятельной работы; контроль – 6 часов).

Цель дисциплины: формирование у студентов базовых знаний, умений и навыков по алгебре и тензорному анализу достаточных для освоения основной образовательной программы направления 01.03.02 по направлению Современные методы машинного обучения и компьютерного зрения; формирование составляющих частей общекультурных и профессиональных компетенций.

Задачи дисциплины:

- подготовка специалистов, способных применять полученные знания для решения прикладных задач, владеющих достаточными знаниями основных теоретических положений курса «Алгебра и введение в тензорный анализ»;
- формирование культуры мышления, способности к анализу, обобщению и восприятию информации, к постановке цели и выбору путей ее достижения;
- обеспечение математическим аппаратом естественнонаучных, общепрофессиональных и специальных дисциплин;
- формирование привычки к строгости в формулировке изложения материала, к логически непротиворечивой цепочке выводов и заключений;
- развитие навыков использования логических символов для сжатой записи рассуждений и теорем;
- развитие у студентов навыков самообразования.

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Алгебра и введение в тензорный анализ» относится к «Обязательная часть» Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана и имеет логическую и содержательно-методическую взаимосвязь с дисциплинами основной образовательной программы. Дисциплина базируется на компетенциях, сформированных на предыдущем уровне образования и требует качественное знание дисциплин «Алгебра и аналитическая геометрия», «Дискретная математика», «Программирование».

Место курса в профессиональной подготовке выпускника определяется необходимостью закладки базовых математических знаний в области линейной алгебры и тензорного анализа для решения прикладных задач.

Требования к уровню освоения дисциплины

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

Код и наименование индикатора*	Результаты обучения по дисциплине
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности
ОПК-1.1	Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или)

	естественных наук при построении моделей в заданной предметной области
ОПК-1.2	Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук при выборе методов решения задач профессиональной деятельности
ОПК-2 Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач	
ОПК-2.2	Применяет современный математический аппарат при построении моделей в различных областях человеческой деятельности
ОПК-3 Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	
ОПК-3.1	Аргументировано применяет современный математический аппарат и информационные технологии, в том числе отечественные, при создании математических моделей для решения задач в области профессиональной деятельности
PL-1 (Б) Python	
PL-1.1	Осуществляет выбор инструментов разработки на языке Python, приемлемых для создания прикладной системы ИИ с заданными требованиями
PL-1.2	Разрабатывает и отлаживает прикладные решения с элементами ИИ с использованием языка программирования Python

Содержание дисциплины:

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зач. ед. (180 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице

Вид учебной работы		Всего часов	Семестры (часы)					
			2					
Контактная работа, в том числе:		124,5	124,5					
Аудиторные занятия (всего):		118	118					
Занятия лекционного типа		50	50					
Лабораторные занятия		68	68					
Иная контактная работа:		6,5	6,5					
Контроль самостоятельной работы (КСР)		6	6					
Промежуточная аттестация (ИКР)		0,5	0,5					
Самостоятельная работа, в том числе:		19,8	19,8					
Проработка учебного (теоретического) материала		19,8	19,8					
Контроль:		35,7	35,7					
Подготовка к экзамену		35,7	35,4					
Общая трудоемкость	час.	180	180					
	в том числе контактная работа	124,5	124,5					

	зач. ед	5	5					
--	---------	---	---	--	--	--	--	--

2.2 Структура дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы (темы) дисциплины, изучаемые в 2 семестре

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	СРС
1	2	3	4	5	6	7
<i>Раздел I</i>	<i>Тензорная алгебра и анализ — основа вычислений в ML</i>		16		22	
1.	Введение в тензоры		4		6	1,5
2.	Тензорная алгебра и свертки		6		8	2,5
3.	Автоматическое дифференцирование для тензоров		6		8	2,5
<i>Раздел II</i>	<i>Линейная алгебра в ML</i>		18		26	
4.	Матричные методы машинного обучения		4		6	
5.	Сингулярное разложение (SVD) и его приложения		4		6	2,4
6.	Матричные разложения		6		8	1,5
7.	Спектральная кластеризация		4		6	
<i>Раздел III</i>	<i>Геометрические методы в задачах обучения с учителем</i>		14		20	
8.	Разделяющие гиперплоскости и метод опорных векторов (SVM)		6		8	2,4
9.	Линейный дискриминантный анализ (LDA)		4		6	1,5
10.	Метрики и анализ многомерных данных		4		6	1,5
ИТОГО по разделам дисциплины		137,8	50		68	19,8
Контроль самостоятельной работы (КСР)		6				
Промежуточная аттестация (ИКР)		0,5				
Подготовка к текущему контролю		35,7				
Общая трудоемкость по дисциплине		180				

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия/семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

2.3 Содержание разделов (тем) дисциплины

2.3.1 Занятия лекционного типа

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Форма текущего контроля
1	2	3	4
<i>Раздел I</i>	<i>Тензорная алгебра и анализ — основа вычислений в ML</i>		16
1.	Введение в тензоры	Тензоры как многомерные массивы данных. Ранги, форма, оси. Сравнение с векторами и матрицами. Тензорное представление данных в ML: изображения,	Тест, Экзамен

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Форма текущего контроля
1	2	3	4
		временные ряды, тексты. Базовые операции: сложение, умножение на скаляр, транспонирование, изменение формы. Аксиоматика тензорных пространств. Понятие тензорного произведения векторных пространств.	
2.	Тензорная алгебра и свертки	Внешнее произведение тензоров: поэлементное умножение, операция свертки тензоров (математические определения 1D, 2D, 3D свёрток). Связь свёртки с корреляцией сигналов. Определение и использование гиперпараметров свёрточного слоя: размеры ядра, шаг (stride), заполнение границ (padding), группировка каналов. Расчёт выходной размерности после свёртки (формула выхода). Оценка вычислительной сложности свёрточных операций. Преобразование свёртки в матричные операции (алгоритм im2col). Пулинг-операции (Max-pooling, Average-pooling, Global pooling). Применение пулингов для уменьшения размерности и предотвращения переобучения.	Тест, Экзамен
3.	Автоматическое дифференцирование для тензоров	Методы автоматического дифференцирования: численное (finite differences), аналитическое (analytical gradients), автоматическое (autodifferentiation). Методы автоматического дифференцирования (Forward Mode Autodiff, Reverse Mode Autodiff). Обратное распространение ошибки как основа современного deep learning. Графы вычислений и автоматическое дифференцирование. Вычисления градиента скаляра по тензорам. Матрицы Якобиана и Гесса.	Тест, Экзамен
<i>Раздел II</i>		<i>Линейная алгебра в ML</i>	
4.	Матричные методы машинного обучения	Линейная регрессия: Матричная форма записи. Нормальные уравнения и их вывод через минимизацию MSE. Геометрическая интерпретация. Векторная запись функции потерь и ее градиента. Логистическая регрессия: Постановка задачи классификации. Переобучение и его причины. Демонстрация на примере полиномиальной регрессии. Ridge-регрессия: Матричная запись.	Тест, Экзамен

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Форма текущего контроля
1	2	3	4
		Геометрическая интерпретация. Lasso-регрессия.	
5.	Сингулярное разложение (SVD) и его приложения	Теорема о сингулярном разложении. Сингулярные числа и векторы, свойства сингулярных чисел. Норма матрицы, число обусловленности. Минимизация среднеквадратичной ошибки при помощи SVD. Теорема о наилучшем низкоранговом приближении (теорема Эккарта–Янга–Мирского). Проекция на пространство меньшего ранга и восстановление исходных данных. Обработка шумов и фильтрация сигналов с помощью SVD. Применение SVD в анализе главных компонент (PCA). Способы вычисления псевдообратной матрицы через SVD.	Тест, Экзамен
6.	Матричные разложения	LU-разложение: Алгоритм, применение для решения СЛАУ, вычисления определителя. QR-разложение: алгоритмы Грама–Шмидта и Хаусхолдера. Решение СЛАУ и МНК. Сравнение эффективности QR-метода с обычным обращением матрицы и LU-разложением. Разложение Холецкого: симметричные положительно определенные матрицы.	Тест, Экзамен
7.	Спектральная кластеризация	Геометрическая интуиция кластеризации: разделение пространства на регионы (метод k-means). Недостатки k-means. Графовая модель данных: преобразование данных в граф, построение матрицы смежности. Матрица Лапласа. Принцип спектральной кластеризации.	Тест, Экзамен
Раздел III	<i>Геометрические методы в задачах обучения с учителем</i>		
8.	Разделяющие гиперплоскости и метод опорных векторов (SVM)	Линейный SVM как задача оптимизации. Функция потерь и её связь с задачей оптимизации. Перевод первичной задачи оптимизации в двойственную задачу	Тест, Экзамен

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Форма текущего контроля
1	2	3	4
		Лагранжа. Геометрическая интерпретация опорных векторов. Нелинейный SVM. Наиболее используемые ядерные функции. Логистическая регрессия, геометрическая интерпретация.	
9.	Линейный дискриминантный анализ (LDA)	Геометрическая интерпретация LDA как метода проекции для максимизации разделимости классов. Сравнение LDA с PCA. Позиционирование LDA как метода контролируемого снижения размерности	Тест, Экзамен
10.	Метрики и анализ многомерных данных	Метрики расстояний. Евклидово расстояние, геометрия и вычислительная простота. Мера схожести через косинусное расстояние. Расстояние Махаланобиса. Свойства метрик и выбор в зависимости от природы данных. Проекция данных и снижение размерности. Нелинейные методы: t-SNE, UMAP. Как выбирать подходящие методы (PCA, t-SNE, UMAP) в зависимости от целей анализа.	Тест, Экзамен

Форма проведения аттестации по дисциплине: зачет и экзамен в первом семестре.

Автор аннотации, к.т.н.,
доцент КПМ

Е.Ю. Пелипенко