

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе,
качеству образования – первый
проректор

Хагуров Т.А.

подпись

«02» июня 2026

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.17«Фундаментальные дискретные модели»

Направление подготовки 09.03.03 Прикладная информатика

Направленность (профиль) Прикладная информатика в экономике

Форма обучения очная

Квалификация бакалавр

Краснодар 2026

Рабочая программа дисциплины «Фундаментальные дискретные модели» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 09.03.03 Прикладная информатика.

Программу составил(и):

Костенко К.И. канд. физ.-мат. наук, доцент



Рабочая программа дисциплины «Методы математической физики» утверждена на заседании кафедры математического моделирования протокол № 11 от «12» мая 2026 г.

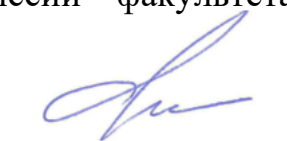
Заведующий кафедрой акад. РАН,
д-р физ.-мат. наук, проф. Бабешко В.А.



подпись

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета компьютерных технологий и прикладной математики протокол № 03 «15» мая 2026 г.

Председатель УМК факультета Добровольская Н.Ю.



подпись

подпись

Мостовой Евгений Викторович, генеральный директор ООО «Портал-Юг»,
e-mail: mostovoy@portal-yug.ru

Луценко Евгений Вениаминович, доктор экономических наук, кандидат технических наук, профессор кафедры компьютерных технологий и систем Федерального государственного бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Кубанский государственный аграрный университет имени И.Т. Трубилина», e-mail: prof.lutsenko@gmail.com

1 Цели и задачи изучения дисциплины

1.1 Цель освоения дисциплины

Целью изучения дисциплины является формирование предметных, профессиональных и когнитивных компетенций, связанных с пониманием, применением, абстрагированием, анализе и синтезе при использовании в профессиональной деятельности понятий, свойств, моделей и методов общих разделов дискретной математики, включая элементы комбинаторики, теории отношений, алгебры логики, теории графов и сетей, приложения теории конечных автоматов, элементы теории алгоритмов, алфавитного кодирования. Порождающим принципом дисциплины является применение формализованного математического языка логики первого порядка, базовых законов и форм абстрактной алгебры и математической логики, обеспечивающим необходимую точность изложения, понимания и применения\.

Воспитательной целью дисциплины является формирование у студентов навыков концентрации внимания и усилий на схемах логико-комбинаторного мышления, использования разнообразных когнитивных операций и целей при изучении формальных дискретных моделей, методологии мышления и понятийного аппарата объектов дискретной природы.

Компоновка материала основана на сложившейся традиции университетских курсов по дискретной математике. В учебном курсе изучаются основы следующих фундаментальных разделов современной дискретной математики:

- язык и понятия формальной логики и формальных теорий;
- языка и понятий общей алгебры и интуитивной теории множеств;
- свойств отношений и алгебры отношений;
- начальных понятий комбинаторики и методологии работы с дискретными объектами;
- алгебры логики, включая проблемы минимизации ДНФ и функциональной полноты;
- языка, понятий и методов теории графов, включая пути и циклы, комбинаторные свойства графов и числа графов;
- теории автоматов как вычислителей и акцепторов, синтеза автоматных схем;
- основ теории рекурсивных функций, неразрешимых свойств алгоритмов, формализации Поста;
- понятий, задач и методов алфавитного кодирования.

Содержательное наполнение дисциплины обусловлено общими задачами подготовки бакалавра.

Научной основой для построения программы данной дисциплины является теоретико-прагматический подход в обучении.

1.2 Задачи дисциплины

Основные задачи курса на основе системного подхода:

- приобретение навыков доказательств на основе логики предикатов;
- ознакомление с основными элементами теории множеств и методами решений задач на множествах;
- приобретение навыков работы с комбинаторными объектами;
- ознакомление с основными элементами булевой алгебры;
- приобретение навыков решения задач на графах;
- приобретение навыков построения конечных автоматов с заданными свойствами;
- приобретение базовых навыков построения определений рекурсивных функций и систем Поста.
- ознакомление с основными задачами алфавитного кодирования и их решениями;

1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Фундаментальные дискретные модели» относится к «Обязательная часть» Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана. Она включает формальные описания и необходимое теоретическое обоснования фундаментальных моделей и методов, используемых при изучении всех дисциплин программистского цикла, обеспечивая формирование общих представлений об основных моделях и методах, используемых в различных разделах современной математики и информатики.

Входными знаниями для освоения данной дисциплины являются знания, умения и опыт, накопленный студентами в процессе изучения математики и информатики.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

ОПК-1 **Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности**

ОПК-1.1 **Способен применять системный подход к анализу предметной (проблемной) области в профессиональной деятельности**

Знать *Понимать и составлять формализованные представления понятий и свойства различных областей математики и естественных наук в дискретных моделях разных типов, представленных в изучаемой дисциплине и являющихся формализованными представлениями сущностей профессиональной деятельности*

Уметь *Применять аналоги методов разных областей математики для решения задач обработки и применения дискретной информации и объектов дискретных моделей в профессиональной деятельности. Применять общие для математики и естественных наук когнитивные операции и схемы процессов мышления. Использовать существующие типовые решения и шаблоны решения профессиональных задач.
Применять методы анализа научно-технической информации в области дискретного моделирования*

Владеть *Методологией анализа и синтеза при моделировании сложных дискретных систем и процессов в области профессиональной деятельности, кибернетическими принципами управления в таких системах, использования методов индукции и дедукции для анализа требований к создаваемым программным системам и технологиям, оценка возможностей реализации требований на основе дискретных моделей систем и процессов в профессиональной деятельности*

ОПК-1.2 **Применяет знания, полученные в области математических и (или) естественных наук выборе методов решения задач, построении моделей и анализе их применимости в заданной предметной области**

Знать *Понимать основные понятия и свойства разных разделов дискретной математики и их разнообразные интерпретации, ассоциируемые с сущностями и свойствами профессиональной деятельности в области моделей содержания областей знаний и интеллектуальных систем разных типов и уровня*

Уметь *Выбирать и оценивать* подходящие приемы и методы решения профессиональных задач, представленные в содержании изучаемой дисциплины. Унифицировать и применять элементы абстрактного аппарата решения задач в разных разделах дискретной математики к конкретным ситуациям прикладных областей и областей деятельности. Применять существующие типовые решения и шаблоны схем профессиональной деятельности, операции конструирования и проектирования шаблонов по спецификациям решаемых задач

Владеть *Методологией* работы с источниками предметных и профессиональных знаний в разных областях деятельности, позволяющих осуществлять сбор, накопление и анализ новых подходов, моделей, технологий и принципов профессиональной деятельности в области искусственного интеллекта. *Навыками абстрагирования и обобщения* при конструировании методов, интегрирующих и усиливающих возможности моделирования в особых ситуациях и условиях применения. *Навыками креативности (элементами творчества)*, основанными на моделировании дискретных процессов, обеспечивающих необходимые свойства получаемых решений, свертку таких процессов в конечные описания алгоритмов, программ и методов

2. Структура и содержание дисциплины

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 8 зач. ед. (288 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице

Вид учебной работы		Всего часов	Семестры (часы)					
			1	2				
Контактная работа, в том числе:		158,6	86,3	72,3				
Аудиторные занятия (всего):		152	84	68				
Занятия лекционного типа		68	34	34				
Лабораторные занятия		84	50	34				
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)								
Иная контактная работа:		6,6	2,3	4,3				
Контроль самостоятельной работы (КСР)		6	2	4				
Промежуточная аттестация (ИКР)		0,6	0,3	0,3				
Самостоятельная работа, в том числе:		56	22	36				
Проработка учебного (теоретического) материала		26	10	16				
Выполнение индивидуальных заданий (подготовка сообщений, презентаций)		20	12	20				
Контроль:		71,4	35,7	35,7				
Подготовка к экзамену		71,4	35,7	35,7				
Общая трудоемкость	час.	288	144	144				
	в том числе контактная работа	162,6	88,3	72,3				
	зач. ед	8	4	4				

2.2 Структура дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.
Разделы (темы) дисциплины, изучаемые в 1 семестре

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	СРС
1	2	3	4	5	6	7
1.	Основы абстрактной алгебры и теории множеств	8	2		4	2
2.	Основы математической логики и формальных теорий	8	2		4	2
3.	Отношения на множествах	24	8		12	4
4.	Элементы комбинаторики	22	8		10	4
5.	Основы алгебры логики	26	10		12	4
6.	Основы теории графов	18	4		8	6
ИТОГО по разделам дисциплины		106	34		50	22
Контроль самостоятельной работы (КСР)		2				
Промежуточная аттестация (ИКР)		0,3				
Подготовка к текущему контролю		35,7				
Общая трудоемкость по дисциплине		144				

Разделы (темы) дисциплины, изучаемые в 2 семестре

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	СРС
1	2	3	4	5	6	7
1.	Элементы теории графов	19	6		6	7
2.	Конечные автоматы и функциональные системы с памятью	19	8		10	7
3.	Рекурсивные функции и эффективная вычислимость	15	8		8	7
4.	Прикладная теория алгоритмов	15	4		2	7
5.	Системы Поста и модели процессов, основанные на правилах	32	8		8	8
ИТОГО по разделам дисциплины		104	34		34	36
Контроль самостоятельной работы (КСР)		4				
Промежуточная аттестация (ИКР)		0,3				
Подготовка к текущему контролю		35,7				
Общая трудоемкость по дисциплине		144				

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия/семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

2.3 Содержание разделов (тем) дисциплины

2.3.1 Занятия лекционного типа

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Основы абстрактной алгебры и теории множеств	Множества. Представление множеств. Операции над множествами. Парадоксы. Мощность множества. Отображения. Свойства отображений. Алгебраические системы. Гомоморфизмы систем.	К, Т

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Форма текущего контроля
1	2	3	4
2.	Основы математической логики и формальных теорий	Высказывания. Предикаты. Логические связки и кванторы. Логика первого порядка. Преобразования формул. Правила вывода. Теоремы. Теорема дедукции. Формальные теории. Модели формальных теорий.	К, Т
3.	Отношения на множествах	Отношения. Бинарные отношения. Операции над отношениями. Свойства отношений. Отношения эквивалентности и порядка. Диаграммы классов и отношений. Онтологии. Декартовы произведения отношений. Графы знаний. Свертки графов знаний в диаграммы отношений.	К, Т
4.	Элементы комбинаторики	Задачи комбинаторики. Правила комбинаторики. Сочетания и размещения. Разбиения множеств на части. Формула включений-исключений. Бином Ньютона. Биномиальные коэффициенты. Теорема Пойа.	К, Т
5.	Основы алгебры логики	Функции алгебры логики. Существенность переменных. Формулы, атрибуты формул. Эквивалентные преобразования. Разложение функций по переменным, Дизъюнктивные нормальные формы (ДНФ). Минимизация ДНФ. Конъюнктивные нормальные формы. Замкнутые классы функций алгебры логики. Полные системы функций. Теорема Поста. Предполные классы. Схемы из функциональных элементов. Синтез схем.	К, Т
6	Основы теории графов	Понятие графа. Параметры и атрибуты графов. Изоморфизм. Пути и циклы в графах. Транзитивное замыкание графов. Обходы графов в глубину и в ширину. Деревья. Корневые деревья. Теорема Кенига. Циклы Эйлера. Теорема Эйлера.	
7.	Элементы теории графов	Циклы Гамильтона. Теорема Дирака. Суммы графов и циклов. Фундаментальное семейство циклов графа. Описание путей в графах с помощью регулярных выражений. Хроматические графы. Числа внутренней и внешней устойчивости графов. Ядра графов..	К, Т
8.	Прикладная теория алгоритмов	Сложность программы. Сложность задачи. Верхние и нижние оценки. Классификация функций сложности программ. Теория Блюма. Принципы построения быстрых алгоритмов. Сложность алгоритмов сортировки.	К,Т
9.	Конечные автоматы и функциональные системы с памятью	Конечные автоматы. Представление автоматов. Функции, вычисляемые автоматами. Функции, невычисляемые автоматами. Отличимость состояний автоматов. Минимизация автоматов. Автоматы как акцепторы. Теорема Клини. Операции над автоматами. Автоматные схемы. Представление автоматов схемами. Интеллектуальные агенты.	К, Т
10..	Рекурсивные функции и эффективная вычислимость	Понятие рекурсивной функции. Тезис Черча. Нумерация рекурсивных функций. Универсальная функция. Разрешимые множества. Разрешимые свойства алгоритмов. Неразрешимость проблемы останова, всюду определенности и эквивалентности в универсальных моделях программ.	К, Т
11.	Системы Поста и модели процессов, основанные на правилах	Продукции. Представление знаний продукциями. Множества применений образцов. Продукционные системы (Поста). Применение продукций. Выводы в системах Поста. Алгоритм построения выводимых слов. Свойства множеств слов, выводимых в системах Поста. Вычислимость рекурсивных функций в системах Поста. Тезис Поста. Неразрешимые свойства выводов	

Примечание: ЛР – отчет/защита лабораторной работы, КП - выполнение курсового проекта, КР - курсовой работы, РГЗ - расчетно-графического задания, Р - написание реферата, Э - эссе, К - коллоквиум, Т – тестирование, РЗ – решение задач

2.3.2 Занятия семинарского типа

Не предусмотрены.

2.3.3 Лабораторные занятия

№	Наименование раздела (темы)	Наименование лабораторных работ	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Основы абстрактной алгебры и теории множеств	Множества. Операции над множествами. Доказательство тождеств. Уравнения на множествах	РЗ
2		Отображения множеств. Образы множеств. Соотношения образов множеств. Обратные отображения. Мощность множеств	РЗ
3.	Основы математической логики и формальных теорий	Предикаты. Предикатные формулы. Составление предикатных формул.	РЗ
4		Преобразования формул. Правила вывода. Аксиомы. Формальные теории. Построение выводов в формальных теориях	РЗ
5.	Отношения на множествах	Представление отношений. Примеры отношений. Диаграммы отношений. на системах классов.	РЗ
6		Бинарные отношения. Распознавание свойств отношений на абстрактных множествах	РЗ
7		Отношения эквивалентности. Исследование классов эквивалентности	РЗ
8		Отношения порядка. Исследование отношений порядка.	РЗ
9		Операции над отношениями. Декартовы произведения отношений	РЗ
10		Графы знаний. Свертки графов знаний. Построение диаграмм онтологий.	РЗ
11.	Элементы комбинаторики	Комбинаторные объекты. Правила комбинаторного счета. Сочетания и размещения. Применение сочетаний и размещений в комбинаторных задачах	РЗ
12		Бином Ньютона. Соотношения для биномиальных коэффициентов. Перестановки. Инверсии.	РЗ
13		Правило умножения. Эвристическое применение правила умножения.	РЗ
14		Разбиение множеств на части	РЗ
15		Схемы многократных разбиений и полного перебора	РЗ
16.	Основы алгебры логики	Табличное задание функций алгебры логики. Построение функций, заданных формулам с параметрами. Существенность и несущественность переменных..	РЗ
17		Эквивалентность формул. Эквивалентные преобразования формул.	РЗ
18		Теорема о разложении. СДНФ. Геометрическая Минимизация ДНФ, КНФ	РЗ
19		Выразимость функций формулами над множествами элементарных функций	РЗ
20		Замкнутые классы. Мощности комбинаций классов.	РЗ
21		Полнота систем функций алгебры логики.	
22	Основы теории графов	Представление графов. Подграфы и части графа. Операции над графами. Изоморфизм графов.	РЗ
23		Планарность графов. Связные графы. Нахождение кратчайших маршрутов. Остовы графов	РЗ
24		Изоморфизм графов. Подсчет числа изоморфных графов и деревьев.	РЗ
25		Подсчет числа до определений графов до связанных графов. Теорема Кели.	РЗ
26	Элементы теории графов	Специальные типы графов (двудольные, двухсвязные,) Подсчет числа графов с заданными свойствами переборными методами	РЗ РЗ

№	Наименование раздела (темы)	Наименование лабораторных работ	Форма текущего контроля
1	2	3	4
27		Транспортные сети. Потоки в сетях. Построение полных потоков. Построение максимальных потоков.	
28		Построение фундаментальных семейств циклов в графах. Числа устойчивости графов. Ядра графов.	РЗ
29	Конечные автоматы и функциональные системы с памятью	Построение автоматов, вычисляющих заданные числовые и словарные функции.. Минимизация автоматов	РЗ
30		Распознавание конечных множеств слов в ограничениях	РЗ
31		Распознавание множеств слов по регулярным выражениям.	РЗ
32		Построение регулярных выражений по диаграммам автоматов.	РЗ
33		Построение автоматных схем. Составление канонических уравнений по автоматным схемам	РЗ
34	Рекурсивные функции и эффективная вычислимость	Рекурсивность основных арифметических функций. Проектирование рекурсивных схем	РЗ
35		Моделирование циклов рекурсивными функциями.	РЗ
36		Моделирование вложенных циклов. Проектирование алгоритмов определения рекурсивных функций сверху вниз	РЗ
37		Решение сложных комбинационных задач на построение рекурсивных схем	РЗ
38	Прикладная теория алгоритмов	Верхние оценки сложности алгоритмов.	РЗ
39.	Системы Поста и модели процессов, основанные на правилах	Вывод простых множеств слов в системах Поста.	РЗ
40		Моделирование циклов в системах Поста	РЗ
41		Моделирование вложенных циклов	РЗ
42		Решение переборных и множественных задач в системах Поста	РЗ

Примечание: ЛР – отчет/защита лабораторной работы, КП - выполнение курсового проекта, КР - курсовой работы, РГЗ - расчетно-графического задания, Р - написание реферата, Э - эссе, К - коллоквиум, Т – тестирование, РЗ – решение задач.

2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Не предусмотрены.

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Изучение теоретического материала	Методические указания по организации самостоятельной работы студентов, утвержденные кафедрой информационных технологий, протокол №1 от 30.08.2019
2	Решение задач	Методические указания по организации самостоятельной работы студентов, утвержденные кафедрой информационных технологий, протокол №1 от 30.08.2019

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла,
- в печатной форме на языке Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3. Образовательные технологии

В соответствии с требованиями ФГОС в программа дисциплины предусматривает использование в учебном процессе следующих образовательные технологии: чтение лекций с использованием мультимедийных технологий; метод малых групп, разбор практических задач и кейсов.

При обучении используются следующие образовательные технологии:

- Технология коммуникативного обучения – направлена на формирование коммуникативной компетентности студентов, которая является базовой, необходимой для адаптации к современным условиям межкультурной коммуникации.

- Технология разноуровневого (дифференцированного) обучения – предполагает осуществление познавательной деятельности студентов с учётом их индивидуальных способностей, возможностей и интересов, поощряя их реализовывать свой творческий потенциал. Создание и использование диагностических тестов является неотъемлемой частью данной технологии.

- Технология модульного обучения – предусматривает деление содержания дисциплины на достаточно автономные разделы (модули), интегрированные в общий курс.

- Информационно-коммуникационные технологии (ИКТ) – расширяют рамки образовательного процесса, повышая его практическую направленность, способствуют интенсификации самостоятельной работы учащихся и повышению познавательной активности. В рамках ИКТ выделяются 2 вида технологий:

- Технология использования компьютерных программ – позволяет эффективно дополнить процесс обучения языку на всех уровнях.

- Интернет-технологии – предоставляют широкие возможности для поиска информации, разработки научных проектов, ведения научных исследований.

- Технология индивидуализации обучения – помогает реализовывать личностно-ориентированный подход, учитывая индивидуальные особенности и потребности учащихся.

- Проектная технология – ориентирована на моделирование социального взаимодействия учащихся с целью решения задачи, которая определяется в рамках профессиональной подготовки, выделяя ту или иную предметную область.

- Технология обучения в сотрудничестве – реализует идею взаимного обучения, осуществляя как индивидуальную, так и коллективную ответственность за решение учебных задач.

– Игровая технология – позволяет развивать навыки рассмотрения ряда возможных способов решения проблем, активизируя мышление студентов и раскрывая личностный потенциал каждого учащегося.

– Технология развития критического мышления – способствует формированию разносторонней личности, способной критически относиться к информации, умению отбирать информацию для решения поставленной задачи.

Комплексное использование в учебном процессе всех вышеназванных технологий стимулируют личностную, интеллектуальную активность, развивают познавательные процессы, способствуют формированию компетенций, которыми должен обладать будущий специалист.

Основные виды интерактивных образовательных технологий включают в себя:

– работа в малых группах (команде) - совместная деятельность студентов в группе под руководством лидера, направленная на решение общей задачи путём творческого сложения результатов индивидуальной работы членов команды с делением полномочий и ответственности;

– проектная технология - индивидуальная или коллективная деятельность по отбору, распределению и систематизации материала по определенной теме, в результате которой составляется проект;

– анализ конкретных ситуаций - анализ реальных проблемных ситуаций, имевших место в соответствующей области профессиональной деятельности, и поиск вариантов лучших решений;

– развитие критического мышления – образовательная деятельность, направленная на развитие у студентов разумного, рефлексивного мышления, способного выдвинуть новые идеи и увидеть новые возможности.

Подход разбора конкретных задач и ситуаций широко используется как преподавателем, так и студентами во время лекций, лабораторных занятий и анализа результатов самостоятельной работы. Это обусловлено тем, что при исследовании и решении каждой конкретной задачи имеется, как правило, несколько методов, а это требует разбора и оценки целой совокупности конкретных ситуаций.

Темы, задания и вопросы для самостоятельной работы призваны сформировать навыки поиска информации, умения самостоятельно расширять и углублять знания, полученные в ходе лекционных и практических занятий.

Подход разбора конкретных ситуаций широко используется как преподавателем, так и студентами при проведении анализа результатов самостоятельной работы.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

4. Оценочные и методические материалы

4.1 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Дискретная математика».

Оценочные средства включает контрольные материалы для проведения текущего контроля в форме тестовых заданий, заданий по темам и промежуточной аттестации в форме вопросов и заданий к экзамену и зачету.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины*	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1	Основы абстрактной алгебры и теории множеств	ОПК-1	Типовые контрольные задания 1-9 Типовые задания для самостоятельной работы 1-9	Контрольная работа 1 Вопросы для подготовки к экзамену 1-2
2	Основы математической логики и формальных теорий	ОПК-1	Типовые контрольные задания 10-14 Типовые задания для самостоятельной работы 10-15	Контрольная работа 1 Вопросы для подготовки к экзамену 3

3	Отношения на множествах	ОПК-1	Типовые контрольные задания 15-26 Типовые задания для самостоятельной работы 27-43	Контрольная работа 2 Вопросы для подготовки к экзамену 4-7
4	Элементы комбинаторики	ОПК-1	Типовые контрольные задания 41-80 Типовые задания для самостоятельной работы 44-102	Контрольная работа 2 Вопросы для подготовки к экзамену 8-13
5	Основы алгебры логики	ОПК-1	Типовые контрольные задания 81-104 Типовые задания для самостоятельной работы 103-127	Контрольная работа 3-4 Вопросы для подготовки к экзамену 14-29
6	Основы теории графов	ОПК-1	Типовые контрольные задания 105-120 Типовые задания для самостоятельной работы 128-144	Контрольная работа 5 Вопросы для подготовки к экзамену 31-36
7	Элементы теории графов	ОПК-1	Типовые контрольные задания 125 Типовые задания для самостоятельной работы 149	Контрольная работа 6 Вопросы для подготовки к экзамену 37-48
8	Конечные автоматы и функциональные системы с памятью	ОПК-1	Типовые контрольные задания 125-126 Типовые задания для самостоятельной работы 149-150	Контрольная работа 6 Вопросы для подготовки к экзамену 49-63
9	Рекурсивные функции и эффективная вычислимость	ОПК-1	Типовые контрольные задания 127-159 Типовые задания для самостоятельной работы 151-185	Контрольная работа 7-8 Вопросы для подготовки к экзамену 64-69
10	Прикладная теория алгоритмов	ОПК-1	Типовые контрольные задания 127-159 Типовые задания для самостоятельной работы 151-185	Контрольная работа 9 Вопросы для подготовки к экзамену 70-71
11	Системы Поста и модели процессов, основанные на правилах	ОПК-1	Типовые контрольные задания 127-159 Типовые задания для самостоятельной работы 151-185	Контрольная работа 108 Вопросы для подготовки к экзамену 72-78

Показатели, критерии и шкала оценки сформированных компетенций

Соответствие **пороговому уровню** освоения компетенций планируемым результатам обучения и критериям их оценивания (оценка: **удовлетворительно /зачтено**):

ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности
ОПК-1.1	Способен применять системный подход к анализу предметной (проблемной) области в профессиональной деятельности
Знать	Методы анализа и обобщения отечественного и международного опыта в области дискретного моделирования Методы проведения экспериментов и наблюдений, обобщения и обработки дискретной информации
Уметь	Проводить анализ исполнения требований с использованием математической логики Использовать существующие типовые решения и шаблоны проектирования программного обеспечения Применять методы анализа научно-технической информации в области дискретного моделирования
Владеть	Анализ возможностей реализации требований к программному обеспечению на основе дискретного моделирования Проектирование дискретных структур данных Сбор, обработка, анализ и обобщение результатов экспериментов и исследований в соответствующей области знаний с использованием математической логики Деятельность, направленная на решение задач аналитического характера, предполагающих выбор и многообразие актуальных способов решения задач
ОПК-1.2	Применяет знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в выборе методов решения задач, построении моделей и анализе их применимости в заданной предметной области
Знать	Методы анализа и обобщения отечественного и международного опыта в области дискретного моделирования Методы проведения экспериментов и наблюдений, обобщения и обработки дискретной информации
Уметь	Проводить анализ исполнения требований с использованием математической логики Проводить оценку и обоснование рекомендуемых решений Использовать существующие типовые решения и шаблоны проектирования программного обеспечения на основе дискретного моделирования Применять методы анализа научно-технической информации
Владеть	Анализ возможностей реализации требований к программному обеспечению с использованием математической логики Оценка времени и трудоемкости реализации требований к программному обеспечению на основе дискретного моделирования Сбор, обработка, анализ и обобщение результатов экспериментов и исследований в области знаний дискретных моделей Подготовка предложений для составления планов и методических программ исследований и разработок, практических рекомендаций по исполнению их результатов на основе дискретного анализа

Деятельность, направленная на решение задач аналитического характера, предполагающих выбор и многообразие актуальных способов решения задач

Соответствие **базовому уровню** освоения компетенций планируемым результатам обучения и критериям их оценивания (оценка: **хорошо /зачтено**):

ОПК-1 **Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности**

ОПК-1.1 **Способен применять системный подход к анализу предметной (проблемной) области в профессиональной деятельности**

Знать Методы анализа и обобщения отечественного и международного опыта в области дискретного моделирования
Методы проведения экспериментов и наблюдений, обобщения и обработки дискретной информации

Уметь Проводить анализ исполнения требований с использованием математической логики
Аргументированно использовать существующие типовые решения и шаблоны проектирования программного обеспечения
Аргументированно применять методы анализа научно-технической информации в области дискретного моделирования

Владеть Анализ возможностей реализации требований к программному обеспечению на основе дискретного моделирования
Проектирование дискретных структур данных
Сбор, обработка, анализ и обобщение результатов экспериментов и исследований в соответствующей области знаний с использованием математической логики
Деятельность, направленная на решение задач аналитического характера, предполагающих выбор и многообразие актуальных способов решения задач

ОПК-1.2 **Применяет знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в выборе методов решения задач, построении моделей и анализе их применимости в заданной предметной области**

Знать Методы анализа и обобщения отечественного и международного опыта в области дискретного моделирования
Методы проведения экспериментов и наблюдений, обобщения и обработки дискретной информации

Уметь Проводить анализ исполнения требований с использованием математической логики
Проводить оценку и обоснование рекомендуемых решений
Аргументированно использовать существующие типовые решения и шаблоны проектирования программного обеспечения на основе дискретного моделирования
Применять методы анализа научно-технической информации

Владеть Анализ возможностей реализации требований к программному обеспечению с использованием математической логики
Оценка времени и трудоемкости реализации требований к программному обеспечению на основе дискретного моделирования

Сбор, обработка, анализ и обобщение результатов экспериментов и исследований в области знаний дискретных моделей

Аргументированно подготавливать предложения для составления планов и методических программ исследований и разработок, практических рекомендаций по исполнению их результатов на основе дискретного анализа

Деятельность, направленная на решение задач аналитического характера, предполагающих выбор и многообразие актуальных способов решения задач

Соответствие **продвинутому уровню** освоения компетенций планируемым результатам обучения и критериям их оценивания (оценка: **отлично /зачтено**):

ОПК-1 **Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности**

ОПК-1.1 **Способен применять системный подход к анализу предметной (проблемной) области в профессиональной деятельности**

Знать *Методы анализа и обобщения отечественного и международного опыта в области дискретного моделирования*
Методы проведения экспериментов и наблюдений, обобщения и обработки дискретной информации на высоком уровне

Уметь *Проводить анализ исполнения требований с использованием математической логики на высоком уровне*
Аргументированно использовать существующие типовые решения и шаблоны проектирования программного обеспечения
Аргументированно применять методы анализа научно-технической информации в области дискретного моделирования

Владеть *Анализ возможностей реализации требований к программному обеспечению на основе дискретного моделирования*
Проектирование дискретных структур данных
Сбор, обработка, анализ и обобщение результатов экспериментов и исследований в соответствующей области знаний с использованием математической логики на высоком уровне
Деятельность, направленная на решение задач аналитического характера, предполагающих выбор и многообразие актуальных способов решения задач

ОПК-1.2 **Применяет знания, полученные в области математических и (или) естественных наук выборе методов решения задач, построении моделей и анализе их применимости в заданной предметной области**

Знать *Методы анализа и обобщения отечественного и международного опыта в области дискретного моделирования*
Методы проведения экспериментов и наблюдений, обобщения и обработки дискретной информации на высоком уровне

Уметь *Проводить анализ исполнения требований с использованием математической логики на высоком уровне*
Проводить оценку и обоснование рекомендуемых решений
Аргументированно использовать существующие типовые решения и шаблоны проектирования программного обеспечения на основе дискретного моделирования

Применять методы анализа научно-технической информации на высоком уровне

Владеть *Анализ возможностей реализации требований к программному обеспечению с использованием математической логики на высоком уровне
Оценка времени и трудоемкости реализации требований к программному обеспечению на основе дискретного моделирования
Сбор, обработка, анализ и обобщение результатов экспериментов и исследований в области знаний дискретных моделей на высоком уровне
Аргументированно подготавливать предложения для составления планов и методических программ исследований и разработок, практических рекомендаций по исполнению их результатов на основе дискретного анализа
Деятельность, направленная на решение задач аналитического характера, предполагающих выбор и многообразие актуальных способов решения задач*

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Типовые контрольные задания

1. Пусть P , Q и R - определенные следующим образом высказывания:

P : Я умираю от жажды.

Q : Мой стакан пуст.

R : Сейчас три часа.

Запишите каждое из следующих высказываний как логическое выражение, включающее P , Q и R .

- Я умираю от жажды и мой стакан не пуст.
 - Если я не умираю от жажды, то мой стакан не пуст.
2. Обозначим через x слово «кошка», а через $P(x)$ предикат «у x есть усы». Запишите каждое из высказываний в символьной форме:
- усы есть у всех кошек;
 - найдется кошка без усов.
3. Какие из следующих предложений являются предикатами? Какие из них тождественно истинны, тождественно ложны, выполнимы?
- x делится на 3 ($x \in \mathbb{N}$).
 - x делится на 5.
 - $y = x^2$; $x \in \mathbb{R}$
 - $x^2 + y^2 = z$; $x, y, z \in \mathbb{R}$
4. Изобразить на координатной плоскости области истинности предикатов
- $(x \leq 2) \wedge (x < y)$
 - $((x > 2) \vee (y > 1)) \wedge ((x < -1) \vee (y < -2))$
5. Выделить свободные переменные следующих предикатов.
- $\forall x (x - y \equiv x + (-y)); x, y \in \mathbb{R}$
 - $\forall x (\exists y P(x, y) \rightarrow Q(x, y, z))$
 - $\exists u \forall v P(u, v) \rightarrow \exists t Q(t, u)$

6. Справедливы ли следующие утверждения?
- $\overline{\forall x P(x,y)} \equiv \exists x \overline{P(x,y)}$
 - $\forall x(P(x,y) \wedge Q(x,y)) \equiv \forall x P(x,y) \wedge \forall x Q(x,y)$
7. Доказать, что существуют предикаты Q, P такие, что:
- $\forall x (P(x) \vee Q(x)) \neq \forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$
 - $\forall y \exists x P(x,y) \rightarrow \exists x \forall y P(x,y) \neq 1$
8. Какие из формул тождественно истинны?
- $\forall x (P(x) \rightarrow Q(x)) \rightarrow (\forall x P(x) \rightarrow \forall x Q(x))$
 - $\forall x (P(x) \rightarrow Q(x)) \equiv (\exists x P(x) \rightarrow \forall x Q(x))$
9. Получить п.н.ф. предикатной формулы
- $\exists x \forall y P(x,y) \rightarrow \forall x \exists y Q(x,y)$
 - $(\exists x \forall z P(x,z) \vee \forall x \forall y P(x,y)) \rightarrow \overline{\forall z R(z)}$
10. Прямым рассуждением докажите истинность высказывания:
n и m — четные числа $\Rightarrow$ n + m — число четное.
11. Дайте обратное доказательство высказывания:
 n^2 — четное число $\Rightarrow$ n — четное.
12. Методом «от противного» докажите, что
n + m — нечетное число $\Rightarrow$ одно из слагаемых является четным, а другое — нечетным.
13. Методом математической индукции докажите:
- $7^n - 1$ делится на 6 при любом натуральном показателе n
 - $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1}$ для всех натуральных чисел n
14. Последовательность целых чисел $x_1, x_2, \dots, x_n$ определена рекуррентной формулой:
 $x_1 = 1$ и $x_{k+1} = x_k + 8k$, при $k \geq 1$. Докажите по индукции, что имеет место формула:
 $x_n = (2n-1)^2$ для всех $n \geq 1$.
15. Пусть $U = \{1, 2, 3, 4\}$, $A = \{1, 3, 4\}$, $B = \{2, 3\}$, $C = \{1, 4\}$. Найти:
- $\overline{A} \cup \overline{B}$
 - $A \setminus (B \cup C)$
 - $A \setminus (B \cup \overline{C})$
16. С помощью диаграмм Эйлера – Венна выяснить, какие из следующих дистрибутивных законов справедливы для любых множеств A, B, C:
- $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$
 - $A \setminus (B \Delta C) = (A \setminus B) \Delta (A \setminus C)$
17. Какие из следующих утверждений верны:
- $b \subset \{a, b\}$
 - $b \in \{a, b\}$
 - $\{b\} \subset \{a, b\}$
 - $\{b\} \in \{a, b\}$
 - $b \subset \{a, \{b\}\}$
 - $b \in \{a, \{b\}\}$
 - $\{b\} \subset \{a, \{b\}\}$
 - $\{b\} \in \{a, \{b\}\}$
 - $\emptyset \in \{\emptyset\}$
 - $\emptyset \subseteq \emptyset$
 - $\emptyset \in \emptyset$
 - $\emptyset \subseteq \emptyset$
18. Известно, что $B \subseteq A \subseteq C$, $a \in A$ и $a \notin B$. Какие из следующих утверждений верны:

- a) $a \in A \cap B$ c) $a \in A \Delta B$ e) $a \in A \cup C$ g) $\{a\} \subseteq A \cap (B \setminus C)$
 b) $a \in A \cup B$ d) $\{a\} \subseteq A \cap C$ f) $a \in A \cap B \cup C$ h) $\{a\} \subseteq B \Delta (A \setminus C)$

19. Доказать тождество с использованием логики предикатов

- a) $A \cup A \cap B = A$ c) $A \Delta B = A \cap \overline{B} \cup \overline{A} \cap B$
 b) $A \cap B \cup A \cap \overline{B} = A$ d) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$
 e) $(A \cup B) \Delta (B \cup C) = (A \Delta C) \setminus B = (A \cap B \Delta B \cap C) \Delta (A \Delta C)$

20. Выясните, какие из следующих равенств справедливы для любых множеств A, B, C, D:

- a) $A \Delta B = B \Delta A$
 b) $(A \cup B) \Delta C = (A \Delta C) \cup (B \Delta C)$
 c) $\overline{A \Delta B \cap C} = A \cap B \cap \overline{C} \cup \overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}$

21. Известно, что $A \subset B \subset C$, $A \neq \emptyset$, $C \neq \emptyset$. Является ли множество пустым?

- a) $C \cup (\overline{A} \setminus \overline{B})$;
 b) $(B \setminus C) \cap (A \cup B)$;

22. Упростите выражение, если $C=U$, $D=\emptyset$

- a) $A \cap C \cup \overline{B} \cap C \cup A \cap D$;
 b) $A \cap \overline{B} \cup C \cap \overline{D}$

23. Упростите выражение, если $A \subset B$ и $C \subset D$

- a) $A \cap B \cap C \cap D$
 b) $(A \cup B) \cap (C \cup D)$

24. Решить уравнение, найти необходимые и достаточные условия, при которых уравнение имеет решение.

- 1) $(A \Delta B) \Delta X = A \cap B$ 3) $(A \Delta B) \Delta X = A \cup B$
 2) $X \setminus A = B \cup (\overline{X} \setminus A)$ 4) $\overline{A \cap X} = (X \setminus A) \cup B$

25. Решить систему уравнений. Найти необходимые и достаточные условия, при которых система имеет решение.

- 1) $\begin{cases} A \cap X = A \cap C \\ B \cap X = B \cap C \\ C \cap X = A \cap B \end{cases}$ 3) $\begin{cases} X \cup B = B \cup C \\ X \cup A = A \cup C \\ X \cup C = B \cup C \end{cases}$
 2) $\begin{cases} B \cup X = A \\ A \Delta \overline{X} = \overline{C} \end{cases}$

26. Пусть M_2 , M_3 , M_5 обозначают подмножества универсума N , состоящие соответственно из всех чисел, кратных 2, 3, 5. С помощью операций над множествами выразить через них множества всех чисел:

- a) делящихся на 6
 b) делящихся на 30

27. Определите, какие из следующих отношений на множестве людей рефлексивны, симметричны или транзитивны:

- a) «... имеет тех же родителей, что и...»
 b) «...является братом...»

28. Определите, какие из приведенных ниже отношений на Z являются рефлексивными, симметричными, а какие транзитивными?

- a) « $x + y$ — нечетное число»
- b) « $x + xy$ — четное число».

29. Какими свойствами обладают следующие отношения на множестве натуральных чисел?

- a) $R_1 = \{(m, n) \mid n \text{ и } m \text{ взаимно просты}\}$
- b) $R_5 = \{(m, n) \mid m = n^2\}$

30. Определите, какими свойствами обладают следующие отношения на множестве N

- a) $aRb \Leftrightarrow a$ и b состоят из разных цифр
- b) $aRb \Leftrightarrow$ сумма цифр a не больше суммы цифр b

31. Доказать, что следующие отношения являются эквивалентностями. Найти классы эквивалентности и индекс разбиения. Установить взаимно однозначное соответствие между фактор-множеством и указанным множеством.

- a) $R_1 = \{(x, y) \mid x, y \in Z, x-y \text{ — четное}\}, Z/R_1 = \{0, 1\}$
- b) $R_4 = \{(x, y) \mid x, y \in Z, x-y \text{ — делится на } n, n \in N\}, Z/R_4 = \{0, 1, \dots, n-1\}$

32. Доказать, что отношение M на множестве R^2 является отношением эквивалентности на множестве R^2 . Определить классы эквивалентности.

$$M = \{((x_1, x_2), (y_1, y_2)) \mid (x_1, x_2), (y_1, y_2) \in R^2, x_1^2 + x_2^2 = y_1^2 + y_2^2\}.$$

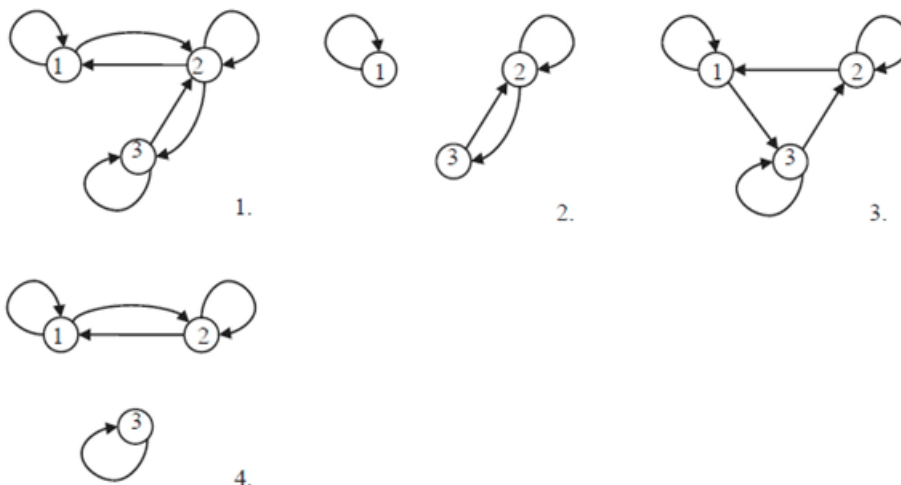
33. Выясните, какие из следующих перечисленных отношений на множестве $\{0, 1, \dots, 9\}$ являются отношениями эквивалентности. Найдите классы эквивалентности.

- a) $R_1 := \{(a, b) \mid a \equiv b \pmod{3}\}$
- b) $R_5 = \{(a, b) \mid |2^a - 2^b| \leq 16\}$

34. Определите, какие из следующих отношений на Z^2 являются отношениями эквивалентности. Найдите классы эквивалентности.

- a) $(x_1, y_1) R (x_2, y_2) \Leftrightarrow x_1 = x_2$
- b) $(x_1, y_1) R (x_2, y_2) \Leftrightarrow x_1 < x_2 \text{ или } x_1 = x_2, y_1 \leq y_2$

35. Какие из отношений, представленных диаграммами, являются отношениями эквивалентности?



36. Определите, какими свойствами обладают следующие отношения на множестве $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Найти транзитивное замыкание R^+ .

a) $aRb \Leftrightarrow |a-b| < 2a$

b) $aRb \Leftrightarrow a^2 \geq 3b$

37. Если отношение является отношением эквивалентности, то найти индекс разбиения множества Z^2

a) $(x_1, y_1)R(x_2, y_2) \Leftrightarrow$ количество различных цифр x_1 равно количеству различных цифр x_2

b) $(x_1, y_1)R(x_2, y_2) \Leftrightarrow$ максимальная цифра x_1 равна максимальной цифре x_2

38. На множестве $N \setminus \{1\}$ введено отношение $S = \{(m, n) \mid m \text{ делится на } n\}$. Доказать, что S -отношение частичного, но не линейного порядка.

39. На множестве $M = \{\emptyset, \{1\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$ введено отношение R строгого включения:

$$R = \{(X, Y) \mid X, Y \in M, X \subset Y\}.$$

Показать, что R - отношение частичного, но не линейного порядка.

40. Определить какими свойствами обладают отображения $f, g: R \rightarrow R$. Найти их композиции $f \circ g, g \circ f$ и определить их свойства.

a) $f(x) = \begin{cases} 2+x, & x \geq 0; \\ 2-x, & x < 0; \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq 2; \\ 2x, & x < 2. \end{cases}$

б) $f(x) = \begin{cases} x, & x \geq 0; \\ -x, & x < 0; \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} x^3, & x \geq 1; \\ 2-x, & x < 1. \end{cases}$

41. Найти число маршрутов из пункта M в пункт N через пункт L , если из M в L ведут 6 дорог, а из L в N - 3 дороги.

42. Найти количество всех шестизначных чисел. Найти количество всех четных шестизначных чисел. Найти количество всех шестизначных чисел, превосходящих 500.

43. В библиотеке 5 различных учебников по геометрии, 6 различных учебников по тригонометрии и 4 - по алгебре. Сколько полных комплектов учебников можно составить?

44. В футбольном турнире участвуют 15 команд. Разыгрываются золотые, серебряные и бронзовые медали. Сколькими способами могут быть распределены медали?

45. Группе из десяти сотрудников выделено три путевки. Сколькими способами распределения путевок, если:

a) все путевки различны;

б) все путевки одинаковы?

46. Из группы, состоящей из 20 человек, нужно выбрать председателя профкома, секретаря и казначея. Сколькими способами можно это сделать?

47. Сколькими способами 12 книг можно расставить на одной книжной полке? Сколькими способами 10 книг можно расставить на одной книжной полке так, чтобы между книгой A и B находилось 2 книги?

48. Сколькими способами на пять различных конвертов можно наклеить по одной марке, если на почте имеется 16 различных видов марок?
49. На круговой карусели 10 мест. Сколькими различными способами можно рассадить 10 детей так, чтобы Маша сидела за Ваней?
50. Сколькими способами можно разделить колоду из 36 карт пополам так, чтобы в каждой пачке было по два туза и два короля?
51. Сколько палиндромов (слов, читающихся одинаково слева направо и справа налево) длины n можно составить, если в алфавите k букв?
52. Каким числом способов можно на обычной шахматной доске разместить белую и черную ладьи так, чтобы они не атаковали друг друга?
53. Имеется n_1 разных книг одного автора, n_2 – второго и n_3 – третьего. Каким числом способов можно выбрать
- а) две книги одного автора;
 - б) три книги одного автора;
 - в) одну книгу первого автора, две – второго и три – третьего?
54. Каким числом способов из 10 человек можно выбрать три комиссии, если в первой и во второй комиссиях должно быть по 3 человека, а в третьей - 5 человек, и ни один из членов первой комиссии не должен входить во вторую и третью?
55. Каким числом способов можно расположить n нулей и k единиц в последовательность так, чтобы никакие две единицы не стояли рядом?
56. Трое ребят в саду собрали 25 яблок. Сколькими способами они могут их разделить между собой?
57. Сколько слов длины 25 в английском алфавите (всего 26 букв) можно составить, если 3 буквы повторяются по 2 раза, 2 буквы повторяются 4 раза, а остальные буквы различные.
58. В вагон сели 19 пассажиров. Сколькими способами они могут выйти на 10 остановках, если на каждой остановке должен выйти хотя бы один пассажир?
59. Сколькими способами 15 различных монет можно разложить по двум (трем) карманам?
60. Сколькими способами 7 различных монет можно разложить по двум (трем) карманам так, чтобы ни один не оказался пустым?
61. Сколькими способами можно разделить 10 различных подарков среди пяти детей так, чтобы у каждого был хотя бы один подарок?
62. Сколькими способами 15 разных конфет можно разделить среди трех мальчиков так, чтобы у каждого была хотя бы одна конфета?
63. Сколько натуральных чисел от 20 до 1000 делится ровно на одно из чисел 7, 11 или 13?
64. Сколькими способами 28 конвертов можно произвольно разложить по 6 ящикам, если:
- а) все конверты разные и все ящики одинаковые

- b) все конверты разные и все ящики разные
 - c) все конверты одинаковые и все ящики разные
- 65. Десять студентов из 3 различных институтов решили сфотографироваться вместе. Фотограф расположил их в один ряд, причем студенты каждого института стояли вместе. Сколькими способами можно получить такую композицию, если из двух институтов было по 4 студента, а из третьего - 2 студента?
- 66. Сколько бинарных отношений можно задать на множестве из n элементов? Сколько среди них:
 - a) рефлексивных?
 - b) симметричных?
 - c) антисимметричных?
- 67. Сколько матриц с n столбцами и m попарно различными строками можно составить из элементов 0 и 1?
- 68. Сколько имеется перестановок из элементов $1, 2, \dots, n$, в которых
 - a) 1 стоит раньше 2?
 - b) 1 и 2 не стоят рядом?
 - c) между 1 и 2 расположены k других элементов?
 - d) 1 стоит не на первом месте, 2 – не на втором?
- 69. Сколько отношений линейного порядка можно определить на множестве из n элементов?
- 70. Сколько имеется пятизначных десятичных чисел, у которых
 - a) цифры идут слева направо в возрастающем порядке;
 - b) ровно три цифры четные;
 - c) не менее двух четных цифр?
- 71. Определите число целых положительных (целых неотрицательных) решений уравнения $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$.
- 72. Имеется 28 книг автора А, 18 книг автора Б, 25 книг автора С, 9 книг автора Д. Сколько вариантов выбрать:
 - a) 2 книги одного автора
 - b) 5 книг двух авторов
- 73. Имеется 20 книг автора А, 15 книг автора Б, 15 книг автора С, 18 книг автора Д. Сколько вариантов выбрать:
 - a) три книги одного автора
 - b) пять книг двух авторов
- 74. Разложить по формуле бинома Ньютона или обобщенному биномиальному правилу:
 - a) $(1 - x^2)^5$
 - b) $(t^2 - t^4)^5$
- 75. Пусть колода состоит из 100 пронумерованных карт числами 1, 2, ... 100. Сколькими способами можно расположить карты в колоде так, чтобы ни для одного k ($1 < k < 100$) карта с номером k не занимала k -е место?

76. Дано множество U из n элементов и в нем подмножества A из k элементов и B из l элементов, причем $|A \cup B| = m$. Найти число подмножеств $X \subseteq U$, удовлетворяющих условию:
- $A \subseteq X, B \subseteq X$;
 - $X \subseteq A \Delta B$
77. Чему равен коэффициент при $x^4 y^8$ в разложении $(1+x+y)^{20}$?
78. Среди сотрудников фирмы семнадцать человек знают английский язык, десять – немецкий, семеро – французский. Три человека знают английский и французский, два – немецкий и французский, четверо – английский и немецкий.
- Сколько человек работает в фирме, если каждый знает хотя бы один язык, а два человека знают все три языка?
 - Сколько сотрудников, не знающих ни одного иностранного языка, если в фирме работает тридцать человек и никто из них не знает всех трех языков?
79. Дано множество U из n элементов. Каким числом способов в нем можно выбрать три подмножества A, B, C так, чтобы выполнялись заданные условия:
- $n = 7, |(A \setminus B) \cup C| = 6, |C \setminus (A \cap B)| = 2$;
 - $n = 6, |A \cup B| = 5, |A \setminus (B \cap C)| = 1$;
80. Рассматриваются слова в алфавите $\{a_1, a_2, \dots, a_q\}$. Через n_i обозначается число вхождений буквы a_i в слово. Требуется подсчитать число слов длины n , удовлетворяющих данным условиям:
- $q=5, n=8, n_1+n_2+n_3=2$;
 - $q=5, n=7, n_1+n_2+n_3=2, n_4 \geq 3$.
81. Построить табличное представление функций
- $(x \wedge \bar{y} \rightarrow z) \vee ((x \downarrow y) \rightarrow x|z)$
 - $((x \wedge \bar{y} \rightarrow \bar{x}|z) \oplus (x \equiv y)) \downarrow (\overline{y \oplus x \vee z})$
82. Определить тождественны ли формулы A и B путем сравнения их табличных представлений
- $A = \overline{x \oplus y \wedge z} \wedge \overline{\bar{y} \rightarrow x \wedge z} \wedge (\bar{x} \downarrow y), \quad B = \overline{(x \wedge y \rightarrow (y \downarrow z)) \vee x \wedge z \wedge z}$
83. Применяя равносильные преобразования, привести к более простой форме
- $\overline{(x \wedge \bar{y} \rightarrow z) \vee (x \downarrow y)}$
 - $\overline{(y \oplus x \vee z) \wedge \bar{y} \rightarrow \bar{x}|z}$
84. По $f(x_1, x_2) = (1011)$ и $g(x_1, x_2) = (0111)$ построить функцию h
- $h(x_1, x_2) = f(x_1, g(x_1, x_2))$
 - $h(x_1, x_2, x_3) = g(x_1, x_3) \oplus f(x_3, g(x_2, x_1))$
85. Перечислить все существенные и фиктивные переменные у следующих функций, заданных векторно:
- 10101010
 - 10011001
 - 0101111101011111
86. Применяя равносильные преобразования, показать, что x_1 – фиктивная переменная
- $(x_2 \rightarrow x_1) \wedge (x_2 \downarrow x_2)$
 - $(x_1 \equiv x_2) \vee (x_1|x_2)$

87. Выяснить при каких $n(n \geq 2)$ функция $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ зависит существенно от всех своих переменных
- $(x_1 \vee \dots \vee x_n) \rightarrow ((x_1 \vee x_2) \wedge (x_2 \vee x_3) \wedge \dots \wedge (x_{n-1} \vee x_n) \wedge (x_n \vee x_1))$
 - $(x_1 \wedge x_2 \vee x_2 \wedge x_3 \vee \dots \vee x_{n-1} \wedge x_n \vee x_n \wedge x_1) \rightarrow (x_1 \wedge x_2 \oplus x_2 \wedge x_3 \oplus \dots \oplus x_{n-1} \wedge x_n \oplus x_n \wedge x_1)$
88. Используя принцип двойственности, построить и упростить формулу, реализующую функцию, двойственную к функции:
- $(x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (x_2 \oplus x_3) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge x_3)$
 - $(\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee (x_2 \wedge \overline{x_3} \oplus 1)) \downarrow x_3$
89. Получить СКНФ и СДНФ функции:
- $x_1 \wedge \overline{x_2} \vee \overline{x_2} \wedge x_3 \vee (x_1 \rightarrow x_2 \wedge x_3)$
 - 0011110100100011
 - $(\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \wedge x_2 \vee x_3)$
 - $(x_1 \rightarrow x_2) \oplus (x_1 \mid x_2 \wedge x_3)$
 - $(\overline{x_1} \wedge x_2 \rightarrow x_3) \wedge (x_1 \rightarrow x_3 \rightarrow x_2)$
 - 1010000100111010
90. Разложить по переменной y и получить формулу, не содержащую констант
- $(x \rightarrow y) \wedge \overline{z} \rightarrow (\overline{x} \rightarrow \overline{y})$
 - $((x \equiv \overline{z}) \downarrow y) \rightarrow (\overline{x} \oplus \overline{y}) \rightarrow (\overline{x} \rightarrow \overline{y})$
91. Какие из следующих функций самодвойственные?
- $(x \vee y) \wedge (x \vee z) \wedge (y \vee z)$
 - (0011100011100011)
92. Построить полином Жегалкина для функции:
- (10001110)
 - (01100110)
 - $((x \rightarrow y \wedge z) \oplus (x \equiv u)) \vee (y \rightarrow x \wedge u)$
93. Выяснить при каких $n(n \geq 2)$ функция $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ сохраняет константы:
- $x_1 \oplus x_2 \oplus \dots \oplus x_n$
 - $(\bigoplus_{i=1}^{n-1} x_i \wedge x_{i+1}) \oplus x_n \wedge x_1$
 - $\bigoplus_{1 \leq i < j \leq n} x_i \cdot x_j$
94. Заменить прочерки в векторе символами 0 или 1 так, чтобы получился вектор самодвойственной функции:
- (01-0-0- -11-0-1- -)
 - (- -01- -11- -01- -10)
95. Какие из следующих функций монотонные?
- (01101001)
 - (00110110)
 - (0001001001100111)
96. Заменить прочерки в векторе символами 0 или 1 так, чтобы получился вектор монотонной функции:
- (-00-)
 - (- - - 1 - - 0 -)
97. Заменить прочерки в векторе символами 0 или 1 так, чтобы получился вектор функции $f \in M \cap S$
- (- - -1)
 - (-00- - 1 - - 1)
98. Выяснить при каких $n(n \geq 2)$ функция $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ монотонная:
- $x_1 \oplus x_2 \oplus \dots \oplus x_n$

99. Какие из следующих функций линейные?

- a) (1001) c) (10100110)
b) (01101001) d) (1110100110010111)

100. Заменить прочерки в векторе символами 0 или 1 так, чтобы получился вектор линейной функции:

- a) (10-1) b) (-0-1- -00)

101. Найти число функций $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ($n \geq 0$), принадлежащих множеству

- a) $T_0 \cap T_1$ h) $M \setminus T_1$
b) $T_0 \cap S$ i) $L \cap M$
c) $T_1 \cap L$ j) $T_0 \cap T_1 \cap L \cap M$
d) $T_0 \cap T_1 \cap S$ k) $(T_0 \cup T_1) \setminus L$
e) $T_0 \cap T_1 \cap L$ l) $(T_0 \setminus L) \cup ((L \cup M) \setminus T_1)$
f) $T_0 \cap T_1 \cap S \cap L$
g) $M \setminus T_0$

102. Найти функцию принадлежащую множеству

- a) $(T_1 \cap L) \setminus (T_0 \cup S)$ b) $L \setminus (M \setminus T_1)$
c) $((T_0 \cap T_1) \cup S) \setminus (L \setminus M)$

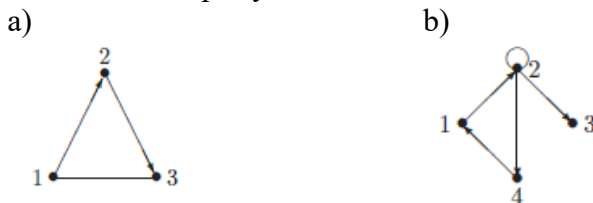
103. Выяснить полна ли система функций, заданных векторами своих значений. И если полна выразить $\vee, \wedge, \neg$

- a) $\{(0110), (1100\ 0011), 10010110\}$;
b) $\{(1001), (11101000)\}$;

104. Полна ли система $\{f, g\}$, если

- a) $f \in S \setminus M, g \notin L \cup S, (f \rightarrow g) \equiv 1$
b) $f \notin T_0 \cup L, g \notin S, (f \rightarrow g) \equiv 1$

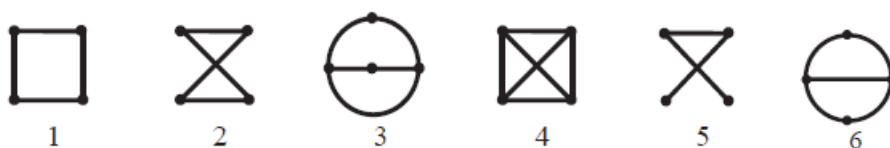
105. Найти матрицу смежности, инцидентности и списки смежности для графов:

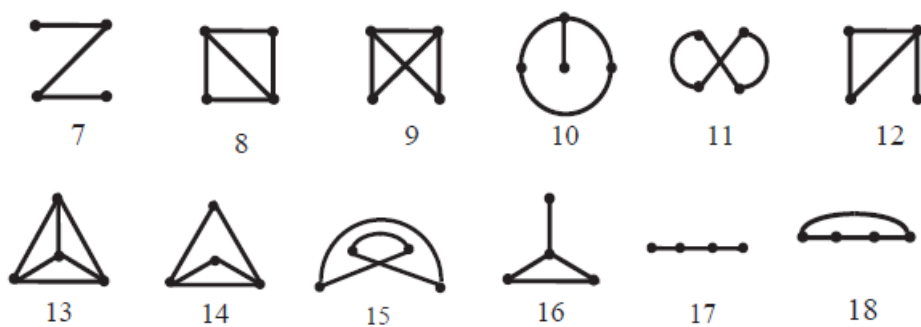


106. Вершина степени 0 называется изолированной. Определите число графов с n вершинами, в которых

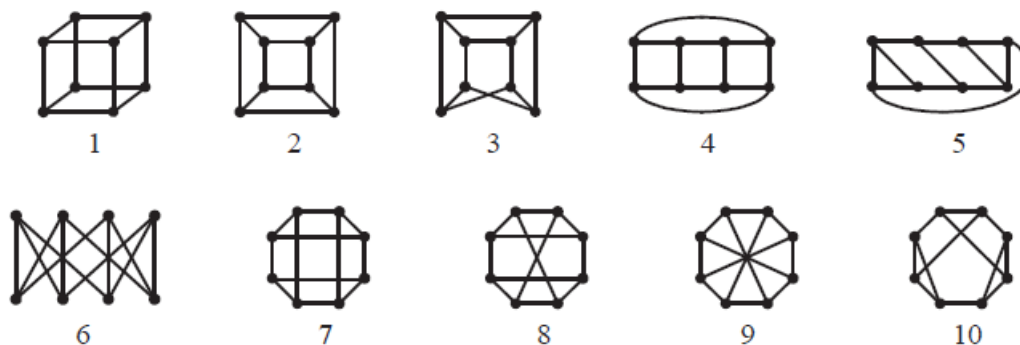
- a) данные k вершин являются изолированными:

107. Графы разбить на классы изоморфных графов.





108. Графы разбить на классы изоморфных графов.

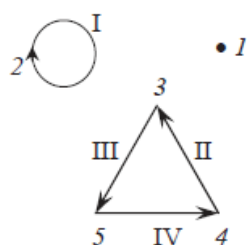


109. Перечислить все попарно неизоморфные графы:

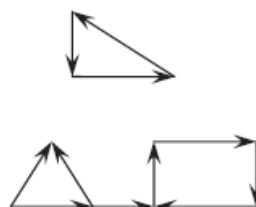
- связанные неориентированные с 4 вершинами
- деревья с числом вершин, не превышающим 6

110. Найти число компонент связности и сильной связности графов.

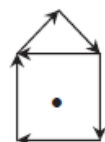
a)



b)



c)



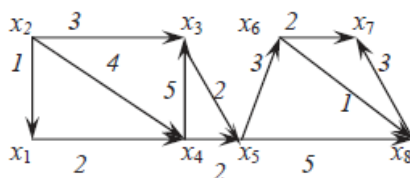
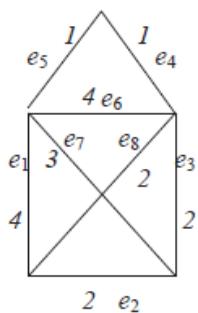
d)

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

111. Найти матрицу достижимости, остов минимального веса, фундаментальные матрицы циклов и разрезов.

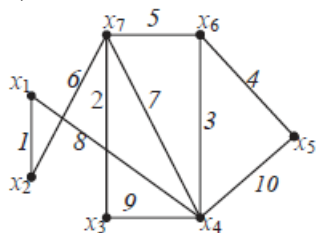
a)

b)

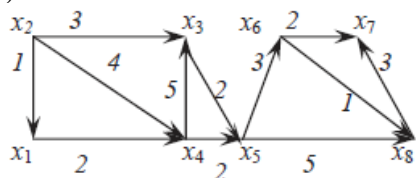


112. Найти кратчайший маршрут из вершины x_1 в вершину x_5

а)



б)



113. Какие из графов планарны?



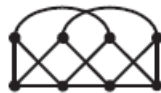
1



2



3



4



5



6



7



8



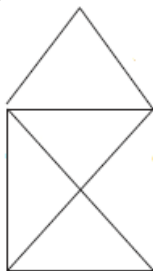
9



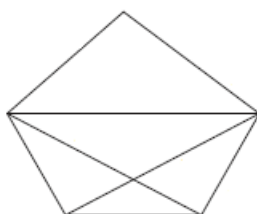
10

114. Найти хроматическое число графа.

а)



б)



с)



115. Определить число графов с n вершинами, в которых допускаются ребра следующих типов:

а) неориентированные и петли;

116. При каких n существует графы с n вершинами, каждая из которых имеет степень 3?
117. Найти граф с шестью вершинами, который имеет гамильтонов цикл, но не имеет эйлера цикла.
118. Каково наибольшее число ребер в двудольном графе с n вершинами?
119. Найти число корневых деревьев с множеством вершин $\{1, \dots, w\}$
120. Перечислите все графы с указанными свойствами и значениями параметров (в скобках указано число искомых графов):
 - а) 6 вершин. 5 ребер;
 - б) ориентированные, без петель. 4 вершины. 3 ребра.
121. Пусть $V = \{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5\}$ - алфавит языка сообщений, для которого задан код $V = \langle 10, 12, 012, 101, 2100 \rangle$ в алфавите $A = \{0, 1, 2\}$. Выяснить, является ли слово α кодом некоторого сообщения. В случае положительного ответа, выяснить является ли α кодом ровно одного сообщения.
 - а) $\alpha = 10120121012100$;
 - б) $\alpha = 1010012100101$.
122. Выяснить, обладает ли код V свойством префикса:
 - а) $V = \{0, 10, 11, 1110\}$;
 - б) $V = \{0, 10, \dots, 10^n, \dots\}$.
123. Выбрать максимальное по числу элементов подмножество B множества A с условием, что двоичные разложения наименьшей длины чисел из B представляют собой префиксный код:
 - а) $A = \{1, 5, 6, 7, 12, 13, 17\}$;
 - б) $A = \{5, 7, 9, 10, 12, 14, 17, 23, 24\}$.
124. Известно, что для алфавита $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ используется суффиксный код $K = \{00, 001, 1011, 11101, 0010, 0111\}$. При передаче сообщения использовался код Хемминга, исправляющий одну ошибку. Получено кодовое сообщение 01010110101101100000111101001100111001. Найдите исходное сообщение.
125. Построить схему из функциональных элементов в базисе $B = \{\wedge, \vee, \neg\}$, реализующую конечный автомат реализующий функцию $n-2m+1$.
126. Построить диаграмму Мура для конечного автомата реализующего функцию $3n-3m-5$.
127. Опишите ДКА, которые допускают следующие языки над алфавитом $\{0, 1\}$:
 - а) множество всех цепочек, оканчивающихся на 00;
 - б) множество всех цепочек, содержащих три нуля подряд;
128. Опишите ДКА, допускающие такие языки над алфавитом $\{0, 1\}$:
 - а) множество всех цепочек, в которых всякая подцепочка из пяти последовательных символов содержит хотя бы два 0;
 - б) множество всех цепочек, у которых на десятой позиции справа стоит 1.

129. Опишите ДКА, которые допускают следующие языки над алфавитом $\{0, 1\}$:

- множество всех цепочек, начинающихся с 1, и если рассматривать их как двоичное представление целого числа, то это число кратно 5. Например, цепочки 101, 1010 и 1111 принадлежат этому языку, а цепочки 0, 100 и 111 — нет;
- $L = \{w \mid w \text{ не содержит подцепочки } 0000 \text{ и } 011\}$.

130. Преобразуйте следующий НКА в эквивалентный ДКА и опишите неформально язык, который он допускает.

a)

	0	1
$\rightarrow p$	$\{p, q\}$	$\{p\}$
q	$\{r\}$	$\{r\}$
r	$\{s\}$	$\emptyset$
$*s$	$\{s\}$	$\{s\}$

131. Найдите недетерминированные конечные автоматы, которые допускают следующие языки. Постарайтесь максимально использовать возможности недетерминизма:

- множество цепочек над алфавитом $\{0, 1, \dots, 9\}$, последняя цифра которых встречается еще где-то в них;

132. Постройте НКА, распознающие множества цепочек, содержащие в качестве подцепочек следующие:

- abc, abd и aacd. Входным алфавитом считать $\{a, b, c, d\}$.

133. Построить ε -НКА допускающий язык

- $L = \{w \mid w \text{ содержит две подцепочки из множества } \{010, 0001, 1111\}\}$

134. Для следующего ε -НКА

- найдите ε -замыкание каждого из состояний;
- выпишите все цепочки, длина которых не более 3, допустимые данным автоматом;
- преобразуйте данный автомат в ДКА.

a)

	ε	a	b	c
$\rightarrow p$	$\emptyset$	$\{p\}$	$\{q\}$	$\{r\}$
q	$\{p\}$	$\{q\}$	$\{r\}$	$\emptyset$
$*r$	$\{q\}$	$\{r\}$	$\emptyset$	$\{p\}$

135. Постройте ε -НКА, которые допускают следующие языки. Для упрощения построений используйте, по возможности, ε -переходы:

- множество всех цепочек, состоящих из нуля или нескольких символов a , после которых стоит нуль или несколько символов b , и вслед за ними нуль или несколько символов c .

136. Напишите регулярные выражения для следующих языков:

- множество цепочек с алфавитом $\{a, b, c\}$, содержащих хотя бы один символ a и хотя бы один символ b ;

- b) множество цепочек из нулей и единиц, в которых десятый от правого края символ равен 1;
- c) множество цепочек из нулей и единиц, содержащих не более одной пары последовательных единиц.

137. Напишите регулярные выражения для следующих языков:

- a) множество всех цепочек из нулей и единиц, в которых каждая пара смежных нулей находится перед парой смежных единиц;

138. Напишите регулярные выражения для следующих языков:

- a) множество всех цепочек из нулей и единиц, в которых нет подцепочки 101.

139. Опишите обычными словами языки следующих регулярных выражений:

- a) $(1 + \epsilon)(00^*1)^*0^*$.

140. Для ДКА представленного следующей таблицей переходов

- выпишите все регулярные выражения $R_{ij}^{(0)}$;
- выпишите все регулярные выражения $R_{ij}^{(1)}$. Постарайтесь максимально упростить эти выражения;
- выпишите все регулярные выражения $R_{ij}^{(2)}$. Постарайтесь максимально упростить эти выражения;
- напишите регулярное выражение для языка заданного автомата.

a)

	0	1
$\rightarrow q_1$	q_2	q_1
q_2	q_3	q_1
$*q_3$	q_3	q_2

141. Преобразуйте следующий ДКА в регулярное выражение, используя технику исключения состояний из раздела

a)

	0	1
$\rightarrow *p$	s	p
q	p	s
r	r	q
s	q	r

142. Построить регулярное выражение для цепочек допускаемых автоматом

a)

	0	1
A	B	A
*B	E	D
*C	D	E

$\rightarrow D$	C	A
E	A	C

b)

	0	1	ϵ
$\rightarrow q_0$	q_1		q_1, q_4
q_1	q_1	q_2, q_3	q_4
q_2		q_2, q_3	
$*q_3$	q_1	q_3	
q_4	q_0, q_2	q_4	

143. Преобразуйте следующие регулярные выражения в НКА с ϵ -переходами;

- 01^* ;
- $(0 + 10)^*1^*$.

144. Докажите или опровергните каждое из следующих утверждений для регулярных выражений:

- $(R + S)^* = R^* + S^*$;
- $(RS + R)^*R = R(SR + R)^*$.

145. Докажите нерегулярность следующих языков

- $\{0^n 10^n \mid n \geq 1\}$;
- $\{0^n \mid n \text{ — степень числа } 2\}$;
- $L = \{0^a 1^b 2^c \mid a \neq b + c\}$.

146. Определить какие из предложенных языков не являются регулярным. Ответ обосновать.

- $L_1 = \{w \mid w = a^m b^n c^k, m=k\}$
- $L_2 = \{w \mid w = a^{2m} (bc)^*, m > 1\}$
- $L_3 = \{w \mid w = (a^m b)^* c^k \cup (a, bb)^m (bc)^k, k > 0, m > 5\}$

147. Представлена таблица переходов некоторого ДКА:

- составьте таблицу различимости для этого автомата;
- постройте эквивалентный ДКА с минимальным числом состояний.

a)

	0	1
$\rightarrow A$	B	A
B	A	C
C	D	E
$*D$	D	A
E	D	F
F	G	E
G	F	G
H	G	D

b)

	0	1
$\rightarrow A$	E	C

B	E	D
C	E	B
D	E	C
*E	B	G
*F	A	D
*G	A	B

148. Построить КС-грамматики для следующих языков:

- множество $\{0^n 1^n \mid n \geq 1\}$ всех цепочек из одного и более символов 0, за которыми следуют символы 1 в таком же количестве;
- множество всех цепочек, у которых символов 0 вдвое больше, чем символов 1.

149. Следующая грамматика порождает язык регулярного выражения $0^*1(0+1)^*$.

$$S \rightarrow A1B$$

$$A \rightarrow 0A \mid \varepsilon$$

$$B \rightarrow 0B \mid 1B \mid \varepsilon$$

Запишите левое и правое порождения следующих цепочек:

- 00101;
- 1001;
- 00011.

150. Построить КС-грамматику для следующего языка: $0^n 1^{3n-3} \cup 0^n 1^m 0^k, k < m+n$

151. Предположим, что МП-автомат $P = (\{q, p\}, \{0, 1\}, \{Z_0, X\}, \delta, q, Z_0, \{p\})$ имеет следующую функцию переходов.

$$\delta(q, 0, Z_0) = \{(q, XZ_0)\}.$$

$$\delta(q, 0, X) = \{(q, XX)\}.$$

$$\delta(q, 1, X) = \{(q, X)\}.$$

$$\delta(q, \varepsilon, X) = \{(p, \varepsilon)\}.$$

$$\delta(p, \varepsilon, X) = \{(p, \varepsilon)\}.$$

$$\delta(p, 1, X) = \{(p, XX)\}.$$

$$\delta(p, 1, Z_0) = \{(p, \varepsilon)\}.$$

Приведите все конфигурации, достижимые из начального МО (q, w, Z_0) , если входным словом w является:

- 01.

152. Постройте МП-автоматы, допускающие следующие языки. Можно использовать допускание как по заключительному состоянию, так и по пустому магазину — что удобнее:

- $\{0^n 1^n \mid n \geq 1\}$;
- множество всех цепочек из символов a и b , которые не имеют вида ww , т.е. не являются повторениями никакой цепочки;
- $\{a^i b^j c^k \mid k=4i+2j, i \geq 0, j \geq 0\}$.

153. Преобразуйте грамматику

$$S \rightarrow 0S1 \mid A$$

$$A \rightarrow 1A0 \mid S \mid \varepsilon$$

в МП-автомат, допускающий тот же язык по пустому магазину.

154. Преобразуйте МП-автомат $P = (\{p, q\}, \{0, 1\}, \{X, Z_0\}, \delta, q, Z_0)$ в КС-грамматику, где δ задана следующим образом.

$$\delta(q, 1, Z_0) = \{(q, XZ_0)\}.$$

$$\delta(q, 1, X) = \{(q, XX)\}.$$

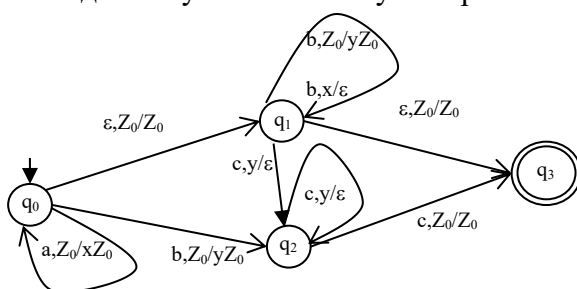
$$\delta(q, 0, X) = \{(p, X)\}.$$

$$\delta(q, \varepsilon, X) = \{(q, \varepsilon)\}.$$

$$\delta(p, 1, X) = \{(p, \varepsilon)\}.$$

$$\delta(p, 0, Z_0) = \{(q, Z_0)\}.$$

155. По заданному МП-автомату постройте КС-грамматику



156. Ниже приведены КС-языки. Постройте для каждого из них МП-автомат, допускающий этот язык по пустому магазину. При желании можно сначала построить КС-грамматику для этого языка, а затем преобразовать ее в МП-автомат.

a) $\{a^n b^m c^{2(n+m)} \mid n \geq 0, m \geq 0\}.$

157. Приведите грамматику к нормальной форме Хомского

a)

$$S \rightarrow AB \mid CA$$

$$A \rightarrow a$$

$$B \rightarrow BC \mid AB$$

$$C \rightarrow aB \mid b$$

b)

$$S \rightarrow ASB \mid \varepsilon$$

$$A \rightarrow aAS \mid a$$

$$B \rightarrow SbS \mid A \mid bb$$

158. Покажите, что каждый из следующих языков не контекстно-свободный.

a) $\{a^i b^j c^k \mid i < j < k\};$

b) $\{ww^R w \mid w \text{ — цепочка из нулей и единиц}\},$ т.е. множество цепочек, состоящих из цепочки w , за которой записаны ее обращение и она же еще раз, например 001100001.

159. Определить какие из предложенных языков не являются КС-языком. Ответ обосновать.

a) $L_1 = \{w \mid w = a^m b^n c^k d^s, m=s, s > 2n\}$

b) $L_2 = \{w \mid w = (ab)^m (bcc)^n \cup (a)^m b^n c^k d^s, m=2n, s < k+n\}$

c) $L_2 = \{w \mid w = (a^m b)^* c^k \cup (bb, a^m a)^* (b^5 c)^k, k > 0, m > 5\}$

Типовые задания для самостоятельной работы

1. Пусть P , Q и R - определенные следующим образом высказывания:

P : Я умираю от жажды.

Q : Мой стакан пуст.

R : Сейчас три часа.

Запишите каждое из следующих высказываний как логическое выражение, включающее P , Q и R .

- Сейчас три часа, а я умираю от жажды.
 - Если сейчас три часа, то я умираю от жажды.
 - Если я умираю от жажды, то мой стакан пуст.
2. Обозначим через x слово «кошка», а через $P(x)$ предикат «у x есть усы». Запишите каждое из высказываний в символьной форме:
- не бывает кошек с усами.
3. Какие из следующих предложений являются предикатами? Какие из них тождественно истинны, тождественно ложны, выполнимы?
- x^3+x+1 ; $x \in \mathbb{R}$
 - $x^2+y^2=0$; $x,y \in \mathbb{R}$
 - $x^2+y^2 \geq 0$; $x,y \in \mathbb{R}$
 - $x < y$; $x,y \in \mathbb{R}$
 - Для всякого $x \in \mathbb{R}$ найдется $y \in \mathbb{R}$ такой, что $x = y + 1$.
 - $x^2+y^2 < -2$; $x,y \in \mathbb{R}$
4. Изобразить на координатной плоскости области истинности предикатов
- $(x \leq y) \vee (|x| < 1)$
 - $((x > 2) \wedge (y \geq 1)) \wedge ((x < -1) \vee (y < -2))$
5. Выделить свободные переменные следующих предикатов.
- $(x < y$; $x,y \in \mathbb{R}) \rightarrow \exists z((x < z) \wedge (z < y)$; $z \in \mathbb{R})$
 - $\forall y ((y > 0$; $y \in \mathbb{R}) \rightarrow \exists z(x = yz$; $x,z \in \mathbb{R}))$
6. Справедливы ли следующие утверждения?
- $\overline{\exists x P(x,y)} \equiv \forall x \overline{P(x,y)}$
 - $\forall x \forall y P(x,y,z) \equiv \forall y \forall x P(x,y,z)$
 - $\exists x(P(x,y) \vee Q(x,y)) \equiv \exists x P(x,y) \vee \exists x Q(x,y)$
 - $\forall x(P(x,z) \vee Q(y,z)) \equiv \forall x P(x,z) \vee Q(y,z)$
 - $\exists x(P(x,z) \wedge Q(y,z)) \equiv \exists x P(x,z) \wedge Q(y,z)$
 - $\exists x \forall y P(x,y,z) \rightarrow \forall y \exists x P(x,y,z) \equiv 1$
7. Доказать, что существуют предикаты Q, P такие, что:
- $\exists x (P(x) \wedge Q(x)) \neq \exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)$
8. Какие из формул тождественно истинны?
- $\forall x (P(x) \rightarrow Q(x)) \rightarrow (\exists x P(x) \rightarrow \exists x Q(x))$
 - $\exists x (P(x) \rightarrow Q(x)) \rightarrow (\forall x P(x) \rightarrow \forall x Q(x))$
 - $\exists x (P(x) \rightarrow Q(x)) \rightarrow (\exists x P(x) \rightarrow \exists x Q(x))$
9. Получить п.н.ф. предикатной формулы
- $(\exists x \forall y P(x,y) \vee \exists x Q(x)) \rightarrow \exists y \forall z R(y,z)$
 - $(\exists x \forall z P(x,z) \rightarrow \forall y \forall z Q(y,z)) \wedge \exists y \exists z R(y,z)$
10. Прямым рассуждением докажите истинность высказывания:
 n и m — четные числа $\Rightarrow n + m$ — число четное.

11. Дайте обратное доказательство высказывания:

n^2 — четное число $\Rightarrow n$ — четное.

12. Методом «от противного» докажите, что

$n + m$ — нечетное число $\Rightarrow$ одно из слагаемых является четным, а другое — нечетным.

13. Методом математической индукции докажите:

a) $1 + 5 + 9 + \dots + (4n - 3) = n(2n - 1)$ для всех натуральных чисел n

b) $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{1}{6} n(n + 1)(2n + 1)$ для всех натуральных чисел n

c) Число $n^3 - n$ делится на 3 при всех натуральных значениях числа n

d) $1*1! + 2*2! + \dots + n*n! = (n+1)! - 1$ для всех натуральных чисел n .

14. Последовательность целых чисел $x_1, x_2, \dots, x_n$ определена рекуррентной формулой:

$x_1 = 1$ и $x_{k+1} = x_k / (x_k + 2)$, при $k \geq 1$. Докажите по индукции, что имеет место формула: $x_n = 1 / (2^n - 1)$ для всех $n \geq 1$.

15. Последовательность целых чисел $x_1, x_2, \dots, x_n$ определена рекуррентной формулой:

$x_1 = 1, x_2 = 2$ и $x_{k+1} = 2x_k - x_{k-1}$, при $k > 1$. Найдите общую формулу для x_n и докажите ее истинность индуктивным методом.

16. Пусть $U = \{1, 2, 3, 4\}$, $A = \{1, 3, 4\}$, $B = \{2, 3\}$, $C = \{1, 4\}$. Найти:

a) $A \cap \bar{B}$

c) $A \cap B \cap C$

e) $A \cap (B \cup C)$

b) $(B \setminus A) \cup \bar{C}$

d) $(A \cup C) \setminus (A \cap B)$

f) $\overline{A \cap B \cap C}$

17. С помощью диаграмм Эйлера – Венна выяснить, какие из следующих дистрибутивных законов справедливы для любых множеств A, B, C :

a) $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$

d) $A \cup B \cap C = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

b) $A \Delta (B \cup C) = (A \Delta B) \cup (A \Delta C)$

e) $A \cup (B \setminus C) = (A \cup B) \setminus (A \cap C)$

c) $A \Delta B \cap C = (A \Delta B) \cap (A \Delta C)$

f) $A \cap (B \setminus C) = A \cap B \setminus A \cap C$

18. Известно, что $B \subseteq A \subseteq C$, $a \in A$ и $a \notin B$. Какие из следующих утверждений верны:

a) $a \notin C$

c) $a \in A \setminus B$

e) $\{a\} \subseteq A \setminus C$

g) $\{a\} \subseteq A \cap (B \cup C)$

b) $a \in C$

d) $a \in B \setminus A$

f) $\{a\} \subseteq A \Delta C$

h) $\{a\} \subseteq B \cap (C \setminus A)$

19. Доказать тождество с использованием логики предикатов

a) $A \cap (A \cup B) = A$

h) $A \Delta (A \Delta B) = B$

b) $A \cup \bar{A} \cap B = A \cup B$

i) $A \setminus B = A \Delta (A \cap B)$

c) $A \cap (\bar{A} \cup B) = A \cap B$

j) $A \cup B = (A \Delta B) \cup A \cap B$

d) $A \setminus (A \setminus B) = A \cap B$

k) $\overline{A \Delta B} = \bar{A} \Delta B = A \Delta \bar{B} \Delta U$

e) $A \setminus A \cap B = A \setminus B$

l) $\overline{A \Delta B} = A \cap B \cup \bar{B} \cap \bar{A}$

f) $A \cap (B \setminus A) = \emptyset$

m) $A \Delta \bar{B} = \bar{A} \Delta B = A \cap B \cup \overline{A \cup B}$

g) $A \cup (B \setminus A) = A \cup B$

n) $A \cup \bar{A} \cap B = A \Delta \bar{A} \cap B = B \Delta A \cap \bar{B}$

o) $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C) = A \setminus (B \cup C)$

p) $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup A \cap C = (A \setminus B) \cup (A \setminus \bar{C})$

q) $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$

r) $A \cup B \cup C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$

- s) $A \setminus B \cap C = (A \setminus B) \cup (A \setminus C) = A \cap B \cap C \Delta A$
 t) $A \cap (B \setminus C) = A \cap B \setminus C = A \cap B \cap C \Delta A \cap B$
 u) $(A \cap B \Delta A) \Delta (B \cap C \Delta C) = (A \cap B \Delta B \cap C) \Delta (A \Delta C)$

20. Выясните, какие из следующих равенств справедливы для любых множеств A, B, C, D:

- a) $(A \cap B) \Delta (C \cap D) = (A \Delta C) \cap (B \Delta D)$
 b) $(A \cup B) \Delta (C \cup D) = (A \Delta C) \cup (B \Delta D)$
 c) $(A \setminus B) \Delta C = (A \Delta C) \setminus (B \Delta C)$
 d) $(A \Delta B \cap C) \Delta (B \cap C \Delta (A \Delta B)) = B$
 e) $A \Delta B = (A \Delta C) \Delta (B \Delta C)$
 f) $(\overline{A} \Delta B \cap C) \Delta (B \cap C \Delta A \cap \overline{B} \cap \overline{C}) = \overline{A \cap B \cap C}$
 g) $((A \Delta B) \setminus (\overline{A} \cap B)) \cup ((A \Delta C) \setminus (\overline{A} \cap C)) = A \cap \overline{B \cap C}$
 h) $(A \cap \overline{B} \Delta A \cap B) \Delta (C \Delta \overline{C}) = \overline{A}$
 i) $A \Delta \overline{A \cap B \cap C} = (\overline{A} \Delta \overline{B \cap C}) \Delta (\overline{B \cap C} \Delta A \cap B \cap C)$
 j) $A \cup B \cap \overline{C} = (A \Delta B \cap \overline{C}) \Delta A \cap B \cap \overline{C}$
 k) $A \cap (B \Delta U) \cap (C \Delta U) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$
 l) $A \cap B \cap C \cup \overline{A \cap C} \cap \overline{B} = A \cap B \cap C \Delta \overline{A \cap C} \cap \overline{B}$
 m) $A \cap B \cap C \Delta A = ((A \Delta B) \setminus \overline{A} \cap B) \cup (A \setminus C)$
 n) $(A \cap B \cap C \Delta A \cap B) \Delta (A \Delta C) = (A \cap \overline{B \cap C}) \Delta C$
 o) $(\overline{A} \setminus B) \setminus \overline{C} = (\overline{A} \cap \overline{B \cap C} \Delta \overline{A}) \Delta \overline{A}$
 p) $\overline{A} \cup B \cap C = (A \cap B \cap C \Delta \overline{A \cap B \cap C}) \Delta \overline{A} \cap B \cap C$
 q) $A \cap \overline{C} \cup B \cap \overline{C} = A \cap B \cap \overline{C} \Delta B \cap \overline{C}$
 r) $(A \Delta B) \Delta (C \Delta U) = (\overline{A} \Delta B) \Delta C$
 s) $(A \cap C \Delta B) \Delta (B \Delta (A \cap C \Delta C)) = C$
 t) $(C \Delta B) \setminus (\overline{C} \cap B) \cup (A \Delta C) \setminus (\overline{C} \cap A) = C \cap \overline{A \cap B}$
 u) $B \Delta \overline{A \cap B \cap C} = (\overline{B} \Delta \overline{A \cap C}) \Delta (\overline{A \cap C} \Delta A \cap B \cap C)$
 v) $C \Delta A \cap B \cap C = ((C \Delta B) \setminus (\overline{C} \cap B)) \cup (C \setminus A)$
 w) $A \cup B \cap C = (\overline{A} \cap B \cap C \Delta A \cap \overline{B \cap C}) \Delta A \cap B \cap C$

21. Известно, что $A \subset B \subset C$, $A \neq \emptyset, C \neq \emptyset$. Является ли множество пустым?

- a) $C \cap (B \setminus A)$;
 b) $A \cup (B \setminus C)$

22. Упростите выражение, если $C=U$, $D=\emptyset$

- a) $(A \cup B) \cap (C \cup D)$;
 b) $\overline{A} \cap \overline{B} \cap C \cup B \cap C \cap D$;

23. Упростите выражение, если $A \subset B$ и $C \subset D$

- a) $\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C} \cap \overline{D}$
 b) $A \cap \overline{B} \cap C \cap \overline{D}$

24. Решить уравнение, найти необходимые и достаточные условия, при которых уравнение имеет решение.

- | | |
|--|---|
| 1) $(\overline{A} \cap \overline{B} \setminus X) \Delta A \cap B = (A \cup B) \cap \overline{X}$ | 14) $(A \cup \overline{X}) \Delta B = A \setminus B$ |
| 2) $A \Delta B \cap X = \overline{X}$ | 15) $A \cap B \cap \overline{X} \Delta \overline{A} \cap \overline{B} = (\overline{A} \cup \overline{B}) \setminus X$ |
| 3) $(A \cup B \cap X) \Delta B = U$ | 16) $(\overline{A} \cap X \cup \overline{B}) \Delta \overline{A} = U$ |
| 4) $A \cap \overline{X} \Delta B = A \setminus B$ | 17) $\overline{B} \Delta A \cap X = B \cup A$ |

- 5) $\bar{A} \Delta B \cap X = A \cup B$
- 6) $A \cup X = B \cup A \cap \bar{X}$
- 7) $B \cap X \setminus \bar{A} = B \cap X \Delta A$
- 8) $(A \Delta X) \Delta \bar{X} = A \cap B$
- 9) $\bar{B} \cup \bar{X} = (X \setminus B) \cup A$
- 10) $(A \setminus X) \cup B = B \Delta X$
- 11) $A \cap X \Delta B = B \setminus X$
- 12) $B \cap X = A \Delta (B \cup X)$
- 13) $A \setminus X = B \cap X \setminus A$

- 18) $A \cap B \cap X = A \cap X \Delta B$
- 19) $B \cap X \Delta \bar{A} = B \cap X \setminus A$
- 20) $\bar{A} \cup \bar{X} = (X \setminus A) \cup B$
- 21) $B \cap X \Delta A = A \setminus X$
- 22) $\overline{B \cap X} = (X \setminus B) \cup A$
- 23) $A \cup B \cap X = A \Delta \bar{X}$
- 24) $(B \cup \bar{X}) \Delta A = B \cap \bar{X}$
- 25) $A \Delta B \cap \bar{X} = A \cup X$
- 26) $B \cup A \cap X = B \Delta \bar{X}$

25. Решить систему уравнений. Найти необходимые и достаточные условия, при которых система имеет решение.

- 1) $\begin{cases} A \cap X = C \\ B \cap \bar{X} = C \\ B \cap X \cup A \cap \bar{X} = \bar{A} \end{cases}$
- 2) $\begin{cases} A \cap X = B \\ B \cap \bar{X} = \bar{C} \end{cases}$
- 3) $\begin{cases} (A \cup \bar{X}) \cap (B \cup X) = C \cup X \\ B \cap X \cup C = \overline{A \cap X} \end{cases}$
- 4) $\begin{cases} A \setminus X = \bar{X} \setminus B \\ X \cup A = C \end{cases}$
- 5) $\begin{cases} A \Delta \bar{X} = B \\ B \Delta \bar{X} = C \end{cases}$
- 6) $\begin{cases} A \cup X \cup B = C \\ B \cap X \cap A = \bar{C} \end{cases}$
- 7) $\begin{cases} B \cup \bar{X} = A \cap X \\ A \cap \bar{X} = C \cup X \end{cases}$
- 8) $\begin{cases} A \cap X \cup C \cap \bar{X} = B \\ B \cap X \cup C \cap \bar{X} = \bar{A} \end{cases}$
- 9) $\begin{cases} \bar{B} \Delta X = C \\ \bar{A} \Delta \bar{X} = \bar{B} \end{cases}$

- 10) $\begin{cases} A \cap X = B \\ B \cap \bar{X} = C \\ C \cap \bar{X} = A \cup B \end{cases}$
- 11) $\begin{cases} A \cap X \cup B \cap \bar{X} = C \\ B \cap X \cup A \cap \bar{X} = \bar{C} \end{cases}$
- 12) $\begin{cases} A \cup X \cup B = A \\ B \cap X \cap A = C \end{cases}$
- 13) $\begin{cases} A \cup X = B \cap X \\ A \cap X = C \cup X \end{cases}$
- 14) $\begin{cases} A \cap X = B \\ B \cap X \cup \bar{C} \cap \bar{X} = A \cap C \end{cases}$
- 15) $\begin{cases} A \Delta \bar{X} = C \\ B \Delta \bar{X} = A \end{cases}$
- 16) $\begin{cases} A \setminus \bar{X} = X \setminus C \\ A \cup \bar{X} = B \end{cases}$
- 17) $\begin{cases} A \cup X = B \\ B \Delta \bar{X} = \bar{C} \end{cases}$
- 18) $\begin{cases} A \cup \bar{X} = B \cap X \\ B \cap \bar{X} = C \cup X \end{cases}$
- 19) $\begin{cases} A \cap X = \bar{C} \cup X \\ C \cap \bar{X} = B \Delta X \end{cases}$

26. Пусть M_2, M_3, M_5 обозначают подмножества универсума N , состоящие соответственно из всех чисел, кратных 2, 3, 5. С помощью операций над множествами выразить через них множества всех чисел:

- a) взаимно простых с 30
- b) делящихся на 10, но не делящихся на 3

27. Пусть R — отношение на множестве $\{1, 2, 3, 4\}$, определяемое условием: $u R v$ тогда и только тогда, когда $u + 2v$ — нечетное число. Представьте R каждым из способов:

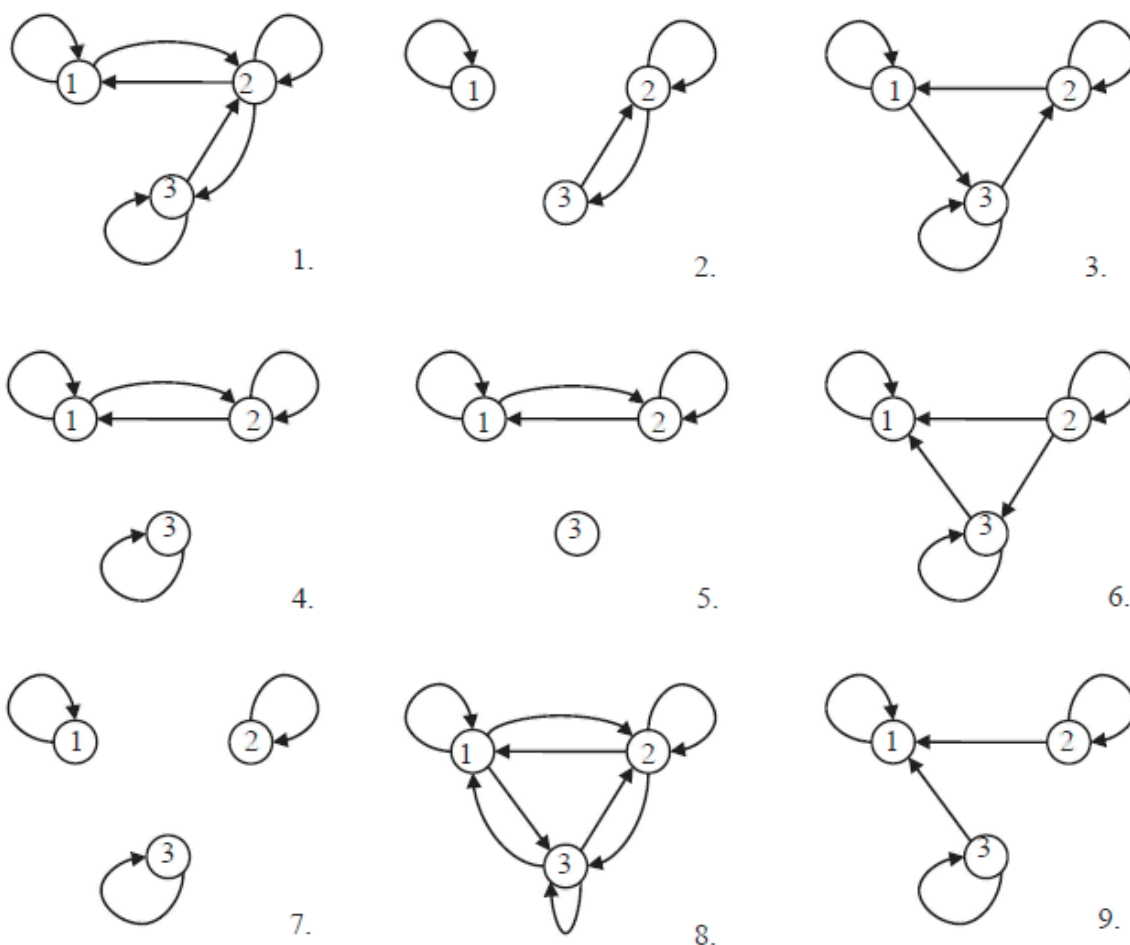
- a) как множество упорядоченных пар
- b) в графической форме
- c) в виде матрицы.

28. Определите, какие из следующих отношений на множестве людей рефлексивны, симметричны или транзитивны:

- a) «...старше или младше, чем...»
- b) «...не выше, чем...».

29. Определите, какие из приведенных ниже отношений на Z являются рефлексивными, симметричными, а какие транзитивными?
- « $x + y$ — четное число»
 - « xy — нечетное число»
30. Какими свойствами характеризуются следующие отношения на $A = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$?
- $R_1 = \{(a, b) \mid a - b \text{ — четное}\}$
 - $R_2 = \{(a, b) \mid a + b \text{ — четное}\}$
 - $R_3 = \{(a, b) \mid a \text{ — делитель } (a + b), a \neq 1\}$.
31. Какими свойствами обладают следующие отношения на множестве натуральных чисел?
- $R_2 = \{(m, n) \mid m \text{ делится на } n\}$
 - $R_3 = \{(m, n) \mid m - n \text{ делится на } 2\}$
 - $R_4 = \{(m, n) \mid m - n = 2\}$
 - $R_6 = \{(m, n) \mid m < n + 1\}$
 - $R_7 = \{(m, n) \mid m \leq n + 2\}$.
32. Определите, какими свойствами обладают следующие отношения на множестве N
- $aRb \Leftrightarrow$ в a есть цифра, которая повторяется в b
 - $aRb \Leftrightarrow$ каждая цифра в a имеется в b
33. Определите, какими свойствами обладают следующие отношения на множестве $\{1, 2, 3, 4, 5\}$:
- $R_1 = \{(a, b) \mid |a - b| = 1\}$
 - $R_2 = \{(a, b) \mid 0 < a - b < 3\}$
 - $R_3 = \{(a, b) \mid a + b \text{ — четное число}\}$
 - $R_4 = \{(a, b) \mid a \geq b^2\}$
 - $R_5 = \{(a, b) \mid \text{НОД}(a, b) = 1\}$
- Представьте графически отношения: $R_1 \cap R_2, R_1 \cup R_2, R^{-1}, R_2 \circ R_4, R_4 \circ R_2, R_5 \setminus R^{-1}$
34. Доказать, что следующие отношения являются эквивалентностями. Найти классы эквивалентности и индекс разбиения. Установить взаимно однозначное соответствие между фактор-множеством и указанным множеством.
- $R_2 = \{(x, y) \mid x, y \in R, x^2 = y^2\}, R \setminus R_2 = R^+, R^+ = [0, \infty)$
 - $R_3 = \{(x, y) \mid x, y \in R^+, x - y \in Z\}, R \setminus R_3 = [0, 1)$
 - $R_5 = \{(x, y) \mid x, y \in R, \sin x = \sin y\}, R \setminus R_5 = [-\pi/2; \pi/2]$.
35. Пусть A — множество всех прямых на плоскости. Являются ли эквивалентностями следующие отношения:
- отношение параллельности двух прямых;
 - отношение перпендикулярности двух прямых?
36. Выясните, какие из следующих перечисленных отношений на множестве $\{0, 1, \dots, 9\}$ являются отношениями эквивалентности. Найдите классы эквивалентности.
- $R_2 = \{(a, b) \mid a^2 \equiv b^2 \pmod{10}\}$
 - $R_3 = \{(a, b) \mid a * b \equiv 0 \pmod{2}\}$
 - $R_4 = \{(a, b) \mid |2^a - 2^b| < 16\}$
37. Определите, какие из следующих отношений на Z^2 являются отношениями эквивалентности. Найдите классы эквивалентности.
- $(x_1, y_1) R (x_2, y_2) \Leftrightarrow x_1 = x_2 \text{ или } y_1 = y_2$
 - $(x_1, y_1) R (x_2, y_2) \Leftrightarrow x_1 + y_1 = x_2 + y_2$
 - $(x_1, y_1) R (x_2, y_2) \Leftrightarrow x_1 + y_2 = x_2 + y_1$

38. Какие из отношений, представленных диаграммами, являются отношениями эквивалентности?



39. Определите, какими свойствами обладают следующие отношения на множестве $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Найти транзитивное замыкание R^+ .

- $aRb \Leftrightarrow 3a \leq 5b$
- $aRb \Leftrightarrow |a - 2b| \leq 5$

40. Если отношение является отношением эквивалентности, то найти индекс разбиения множества Z^2

- $(x_1, y_1)R(x_2, y_2) \Leftrightarrow$ разность максимальной цифры x_1 и минимальной цифры y_1 равна разности максимальной цифры x_2 и минимальной цифры y_2
- $(x_1, y_1)R(x_2, y_2) \Leftrightarrow$ произведение минимальной цифры x_1 и максимальной цифры y_1 равна разности цифры минимальной x_2 и максимальной цифры y_2

41. На множестве $N \setminus \{1\}$ введено отношение $S = \{(m, n) \mid m \text{ делится на } n\}$. Доказать, что S -отношение частичного, но не линейного порядка.

42. На множестве $M = \{\emptyset, \{1\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$ введено отношение R строгого включения:

$$R = \{(X, Y) \mid X, Y \in M, X \subset Y\}.$$

Показать, что R - отношение частичного, но не линейного порядка.

43. Определить какими свойствами обладают отображения $f, g: R \rightarrow R$. Найти их композиции $f \circ g, g \circ f$ и определить их свойства.

$$\begin{aligned} \text{в) } f(x) &= \begin{cases} |x|, & x \neq 0; \\ 1, & x = 0; \end{cases} & g(x) &= \begin{cases} \ln|x|, & x \neq 0; \\ 1, & x = 0. \end{cases} \\ \text{г) } f(x) &= \begin{cases} x^2, & x \geq 1; \\ x, & x < 1; \end{cases} & g(x) &= \begin{cases} |x|, & x < 2; \\ 4 - x, & x \geq 2. \end{cases} \end{aligned}$$

44. Сколько различных десятизначных чисел можно написать, используя цифры 0, 1, 2, 3, 4?
45. Сколькими способами можно выбрать три различных краски из имеющихся семи?
46. Во взводе 3 сержанта и 36 солдат. Сколько существует способов выделения одного сержанта и трех солдат для патрулирования?
47. В зрительном зале 200 мест. Сколькими способами могут занять места в нем 200 зрителей; 100 зрителей?
48. Крокодил имеет 68 зубов. Доказать, что среди 16^{18} крокодилов могут оказаться два с одним и тем же набором зубов.
49. Сколькими способами из группы в 20 человек можно сформировать три коалиции по 4 человека и одну коалицию из 8 человек?
50. Сколькими способами можно разделить колоду из 36 карт пополам так, чтобы в каждой пачке было по два туза?
51. Сколькими способами колоду из 36 карт можно разделить на три равные части так, чтобы в каждой было ровно три карты одной масти «крести»?
52. Сколькими способами колоду из 36 карт можно разделить на четыре равные части так, чтобы каждая содержала по одному тузу; по одному тузу и одному королю?
53. Сколько слов длины n в q –буквенном алфавите, в которых любые две соседние буквы различны?
54. Каким числом способов можно на шахматной доске поместить черного и белого королей так, чтобы они не атаковали друг друга?
55. Сколькими способами можно расставить восемь ладей на обычной шахматной доске так, чтобы они не угрожали друг другу, т.е. чтобы никакие две из них не стояли на одной вертикали или горизонтали?
56. Сколько имеется вариантов выбора трех призеров среди n участников конкурса
 - а) с указанием занимаемых ими мест?
 - б) без указания мест?
57. Из колоды, содержащей 52 карты, вынули 10 карт. Сколькими способами это можно сделать? В скольких случаях среди этих карт окажется:
 - а) хотя бы один туз;
 - б) ровно один туз;
 - с) ровно четыре туза;
 - д) не менее двух тузов.

58. Автомобильные номера данного региона состоят из трех цифр (всего 10 цифр) и трех букв алфавита $\{A, B, C, D, E, Я, К, М, О, Р, Т, Х, У\}$. Сколько автомобилей может быть занумеровано различными номерами?
59. Надо послать 15 писем. Сколькими способами это можно сделать, если для доставки имеется 4 курьера?
60. Сколькими способами можно купить 10 поздравительных открыток, если в продаже имеются открытки семи видов?
61. Сколько различных перестановок образуется из следующих слов:
а) зебра; б) барабан; в) водород; г) абракадабра?
62. Сколькими способами 15 различных монет можно разложить по двум (трем) различным карманам так, чтобы ни один из карманов не оказался пустым?
63. Сколькими способами можно разделить 10 различных подарков среди пяти детей так, чтобы у каждого был хотя бы один подарок?
64. Сколькими способами 10 одинаковых монет можно разложить по двум (трем) карманам так, чтобы ни один из карманов не был пустым?
65. Сколькими способами 15 разных конфет можно разделить среди трех мальчиков так, чтобы у каждого была хотя бы одна конфета?
66. Алфавит A состоит из двух символов. Сколько существует различных слов алфавита A , длины которых не превосходят 5?
67. Сколькими способами колоду из 52 карт можно произвольно разбить на четыре части так, чтобы в каждой части содержался один туз?
68. Сколькими способами из 52 карт можно произвольно вынуть 7 карт так, чтобы среди них были карты двух (трех) мастей?
69. Сколькими способами можно составить различные наборы из 12 предметов, содержащие фломастеры, карандаши и ручки?
70. Сколькими способами все 10 различных ваз можно расставить на 7 столах? Сколькими способами 10 различных ваз по одной можно расставить на 10 столах?
71. Сколько слов длины 20 в английском алфавите (всего 26 букв) можно составить, если 3 буквы повторяются по 2 раза, 1 буква повторяется 3 раза, а остальные буквы различные.
72. Сколько способов раздать 35 поручений среди 6 курьеров, так чтобы:
д) каждый получил хотя бы одно поручение
е) каждый получил произвольное число поручений
73. Какова вероятность угадать шесть номеров из тридцати шести в игре «спортлото»?
74. Сколько раз в десятичной записи всех натуральных чисел, меньших 10^n , встречается цифра 9? Цифра 0?

75. Сколько делителей у числа 2048? 2310? 2880? Сколько делителей имеет число $p_1^{k_1} \dots p_s^{k_s}$, где $p_1, \dots, p_s$ – различные простые числа, $k_1, \dots, k_s$ – целые неотрицательные?
76. Сколько матриц с m строками и n столбцами можно составить из элементов 0 и 1 ?
77. Сколько имеется пятизначных десятичных чисел, у которых
- a) все цифры различны;
 - b) есть одинаковые цифры;
 - c) все цифры различны, причем последняя - не 0;
 - d) все цифры различны, причем первая - не 9, а последняя - не 0;
 - e) две первых цифры различны, а две последних – одинаковы;
 - f) сумма цифр четна ?
78. Каким числом способов можно разместить n различных предметов по k различным ящикам? Сколько таких размещений, если в каждый ящик укладывается не более одного предмета?
79. На плоскости расположены n точек, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Сколько существует треугольников с вершинами в данных точках?
80. На одной из двух параллельных прямых зафиксировано n точек, а на другой - m точек. Сколько имеется треугольников (четыреугольников) с вершинами в данных точках?
81. Имеется колода из $4n$ карт четырех мастей, по n карт каждой масти, пронумерованных числами $1, 2, \dots, n$. Каким числом способов можно выбрать пять карт так, чтобы среди них оказались:
- a) пять карт одной масти с последовательными номерами;
 - b) четыре карты с одинаковыми номерами;
 - c) три карты с одним номером и две карты с другим;
 - d) пять карт одной масти;
 - e) пять карт с последовательными номерами;
 - f) три карты с одинаковыми номерами;
 - g) две карты с одинаковыми, остальные с разными номерами.
82. Каким числом способов можно распределить n одинаковых монет между k лицами так, что каждый получает
- a) не более одной монеты;
 - b) не менее одной монеты?
83. Сколько диагоналей у выпуклого n -угольника? Найдите число точек пересечения этих диагоналей (не считая вершин), если известно, что в каждой из этих точек пересекаются только две диагонали?
84. Сколькими способами можно выбрать 6 карт из колоды, содержащей 52 карты, так, чтобы среди них были карты каждой масти?
85. Каким числом способов можно составить букет из n цветов трех видов, если все цветы одного вида одинаковы и имеется неограниченный запас цветов каждого вида?
86. Сколько имеется пятизначных десятичных чисел, у которых цифры идут слева направо в неубывающем порядке?

87. Каким числом способов можно распределить n одинаковых монет между k лицами?
88. Каким числом способов можно разместить 7 студентов в трех комнатах общежития, если
 - а) в одной комнате имеется одно, в другой - два, в третьей - четыре свободных места;
 - б) в одной комнате имеется два, в другой - три, в третьей - четыре свободных места?
89. Сколькими способами можно разместить 20 книг на одной полке так, чтобы между книгой А и книгой В располагалось не менее 2-х и не более 4-х книг?
90. Сколькими способами можно разместить 25 книг на одной полке так, чтобы между книгой А и книгой В располагалось не менее 3-х книг и не более 5-х книг?
91. Имеется 28 книг автора А, 18 книг автора Б, 25 книг автора С, 9 книг автора Д. Сколько вариантов выбрать:
 - а) 2 книги одного автора
 - б) 5 книг двух авторов
92. Разложить по формуле бинома Ньютона или обобщенному биномиальному правилу:
 - с) $(1 + \cos x)^7$
 - д) $(x + x^2)^6$
 - е) $(1 - x)^{-1}$
 - ф) $(1 - \cos x)^{-2}$
 - г) $(1 - x^2)^{-2}$
 - h) $(t^2 - 1)^{-3}$
93. Доказать, что $nC_{n-1}^{m-1} = mC_n^m$.
94. Дано множество U из n элементов и в нем подмножества A из k элементов и B из l элементов, причем $|A \cup B| = m$. Найти число подмножеств $X \subseteq U$, удовлетворяющих условию:
 - а) $X \subseteq A, X \subseteq B$;
 - б) $A \cap B \subseteq X \subseteq A$;
95. Дано множество U из n элементов и в нем подмножество A из k элементов. Определите число подмножеств $B \subseteq U$, удовлетворяющих условию:
 - 1) $|B \cap A| = 2$;
 - 2) $|B \setminus A| = 3, |A \setminus B| = 4$;
 - 3) $|A \Delta B| = 1$.
96. Каким числом способов можно kn различных предметов разложить по n одинаковым (неразличимым) ящикам так, чтобы в каждом ящике оказалось ровно k предметов?
97. На одной из кафедр университета работают тринадцать человек, причем каждый из них знает хотя бы один иностранный язык. Десять человек знают английский, семеро — немецкий, шестеро — французский. Пятеро знают английский и немецкий, четверо — английский и французский, трое — немецкий и французский.
 - а) Сколько человек знают все три языка?
 - б) Сколько человек знают ровно два языка?
 - с) Сколько человек знают только английский язык?
98. Сколько имеется натуральных чисел, не превосходящих 1000, которые
 - а) делятся на 3 или на 5;
 - б) не делятся ни на одно из чисел 2, 3, 5?

99. Из 100 опрошенных студентов 50 программируют на алгоритмическом языке Си++, 53 - на Паскале, 42 - на Бейсике, 15 студентов могут программировать на Си++ и на Бейсике, 20 студентов - на Паскале и Бейсике, 25 - на Си++ и Паскале, а 5 студентов программируют на всех трех языках.
- Сколько студентов не могут программировать ни на одном из перечисленных языков?
 - Сколько студентов программируют хотя бы на одном из перечисленных языков?
 - Сколько студентов программируют только на Паскале?
 - Сколько студентов не программируют ни на Си++, ни на Паскале?
100. Дано множество U из n элементов. Каким числом способов в нем можно выбрать три подмножества A, B, C так, чтобы выполнялись заданные условия:
- $n = 7, |(A \cap B) \setminus C| = 4, |C \cap (A \cup B)| = 1;$
 - $n = 6, |(A \setminus B) \cup C| = 4, |A \cap B \cap C| = 1;$
 - $n = 8, |A \cup B \cup C| = 4, |A \cap B| = 1.$
101. Рассматриваются слова в алфавите $\{a_1, a_2, \dots, a_q\}$. Через n_i обозначается число вхождений буквы a_i в слово. Требуется подсчитать число слов длины n , удовлетворяющих данным условиям:
- $q=4, n = 8, n_2=n_1+2;$
 - $q=3, n = 9, n_1+n_2 < n_3;$
 - $q=3, n = 9, 2n_1 \leq n_2+n_3;$
102. Сколькими способами можно переставить буквы слова:
- «периметр», чтобы «е» шла непосредственно после «р»;
 - «поговорка», чтобы согласные шли в алфавитном порядке;
 - «профессор», чтобы не менялся порядок гласных букв;
 - «корректор», чтобы три буквы «р» не шли подряд.
103. Построить табличное представление функций
- $((x \rightarrow \overline{y \wedge z}) \oplus (x \equiv y)) \vee (\overline{y \rightarrow x} \wedge z)$
 - $(x \equiv y \wedge z \oplus (x \rightarrow y)) \downarrow (\overline{y \rightarrow x} | z)$
 - $(x \equiv \overline{y \rightarrow z \vee x}) \equiv ((\overline{y \rightarrow x}) \wedge \overline{z} \rightarrow (x \downarrow z) \wedge \overline{y})$
 - $((\overline{z} \rightarrow x \vee \overline{y}) \wedge ((x \oplus z) \downarrow \overline{y \rightarrow x}))$
104. Определить тождественны ли формулы A и B путем сравнения их табличных представлений
- $A = (x \wedge y \rightarrow z) \vee ((x \downarrow y) | z), \quad B = ((x \rightarrow y \wedge z) \oplus (x \equiv y)) \vee (y \rightarrow x \wedge z)$
 - $A = \overline{(x | \overline{y}) \rightarrow ((y \downarrow \overline{z}) \rightarrow (x \oplus z))}, \quad B = x \wedge y \wedge z \oplus (\overline{x} \rightarrow z)$
 - $A = x \downarrow y \wedge (x \equiv z) | (x \oplus (y \wedge z)), \quad B = \overline{x} \wedge y \wedge z \vee \overline{x \rightarrow z}$
105. Применяя равносильные преобразования, привести к более простой форме
- $(x \oplus y) | \overline{y \rightarrow x}$
 - $(x \rightarrow y \wedge z \oplus (x \equiv y))$
 - $((\overline{y \rightarrow x}) \wedge \overline{z} \rightarrow (x \downarrow z) \wedge \overline{y})$
 - $(x \rightarrow \overline{y \wedge z}) \oplus (\overline{x \equiv y}) \vee z$
106. По $f(x_1, x_2) = (1011)$ и $g(x_1, x_2) = (0111)$ построить функцию h
- $h(x_1, x_2) = g(x_2, f(x_2, x_1))$
 - $h(x_1, x_2) = f(f(x_2, g(x_1, x_2)), f(x_2, x_1))$
 - $h(x_1, x_2, x_3) = f(x_2, g(x_3, x_1)) \equiv g(x_1, g(x_2, x_3))$
 - $h(x_1, x_2, x_3) = g(f(f(x_2, x_1), g(x_3, x_1)), f(x_2, x_3))$
107. Перечислить все существенные и фиктивные переменные у следующих функций, заданных векторно:

a) 00111100

b) 1100110000110011

c) 1011010110110101

108. Применяя равносильные преобразования, показать, что x_1 – фиктивная переменная

a) $((x_1 \oplus x_2) \rightarrow x_3) \wedge \overline{x_3} \rightarrow \overline{x_2}$

b) $((x_1 \vee x_2 \wedge \overline{x_3}) \equiv (\overline{x_1} \rightarrow \overline{x_2} \wedge x_3)) \wedge (x_2 \downarrow x_3)$

c) $((x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \rightarrow (x_1 \wedge x_2 \mid x_3)) \oplus (x_2 \rightarrow x_1) \wedge x_3$

109. Доказать, что если у функции $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ($n \geq 1$) имеются фиктивные переменные, то она принимает значение 1 на чётном числе наборов. Верно ли обратное утверждение?

110. Выяснить при каких n ($n \geq 2$) функция $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ зависит существенно от всех своих переменных

a) $((x_1 \vee \dots \vee x_n) \rightarrow (x_1 \wedge x_2 \wedge \dots \wedge x_n)) \rightarrow (x_1 \oplus x_2 \oplus \dots \oplus x_n \oplus 1)$

b) $(x_1 \mid x_2) \oplus (x_2 \mid x_3) \oplus \dots \oplus (x_{n-1} \mid x_n) \oplus (x_n \mid x_1)$

c) $(x_1 \rightarrow (x_2 \rightarrow (x_3 \rightarrow \dots \rightarrow (x_{n-1} \rightarrow x_n) \dots))) \rightarrow (x_1 \rightarrow x_n) \wedge (x_2 \rightarrow x_n) \wedge \dots \wedge (x_{n-1} \rightarrow x_n)$

111. Используя принцип двойственности, построить и упростить формулу, реализующую функцию, двойственную к функции:

a) $(x \vee (1 \rightarrow y)) \vee (y \wedge \overline{z}) \vee (\overline{x} \mid y \downarrow \overline{z})$

c) $(x_1 \wedge (x_2 \wedge x_3 \vee 0) \equiv (x_3 \wedge 1 \vee \overline{x_1} \wedge x_2)) \vee \overline{x_2} \wedge x_3$

b) $(x \downarrow y) \oplus ((x \mid y) \downarrow (\overline{x} \equiv y \wedge z))$

d) $(x \downarrow z) \oplus ((x \vee y) \equiv (\overline{x} \downarrow (y \vee \overline{z})))$

112. Получить СКНФ и СДНФ функции:

a) $(x_1 \equiv \overline{x_2}) \vee (x_1 \wedge x_3 \oplus (x_2 \rightarrow x_3))$

c) $(\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \wedge x_2 \vee x_3)$

b) $(\overline{x_1} \wedge x_2 \oplus x_3) \wedge (x_1 \wedge x_3 \rightarrow x_2)$

d) $(x_1 \rightarrow x_2) \oplus (x_1 \mid x_2 \wedge x_3)$

e) $(\overline{x_1} \wedge x_2 \rightarrow x_3) \wedge (x_1 \rightarrow x_3 \rightarrow x_2)$

f) 1010000100111010

113. Разложить по переменной y и получить формулу, не содержащую констант

a) $(x \vee y) \vee (\overline{y} \wedge \overline{z}) \equiv (\overline{x} \mid y \mid \overline{z})$

c) $(x \oplus y \wedge z) \equiv (\overline{x} \wedge y \rightarrow \overline{z}) \wedge (\overline{x} \rightarrow \overline{y})$

b) $(x \equiv y \wedge z) \oplus ((x \mid y) \downarrow (\overline{x} \rightarrow y \wedge z))$

d) $(x \rightarrow z) \oplus ((x \vee y) \equiv (\overline{x} \downarrow (y \rightarrow \overline{z})))$

114. Какие из следующих функций самодвойственные?

a) $(x \rightarrow y) \rightarrow x \wedge z$

c) $(x \mid \overline{x}) \downarrow y$

b) $x \wedge y \oplus x \wedge z \oplus y \wedge z$

d) (0001001001100111)

115. Построить полином Жегалкина для функции:

a) (01100100)

d) $x_1 \rightarrow (x_2 \rightarrow \overline{x_2} \wedge x_3)$

b) (0001001001100111)

e) $x_1 \wedge (x_2 \equiv x_3 \downarrow \overline{x_2})$

c) (1011100011100011)

f) $((x_1 \oplus x_2) \rightarrow x_4) \mid \overline{x_3} \rightarrow x_2$

g) $(\overline{x_1} \oplus \overline{x_2} \vee (x_2 \wedge \overline{x_3} \rightarrow x_4)) \downarrow \overline{x_4} \wedge x_3$

116. Выяснить при каких n ($n \geq 2$) функция $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ сохраняет константы:

a) $\bigoplus_{1 \leq i < j \leq n} (x_i \vee x_j);$

b) $1 \oplus (x_1 \rightarrow x_2) \wedge (x_2 \rightarrow x_3) \wedge \dots \wedge (x_n \rightarrow x_1)$

c) $(\bigoplus_{i=1}^{n-2} (x_i \rightarrow (x_{i+1} \rightarrow x_{i+2})))$

117. Заменить прочерки в векторе символами 0 или 1 так, чтобы получился вектор самодвойственной функции:

a) (11- -00- -01- -10- -)

b) (00- - -101-1- - -0- -)

118. Какие из следующих функций монотонные?

- a) (0011100011100011)
 b) $x \wedge y \oplus y \wedge z \oplus x \wedge z \oplus x$
 c) $(x_1 \rightarrow \overline{x_2}) \oplus x_1 \wedge \overline{x_3}$

119. Заменить прочерки в векторе символами 0 или 1 так, чтобы получился вектор монотонной функции:

- a) (-10-) c) (0- - - - - 1)
 b) (- - - - - 00-) d) (-00- - - - 1)

120. Заменить прочерки в векторе символами 0 или 1 так, чтобы получился вектор функции $f \in M \cap S$

- a) (- -) c) (- 00-0- - -)
 b) (-0- -) d) (-01-0- - -)

121. Выяснить при каких $n(n \geq 2)$ функция $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ монотонная:

- a) $\bigoplus_{1 \leq i < j \leq n} x_i \cdot x_j$;
 b) $x_1 \wedge x_2 \wedge \dots \wedge x_n \rightarrow (x_1 \oplus x_2 \oplus \dots \oplus x_n)$

122. Какие из следующих функций линейные?

- a) (1101) d) (0110100101101001)
 b) (10010110) e) (0111101111111100)
 c) (11000011) f) (1010 010110011100)

123. Заменить прочерки в векторе символами 0 или 1 так, чтобы получился вектор линейной функции:

- a) (0-11) d) (11-0- - -1)
 b) (-001- - 1-) e) (- - 10- - - -0 - - 1-110)
 c) (1-101- - -) f) (1- - - - - - - - -0 - 110)

124. Найти число функций $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ($n \geq 0$), принадлежащих множеству

- a) $((T_0 \cup S) \setminus L) \cup (M \setminus (T_1 \cup L))$
 b) $(T_0 \cup T_1 \cup S) \setminus (L \setminus M)$

125. Найти функцию принадлежащую множеству

- a) $(S \cap L) \setminus (T_0 \cup T_1)$ b) $(T_0 \cap S) \setminus (L \cap M)$
 c) $(T_0 \cap T_1) \setminus (L \cup S)$

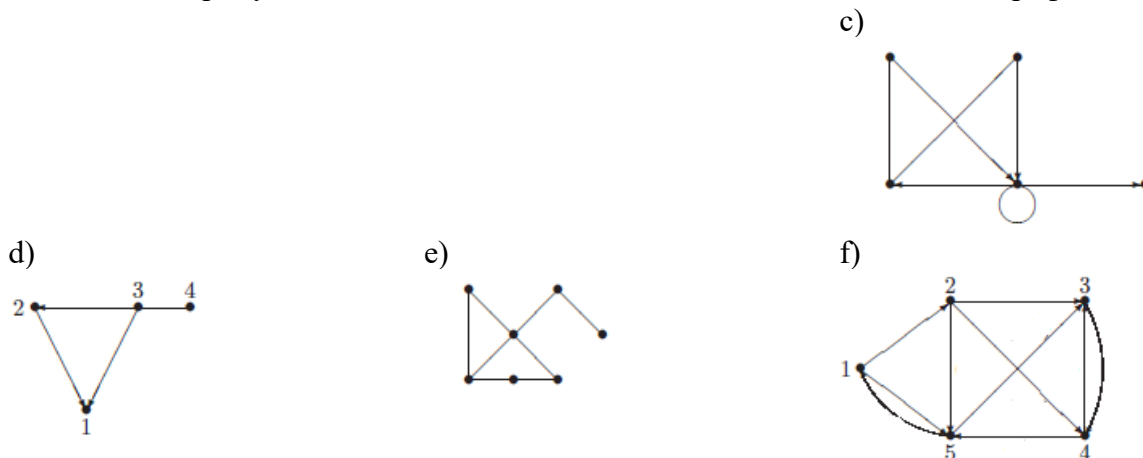
126. Выяснить полна ли система функций, заданных векторами своих значений. И если полна выразить $\vee, \wedge, \neg$

- a) $\{(0111), (01011010), (01111111)\}$;
 b) $\{(0111), (10010110)\}$;
 c) $\{(0101), (11101000), (01101001)\}$;
 d) $\{(11), (0111), (00110111)\}$;
 e) $\{(10), (00110111)\}$.

127. Полна ли система $\{f, g\}$, если

- a) $f \in \overline{T_0} \cup \overline{T_1}, g \in M \setminus T_1, (f \rightarrow g) \equiv 1$
 b) $f \in S \cap L \setminus T_0, g \in M \setminus T_0, (f \rightarrow g) \equiv 1$

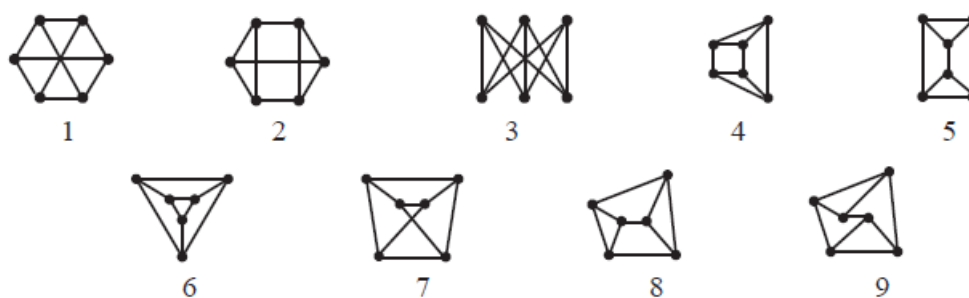
128. Найти матрицу смежности, инцидентности и списки смежности для графов:



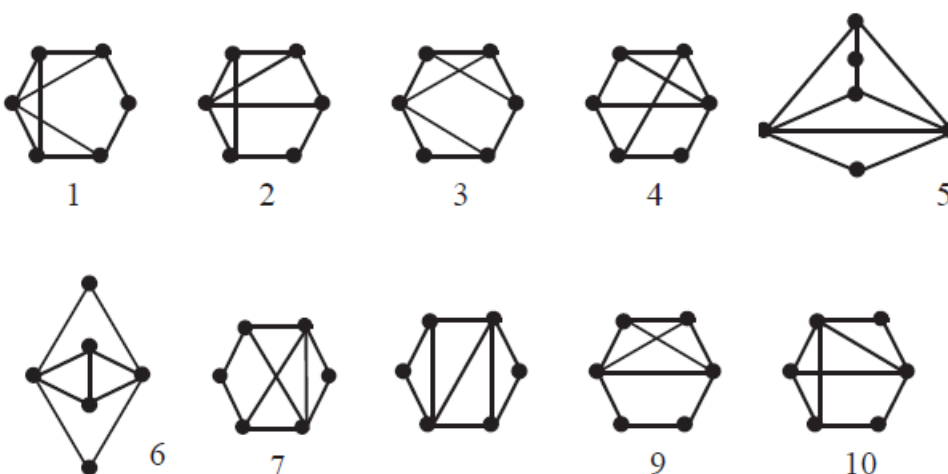
129. Вершина степени 0 называется изолированной. Определите число графов с n вершинами, в которых

б) нет изолированных вершин (примените метод включения и исключения).

130. Графы разбить на классы изоморфных графов.



131. Графы разбить на классы изоморфных графов.

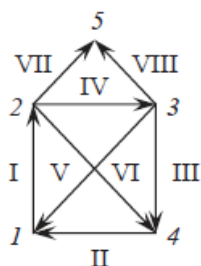


132. Перечислить все попарно неизоморфные графы:

- связанные неориентированные с 6 вершинами и 3 ребрами
- связанные неориентированные с 6 вершинами и 13 ребрами
- ориентированные графы без петель с тремя вершинами и тремя ребрами
- деревья с 5 вершинами

133. Найти число компонент связности и сильной связности графов.

a)



b)

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

c)

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

d)

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

e)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

f)

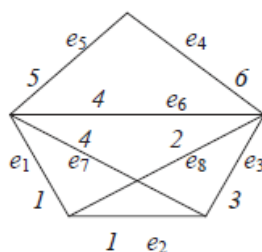
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

g)

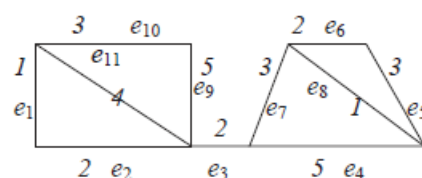
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

134. Найти матрицу достижимости, остов минимального веса, фундаментальные матрицы циклов и разрезов.

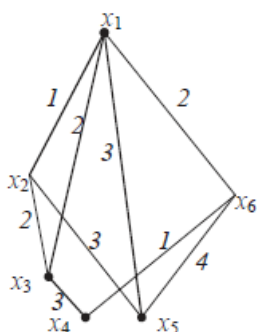
a)



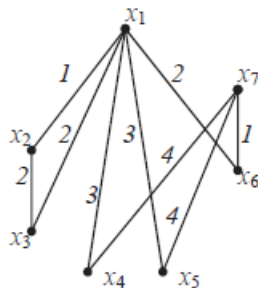
b)



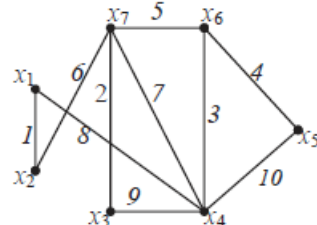
c)



d)

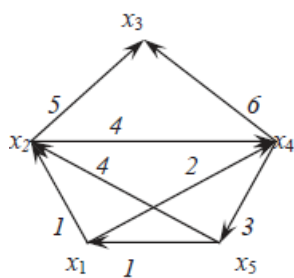
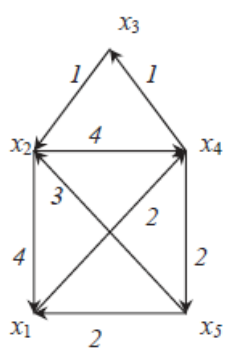


e)



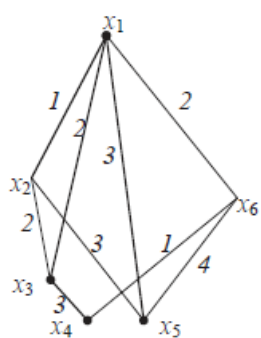
f)

g)

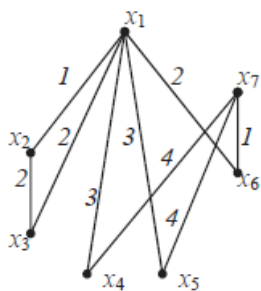


135. Найти кратчайший маршрут из вершины x_1 в вершину x_5

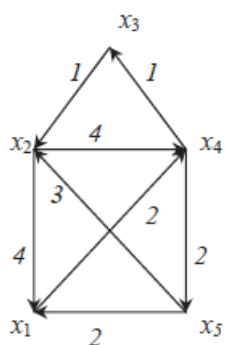
a)



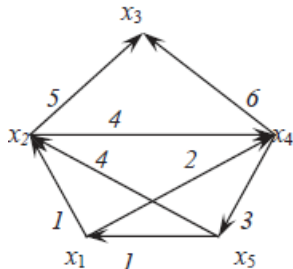
b)



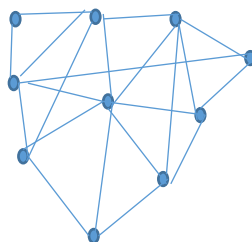
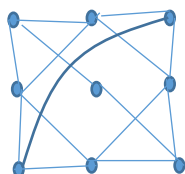
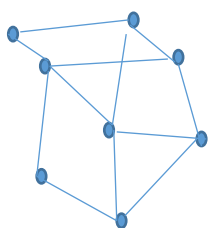
c)



d)

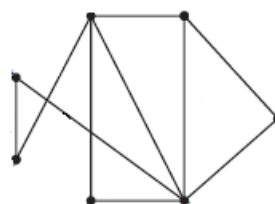


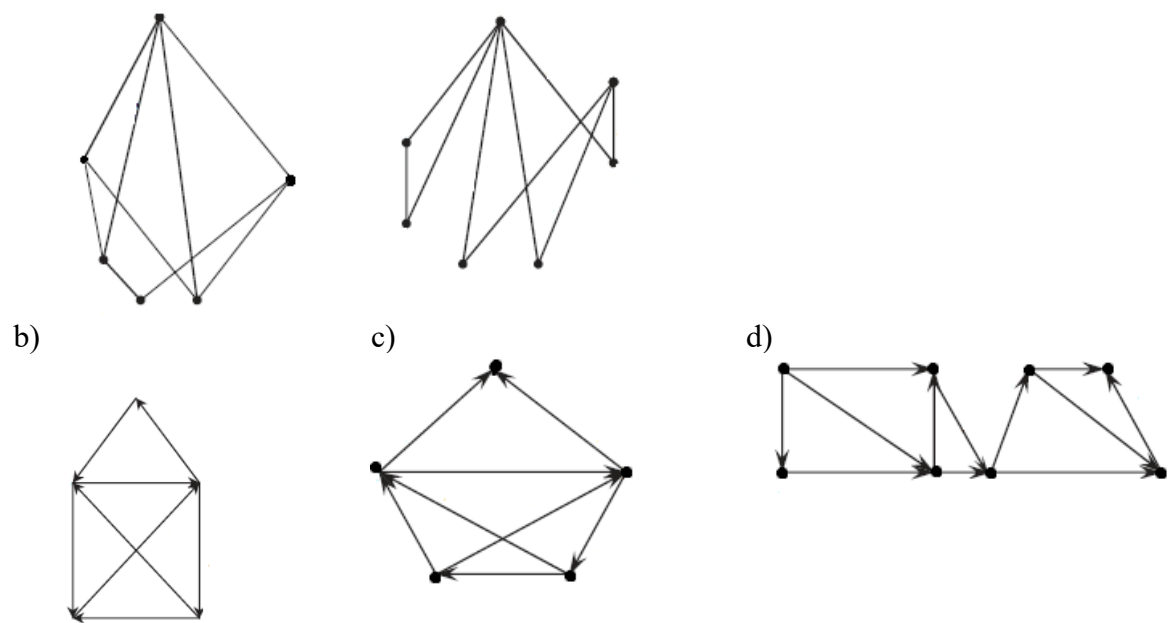
136. Какие из графов планарны?



137. Найти хроматическое число графа.

a)





138. Определить число графов с n вершинами, в которых допускаются ребра следующих типов:
- ориентированные и петли;
 - ориентированные, но не петли.
139. Определить число ориентированных графов с n вершинами, в которых каждая пара различных вершин соединена;
- не более чем одним ребром;
 - точно одним ребром.
140. При каких n существует графы с n вершинами, каждая из которых имеет степень 4?
141. Какое наибольшее число ребер может быть в несвязном графе с n вершинами?
142. Найти граф с шестью вершинами, который имеет эйлеров цикл, но не имеет гамильтонова цикла.
143. Найти число корневых деревьев с множеством вершин $\{1, \dots, w\}$
144. Перечислите все графы с указанными свойствами и значениями параметров (в скобках указано число искомым графов):
- 7 вершин. 4 ребра;
 - связные. 6 вершин. 6 ребер;
 - связные. 5 ребер;
 - две компоненты связности. 4 ребра;
 - без изолированных вершин. 4 ребра;
 - набор степеней $(2, 2, 2, 3, 3, 4)$;
 - набор степеней $(2, 2, 3, 3, 3, 3)$;
 - деревья. 7 вершин;
 - деревья, набор степеней $(1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3)$;
 - деревья, набор степеней $(1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 4)$;
 - леса. 5 вершин;
 - деревья, степени не более 3. S вершин;

- m) графы с единственным циклом. 5 вершин;
- n) графы с единственным циклом. 6 вершин. 5 ребер;
- o) связные, не имеющие циклов длины 3. 5 вершин;
- p) имеющие эйлеров цикл. 6 вершин;
- q) имеющие эйлеров цикл. 7 вершин. 9 ребер;
- r) имеющие гамильтонов цикл. 5 вершин;
- s) имеющие гамильтонов цикл. 6 вершин. 8 ребер;
- t) имеющие цикл длины 6. 5 вершин;
- u) непланарные. 6 вершин. 11 ребер;
- v) двудольные. 5 вершин;
- w) двудольные. 6 вершин. 6 ребер;
- x) ориентированные, без петель. 3 вершины.

145. Пусть $V = \{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5\}$ - алфавит языка сообщений, для которого задан код $V = \langle 10, 12, 012, 101, 2100 \rangle$ в алфавите $A = \{0, 1, 2\}$. Выяснить, является ли слово α кодом некоторого сообщения. В случае положительного ответа, выяснить является ли α кодом ровно одного сообщения.

- a) $\alpha = 1012101201210012$;
- b) $\alpha = 0121001210201$;
- c) $\alpha = 120120121001210$;
- d) $\alpha = 12101210012$;
- e) $\alpha = 1010122100$;
- f) $\alpha = 101212101012$.

146. Выяснить, обладает ли код V свойством префикса:

- a) $V = \{01, 11, 10, 001\}$;
- b) $V = \{1001, 000, 001, 0110, 010, 1000, 0111\}$;
- c) $V = \{110, 011, 1011, 0100, 11011\}$;
- d) $V = \{02, 2, 11, 012, 102, 011, 0121\}$;
- e) $V = \{12, 22, 0011, 101, 0100, 20, 2100\}$;
- f) $V = \{0, 10, \dots, 1^n 0, \dots\}$.

147. Выбрать максимальное по числу элементов подмножество B множества A с условием, что двоичные разложения наименьшей длины чисел из B представляют собой префиксный код:

- a) $A = \{1, 3, 6, 8, 10, 13, 19, 33, 37\}$;
- b) $A = \{3, 5, 6, 9, 10, 13, 17\}$;
- c) $A = \{2, 6, 7, 9, 12, 15, 18, 35, 36, 37\}$;
- d) $A = \{1, 2, 5, 8, 9, 12, 13, 14\}$;
- e) $A = \{2, 3, 7, 8, 11, 12, 13, 14\}$;
- f) $A = \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$;
- g) $A = \{1, 2, 5, 8, 9, 10, 13, 15\}$;
- h) $A = \{4, 6, 7, 10, 13, 15, 20, 23, 25\}$.

148. Известно, что для алфавита $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ используется суффиксный код $K = \{00, 001, 1011, 11101, 0010, 0111\}$. При передаче сообщения использовался код Хемминга, исправляющий одну ошибку. Получено кодовое сообщение 01010110101101100000111101001100111001. Найдите исходное сообщение.

149. Построить схему из функциональных элементов в базисе $V = \{\wedge, \vee, \neg\}$, для конечного автомата, реализующего функцию $n - m + 3$.

150. Построить диаграмму Мура для конечного автомата реализующего функцию $4n - 2m + 7$.

151. Опишите ДКА, которые допускают следующие языки над алфавитом $\{0, 1\}$:

- a) множество всех цепочек, не содержащих 010 подряд;
- b) множество цепочек, содержащих в качестве подцепочки 011.

152. Опишите ДКА, допускающие такие языки над алфавитом $\{0, 1\}$:

- a) множество цепочек, которые начинаются или оканчиваются (или и то, и другое) последовательностью 01;

- b) множество цепочек, в которых число нулей делится на пять, а число единиц — на три.

153. Опишите ДКА, которые допускают следующие языки над алфавитом $\{0, 1\}$:

- множество всех цепочек, запись которых в обратном порядке образует двоичное представление целого числа, кратного 5. Примерами цепочек этого языка являются цепочки 0, 10011, 1001100 и 0101;
- $L = \{w \mid w \text{ не содержит подцепочки } 010 \text{ и } 1111\}$;
- $L = \{w \mid w \text{ не содержит подцепочки } 000 \text{ и } 0101\}$;
- $L = \{w \mid w \text{ не содержит подцепочки } 00 \text{ и } 0101\}$.

154. Преобразуйте следующий НКА в эквивалентный ДКА и опишите неформально язык, который он допускает.

a)	0	1	b)	0	1
$\rightarrow p$	$\{q, s\}$	$\{q\}$	$\rightarrow p$	$\{p, q\}$	$\{p\}$
$*q$	$\{r\}$	$\{q, r\}$	q	$\{r, s\}$	$\{t\}$
r	$\{s\}$	$\{p\}$	r	$\{p, r\}$	$\{t\}$
$*s$	$\emptyset$	$\{p\}$	$*s$	$\emptyset$	$\emptyset$
			$*t$	$\emptyset$	$\emptyset$

155. Найдите недетерминированные конечные автоматы, которые допускают следующие языки. Постарайтесь максимально использовать возможности недетерминизма:

- множество цепочек над алфавитом $\{0, 1, \dots, 9\}$, последняя цифра цепочки которых больше нигде в них не встречается;
- множество цепочек из 0 и 1, в которых содержится два 0, разделенных позициями в количестве, кратном 4. Отметим, что нуль позиций можно также считать кратным 4.

156. Постройте НКА, распознающие множества цепочек, содержащие в качестве подцепочек следующие:

- 0101, 101 и 011;
- ab, bc и ca. Входным алфавитом считать $\{a, b, c\}$.

157. Построить ε -НКА допускающий язык

- $L = \{w \mid w \text{ содержит две подцепочки из множества } \{000, 0011, 1100\}\}$
- $L = \{w \mid w \text{ содержит без пересечения две различные подцепочки из множества } \{111, 0011, 1100\}\}$
- $L = \{w \mid w \text{ содержит без пересечения не менее двух различных подцепочки из множества } \{010, 1101, 1011\}\}$

158. Для следующего ε -НКА

- найдите ε -замыкание каждого из состояний;
- выпишите все цепочки, длина которых не более 3, допустимые данным автоматом;
- преобразуйте данный автомат в ДКА.

a)	ε	a	b	c
$\rightarrow p$	$\{q, r\}$	$\emptyset$	$\{q\}$	$\{r\}$
q	$\emptyset$	$\{p\}$	$\{r\}$	$\{p, q\}$
$*r$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

159. Постройте ε -НКА, которые допускают следующие языки. Для упрощения построений используйте, по возможности, ε -переходы:

- множество цепочек, состоящих либо из повторяющихся один или несколько раз фрагментов 01, либо из повторяющихся один или несколько раз фрагментов 010;
- множество цепочек из 0 и 1, в которых хотя бы на одной из последних десяти позиций стоит 1.

160. Напишите регулярные выражения для следующих языков:

- множество цепочек с алфавитом $\{a, b, c\}$, содержащих хотя бы один символ a и хотя бы один символ b ;
- множество цепочек из нулей и единиц, в которых десятый от правого края символ равен 1;
- множество цепочек из нулей и единиц, содержащих не более одной пары последовательных единиц.

161. Напишите регулярные выражения для следующих языков:

- множество цепочек, состоящих из нулей и единиц, в которых число нулей кратно пяти.

162. Напишите регулярные выражения для следующих языков:

- множество всех цепочек, в которых поровну нулей и единиц и ни один их префикс не содержит нулей на два больше, чем единиц, или единиц на два больше, чем нулей;
- множество всех цепочек из нулей и единиц, в которых число нулей делится на пять, а количество единиц четно.

163. Опишите обычными словами языки следующих регулярных выражений:

- $(0*1*)*000(0+1)^*$;
- $(0+10)^*1^*$.

164. Для ДКА представленного следующей таблицей переходов

- выпишите все регулярные выражения $R_{ij}^{(0)}$;
 - выпишите все регулярные выражения $R_{ij}^{(1)}$. Постарайтесь максимально упростить эти выражения;
 - выпишите все регулярные выражения $R_{ij}^{(2)}$. Постарайтесь максимально упростить эти выражения;
 - напишите регулярное выражение для языка заданного автомата.
- a)

	0	1
$\rightarrow q_1$	q_2	q_3
q_2	q_1	q_3
$*q_3$	q_2	q_1

165. Преобразуйте следующий ДКА в регулярное выражение, используя технику исключения состояний из раздела

a)

	0	1
$\rightarrow *p$	r	p
$*q$	q	s
r	r	p
s	q	s

166. Построить регулярное выражение для цепочек допускаемых автоматом

a)

	0	1
A	B	A
*B	E	D
*C	D	E
$\rightarrow D$	C	A
E	A	C

b)

	0	1
*A	B	D
B	A	B
*C	E	D
D	C	A
$\rightarrow E$	C	C

c)

	0	1
*A	B	D
B	A	B
*C	E	D
D	C	A
$\rightarrow E$	C	C

d)

	0	1	ϵ
$\rightarrow q_0$	q_1		q_1, q_4
q_1	q_1	q_2, q_3	

q2	q4	q2, q3	q3
*q3	q1		q0
q4	q1	q4, q0	

e)

	0	1	ϵ
$\rightarrow q_0$	q1	q3	q1
q1	q1	q2, q3	
q2	q3	q2, q3	
*q3	q1		q3, q4
q4	q6		q4, q6
*q5	q1	q5	
q6	q4	q1	q6

167. Преобразуйте следующие регулярные выражения в НКА с ϵ -переходами;

- $(0 + 1)01$;
- $00(0 + 1)^*$;
- $(1 + \epsilon)(00^*1)^*0^*$;
- $(0^*1^*)^*000(0 + 1)^*$.

168. Докажите или опровергните каждое из следующих утверждений для регулярных выражений:

- $(RS + R)^*RS = (RR^*S)^*$;
- $(R + S)^*S = (R^*S)^*$;
- $S(RS + S)^*R = RR^*S(RR^*S)^*$.

169. Определить какие из предложенных языков не являются регулярным. Ответ обосновать.

- $L_1 = \{w \mid w = (a^m b)^n c^*, m > 0, n > 0\}$
- $L_2 = \{w \mid w = a^{2m} (bc)^n, m < n, n > 0\}$
- $L_2 = \{w \mid w = (a^m b)^* c^k \cap (a, bb)^m (bc)^k, k < m + 4\}$

170. Докажите нерегулярность следующих языков

- $\{0^n 1^m 2^n \mid n \text{ и } m \text{ — произвольные целые числа}\}$;
- $\{0^n 1^m \mid n \leq m\}$;
- $\{0^n 12^n \mid n \geq 1\}$;
- $\{0^n \mid n \text{ — полный квадрат}\}$;
- $\{0^n \mid n \text{ — полный куб}\}$;
- множество цепочек из нулей и единиц, длины которых — полные квадраты;
- множество цепочек из нулей и единиц вида ww , где некоторая цепочка w повторяется дважды;
- множество цепочек из нулей и единиц вида wwR , где за цепочкой следует цепочка, обратная к ней;
- множество цепочек из нулей и единиц вида $w w$, где цепочка w образована из w путем замены всех нулей единицами и наоборот. Например, $011 = 100$, так что цепочка 011100 принадлежит данному языку;
- множество цепочек из нулей и единиц вида $w 1^n$, где w — цепочка из нулей и единиц длиной n ;
- $L = \{0^a 1^b 2^c \mid a > 2b, b < 2c\}$;
- $L = \{0^a 1^b 2^c \mid a > b + c, b > c\}$;
- $L = \{0^a 1^b 2^c \mid a \neq 2b + c\}$.

171. Представлена таблица переходов некоторого ДКА:

- составьте таблицу различимости для этого автомата;
- постройте эквивалентный ДКА с минимальным числом состояний.

a)

	0	1
→A	B	E
B	C	F
*C	D	H
D	E	H
E	F	I
*F	G	B
G	H	B
H	I	C
*I	A	E

b)

	0	1
*A	E	C
B	G	D
→C	E	B
D	E	C
*E	B	E
F	A	D
*G	C	F

172. Построить КС-грамматики для следующих языков:

- множество $\{a^i b^j c^k \mid i \neq j \text{ или } j \neq k\}$ всех цепочек из символов a, за которыми следуют символы b и затем c так, что количества символов a и b или количества b и c различны;
- множество всех цепочек из символов a и b, не имеющих вида ww, т.е. не равных ни одной цепочке-повторению;
- $0^n 1^{2n+4} \cup 0^n 1^m 0^k, k > n+m$.

173. Следующая грамматика порождает язык регулярного выражения $0^*1(0+1)^*$.

$S \rightarrow A1B$

$A \rightarrow 0A \mid \varepsilon$

$B \rightarrow 0B \mid 1B \mid \varepsilon$

Запишите левое и правое порождения следующих цепочек:

- 00101;
- 1001;
- 00011.

174. Рассмотрим грамматику $S \rightarrow aS \mid aSbS \mid \varepsilon$. Она неоднозначна.

- Докажите, что для цепочки aab справедливо следующее:
 - для нее существует два дерева разбора;
 - она имеет два левых порождения;

- она имеет два правых порождения.
- b) Докажите, что грамматика порождает те, и только те цепочки из символов a и b , у которых в любом префиксе символов a не меньше, чем b .
- c) Найдите однозначную грамматику для языка.

175. Построить КС-грамматику для следующего языка: $0^n 1^{3n-3} \cup 0^n 1^m 0^k, k < m + n$

176. Предположим, что МП-автомат $P = (\{q, p\}, \{0, 1\}, \{Z_0, X\}, \delta, q, Z_0, \{p\})$ имеет следующую функцию переходов.

$$\delta(q, 0, Z_0) = \{(q, XZ_0)\}.$$

$$\delta(q, 0, X) = \{(q, XX)\}.$$

$$\delta(q, 1, X) = \{(q, X)\}.$$

$$\delta(q, \varepsilon, X) = \{(p, \varepsilon)\}.$$

$$\delta(p, \varepsilon, X) = \{(p, \varepsilon)\}.$$

$$\delta(p, 1, X) = \{(p, XX)\}.$$

$$\delta(p, 1, Z_0) = \{(p, \varepsilon)\}.$$

Приведите все конфигурации, достижимые из начального МО (q, w, Z_0) , если входным словом w является:

- a) 0011;
- b) 010.

177. Постройте МП-автоматы, допускающие следующие языки. Можно использовать допускание как по заключительному состоянию, так и по пустому магазину — что удобнее:

- a) множество всех цепочек из 0 и 1, в префиксах которых количество символов 1 не больше количества символов 0;
- b) множество всех цепочек из 0 и 1 с одинаковыми количествами символов 0 и 1;
- c) $\{a^i b^j c^k \mid i = j \text{ или } j = k\}$;
- d) множество всех цепочек из 0 и 1, у которых количество символов 0 вдвое больше количества символов 1.
- e) $\{a^i b^j c^k \mid i \neq j \text{ или } j \neq k\}$;
- f) $\{a^i b^j c^k \mid k = 2i + 3j, i \geq 0, j \geq 0\}$.

178. Преобразуйте грамматику

$$S \rightarrow aAA$$

$$A \rightarrow aS \mid bS \mid a$$

в МП-автомат, допускающий тот же язык по пустому магазину.

179. Ниже приведены КС-языки. Постройте для каждого из них МП-автомат, допускающий этот язык по пустому магазину. При желании можно сначала построить КС-грамматику для этого языка, а затем преобразовать ее в МП-автомат.

- a) $\{a^i b^j c^k \mid i = 2j \text{ или } j = 2k\}$;
- b) $\{0^n 1^m \mid n \leq m \leq 2n\}$.

180. Приведите грамматику к нормальной форме Хомского

a)

$$S \rightarrow 0A0 \mid 1B1 \mid BB$$

$$A \rightarrow C$$

$$B \rightarrow S \mid A$$

$$C \rightarrow S \mid \varepsilon$$

c)

b)

$$S \rightarrow AAA \mid B$$

$$A \rightarrow aA \mid B$$

$$B \rightarrow \varepsilon$$

d)

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aAa \mid bBb \mid \varepsilon \\ A &\rightarrow C \mid a \\ B &\rightarrow C \mid b \\ C &\rightarrow CDE \mid \varepsilon \\ D &\rightarrow A \mid B \mid ab \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aABa \mid bBa \mid \varepsilon \\ A &\rightarrow C \mid ab \\ B &\rightarrow C \mid b \\ D &\rightarrow CDE \mid \varepsilon \\ C &\rightarrow DA \mid BDA \mid a \end{aligned}$$

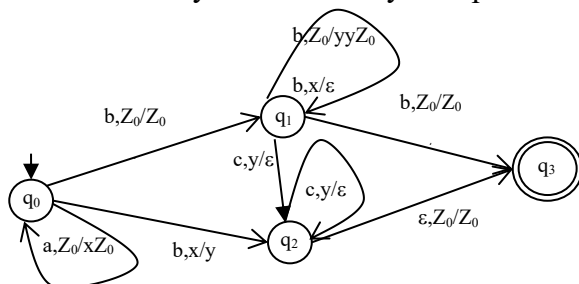
181. Покажите, что каждый из следующих языков не контекстно-свободный.

- $\{a^n b^n c^i \mid i \leq n\}$;
- $\{0^p \mid p \text{ — простое}\}$;
- $\{0^i 1^j \mid j = i^2\}$;
- $\{a^n b^n c^i \mid n \leq i \leq 2n\}$;
- $\{0^i 1^j 0^k \mid j = \max(i, k)\}$;
- $\{a^n b^n c^i \mid i \neq n\}$

182. Определить какие из предложенных языков не являются КС-языком. Ответ обосновать.

- $L_1 = \{w \mid w = a^m b^n c^k d^s, m=k, n=2s\}$
- $L_2 = \{w \mid w = a^m (bc)^n \cup (acc)^m b^n d^k c^s, m>n, s<2k\}$
- $L_2 = \{w \mid w = (a^m b)^* c^k \cap (bb, aa)^* (b^m c)^k, k>0, m>5\}$

183. По заданному МП-автомату постройте КС-грамматику



184. Приведите грамматику к нормальной форме Хомского:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aDBc \mid BAB \mid aA \\ A &\rightarrow BaA \mid DA \mid a \mid \varepsilon \\ B &\rightarrow cABa \mid DDB \mid caB \mid \varepsilon \\ D &\rightarrow BA \mid cDaB \mid cDc \end{aligned}$$

185. Приведите грамматику к нормальной форме Хомского:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow BaA \mid ABBA \mid aA \\ A &\rightarrow aDBc \mid DA \mid a \mid \varepsilon \\ B &\rightarrow cDaB \mid cABa \mid caD \\ D &\rightarrow AD \mid DDB \mid cDc \mid \varepsilon \end{aligned}$$

Зачетно-экзаменационные материалы для промежуточной аттестации (экзамен/зачет)

Типовые контрольные задания

Контрольная работа 1

- Изобразить на координатной плоскости области истинности предикатов истинности предикатов $((x>2) \vee (y>1)) \wedge ((x<-1) \vee (y<-2))$
- Является ли приведённая формула тождественной?
 $(\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)) \rightarrow \forall x (P(x) \wedge Q(x))$
- Получить п.н.ф. предикатной формулы.
 $(\exists x \forall z P(x, z) \vee \forall x \forall y P(x, y)) \rightarrow \forall z R(z)$

4. Известно, что $A \subset B \subset C$, $A \neq \emptyset, C \neq \emptyset$. Является ли множество пустым?
 $A \cup (B \setminus C)$
5. Упростите выражение, если $C=U$, $D=\emptyset$
 $A \cap C \cup \bar{B} \cap C \cup A \cap D$;
6. Упростите выражение, если $A \subset B$ и $C \subset D$
 $(A \cup B) \cap (C \cup D)$;
7. Решить уравнение
 $(A \cap X) \cup B = A \setminus X$
8. Определите, какими свойствами обладают следующие отношения на множестве N
 $aRb \Leftrightarrow a$ и b состоят из разных цифр
9. Определите, какими свойствами обладают следующие отношения на множестве $M=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$. Найти транзитивное замыкание R^+ .
 $aRb \Leftrightarrow |a-2b| \leq 5$
10. Если отношение является отношением эквивалентности, то найти индекс разбиения множества Z^2
 $(x_1, y_1)R(x_2, y_2) \Leftrightarrow$ разность максимальной цифры x_1 и минимальной цифры y_1 равна разности максимальной цифры x_2 и минимальной цифры y_2
11. Определить свойства функций $f: R \rightarrow R$ и $g: R \rightarrow R$. Найти $f \circ g$ и $g \circ f$ и определить их свойства.

$$f(x) = \begin{cases} 5x, & \text{если } x < 0 \\ x^2 - x, & \text{если } x \geq 0 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} |x|^3, & \text{если } x > 1 \\ -2x, & \text{если } x \leq 1 \end{cases}$$

Контрольная работа 2

1. Сколько слов длины 25 в английском алфавите (всего 26 букв) можно составить, если 3 буквы повторяются по 2 раза, 2 буквы повторяются 4 раза, а остальные буквы различные.
2. Сколькими способами 28 конвертов можно произвольно разложить по 6 ящикам, если:
 - 1) все конверты разные и все ящики одинаковые
 - 2) все конверты разные и все ящики разные
 - 3) все конверты одинаковые и все ящики разные
3. Сколько способов раздать 35 поручений среди 6 курьеров, так чтобы:
 - 1) каждый получил хотя бы одно поручение
 - 2) каждый получил произвольное число поручений
4. Сколькими способами можно разместить 25 книг на одной полке так, чтобы между книгой А и книгой В располагалось не менее 3-х книг и не более 5-х книг
5. Имеется 28 книг автора А, 18 книг автора Б, 25 книг автора С, 9 книг автора Д. Сколько вариантов выбрать:
 - 1) 2 книги одного автора
 - 2) 5 книг двух авторов
6. Рассматриваются слова в алфавите $\{a_1, a_2, \dots, a_q\}$. Через n_i обозначается число вхождений буквы a_i в слово. Требуется подсчитать число слов длины n , удовлетворяющих данным условию: $q=9$, $n=10$, $n_1+n_2 < 5$

Контрольная работа 3

1. Определить тождественны ли формулы А и В путем сравнения их табличных представлений

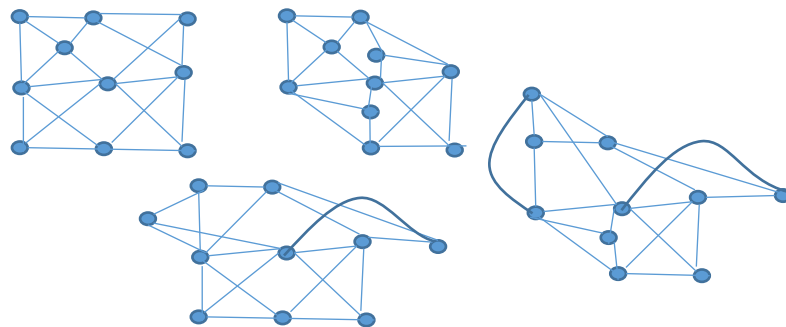
- $A = ((x|y) \downarrow \bar{z})|y) \downarrow (\bar{y} \rightarrow z), B = ((x|y) \downarrow (y|\bar{z})) \wedge (x \rightarrow (y \rightarrow z))$
- Определить фиктивные и существенные переменные функции
110001011111100
 - Построить СДНФ и СКНФ функции
0101010100001111
 - Методом неопределенных коэффициентов построить полином Жегалкина
01001110

Контрольная работа 4

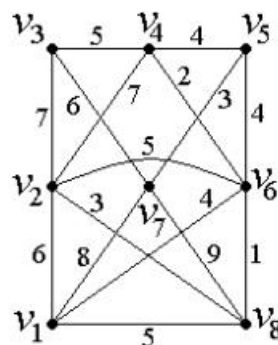
- Найти все функции $f \in M \cap S$, которые можно получить из вектора заменой символа « $\rightarrow$ » на 0 или 1: (-01-----)
- Найти число функций f , принадлежащих множеству $A: (T_0 \cup S) \setminus (L \cap (M \setminus T_1))$
- Доказать, что множество A не пусто: $A = (T_1 \cap T_0) \setminus (L \cup S)$.
- Выяснить, полна ли система A функций, заданных векторами своих значений: $\{(1010), (01110001), (00110111)\}$

Контрольная работа 5

- Определить число деревьев с 8 вершинами, у которого две вершины степени три.
- Перечислите все неориентированные графы без петель, имеющие гамильтонов цикл, 5 вершин.
- Найти граф с шестью вершинами, который имеет эйлеров цикл, но не имеет гамильтонова цикла.
- Графы разбить на классы попарно неизоморфных графов



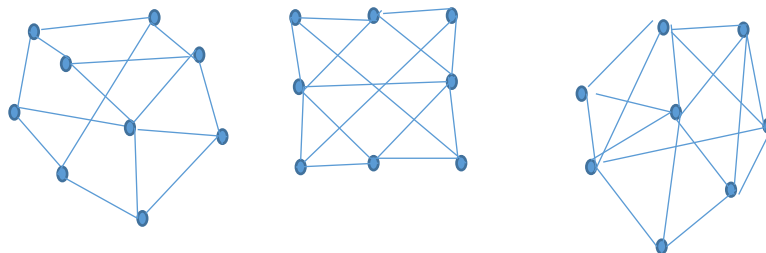
- Построить матрицу достижимости взвешенного графа и остов минимального веса



- Найти компоненты сильной и слабой связности

0	-1	0	0	1	0	0	0	-1	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	-1
0	1	0	0	0	0	-1	-1	0	0
0	0	1	-1	0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	-1	0	0	0	0	1
0	0	-1	0	0	1	0	0	1	0
-1	0	0	0	0	-1	0	1	0	0

7. Какие из графов планарны



Контрольная работа 6

- Известно, что для алфавита $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ используется суффиксный код $K = \{00, 001, 1011, 11101, 0010, 0111\}$. При передаче сообщения использовался код Хемминга, исправляющий одну ошибку. Получено кодовое сообщение
0 1 1 1 0 1 1 0 1 1 1 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 1 0 0 1 1 1 0 0 1 0 1 1 1 0 1
Найдите исходное сообщение.
- Построить схему из функциональных элементов в базисе $B = \{\wedge, \vee, \neg\}$, реализующую конечный автомат реализующий функцию $n+m-2$.
- Построить диаграмму Мура для конечного автомата реализующего функцию $2n-4m+3$.

Контрольная работа 7

- Построить ДКА допускающий язык $L = \{w \mid w \text{ содержит подцепочки } 0000 \text{ и } 011\}$
- Построить ε -НКА допускающий язык $L = \{w \mid w \text{ содержит без пересечения две различные подцепочки из множества } \{110, 0011, 1100\}\}$
- Построить регулярное выражение для цепочек допускаемых автоматом

	0	1
*A	B	D
*B	E	B
C	A	D
D	C	A
$\rightarrow E$	C	C

- Построить минимальный автомат

	0	1
*A	G	E
$\rightarrow B$	D	E
C	A	D
*D	F	E
F	D	A
G	A	A
*E	G	B

Контрольная работа 8

- Выписать регулярное выражение для языка допускаемого следующим ε -НКА:

	0	1	ε
$\rightarrow q_0$	q_1		q_1, q_4
q_1	q_1	q_2, q_3	

q2	q4	q2, q3	q3
*q3	q1		q3
q4	q5	q4, q6	
q5	q6	q1	
*q6	q4, q6		

2. Определить какие из предложенных языков не являются регулярным. Ответ обосновать.
 - a. $L_1 = \{w \mid w = (a^m b)^* c^n, m > 0, n > 0\}$
 - b. $L_2 = \{w \mid w = a^m (b^n c)^*, m < n, n > 0\}$
 - c. $L_2 = \{w \mid w = (a^m b^k)^* c^k \cap (a, bb)^{2m} (bc)^k, k > m\}$
3. Построить КС-грамматику для следующего языка: $0^n 1^{3m-3} \cup 0^n 1^m 0^k, m=n, k>m$
4. Постройте МП-автомат допускающий язык: $\{a^i b^j c^k \mid i=k+3j, i \geq 0, j \geq 0\}$
5. Определить какие из предложенных языков не являются КС-языком. Ответ обосновать.
 - a. $L_1 = \{w \mid w = a^m b^n c^k d^s, m > s+2, k > n\}$
 - b. $L_2 = \{w \mid w = (ab)^m (bc^n c)^* \cup (a^m b^n)^* c^k d^s, m=k, s < m+n\}$
 - c. $L_2 = \{w \mid w = (a^m b)^k c^* \cup (b^k b, a^m)^* (b, c^m)^k, k > 0, m > 5\}$
6. Приведите грамматику к нормальной форме Хомского:

$$S \rightarrow BaA \mid AD \mid DDB$$

$$A \rightarrow aDBc \mid DA \mid a \mid \varepsilon$$

$$B \rightarrow cDaB \mid ABBA \mid cABa \mid caD$$

$$D \rightarrow cDc \mid \varepsilon \mid aA$$

Вопросы для подготовки к экзамену

1. Отображения. Свойства отображений. Обратные отображения.
2. Мощность множеств. Счетные и счетно-бесконечные множества.
3. Формулы исчисления предикатов. Аксиомы, правила вывода.,
4. Отношения. Представление и операции над отношениями. Декартовы произведения отношений.
5. Бинарные отношения на множестве. Диаграммы отношений.
6. Отношения эквивалентности.
7. Отношения порядка. Отношения линейного порядка.
8. Основные комбинаторные правила.
9. Размещения.
10. Сочетания без повторений
11. Сочетания с повторениями.
12. Разбиения множеств на части.
13. Формула включений – исключений.
14. Ф.А.Л. Существенность переменных.
15. Формулы. Представление функций формулами
16. Эквивалентность формул. Теорема о замене равных. Соотношения эквивалентности.
17. Теорема о разложении ФАЛ
18. Минимизация ДНФ.
19. Геометрическая интерпретация ДНФ.
20. Максимальные конъюнкции.
21. Полные системы функций. Теорема редукции.
22. Полиномы Жегалкина.
23. Классы T_0 и T_1 .
24. Двойственные функции.

25. Класс S. Лемма о не самодвойственной функции.
26. Класс M. Замкнутость класса.
27. Лемма о немонотонной функции.
28. Класс L. Лемма о нелинейной функции.
29. Критерий полноты в P_2 .
30. Предполные классы и их свойства.
31. Графы. Представление графов.
32. Пути и циклы в графах.
33. Транзитивное замыкание графов.
34. Представление графов в трёхмерном пространстве
35. Не планарность графов K_{33} и A_5 .
36. Критерий планарности графов.
37. Деревья и их свойства.
38. Циклы Эйлера. Теорема Эйлера (необходимость).
39. Циклы Эйлера. Теорема Эйлера(достаточность).
40. Хроматическое число графа. Критерий 2-хроматичности.
41. Оценка значения хроматического числа графа
42. Внутренне и внешне устойчивые множества вершин графов.
43. Ядра графов.
44. Суммы графов и циклов. Суммы четных графов.
45. Фундаментальное семейство циклов графа (построение)
46. Фундаментальное семейство циклов графа (доказательство фундаментальности)
47. Транспортные сети. Потоки в сетях. Максимальные и полные потоки.
48. Сечения сети. Алгоритм Фалкерсона-Форда.
49. Конечные автоматы. Представление автоматов. Автоматные агенты.
50. Функции, вычислимые конечными автоматами.
51. Невычислимость функции умножения конечными автоматами.
52. Переработка автоматами периодических сверхслов.
53. Отличимость состояний автоматов.
54. Свойства отношений k-неотличимости состояний.
55. Теорема о длине кратчайшего слова, на котором отличаются состояния автомата
56. Эквивалентность автоматов. Теорема о минимальном автомате (построение)
57. Теорема о минимальном автомате (доказательство минимальности)
58. Распознавание слов конечными автоматами.
59. Суперпозиция автоматов.
60. Операция обратной связи.
61. Схемы из функциональных элементов.
62. Автоматные схемы.
63. Моделирование произвольных автоматов автоматными схемами.
64. Рекурсивные функции. Тезис Черча
65. Представление определений рекурсивных функций нагруженными деревьями
66. Нумерация рекурсивных функций. Универсальная функция.
67. Неразрешимость проблемы остановки
68. Неразрешимость проблемы всюду определенности
69. Неразрешимость проблемы эквивалентности
70. Вычислительная сложность задач и алгоритмов. Классификация функций сложности.
71. Алгоритм быстрой сортировки. Обоснование верхней оценки сложности.
72. Теорема о множествах применений образцов
73. Основные понятия систем Поста.
74. Задачи, решаемые в системах Поста. Механизм решения задач.
75. Свойства множеств слов, выводимых в системах Поста.

76. Функции, вычислимые в системах Поста. Вычислимость примитивно-рекурсивных функций в системах Поста
77. Вычислимость частично-рекурсивных функций в системах Поста.
78. Не замкнутость множество слов, выводимых в системах Поста, относительно операции разности множеств.

4.2 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Методические рекомендации, определяющие процедуры оценивания выполнения контрольных заданий:

Задание считается выполнено, если:

- студент владеет терминологией
- применен правильный метод решения
- ход рассуждений соответствует логике задания
- допускаются арифметические ошибки.

Методические рекомендации, определяющие процедуры оценивания самостоятельной работы:

Решения представляются студентами письменной форме в системе Moodle или в аудитории. Срок представления ограничен по времени.

Оценивание результатов самостоятельной работы основывается на качестве выполнения студентом заданий.

Задание считается выполнено, если:

- студент владеет терминологией
- применен правильный метод решения
- ход рассуждений соответствует логике задания
- допускаются арифметические ошибки.

Критерии оценки:

оценка «неудовлетворительно»: решено менее 50% заданий.

оценка «удовлетворительно»: решено менее 75% заданий, но не менее 50% заданий;

оценка «хорошо»: решено более 75% заданий.

оценка «отлично»: решено более 90% заданий.

Методические рекомендации, определяющие процедуры оценивания контрольной работы:

Решения представляются студентами письменной форме в системе Moodle или в аудитории. Срок выполнения ограничен по времени.

Оценивание основывается на количестве выполненных студентом заданий.

Задание считается выполнено, если:

- студент владеет терминологией
- применен правильный метод решения
- ход рассуждений соответствует логике задания
- допускаются арифметические ошибки.

Критерии оценки:

оценка «неудовлетворительно»: решено менее 50% заданий.

оценка «удовлетворительно»: решено не менее 50% заданий;

оценка «хорошо»: решено более 75% заданий.

оценка «отлично»: решено более 90% заданий.

Методические рекомендации, определяющие процедуры оценивания на зачете:

Процедура промежуточной аттестации проходит в соответствии с Положением о текущем контроле и промежуточной аттестации обучающихся ФГБОУ ВО «КубГУ».

Итоговой формой контроля сформированности компетенций у обучающихся по дисциплине является зачет и экзамен. Студенты обязаны получить зачет в соответствии с расписанием и учебным планом

ФОС промежуточной аттестации состоит из тестовых заданий, контрольных заданий и заданий для самостоятельной работы.

Зачет по дисциплине преследует цель оценить работу студента, получение теоретических и практических знаний, их прочность, развитие творческого мышления, приобретение навыков самостоятельной работы, умение применять полученные знания для решения практических задач.

Результат сдачи зачета заносится преподавателем в экзаменационную ведомость и зачетную книжку.

Оценивание уровня освоения дисциплины основывается на качестве выполнения студентом тестовых заданий, контрольных заданий и заданий для самостоятельной работы.

Критерии оценки:

оценка «незачет» выставляется в случае выполнения одного из условий:

- самостоятельная работа оценена на «неудовлетворительно»;
- хотя бы по одной из контрольных работ стоит оценка «неудовлетворительно»;
- выполнено менее 60% контрольных заданий.

оценка «зачет» в случае выполнения условий:

- самостоятельная работа оценена не ниже чем на «удовлетворительно»;
- все контрольные работы оценены не ниже чем на «удовлетворительно»;
- выполнено не менее 60% контрольных заданий.

Методические рекомендации, определяющие процедуры оценивания на экзамене:

Процедура промежуточной аттестации проходит в соответствии с Положением о текущем контроле и промежуточной аттестации обучающихся ФГБОУ ВО «КубГУ».

Итоговой формой контроля сформированности компетенций у обучающихся по дисциплине является зачет и экзамен. Студенты допускаются к сдаче экзамена, только после получения зачета по дисциплине. Студенты обязаны сдать экзамен в соответствии с расписанием и учебным планом.

ФОС промежуточной аттестации состоит из вопросов к экзамену, задач по дисциплине и результатам текущего контроля.

Экзамен по дисциплине преследует цель оценить работу студента за курс, получение теоретических знаний, их прочность, развитие творческого мышления, приобретение навыков самостоятельной работы, умение применять полученные знания для решения практических задач.

Форма проведения экзамена: устно.

Экзаменатору предоставляется право задавать студентам дополнительные вопросы по всей учебной программе дисциплины.

Результат сдачи экзамена заносится преподавателем в экзаменационную ведомость и зачетную книжку.

Оценивание уровня освоения дисциплины основывается на качестве выполнения студентом заданий текущего контроля и ответов на вопросы экзамена.

Критерии оценки:

оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае выполнения одного из условий:

- непонимание сущности излагаемых вопросов, грубые ошибки в ответе, неуверенные и неточные ответы на дополнительные вопросы;

- самостоятельная работа оценена на «неудовлетворительно»;
- хотя бы по одной из контрольных работ стоит оценка «неудовлетворительно».

оценка «удовлетворительно» в случае выполнения условий:

- частично ответил на два вопроса билета или достаточно полно ответил хотя бы на один вопрос;
- самостоятельная работа оценена не ниже чем на «удовлетворительно»;
- все контрольных работы оценены не менее, чем на «удовлетворительно».

оценка «хорошо» в случае выполнения условий:

- достаточно полно ответил на два вопроса билета;
- даны частичные ответы на дополнительные вопросы;
- самостоятельная работа оценена не ниже чем на «хорошо»;
- все контрольных работы оценены не менее, чем на «удовлетворительно»;
- 60% контрольных работ оценены не менее, чем на «хорошо» и «отлично».

оценка «отлично» в случае выполнения условий:

- глубокие исчерпывающие знания по вопросам билета;
- даны правильные и конкретные ответы на дополнительные вопросы;
- самостоятельная работа оценена не ниже, чем на «хорошо»;
- все контрольных работы оценены не менее, чем на «удовлетворительно»;
- 80% контрольных работ оценены не менее, чем на «хорошо» и «отлично».

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

4.4. Методические указания по организации лабораторных работ

Условия применения:

- Курс рассчитан на студентов 1-го года обучения.

- Наличие доступа к вычислительным ресурсам (GitLab) и ПО: Python 3.x, библиотеки (NumPy, SymPy, NetworkX).
- Инфраструктура для приёма задач (GitLab CI/CD, автотесты) согласована с лабораторными работами.

Цели, задачи и ожидаемые результаты

Цели:

1. Научить применять методы дискретной математики: логика предикатов, комбинаторика, теория графов.
2. Сформировать навыки алгоритмической реализации дискретных моделей.
3. Привить культуру работы с IT-инфраструктурой (Git, тестирование).

Задачи преподавателя:

- Подготовка плана лабораторных работ.
- Разработка индивидуальных заданий (ИЗ).
- Организация Git-инфраструктуры и написание автотестов.
- Переработка ИЗ по итогам тестирования.

Ожидаемые результаты студентов:

- Умение решать задачи: построение предикатов, анализ графов, минимизация булевых функций.
- Навыки реализации алгоритмов на Python.
- Понимание принципов работы с Git и автотестами.

Порядок реализации

Задача №1: Подготовка плана лабораторных работ

Темы (соответствуют п. 2.3.3 РПД):

1. Основы логики предикатов и методы доказательств.
2. Операции над множествами и отношения.
3. Комбинаторный анализ (размещения, перестановки).
4. Булевы функции и нормальные формы.
5. Алгоритмы на графах (кратчайшие пути, деревья).
6. Кодирование и коды Хэмминга.
7. Конечные автоматы и диаграммы Мура.
8. Регулярные языки и КС-грамматики.

Задача №2: Разработка ИЗ

Пример: Индивидуальное задание 1 (Основы логики предикатов)

Цель: Освоить построение предикатов, методы доказательств (в т.ч. мат. индукцию).

Технологии: Python 3.x, библиотека SymPy.

Длительность: 8 часов (4 часа ЛР, 4 часа СР).

Результат: Код на GitLab + отчёт.

Техническое задание:

1. **Логика предикатов:**
 - Реализуйте функцию проверки выполнимости предиката на заданном множестве.
 - Постройте префиксную нормальную форму для формулы:
 $\forall x \exists y (P(x, y) \rightarrow Q(x)).$
2. **Метод математической индукции:**
 - Докажите формулу суммы первых n натуральных чисел: $S_n = n(n+1)/2$.
 - Реализуйте проверку шага индукции для $n=100$.
3. **Визуализация:**
 - Постройте граф зависимости переменных для предиката.

Проверка автотестами:

python
Copy
Download

```
def test_predicate_logic():  
    assert check_satisfiability("∃x∀y P(x,y)") == True
```

```
def test_induction():  
    assert verify_induction_step(100) is True
```

Контрольные вопросы:

1. Теоретические:
 - Чем квантор всеобщности отличается от квантора существования?
 - Объясните принцип математической индукции.
2. Практические:
 - Напишите код преобразования формулы в ПНФ.
3. Аналитические:
 - Какие ограничения у метода резолюций?

Критерии оценки:

- **Отлично:** Полное выполнение + анализ результатов.
- **Хорошо:** Выполнение без анализа.
- **Удовлетворительно:** Частичное выполнение.
- **Неудовлетворительно:** Невыполнение ключевых этапов.

Порядок проверки корректности

Чек-лист:

- Наличие 8 ИЗ, соответствующих темам РПД.
- Git-инфраструктура с учётными записями студентов.
- Шаблон репозитория с CI/CD (автотесты для 100% программируемых заданий).
- Инструкция по работе с Git:
 - Именованние коммитов: feat: добавить решение задачи 1.2.
 - Требования к коду: документирование функций, PEP-8.
- Автотесты для ИЗ 1-8.
- Пример выполнения ИЗ-эталона.

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

5.1 Основная литература:

1. Ерусалимский, Я.М. Дискретная математика. Теория и практикум : учебник / Я.М. Ерусалимский. - Санкт-Петербург : Лань, 2018. - 476 с. - https://e.lanbook.com/book/106869#book_name.
2. Пак, В. Г. Дискретная математика: теория множеств и комбинаторный анализ. Сборник задач : учебное пособие для академического бакалавриата / Пак В. Г. - М. : Юрайт, 2018. - 318 с. - <https://biblio-online.ru/book/E7D74788-0190-4AEA-A44B-58C80091984C>.
3. Баврин, Иван Иванович. Дискретная математика: учебник и задачник : учебник для СПО / И. И. Баврин. - Москва : Юрайт, 2018. - 209 с. - <https://biblio-online.ru/book/46422B2A-1497-4FFD-8A53-143190428418>.
4. Новиков, Федор Александрович. Дискретная математика : для бакалавров и магистров : учебник для студентов вузов, обучающихся по направлению подготовки "Системный анализ и управление" / Ф. А. Новиков. - 3-е изд. - Санкт-Петербург [и др.] : Питер, 2019. - 493 с. : ил. - (Стандарт третьего поколения) (Учебник для вузов). - Библиогр.: с. 479. - ISBN 978-5-4461-1341-5.

5. Жук, Арсений Сергеевич (КубГУ). Дискретная математика : лабораторный практикум / А. С. Жук, Е. Е. Полупанова ; Министерство науки и высшего образования Российской Федерации, Кубанский государственный университет. - Краснодар : Кубанский государственный университет, 2019. - 104 с. : ил., табл. - Библиогр.: с. 102. - ISBN 978-5-8209-1655-7.

5.2 Дополнительная литература:

1. Вороненко, А. А. Дискретная математика. Задачи и упражнения с решениями : учебно-методическое пособие / А. А. Вороненко, В. С. Федорова. - Москва : ИНФРА-М, 2014. - 104 с. : ил. - (Высшее образование. Бакалавриат). - Библиогр.: с. 102. - ISBN 9785160066011 : 152.90.
2. Вороненко, А. А. Дискретная математика. Задачи и упражнения с решениями : учебно-методическое пособие / А. А. Вороненко, В. С. Федорова. - Москва : ИНФРА-М, 2014. - 104 с. : ил. - (Высшее образование. Бакалавриат). - Библиогр.: с. 102. - ISBN 9785160066011 : 152.90.
3. Жигалова, Е.Ф. Дискретная математика : учебное пособие / Е.Ф. Жигалова ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Томский Государственный Университет Систем Управления и Радиоэлектроники (ТУСУР). - Томск : Эль Контент, 2014. - 98 с. - <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=480497>.
4. Новиков, Федор Александрович. Дискретная математика : для бакалавров и магистров : учебник для студентов вузов / Ф. А. Новиков. - 2-е изд. - Санкт-Петербург [и др.] : Питер, 2013. - 399 с. - (Учебник для вузов) (Стандарт третьего поколения). - Библиогр.: с. 386-387. - ISBN 9785496000154 : 356.45.
5. Микони, С. В. Дискретная математика для бакалавра: множества, отношения, функции, графы : учебное пособие / С. В. Микони. - Санкт-Петербург : Лань, 2012. - 192 с. - <https://e.lanbook.com/book/4316>.
6. Шептунов, Максим Валерьевич. Дискретная математика для бакалавриата : учебное пособие для использования в учебном процессе образовательных организаций, реализующих программы высшего образования по направлениям подготовки 10.03.01 - "Информационная безопасность", 09.03.03 - "Прикладная информатика", 38.03.05 - "Бизнес-информатика" (уровень бакалавриата) / М. В. Шептунов. - Москва : Горячая линия-Телеком, 2017. - 114 с. : ил. - (Учебное пособие для высших учебных заведений. Специальность). - Библиогр. в конце гл. - ISBN 978-5-9912-0659-4.

5.3. Периодические издания:

1. Базы данных компании «Ист Вью» <http://dlib.eastview.com>
2. Электронная библиотека GREBENNIKON.RU <https://grebennikon.ru/>

5.4. Интернет-ресурсы, в том числе современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Электронно-библиотечные системы (ЭБС):

1. ЭБС «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
2. ЭБС «УНИВЕРСИТЕТСКАЯ БИБЛИОТЕКА ОНЛАЙН» <http://www.biblioclub.ru/>
3. ЭБС «BOOK.ru» <https://www.book.ru>
4. ЭБС «ZNANIUM.COM» www.znanium.com
5. ЭБС «ЛАНЬ» <https://e.lanbook.com>

Профессиональные базы данных

1. Scopus <http://www.scopus.com/>
2. ScienceDirect <https://www.sciencedirect.com/>
3. Журналы издательства Wiley <https://onlinelibrary.wiley.com/>

4. Научная электронная библиотека (НЭБ) <http://www.elibrary.ru/>
5. Полнотекстовые архивы ведущих западных научных журналов на Российской платформе научных журналов НЭИКОН <http://archive.neicon.ru>
6. Национальная электронная библиотека (доступ к Электронной библиотеке диссертаций Российской государственной библиотеки (РГБ) <https://rusneb.ru/>
7. Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина <https://www.prilib.ru/>
8. База данных CSD Кембриджского центра кристаллографических данных (CCDC) <https://www.ccdc.cam.ac.uk/structures/>
9. Springer Journals: <https://link.springer.com/>
10. Springer Journals Archive: <https://link.springer.com/>
11. Nature Journals: <https://www.nature.com/>
12. Springer Nature Protocols and Methods: <https://experiments.springernature.com/sources/springer-protocols>
13. Springer Materials: <http://materials.springer.com/>
14. Nano Database: <https://nano.nature.com/>
15. Springer eBooks (i.e. 2020 eBook collections): <https://link.springer.com/>
16. "Лекториум ТВ" <http://www.lektorium.tv/>
17. Университетская информационная система РОССИЯ <http://uisrussia.msu.ru>

Информационные справочные системы

1. Консультант Плюс - справочная правовая система (доступ по локальной сети с компьютеров библиотеки)

Ресурсы свободного доступа

1. КиберЛенинка <http://cyberleninka.ru/>;
2. Американская патентная база данных <http://www.uspto.gov/patft/>
3. Министерство науки и высшего образования Российской Федерации <https://www.minobrnauki.gov.ru/>;
4. Федеральный портал "Российское образование" <http://www.edu.ru/>;
5. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" <http://window.edu.ru/>;
6. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов <http://school-collection.edu.ru/> .
7. Проект Государственного института русского языка имени А.С. Пушкина "Образование на русском" <https://pushkininstitute.ru/>;
8. Справочно-информационный портал "Русский язык" <http://gramota.ru/>;
9. Служба тематических толковых словарей <http://www.glossary.ru/>;
10. Словари и энциклопедии <http://dic.academic.ru/>;
11. Образовательный портал "Учеба" <http://www.ucheba.com/>;
12. Законопроект "Об образовании в Российской Федерации". Вопросы и ответы http://xn--273--84d1f.xn--p1ai/voprosy_i_otvety

Собственные электронные образовательные и информационные ресурсы КубГУ

1. Электронный каталог Научной библиотеки КубГУ <http://megapro.kubsu.ru/MegaPro/Web>
2. Электронная библиотека трудов ученых КубГУ <http://megapro.kubsu.ru/MegaPro/UserEntry?Action=ToDb&idb=6>
3. Среда модульного динамического обучения <http://moodle.kubsu.ru>
4. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций <http://infoneeds.kubsu.ru/>
5. Библиотека информационных ресурсов кафедры информационных образовательных технологий [http://mschool.kubsu.ru/](http://mschool.kubsu.ru;)

6. Электронный архив документов КубГУ <http://docspace.kubsu.ru/>
7. Электронные образовательные ресурсы кафедры информационных систем и технологий в образовании КубГУ и научно-методического журнала "ШКОЛЬНЫЕ ГОДЫ" <http://icdau.kubsu.ru/>

5.5 Перечень информационно-коммуникационных технологий

- Компьютерное тестирование представленных программ.
- Консультирование, раздача заданий для самостоятельной работы посредством электронной почты.
- Использование электронных презентаций при проведении лекционных занятий.
- Использование лекционных материалов в электронном виде
- Проверка домашних заданий и консультирование посредством электронной почты.
- Использование электронных презентаций при проведении лекционных занятий
- Система MOODLE
- Проверка домашних заданий и консультирование посредством ЭОИС КубГУ

5.6 Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения

OpenOffice
GIT(GitLab)
Yandex Browser
Mozilla Firefox
Google Chrome
Python 3.x, библиотеки (NumPy, SymPy, NetworkX).

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной систематизированный материал. В ходе лекционных занятий разбираются элементы теории и практики дискретной математики, приводятся примеры решения задач, проводится анализ наиболее распространенных ошибок. После прослушивания лекции рекомендуется выполнить упражнения, приводимые в аудитории для самостоятельной работы.

По курсу предусмотрено проведение лабораторных занятий, на которых дается прикладной систематизированный материал. В ходе занятий разбираются методы решений задач по темам. После занятия рекомендуется выполнить упражнения, приводимые для самостоятельной работы.

При самостоятельной работе студентов необходимо изучить литературу, приведенную в перечнях выше, для осмысления вводимых понятий, анализа предложенных подходов и методов дискретной математики. При решении новой задачи студент должен уметь выбрать метод решения и его обоснование.

Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине. В процессе самостоятельной работы студент приобретает навыки работы с дискретными объектами.

Используются активные, инновационные образовательные технологии, которые способствуют развитию общекультурных, общепрофессиональных компетенций и профессиональных компетенций обучающихся:

- проблемное обучение;
- разноуровневое обучение;
- проектные методы обучения;
- исследовательские методы в обучении;
- обучение в сотрудничестве (командная, групповая работа);
- информационно-коммуникационные технологии.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

Учебно-методическим обеспечением курсовой работы студентов являются:

1. учебная литература;
2. нормативные документы ВУЗа;
3. методические разработки для студентов.

Самостоятельная работа студентов включает:

- оформление итогового отчета (пояснительной записки).
- анализ нормативно-методической базы организации;
- анализ научных публикации по заранее определённой теме;
- анализ и обработку информации;
- работу с научной, учебной и методической литературой,
- работа с конспектами лекций, ЭБС.

Для самостоятельной работы представляется аудитория с компьютером и доступом в Интернет, к электронной библиотеке вуза и к информационно-справочным системам.

Перечень учебно-методического обеспечения:

1. Основная образовательная программа высшего профессионального образования федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Кубанский государственный университет» по направлению подготовки.
2. Положение о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Кубанский государственный университет».
3. Общие требования к построению, содержанию, оформлению и утверждению рабочей программы дисциплины Федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования.
4. Методические рекомендации по содержанию, оформлению и применению образовательных технологий и оценочных средств в учебном процессе, основанном на Федеральном государственном образовательном стандарте.
5. Учебный план основной образовательной программы по направлению подготовки.
6. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования по направлению подготовки.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

7. Материально-техническое обеспечение по дисциплине (модулю)

№	Вид работ	Наименование учебной аудитории, ее оснащенность оборудованием и техническими средствами обучения
1.	Лекционные занятия	Аудитория, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения
2.	Лабораторные занятия	Аудитория, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения, компьютерами, проектором, программным обеспечением
3.	Групповые (индивидуальные) консультации	Аудитория, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения, компьютерами, программным обеспечением
4.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Аудитория, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения, компьютерами, программным обеспечением
5.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.

Примечание: Конкретизация аудиторий и их оснащение определяется ОПОП.