

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по учебной работе,  
качеству образования – первый  
проректор

\_\_\_\_\_ Хагуров Т.А.

*подпись*

«02» июня 2026 г.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Б1.О.15 «Курс теории вероятностей»

Направление подготовки 02.03.03 Математическое обеспечение и  
администрирование информационных систем

Профиль Искусственный интеллект и аналитика данных

Форма обучения очная

Квалификация бакалавр

Краснодар 2026

Рабочая программа дисциплины Курс теории вероятностей составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем

Программу составил(и):

А.А. Халафян, профессор, доцент, д.т.н.

И.О. Фамилия, должность, ученая степень, ученое звание

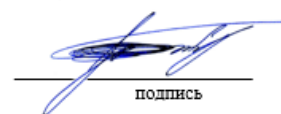


подпись

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании центра  
искусственного интеллекта

протокол № 04 «14» мая 2026 г.

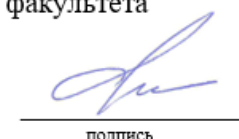
Руководитель центра ИИ Коваленко А.В.



подпись

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета  
компьютерных технологий и прикладной математики  
протокол № 03 «15» мая 2026 г.

Председатель УМК факультета Добровольская Н. Ю.



подпись

Рецензенты:

Мостовой Евгений Викторович, генеральный директор ООО «Портал-Юг»,  
e-mail: mostovoy@portal-yug.ru

Луценко Евгений Вениаминович, доктор экономических наук, кандидат технических наук, профессор кафедры компьютерных технологий и систем Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Кубанский государственный аграрный университет имени И.Т. Трубилина», e-mail: prof.lutsenko@gmail.com

## **1 Цели и задачи изучения дисциплины (модуля)**

### **1.1 Цель освоения дисциплины**

Формирование у студентов системного понимания фундаментальных понятий и методов теории вероятностей и математической статистики, их роли в анализе данных и искусственном интеллекте, а также развитие навыков применения вероятностно-статистических подходов для решения практических задач в области ИИ.

### **1.2 Задачи дисциплины**

- Изучение основ теории вероятностей, включая случайные события, случайные величины и их распределения.
- Освоение ключевых теорем (включая теорему Байеса) и их приложений в анализе данных и машинном обучении.
- Приобретение навыков работы с основными вероятностными распределениями и их параметрами.
- Изучение методов математической статистики: описательная статистика, оценка параметров, проверка статистических гипотез.
- Развитие умения применять статистические методы для анализа реальных данных и валидации моделей машинного обучения.
- Формирование понимания различий между байесовским и частотным подходами в статистике.
- Приобретение практических навыков использования Python (с библиотеками NumPy, SciPy, Pandas, Matplotlib, StatsModels) для вероятностно-статистического анализа данных.

### **1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы**

Дисциплина «Курс теории вероятностей» относится к обязательной части учебного плана Блока 1. Дисциплины (модули), формируемой участниками образовательных отношений.

Предшествующие дисциплины Математический анализ, Алгебра и геометрия, Технология компьютерного зрения, Промпт-инжиниринг.

Последующие дисциплины, для которых данная дисциплина является предшествующей Машинное обучение, Глубокое обучение, Нейросетевые технологии, Технологии обработки больших данных, Технологии обработки языка, Генеративный искусственный интеллект.

**Постреквизиты** – Основы прикладной статистики (MF-1.2(C), MF-2.1(C)), Методы искусственного интеллекта в задачах классификации (MF-2.1(C)).

**Смежные дисциплины** – А/В-тестирование и Uplift-моделирование (MF-1.2(Б)).

### **1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

#### **Роль 1: Data Analyst (Аналитик данных)**

Задачи:

1. Статистический анализ, визуализация данных, предварительная обработка.
2. Создание прогнозных моделей
3. Построение аналитических моделей для поддержки бизнес-решений.

#### **Роль 2: MLOps (Специалист по эксплуатации ИИ)**

Задачи:

1. DevOps для ML.
2. Автоматизация, мониторинг ML-систем.
3. Операционное управление жизненным циклом ML-моделей.

### Роль 3: AI PM (Менеджер проектов ИИ)

Задачи:

1. Управление ИИ-проектами от идеи до внедрения
  2. Анализ бизнес-требований и постановка задач
  3. Оценка эффективности и ROI ИИ-решений
- 1.

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

| Код и наименование индикатора*                                                                                                                                         | Результаты обучения по дисциплине                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| ОПК-1.1 Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук при построении моделей в заданной предметной области           | Знать: ключевые понятия основных разделов фундаментальной математики (от матанализа до случайных процессов) в объёме, необходимом для моделирования.<br>Уметь: выбирать нужный раздел математики (алгебра, дифференциальные уравнения, теория вероятностей и др.) и переводить прикладную задачу на язык математических моделей.<br>Владеть: навыками строить модели с использованием этих знаний и консультировать других по выбору математического аппарата для профессиональных задач.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| ОПК-1.2 Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук при выборе методов решения задач профессиональной деятельности | Знать: ограничения, условия применимости и свойства методов, вытекающие из фундаментальной математики.<br>Уметь: сопоставлять задачу с методом, выбирать аналитический/ численный/ вероятностный/ логический подход.<br>Владеть: навыками обосновывать выбор метода и консультировать других по применимости математического инструментария.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| MF-1 Способен применять современную теоретическую математику для разработки новых алгоритмов и формулирования перспективных задач ИИ                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| MF-1.2 Применяет аппарат теории вероятностей, математической статистики и теории информации для формулирования и анализа задач искусственного интеллекта               | (Б)<br>Проводит оценку распределений и статистических зависимостей.<br>Знать: основные понятия теории вероятностей (вероятностное пространство, случайные величины), методы математической статистики (оценка параметров распределений, проверка гипотез, статистическая модель, параметрическое и непараметрическое оценивание, состоятельность и несмещённость оценок)<br>Уметь: использовать аппарат теории вероятностей, математической статистики и теории информации для формулирования задач ИИ — вводить вероятностное пространство и случайные величины, выбирать метод оценки распределений и выявлять статистические зависимости.<br>Владеть: навыками оценки распределений и статистических зависимостей с применением вероятностных, статистических и информационных методов (включая энтропию и взаимную информацию) для анализа данных и постановки перспективных задач ИИ. |
| MF-2 Способен применять байесовский подход для построения вероятностных моделей анализа неопределённости и создания адаптивных систем ИИ                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| MF-2.1 Использует теорему Байеса и её следствия, понимает отличия байесовской статистики от частотного подхода                                                         | (Б)<br>Знает теорему Байеса и основные следствия, понимает её связь с частотным подходом и может объяснить различия между байесовской и частотной статистикой.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |

| Код и наименование индикатора*                                                                                                   | Результаты обучения по дисциплине                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                  | <p>Знать: формулировку теоремы Байеса, смысл байесовской вероятности как меры уверенности, определение априорного и апостериорного распределений и функции правдоподобия, а также ключевое отличие байесовского статистического вывода (оценка через распределение параметра) от частотного подхода (оценка через фиксированный параметр и повторяемую выборку).</p> <p>Уметь: применять теорему Байеса для вычисления апостериорного распределения по заданному априорному распределению и функции правдоподобия, объяснить на примере различия между байесовским и частотным статистическим выводом, а также использовать байесовский вывод для построения простых вероятностных моделей (включая байесовские сети).</p> <p>Владеть: навыками построения байесовских вероятностных моделей (в том числе байесовских сетей) с выбором априорных распределений, выполнением байесовского вывода (расчёт апостериорного распределения через теорему Байеса) и аргументированным сравнением получаемых результатов с подходами частотной статистики при решении задач ИИ.</p> |
| <b>MF-2.2.</b> Применяет байесовские методы оценивания и байесовские интервалы для решения задач статистики и построения моделей | <p>(Б)</p> <p><b>Знать:</b> байесовские точечные оценки (апостериорное среднее, медиана, мода); Доверительные интервалы (в байесовском смысле); отличие от доверительных интервалов; сопряжённые и неинформативные априорные распределения.</p> <p><b>Уметь:</b> строить точечные оценки и Доверительные интервалы (в байесовском смысле) для параметров стандартных моделей (биномиальная, нормальная, пуассоновская); интерпретировать результаты.</p> <p><b>Владеть:</b> навыками байесовского оценивания (аналитически или методом Монте-Карло), построения Доверительных интервалов (в байесовском смысле) и прогнозных интервалов.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |

## 2. Структура и содержание дисциплины

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 4 зач. ед. (144 час.), их распределение по видам работ представлено в таблице

| Вид учебной работы                                         | Всего часов | Семестры (часы) |
|------------------------------------------------------------|-------------|-----------------|
|                                                            |             | 4               |
| <b>Контактная работа, в том числе:</b>                     | <b>68,3</b> | <b>68,3</b>     |
| <b>Аудиторные занятия (всего):</b>                         | <b>68</b>   | <b>68</b>       |
| Занятия лекционного типа                                   | 32          | 32              |
| Лабораторные занятия                                       | 32          | 32              |
| Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия) |             |                 |
| <b>Иная контактная работа:</b>                             |             |                 |
| Контроль самостоятельной работы (КСР)                      | 4           | 4               |
| Промежуточная аттестация (ИКР)                             | 0,3         | 0,3             |
| <b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>                | <b>40</b>   | <b>40</b>       |
| Проработка учебного (теоретического) материала             |             |                 |
| Выполнение индивидуальных заданий (типовой расчёт)         |             |                 |
| Подготовка к текущему контролю                             |             |                 |

|                           |                                      |             |             |
|---------------------------|--------------------------------------|-------------|-------------|
| <b>Контроль:</b>          |                                      | <b>35,7</b> | <b>35,7</b> |
| Подготовка к экзамену     |                                      | 35,7        | 35,7        |
| <b>Общая трудоемкость</b> | <b>час.</b>                          | <b>144</b>  | <b>144</b>  |
|                           | <b>в том числе контактная работа</b> | <b>68,3</b> | <b>68,3</b> |
|                           | <b>зач. ед</b>                       | <b>4</b>    | <b>4</b>    |

## 2.2 Структура дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы (темы) дисциплины, изучаемые в 4 семестре

| №                                        | Наименование раздела, темы                                                                 | Количество часов |                   |    |                      |
|------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|-------------------|----|----------------------|
|                                          |                                                                                            | Всего            | Аудиторная работа |    | Внеаудиторная работа |
|                                          |                                                                                            |                  | Л                 | ЛР |                      |
| 1                                        | Классическое определение вероятности                                                       | 6                | 2                 | 2  | 2                    |
| 2                                        | Аксиоматическое построение теории вероятностей, формула Байеса                             | 4                | 2                 |    | 2                    |
| 3                                        | Случайные величины                                                                         | 6                | 2                 | 2  | 2                    |
| 4                                        | Распределение дискретных случайных величин                                                 | 6                | 2                 | 2  | 2                    |
| 5                                        | Распределение непрерывных случайных величин                                                | 6                | 2                 | 2  | 2                    |
| 6                                        | Основные непрерывные распределения                                                         | 6                | 2                 | 2  | 2                    |
| 7                                        | Функция от случайной величины                                                              | 6                | 2                 | 2  | 2                    |
| 8                                        | Математическое ожидание. Дисперсия случайной величины                                      | 6                | 2                 | 2  | 2                    |
| 9                                        | Характеристики взаимосвязи случайных величин                                               | 8                | 2                 | 2  | 4                    |
| 10                                       | Закон больших чисел. Предельные теоремы теории вероятностей                                | 6                | 2                 | 2  | 2                    |
| 11                                       | Основные понятия математической статистики                                                 | 8                | 2                 | 2  | 4                    |
| 12                                       | Выборочные средние и дисперсии                                                             | 6                | 2                 | 2  | 2                    |
| 13                                       | Оценка параметров генеральной совокупности                                                 | 6                | 2                 | 2  | 2                    |
| 14                                       | Точечные оценки параметров                                                                 | 6                | 2                 | 2  | 2                    |
| 15                                       | Гипотезы о равенстве средних, дисперсий, о соответствии законов распределения              | 6                | 2                 | 2  | 2                    |
| 16                                       | Элементы регрессионного анализа. Множественный корреляционный анализ                       | 4                |                   | 2  | 2                    |
| 17                                       | Применение изученных методов в задачах машинного обучения: оценка качества моделей, данных | 6                | 2                 | 2  | 2                    |
| <b>ИТОГО по разделам дисциплины</b>      |                                                                                            | <b>104</b>       | <b>32</b>         |    | <b>32</b>            |
| Контроль самостоятельной работы (КСР)    |                                                                                            | <b>4</b>         |                   |    |                      |
| Промежуточная аттестация (ИКР)           |                                                                                            | <b>0,3</b>       |                   |    |                      |
| Подготовка к текущему контролю           |                                                                                            | <b>35,7</b>      |                   |    |                      |
| <b>Общая трудоемкость по дисциплине:</b> |                                                                                            | <b>144</b>       |                   |    |                      |

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия/семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

## 2.3 Содержание разделов (тем) дисциплины

### 2.3.1 Занятия лекционного типа

| № | Наименование раздела                      | Содержание раздела                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | Форма текущего контроля                                                                                 |
|---|-------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1 | Дискретные и непрерывные распределения    | Тема 1. Классическое определение вероятности.<br>Тема 2. Аксиоматическое построение теории вероятностей, формула Байеса<br>Тема 3. Случайные величины.<br>Тема 4. Распределение дискретных случайных величин.<br>Тема 5. Распределение непрерывных случайных величин<br>Тема 6. Основные непрерывные распределения.<br>Тема 7. Многомерные случайные величины. Функция от случайной величины. Формула свертки. Распределение Пирсона, Стьюдента, Фишера.                       | 1. Проверка выполнения лабораторных работ<br>2. Проверка выполнения СР<br><br>Вопросы к экзамену: 1-16  |
| 2 | Числовые характеристики случайных величин | Тема 8. Математическое ожидание. Дисперсия случайной величины<br>Тема 9. Характеристики взаимосвязи случайных величин.<br>Тема 10. Закон больших чисел. Предельные теоремы теории вероятностей.                                                                                                                                                                                                                                                                                | 1. Проверка выполнения лабораторных работ<br>2. Проверка выполнения СР<br><br>Вопросы к экзамену: 17-30 |
| 3 | Математическая статистика                 | Тема 11 Основные понятия математической статистики.<br>Тема 12. Выборочные средние и дисперсии.<br>Тема 13. Оценка параметров генеральной совокупности. Точечные оценки параметров.<br>Тема 14. Гипотезы о равенстве средних, дисперсий. Гипотеза о соответствии законов распределения<br>Тема 15. Элементы регрессионного анализа. Множественный корреляционный анализ<br>Тема 16. Применение изученных методов в задачах машинного обучения: оценка качества моделей, данных | 1. Проверка выполнения лабораторных работ<br>2. Проверка выполнения СР<br><br>Вопросы к экзамену: 31-42 |

### 2.3.2 Занятия семинарского типа / лабораторные занятия

| № | Наименование раздела                      | Содержание раздела                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | Форма текущего контроля                                                |
|---|-------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|
| 1 | Дискретные и непрерывные распределения    | ЛР1. Классическое определение вероятности. Аксиоматическое построение теории вероятностей<br>ЛР2. Формула Байеса<br>ЛР3. Случайные величины.<br>ЛР 4. Распределение дискретных случайных величин.<br>ЛР5. Распределение непрерывных случайных величин<br>ЛР6. Основные непрерывные распределения.<br>ЛР7. Функция от случайной величины | Проверка лабораторной работы и домашнего задания<br>Контрольная работа |
| 2 | Числовые характеристики случайных величин | ЛР8. Математическое ожидание. Дисперсия случайной величины<br>ЛР9. Контрольная работа<br>ЛР10. Закон больших чисел. Предельные теоремы теории вероятностей                                                                                                                                                                              | Проверка лабораторной работы и домашнего задания<br>Контрольная работа |
| 3 | Математическая статистика                 | ЛР11 Основные понятия математической статистики.<br>ЛР12. Выборочные средние и дисперсии<br>ЛР13. Оценка параметров генеральной совокупности<br>ЛР14. Точечные оценки параметров<br>ЛР15. Гипотезы о равенстве средних, дисперсий<br>ЛР16. Гипотеза о соответствии законов распределения                                                | Проверка лабораторной работы и домашнего задания                       |

Примечание: ЛР – отчет/защита лабораторной работы, КП - выполнение курсового проекта, КР - курсовой работы, РГЗ - расчетно-графического задания, Р - написание реферата, Э - эссе, К - коллоквиум, Т – тестирование, РЗ – решение задач.

### 2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы по данному предмету не предусмотрены

### 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

| № | Вид СРС                                                                                                                  | Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы                                                                                                                                                                                             |
|---|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1 | Проработка и повторение лекционного материала, материала учебной и научной литературы, подготовка к семинарским занятиям | Методические указания для подготовки к лекционным и семинарским занятиям, лабораторным работам, утвержденные на заседании кафедры анализа данных и искусственного интеллекта факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 22.03.2023 г |

|   |                                |                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|---|--------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 2 | Подготовка к текущему контролю | Методические указания для подготовки к лекционным и семинарским занятиям, утвержденные на заседании кафедры анализа данных и искусственного интеллекта факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 22.03.2023 г |
|---|--------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла,
- в печатной форме на языке Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### **3. Образовательные технологии**

В соответствии с требованиями ФГОС в программа дисциплины предусматривает использование в учебном процессе следующих образовательные технологии: чтение лекций с использованием мультимедийных технологий; лабораторные занятия.

–С точки зрения применяемых методов используются как традиционные информационно-объяснительные лекции, так и интерактивная подача материала с мультимедийной системой. Компьютерные технологии в данном случае обеспечивают возможность разнопланового отображения алгоритмов и демонстрационного материала. Такое сочетание позволяет оптимально использовать отведенное время и раскрывать логику и содержание дисциплины.

–Лабораторное занятие позволяет научить студента применять теоретические знания при решении и исследовании конкретных задач. Лабораторные занятия проводятся в компьютерных классах. Подход разбора конкретных ситуаций широко используется как преподавателем, так и студентами при проведении анализа результатов самостоятельной работы. Это обусловлено тем, что в процессе исследования часто встречаются задачи, для которых единых подходов не существует. Каждая конкретная задача при своем исследовании имеет множество подходов, а это требует разбора и оценки целой совокупности конкретных ситуаций.

– Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

– Информационно-коммуникационные технологии (ИКТ) - расширяют рамки образовательного процесса, повышая его практическую направленность, способствуют интенсификации самостоятельной работы учащихся и повышению познавательной активности. В рамках ИКТ выделяются 2 вида технологий:

– Технология использования компьютерных программ – позволяет эффективно дополнить процесс обучения языку на всех уровнях.

– Интернет-технологии – предоставляют широкие возможности для поиска информации, разработки научных проектов, ведения научных исследований.

- проектная технология - индивидуальная или коллективная деятельность по отбору, распределению и систематизации материала по определенной теме, в результате которой составляется проект;
- анализ конкретных ситуаций - анализ реальных проблемных ситуаций, имевших место в соответствующей области профессиональной деятельности, и поиск вариантов лучших решений;
- развитие критического мышления – образовательная деятельность, направленная на развитие у студентов разумного, рефлексивного мышления, способного выдвинуть новые идеи и увидеть новые возможности.

Подход разбора конкретных задач и ситуаций широко используется как преподавателем, так и студентами во время лекций, лабораторных занятий и анализа результатов самостоятельной работы. Это обусловлено тем, что при решении каждой конкретной задачи имеется, как правило, несколько методов, а это требует разбора и оценки целой совокупности конкретных ситуаций.

#### **4. Оценочные и методические материалы**

##### **4.1 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации**

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «название дисциплины».

Оценочные средства включает контрольные материалы для проведения **текущего контроля** в форме тестовых заданий, разноуровневых заданий, типовых расчетов и **промежуточной аттестации** в форме вопросов и заданий к экзамену.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

#### **Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации**

| №<br>п/п | Контролируемые разделы<br>(темы) дисциплины*                                           | Код<br>контролируемой<br>компетенции<br>(или ее части) | Наименование<br>оценочного средства |                             |
|----------|----------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|-------------------------------------|-----------------------------|
|          |                                                                                        |                                                        | Текущий<br>контроль                 | Промежуточная<br>аттестация |
| 1        | Классическое определение вероятности.                                                  | ОПК 1.1, MF-1.2                                        | ЛР №1                               | Вопросы к экзамену (1)      |
| 2        | Аксиоматическое построение теории вероятностей, формула Байеса                         | ОПК 1.2, MF-1.2                                        | ЛР №2                               | Вопросы к экзамену (2)      |
| 3        | Случайные величины, формула Байеса                                                     | ОПК 1.2, MF-1.2, MF-2.1                                | ЛР №3                               | Вопросы к экзамену (3-5)    |
| 4        | Распределение дискретных случайных величин                                             | ОПК 1.1, MF-1.2,                                       | ЛР №4<br>Тестирование 1             | Вопросы к экзамену (6-8)    |
| 5        | Распределение непрерывных случайных величин                                            | ОПК 1.2                                                | ЛР №5                               | Вопросы к экзамену (9)      |
| 6        | Основные непрерывные распределения                                                     | MF-1.2                                                 | ЛР №6                               | Вопросы к экзамену (10-13)  |
| 7        | Функция от случайной величины                                                          | ОПК 1.2                                                | ЛР №7<br>Контрольная работа 1       | Вопросы к экзамену (14-16)  |
| 8        | Математическое ожидание. Дисперсия случайной величины                                  | MF-1.2                                                 | ЛР №8,                              | Вопросы к экзамену (17-23)  |
| 9        | Характеристики взаимосвязи случайных величин                                           | ОПК 1.2                                                | ЛР №9                               | Вопросы к экзамену (24- 27) |
| 10       | Закон больших чисел. Предельные теоремы теории вероятностей                            | MF-1.2                                                 | ЛР №10<br>Контрольная работа 2      | Вопросы к экзамену (28-30)  |
| 11       | Основные понятия математической статистики                                             | ОПК 1.1                                                | ЛР №11                              | Вопросы к экзамену (31)     |
| 12       | Выборочные средние и дисперсии                                                         | ОПК 1.2, MF-2.1                                        | ЛР №12                              | Вопросы к экзамену (32)     |
| 13       | Оценка параметров генеральной совокупности                                             | ОПК 1.2                                                | ЛР №13                              | Вопросы к экзамену (33-34)  |
| 14       | Точечные оценки параметров                                                             | ОПК 1.1, ОПК 1.2                                       | ЛР №14                              | (35,36)                     |
| 15       | Гипотезы о равенстве средних, дисперсий. Гипотеза о соответствии законов распределения | ОПК 1.1, MF-1.2                                        | ЛР №15-16                           | (37-40)                     |
| 16       | Элементы регрессионного анализа. Множественный корреляционный анализ                   | ОПК 1.2, ОПК 1.1                                       | Тестирование 2<br>Защита проекта    | (41-42)                     |

#### Показатели, критерии и шкала оценки сформированных компетенций

| Код и наименование индикатора компетенции                                                                                                                                                        | Соответствие уровней освоения компетенции планируемым результатам обучения и критериям их оценивания                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                                                                                  | пороговый                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | базовый                                                                                                                                                                                                                                                                                                | продвинутый                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|                                                                                                                                                                                                  | Оценка                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|                                                                                                                                                                                                  | Удовлетворительно / зачтено                                                                                                                                                                                                                                                                                      | Хорошо / зачтено                                                                                                                                                                                                                                                                                       | Отлично / зачтено                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| ОПК-1.1 Способен применять системный подход к анализу предметной (проблемной) области в профессиональной деятельности                                                                            | Воспроизводит базовые понятия из разделов математики (производная, интеграл, матрица, случайная величина). Строит простейшие модели по образцу или шаблону (например, линейная регрессия, экспоненциальный рост). Допускает неточности в выборе математического аппарата для нестандартных задач.                | Самостоятельно строит математические модели для типовых задач предметной области, корректно выбирая аппарат из нескольких разделов (алгебра, дифференциальные уравнения, теория вероятностей, математическая статистика). Обосновывает допущения модели и может адаптировать её под изменение условий. | Свободно интегрирует знания из различных разделов фундаментальной математики (включая дифференциальную геометрию, функциональный анализ при необходимости) для построения сложных моделей в нестандартных или междисциплинарных предметных областях. Способен критически оценить адекватность модели и предложить её усовершенствование.                                                                                          |
| ОПК-1.2 Применяет знания, полученные в области математических и (или) естественных наук выборе методов решения задач, построении моделей и анализе их применимости в заданной предметной области | Знает основные методы из различных разделов математики (метод наименьших квадратов, метод максимального правдоподобия). Может назвать 1–2 критерия выбора метода, но испытывает трудности при обоснованном выборе в нетиповой ситуации.                                                                          | Самостоятельно сопоставляет задачу с методами её решения, аргументированно выбирает подход (аналитический или численный, детерминированный или вероятностный), учитывая точность, вычислительную сложность и ограничения. Сравнивает альтернативные методы.                                            | Проводит глубокий сравнительный анализ применимости различных методов решения сложных профессиональных задач, включая оценку устойчивости, сходимости и вычислительной эффективности. Обосновывает выбор в условиях неполной информации или противоречивых требований. Способен консультировать коллег по выбору метода.                                                                                                          |
| МФ-1.2 Применяет аппарат теории вероятностей, математической статистики и теории информации для формулирования и анализа задач искусственного интеллекта                                         | Воспроизводит базовые понятия (вероятностное пространство, случайные величины). Выполняет оценку распределений с помощью готовых статистических методов (гистограмма, выборочное среднее). Различает корреляцию и независимость, но испытывает трудности при выборе адекватного метода для нестандартных данных. | Самостоятельно применяет аппарат теории вероятностей, математической статистики и теории информации для формулирования задач ИИ. Проводит параметрическую и непараметрическую оценку распределений. Обосновывает выбор метода.                                                                         | Свободно интегрирует аппарат всех трёх дисциплин для формулирования перспективных (нестандартных) задач ИИ. Предлагает и обосновывает новые способы оценки распределений и статистических зависимостей в сложных условиях (малые выборки, искажённые данные, высокие размерности). Критически анализирует границы применимости вероятностно-статистических методов и синтезирует решения на стыке теории информации и статистики. |
| МФ-2.1 Использует теорему Байеса и её следствия, понимает                                                                                                                                        | Воспроизводит формулировку теоремы Байеса.                                                                                                                                                                                                                                                                       | Самостоятельно применяет теорему Байеса для вычисления                                                                                                                                                                                                                                                 | Критически сопоставляет байесовскую и частотную статистику,                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |

| Код и наименование индикатора компетенции                                                                                 | Соответствие уровней освоения компетенции планируемым результатам обучения и критериям их оценивания                              |                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                           | пороговый                                                                                                                         | базовый                                                                                                                                                                                 | продвинутый                                                                                                                                         |
|                                                                                                                           | Оценка                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                     |
|                                                                                                                           | Удовлетворительно / зачтено                                                                                                       | Хорошо / зачтено                                                                                                                                                                        | Отлично / зачтено                                                                                                                                   |
| отличия байесовской статистики от частотного подхода                                                                      | Различает априорное и апостериорное распределения, функцию правдоподобия, но поверхностно понимает отличие от частотного подхода. | апостериорного распределения в стандартных задачах. Чётко объясняет различия между байесовским и частотным статистическим выводом, демонстрирует понимание, когда какой подход уместен. | выбирая оптимальный подход для нестандартных задач ИИ, и использует следствия теоремы Байеса для последовательного обновления вероятностных оценок. |
| MF-2.2. Применяет байесовские методы оценивания и байесовские интервалы для решения задач статистики и построения моделей | Знает определения, вычисляет по готовой формуле для простейшей модели.                                                            | Самостоятельно строит оценки и доверительные интервалы (в байесовском смысле) для стандартных моделей с сопряжёнными априорными распределениями.                                        | Применяет методы в сложных (многопараметрических) моделях, использует численное сэмплирование, сравнивает с классическими подходами                 |

**Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

### Варианты контрольных работ

#### Контрольная работа 1 (примерные варианты задач)

##### Тема. Классическое определение вероятности

**Задача 1.** Найти вероятность того, что дни рождения 5 человек придутся на разные месяцы года.

**Задача 2.** В столе 12 дефектных и 5 годных плат. Извлекаются наудачу 2 платы и если надо ремонтируются и возвращаются в стол. После этого вновь наудачу извлекаются 2 платы. Определить вероятность того, что одна плата дефектная.

**Задача 3.** Слово составлено из карточек, на каждой из которых написана одна буква. Карточки смешивают и вынимают без возврата по одной. Найти вероятность того, что карточки вынимаются в порядке следования букв заданного слова «СТАТИСТИКА».

**Задача 4.** Точка М случайным образом бросается в квадрат  $K = \{(x, y) : |x| + |y| \leq a\}$ . Найти вероятность того, что квадрат с центром в точке М и сторонами длины b,  $b < a$ , параллельными осям координат, целиком содержится в квадрате К.

**Задача 5.** Из числа авиалиний некоторого аэропорта, 60% - местные, 30% - по СНГ и 10% - дальше зарубежье. Среди пассажиров местных авиалиний 50% путешествуют по делам, на линиях СНГ таких пассажиров 60%, на международных - 90%. Из прибывших пассажиров выбирается один. Чему равна вероятность, что он прибыл из СНГ по делам.

## Контрольная работа 2 (примерные варианты задач)

### Тема. Случайная величина

**Задача 1.** Производятся выстрелы по мишени. Вероятность попадания 0,8. Стрельба ведется до 1-го попадания, но не более 4-х выстрелов. Найти закон распределения,  $MX$ ,  $DX$  числа произведенных выстрелов.

**Задача 2.** Задана плотность распределения непрерывной случайной величины  $X$

$$p(x) = \begin{cases} Ae^{-2x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

Найти  $A$ ,  $MX$ ,  $DX$

**Задача 3.** В первой урне 40 белых и 8 черных шаров. Во второй 10 белых и 2 черных шара. Из первой урны во вторую переложили 35 шаров, затем из второй урны извлекли шар. Определить вероятность того, что этот шар белый.

**Задача 4.**  $X$  – случайная величина, равномерно распределенная на  $[a, b]$ .  $Y$  – площадь квадрата со стороной  $X$ . Найти плотность  $Y$ .

**Задача 5.** Вероятность того, что акции, переданные на депозит, будут востребованы, равна 0,08. Оценить при помощи неравенства Чебышева вероятность того, что среди 1000 клиентов от 70 до 90 востребуют свои акции.

**Задача 6.** Отделение банка обслуживает в среднем 200 клиентов в день. Оценить вероятность того, что в произвольно взятый день в банке будет обслужено не более 300 клиентов, более 150 клиентов.

### Тест 1 (примерный вариант)

1. Из вазы, в которой находятся 6 красных роз и 4 белые, наудачу вынимают одновременно 3 розы. Тогда вероятность того, что среди отобранных 2 розы будут белыми, равна:

- а) 0,44                      б) 0,3                      в) 0,93                      г) 0,08

2. Внутри круга радиусом 3 наудачу брошена точка. Тогда вероятность того, что точка окажется вне вписанного в круг квадрата, равна:

- а)  $\frac{\pi-3}{\pi}$                       б)  $\frac{1}{2\pi}$                       в)  $\frac{\pi}{9}$                       г)  $\frac{\pi-2}{\pi}$

3. Вероятность поражения здания первой бомбой равна 0,3, а второй – 0,25. Обе бомбы сбрасывают одновременно. Тогда вероятность поражения цели равна:

- а) 0,475                      б) 0,93                      в) 0,44                      г) 1,44

4. Открывая сейф, Иван забыл 2 последние цифры кода и набрал их наудачу, помня только, что эти цифры нечетные и разные. Тогда вероятность того, что код набран правильно, равна:

- а) 0,05                      б) 0,44                      в) 0,08                      г) 0,93

5. Имеются три корзины, содержащие по 3 красных и 3 зеленых яблок, и семь корзин, содержащих по 4 красных и 2 зеленых яблока. Из наудачу взятой корзины вытаскивается 1 яблоко. Тогда вероятность того, что это яблоко красное, равна:

- а) 0,3833                      б) 0,44                      в) 0,6167                      г) 0,93

6. Банк выдает 20% всех кредитов юридическим лицам, а 80% – физическим лицам. Вероятность того, что юридическое лицо не погасит в срок кредит, равна 0,15; а для

физического лица эта вероятность составляет 0,1. Тогда вероятность непогашения в срок очередного кредита, равна:

- а) 0,44                      б) 0,93                      в) 0,11                      г) 0,89

7. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения вероятностей:

|       |      |     |     |     |     |
|-------|------|-----|-----|-----|-----|
| $x_i$ | 1    | 2   | 3   | 4   | 5   |
| $p_i$ | 0,05 | $a$ | $b$ | 0,1 | 0,3 |

Тогда значения  $a$  и  $b$  могут быть равны:

- а)  $a = 0,15$ ;  $b = 0,45$ ;                      б)  $a = 0,3$ ;  $b = 0,5$ ;  
в)  $a = 0,1$ ;  $b = 0,4$ ;                      г)  $a = 0,15$ ;  $b = 0,4$ ;

### Тест 2 (примерный вариант)

1. Медиана вариационного ряда 7, 7, 13, 14, 15, 17, 18, 19, 19, 19, 21 равна:

- а) 18;                      б) 15;                      в) 17;                      г) 19.

2. Мода вариационного ряда 1, 4, 6, 7, 7, 9, 9, 9, 10, 18 равна:

- а) 7;                      б) 4;                      в) 9;                      г) 6.

3. Из генеральной совокупности извлечена выборка объёма  $n = 50$ :

|                 |     |       |     |     |      |       |
|-----------------|-----|-------|-----|-----|------|-------|
| $x_i - x_{i+1}$ | 0–2 | 2–4   | 4–6 | 6–8 | 8–10 | 10–12 |
| $n_i$           | 6   | $n_2$ | 11  | 6   | 9    | 10    |

Тогда значение  $n_2$  равно:

- а) 8;                      б) 9;                      в) 0;                      г) 25.

4. Из генеральной совокупности извлечена выборка объёма  $n = 100$ :

|       |    |       |   |    |    |    |
|-------|----|-------|---|----|----|----|
| $x_i$ | 3  | 4     | 5 | 6  | 7  | 8  |
| $n_i$ | 18 | $n_2$ | 7 | 15 | 30 | 22 |

Тогда относительная частота варианты  $x_i = 4$  равна:

- а) 0,08;                      б) 0,18;                      в) 0,15;                      г) 0,07.

5. Из генеральной совокупности извлечена выборка объёма  $n = 40$ :

|       |    |    |    |    |    |
|-------|----|----|----|----|----|
| $x_i$ | 10 | 11 | 14 | 16 | 17 |
| $n_i$ | 9  | 10 | 7  | 6  | 8  |

Тогда несмещённая оценка математического ожидания равна:

- а) 1,7;                      б) 530;                      в) 0,075;                      г) 13,25.

6. В результате измерений некоторой физической величины одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты (в мм): 3,2; 4,4; 5,6. Тогда несмещённая оценка дисперсии равна:

- а) 4,4;                      б) 19,36;                      в) 0,96;                      г) 1,44.

7. Проведено четыре измерения (без систематических ошибок) некоторой случайной величины (в мм): 4, 5, 6,  $x$ . Если выборочная дисперсия равна 3,5, то значение  $x$  равно:

- а) –9;                      б) 9;                      в) 3;                      г) 6.

8. Если все варианты  $x_i$  исходного вариационного ряда уменьшить в четыре раза, то выборочная дисперсия  $D_B$ :

- а) уменьшится в шестнадцать раз;
- б) увеличится в четыре раза;
- в) не изменится;
- г) уменьшится в четыре раза.

9. Если все варианты  $x_i$  исходного вариационного ряда увеличить на три единицы, то выборочное среднее  $\bar{x}_B$ :

- а) уменьшится в три раза;
- б) увеличится на три единицы;
- в) уменьшится на три единицы;
- г) не изменится.

10. Дан доверительный интервал (12,1; 16,7) для оценки математического ожидания нормально распределённого количественного признака при известном среднем квадратическом отклонении генеральной совокупности. Тогда при уменьшении объёма выборки в четыре раза этот доверительный интервал примет вид:

- а) (9,8, 19,0);      б) (8,1, 20,7);
- в) (13,25, 15,55);      г) (5,2, 23,6).

11. Дан доверительный интервал (12,6; 14,3) для оценки математического ожидания нормально распределённого количественного признака. Тогда точность этой оценки равна:

- а) 13,45;      б) 1,7;      в) 0,063;      г) 0,85.

12. Точечная оценка математического ожидания нормально распределённого количественного признака равна 10,05. Тогда его интервальная оценка с точностью 0,9 имеет вид:

- а) (10,05; 10,95);      б) (9,15; 10,95);
- в) (9,80; 10,70);      г) (0,9; 10,05).

13. Левосторонняя критическая область может определяться из соотношения:

- а)  $P(K < -2,6) + P(K > 2,6) = 0,18$ ;      б)  $P(K > -2,6) = 0,09$ ;
- в)  $P(K < 2,6) = 0,09$ ;      г)  $P(K < -2,6) = 0,09$ .

14. Соотношением вида  $P(K > 1,9) = 0,06$  можно определить:

- а) двустороннюю критическую область;
- б) правостороннюю критическую область;
- в) область принятия гипотезы;
- г) левостороннюю критическую область.

15. Основная гипотеза имеет вид  $H_0: \rho = 0,4$ . Тогда конкурирующей может являться гипотеза:

- а)  $H_1: \rho \leq 1$ ;      б)  $H_1: \rho < 0,4$ ;      в)  $H_1: \rho \geq 0,4$ ;      г)  $H_1: \rho < 0,5$ .

16. Выборочное уравнение прямой линии регрессии  $X$  на  $Y$  имеет вид  $\bar{x}_y - 26,9 = -2,7(y + 20)$ . Тогда выборочное среднее признака  $X$  равно:

- а) 26,9;      б) 20;      в) -20;      г) -26,9.

17. Выборочное уравнение прямой линии регрессии  $X$  на  $Y$  имеет вид  $x = -3,74 + 1,81y$ . Тогда выборочный коэффициент корреляции может быть равен:

- а)  $-0,1$ ;                      б)  $-1,31$ ;                      в)  $1,14$ ;                      г)  $0,56$ .

18. При построении выборочного уравнения прямой линии регрессии  $Y$  на  $X$  вычислены выборочный коэффициент регрессии  $\rho_{YX} = 2,2$  и выборочные средние  $\bar{x} = -3,98$  и  $\bar{y} = 6,17$ . Тогда уравнение регрессии примет вид:

- а)  $\bar{y}_x - 3,98 = 2,2x + 6,17$ ;      б)  $\bar{y}_x = -2,2x + 14,926$ ;  
в)  $\bar{y}_x = 2,2x - 3,98$ ;              г)  $\bar{y}_x = 2,2x + 14,926$ .

19. При построении выборочного уравнения парной регрессии вычислены выборочный коэффициент корреляции  $r_B = 0,76$  и выборочные средние квадратические отклонения  $\sigma_X = 2,88$ ,  $\sigma_Y = 1,44$ . Тогда выборочный коэффициент регрессии  $Y$  на  $X$  равен:

- а)  $1,52$ ;                      б)  $0,38$ ;                      в)  $-1,52$ ;                      г)  $-0,38$ .

***Перечень компетенций (части компетенции), проверяемых оценочным средством тестовые задания ОПК-1.1, ОПК-1.2, МФ-1.2, МФ-2.2***

#### **Вопросы к экзамену по дисциплине "Курс теории вероятностей"**

1. Классическое определение вероятности. Теорема сложения. Формула условной вероятности.
2. Аксиомы теории вероятностей. Формула умножения вероятностей. Аксиома непрерывности.
3. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
4. Последовательность независимых испытаний. Формула Бернулли.
5. Случайные величины. Свойства функции распределения.
6. Дискретные распределения случайных величин. Равномерное, гипергеометрическое, геометрическое.
7. Распределение Пуассона, биномиальное. Теорема Пуассона.
8. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.
9. Непрерывная случайная величина. Свойства непрерывного распределения.
10. Равномерное, экспоненциальное распределение.
11. Нормальное распределение.
12. Функция распределения многомерной случайной величины
13. Плотность вероятностей двумерной случайной величины, свойства.
14. Теорема о плотности функции случайной величины.
15. Формула свертки. Плотность суммы двух нормальных случайных величин.
16. Распределение Пирсона, Стьюдента, Фишера.
17. Математическое ожидание равномерного, экспоненциального нормального распределений.
18. Математическое ожидание Пуассоновского распределения, распределения Бернулли.
19. Характеристики вариации случайной величины. Свойства дисперсии.
20. Дисперсия биномиального распределения, нормального распределения.
21. Дисперсия равномерного, экспоненциального, Пуассоновского распределений.
22. Моменты случайных величин. Теорема о центральных моментах нечетного порядка.
23. Коэффициент асимметрии случайных величин, эксцесс случайной величины.
24. Ковариация случайной величины. Свойства ковариации.

25. Теорема о ковариационной матрице линейного преобразования
26. Следствия из теоремы о ковариационной матрице линейного преобразования
27. Коэффициент корреляции.
28. Неравенства Маркова. Чебышева.
29. Закон больших чисел.
30. Центральная предельная теорема.
31. Вариационный ряд. Полигон, гистограмма.
32. Средние величины. Показатели вариации.
33. Оценка параметров распределения. Теорема о среднем арифметическом.
34. Оценка параметров распределения. Теорема о выборочной дисперсии.
35. Метод моментов.
36. Метод наибольшего правдоподобия.
37. Проверка статистических гипотез. Уровень значимости критерия.
38. Выбор критической области.
39. Проверка гипотезы о равенстве средних, дисперсий.
40. Проверка гипотезы о соответствии закона распределения нормальному.
41. Множественный регрессионный анализ.
42. Множественный корреляционный анализ

**Перечень компетенций (части компетенции), проверяемых оценочным средством тестовые задания ОПК-1.1, ОПК-1.2, МФ-1.2, МФ-2.1**

**Соответствие лабораторных работ и индикаторов компетенций**

В таблице ниже представлено, как каждая практическая работа способствует формированию заявленных компетенций.

| Название индикатора                                                                                                                                                    | Тема/темы лабораторных работ                                                                                                                    | Обоснование соответствия                                                                                                                                                                                                                                                           |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ОПК-1.1 Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук при построении моделей в заданной предметной области           | ЛР 1-16: Итоговый проект: полный вероятностно-статистический анализ набора данных.                                                              | Выполнение итогового проекта требует системного подхода: от постановки задачи и сбора данных до построения моделей, их верификации и формулировки выводов, что полностью соответствует применению системного анализа к профессиональной задаче.                                    |
| ОПК-1.2 Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук при выборе методов решения задач профессиональной деятельности | ЛР 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15: Все работы, связанные с моделированием, выбором распределений, методов оценки и проверки гипотез.                 | В этих работах студент должен сделать осознанный выбор математического аппарата (например, выбрать распределение, метод оценки, критерий проверки гипотезы), построить модель и проанализировать её адекватность для решения конкретной задачи.                                    |
| МФ-1.2 Применяет аппарат теории вероятностей, математической статистики и теории информации для формулирования и анализа задач искусственного интеллекта               | ЛР 2-16 (Все работы, кроме, возможно, чисто вводных): Все работы, связанные с моделированием случайных величин, проверкой гипотез и регрессией. | Весь курс лабораторных работ направлен на применение аппарата теории вероятностей и статистики. Это прямое формирование данной компетенции, являющейся фундаментом для анализа и создания моделей машинного обучения (оценка параметров, анализ зависимостей, байесовские методы). |
| МФ-2.1 Использует теорему Байеса и её следствия, понимает отличия байесовской статистики от частотного подхода                                                         | Лаб. работа 2: Байесовская оценка параметров для биномиального и нормального распределений.                                                     | Напрямую реализуется теорема Байеса для вычисления апостериорного распределения параметров биномиальной и нормальной моделей, формируя навык байесовского вывода. Сравнение результатов с частотным подходом (методом                                                              |

|                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                          | максимального правдоподобия) наглядно демонстрирует различия в трактовке вероятности, роли априорного распределения и интерпретации оценок, что полностью покрывает требования индикатора                                                                                                                                                                                                                                              |
| <b>МФ-2.2.</b> Применяет байесовские методы оценивания и байесовские интервалы для решения задач статистики и построения моделей | Лаб. работа 2 (Байесовская оценка параметров), Лаб. работа 8 (Оценка параметров распределений), Лаб. работа 13 (Оценка параметров генеральной совокупности), Лаб. работа 14 (Точечные оценки параметров) | В этих работах студент строит байесовские точечные оценки (апостериорное среднее, медиану) и байесовские доверительные интервалы для параметров биномиальной, нормальной и других моделей. Используются как аналитические решения с сопряжёнными априорными распределениями, так и численные методы (Монте-Карло). Результаты сравниваются с классическими оценками, что формирует практический навык применения байесовского подхода. |

**Общее обоснование:** Все лабораторные работы курса направлены на формирование практических навыков применения вероятностно-статистических методов, которые являются фундаментом для компетенций в области анализа данных и искусственного интеллекта. Итоговый проект (ЛР 13) служит интегрирующим элементом, позволяющим продемонстрировать сформированность нескольких компетенций одновременно.

### Практические кейсы к лабораторным работам

Кейс к работе 2: «Байесовское обновление вероятностей при диагностике отказов дрона»

У вас есть автономный дрон для мониторинга линий электропередач. Он каждый полёт может находиться в одном из двух состояний:

- Н1 — «исправен»
- Н2 — «есть скрытый дефект датчика ветра»

Априорная (доопытная) вероятность дефекта — 10% ( $P(H2) = 0,1$ ;  $P(H1) = 0,9$ ).

Для диагностики дрон выполняет короткий тестовый манёвр. Тест выдаёт сигнал тревоги А с вероятностями:

- Если дрон исправен (Н1): ложная тревога  $P(A|H1) = 0,05$  (5%)
- Если есть дефект (Н2): правильное обнаружение  $P(A|H2) = 0,9$  (90%)

**Задание для студента (пошаговое)**

#### Шаг 1. Интерпретация данных в терминах формулы Байеса

Запишите, что дано:

- $P(H2) =$
- $P(H1) =$
- $P(A|H2) =$
- $P(A|H1) =$

## Шаг 2. Сработала тревога — обновите вероятность дефекта

**Условие:** Во время предполётной проверки тестовый манёвр дал тревогу (А произошло).

Требуется найти апостериорную вероятность дефекта  $P(H_2|A)$ .

Для этого:

1. Вычислить полную вероятность тревоги  $P(A)$  по формуле полной вероятности.
2. Применить теорему Байеса:

$$P(H_2|A) = \frac{P(A|H_2)P(H_2)}{P(A)}$$

3. Выразить результат в процентах.

## Шаг 3. Последовательное обновление (главное следствие)

Дрон всё равно запустили. Он совершил полёт, и тревога повторилась (во втором независимом тесте — снова А).

Используйте предыдущее апостериорное распределение как новое априорное и снова примените теорему Байеса (те же условные вероятности теста).

Найти:

- $P(H_2|A \cap A)$  — вероятность дефекта после двух последовательных тревог.
- Шаг 4. Сравнение с частотной логикой
- Ответьте на вопросы (для понимания отличий от частотного подхода):
- Почему нельзя сказать «вероятность дефекта = 90%», когда тест один раз дал тревогу?
  - Что стало бы с вероятностью дефекта, если бы априорная вероятность составляла не 10%, а 50%? (Рассчитать для одного срабатывания тревоги.)
  - Какой смысл в последовательном применении формулы Байеса при проектировании системы диагностики дрона?

## Данные для решения (числовые)

$$P(H_2) = 0,1; P(H_1) = 0,9 \\ P(A|H_2) = 0,9; P(A|H_1) = 0,05$$

## Ожидаемый ответ студента (краткий)

### Шаг 1

$$P(H_2) = 0,1; P(H_1) = 0,9; P(A|H_2) = 0,9; P(A|H_1) = 0,05;$$

### Шаг 2

$$P(A) = P(A|H_2) \cdot P(H_2) + P(A|H_1) \cdot P(H_1) = 0,9 \cdot 0,1 + 0,05 \cdot 0,9 = 0,09 + 0,045 = 0,135$$

$$P(H_2|A) = \frac{0,9 \cdot 0,1}{0,135} = \frac{0,09}{0,135} \approx 0,667 = 66,7\%$$

Вывод: После одной тревоги вероятность дефекта выросла с 10% до 66,7%.

### Шаг 3

Новое априорное:  $P'(H_2) = 0,667$ ;  $P'(H_1) = 0,333$

Полная вероятность повторной тревоги:

$$P(A) = 0,9 \cdot 0,667 + 0,05 \cdot 0,333 \approx 0,600 + 0,0167 \approx 0,6167$$

$$P(H_2|A) = \frac{0,9 \cdot 0,667}{0,6167} \approx \frac{0,600}{0,6167} \approx 0,973 = 97,3\%$$

#### Шаг 4 (качественное обсуждение)

Тест ненадёжен (ложные тревоги 5%, пропуски дефекта 10%), поэтому одного сигнала недостаточно.

При априорной 50% → после тревоги:

$$P(H_2|A) = \frac{0,9 \cdot 0,5}{0,9 \cdot 0,5 + 0,05 \cdot 0,5} = \frac{0,45}{0,475} \approx 0,947 (94,7\%).$$

Влияние априорной вероятности критично при малой точности теста.

Последовательное применение формулы Байеса — естественный механизм обучения ИИ с каждым новым наблюдением (онлайн-обновление убеждений), что говорит о связи кейса с индикатором MF2.1.

## 4.2 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

### Методические рекомендации по оцениванию лабораторных работ

#### Критерии оценки лабораторных работ:

| Компонент оценки                      | Пороговый уровень (3/5)                                                                                                                                    | Базовый уровень (4/5)                                                                                                                        | Продвинутый уровень (5/5)                                                                                                                      |
|---------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Теоретическая подготовка (20%)</b> | Знает основные формулы и определения. Может воспроизвести базовые вычисления по образцу. Понимает связь теории с практикой на простейших примерах.         | Объясняет теоретические основы методов. Сравнивает различные подходы. Аргументирует выбор методов для решения задачи.                        | Демонстрирует глубокое понимание теории. Критически анализирует методы. Предлагает модификации методов для конкретных задач.                   |
| <b>Практическая реализация (40%)</b>  | Код работает, но содержит стилистические ошибки. Реализованы базовые функции без обработки исключений. Решение неоптимально, но дает правильный результат. | Чистый, хорошо структурированный код с комментариями. Реализована обработка основных исключений. Решение эффективно для стандартных случаев. | Оптимизированный, модульный код с полной обработкой ошибок. Использование продвинутых языковых конструкций. Решение эффективно для edge-cases. |

| Компонент оценки                | Пороговый уровень (3/5)                                                                                                         | Базовый уровень (4/5)                                                                                                        | Продвинутый уровень (5/5)                                                                                                    |
|---------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Анализ результатов (30%)</b> | Представлены основные результаты в виде простых графиков и таблиц. Сделаны очевидные выводы, соответствующие результатам.       | Проведен сравнительный анализ методов. Результаты интерпретированы в контексте задачи. Выводы обоснованы статистически.      | Глубокий анализ с выявлением закономерностей. Критическая оценка ограничений методов. Предложены пути улучшения результатов. |
| <b>Оформление отчета (10%)</b>  | Отчет содержит все обязательные разделы. Формулы и графики представлены, но оформление неидеально. Есть орфографические ошибки. | Структурированный отчет с четким разделением на разделы. Качественные иллюстрации и таблицы. Соблюдены стандарты оформления. | Профессиональное оформление с использованием LaTeX/Jupyter. Интерактивная визуализация. Публикация кода на GitHub с README.  |

### Методические рекомендации, определяющие процедуры оценивания тестов

#### Критерии оценивания и шкала оценок

#### Система подсчета баллов:

- Каждый правильный ответ = 1 балл
- Максимальный балл = 20
- **Неправильные ответы и пропуски = 0 баллов**

#### Шкала перевода в оценки:

| Количество правильных ответов | Оценка                     | Уровень освоения      |
|-------------------------------|----------------------------|-----------------------|
| 18-20                         | <b>Отлично</b>             | Продвинутый уровень   |
| 15-17                         | <b>Хорошо</b>              | Базовый уровень       |
| 11-14                         | <b>Удовлетворительно</b>   | Пороговый уровень     |
| 0-10                          | <b>Неудовлетворительно</b> | Недостаточный уровень |

### Анализ результатов и обратная связь

#### Статистический анализ теста:

- Расчет среднего балла по группе
- Определение вопросов с наименьшей успеваемостью
- Анализ распределения результатов

#### Интерпретация результатов:

- **18-20 баллов:** Глубокое понимание концепций, способность применять знания в практических ситуациях

- **15-17 баллов:** Уверенное знание основных принципов, понимание ключевых проблем этики ИИ
- **11-14 баллов:** Минимальное понимание необходимых концепций, требуется дополнительная работа
- **0-10 баллов:** Критический пробел в знаниях, необходимо повторение материала

**Методические рекомендации, определяющие процедуры оценивания ответа на экзамене**

**Структура экзаменационного билета:** 2 теоретических вопроса, 1 практическая задача.

Критерии оценивания ответов

| Компонент ответа                       | Пороговый уровень (удовлетворительно)                                              | Базовый уровень (хорошо)                                                              | Продвинутый уровень (отлично)                                                               |
|----------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Теоретическая глубина</b>           | Знает основные определения и формулы. Воспроизводит материал с опорой на конспект. | Объясняет взаимосвязи между понятиями. Приводит примеры применения теорий.            | Демонстрирует системное понимание предмета. Критически анализирует теоретические положения. |
| <b>Практическое применение</b>         | Решает типовые задачи по образцу. Допускает незначительные вычислительные ошибки.  | Выбирает оптимальный метод решения. Грамотно применяет формулы к конкретным условиям. | Предлагает несколько способов решения. Анализирует оптимальность выбранного метода.         |
| <b>Связь с ИИ и машинным обучением</b> | Называет основные области применения методов в ИИ.                                 | Объясняет роль вероятностных методов в конкретных алгоритмах МО.                      | Анализирует перспективы развития методов в контексте современных задач ИИ.                  |
| <b>Качество изложения</b>              | Ответ логически структурирован, но имеются паузы и затруднения.                    | Материал излагается последовательно, с обоснованием ключевых положений.               | Свободное владение материалом, умение вести дискуссию, аргументированная полемика.          |

**Система баллов:**

| Критерий               | Макс. балл | Показатели оценивания                                                                     |
|------------------------|------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|
| Теоретический вопрос 1 | 25         | Полнота ответа (10)<br>Глубина понимания (10)<br>Качество изложения (5)                   |
| Теоретический вопрос 2 | 25         | Полнота ответа (10)<br>Глубина понимания (10)<br>Качество изложения (5)                   |
| Практическая задача    | 30         | Корректность решения (15)<br>Обоснованность выбора метода (10)<br>Точность вычислений (5) |
| Связь с ИИ             | 10         | Релевантность примеров (5)<br>Глубина анализа (5)                                         |
| Дополнительные вопросы | 10         | Скорость реакции (3)<br>Аргументированность (4)<br>Оригинальность мышления (3)            |
| Итого                  | 100        |                                                                                           |

**Перевод баллов в оценки:**

| Баллы  | Оценка              | Критерии                                                                                                                            |
|--------|---------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 85-100 | Отлично             | Полные, аргументированные ответы на все вопросы. Глубокое понимание связи теории с практикой ИИ. Творческий подход к решению задач. |
| 70-84  | Хорошо              | Полные ответы на основные вопросы. Незначительные ошибки в сложных темах. Понимание практического применения методов.               |
| 50-69  | Удовлетворительно   | Ответы содержат ключевые понятия, но есть пробелы в понимании. Решение типовых задач с помощью преподавателя.                       |
| 0-49   | Неудовлетворительно | Незнание базовых понятий, грубые ошибки в определениях. Неспособность решить типовую задачу.                                        |

**4.3 Методические рекомендации по проведению лабораторных работ по дисциплине "Курс теории вероятностей"**

**1. Общие положения**

**1.1. Цель проведения лабораторных работ:**

- Формирование практических навыков применения вероятностно-статистических методов
- Освоение инструментов компьютерного анализа данных
- Развитие умения интерпретировать результаты в контексте задач искусственного интеллекта

### 1.2. Задачи лабораторных работ:

- Закрепление теоретического материала на практических примерах
- Освоение современных программных средств статистического анализа
- Формирование навыков статистического мышления и анализа данных

## 2. Организация лабораторных работ

### 2.1. Программное обеспечение:

- Основная платформа: **Python 3.8+** с библиотеками:
  - NumPy, SciPy - математические вычисления
  - Pandas - анализ данных
  - Matplotlib, Seaborn - визуализация
  - Scikit-learn - машинное обучение
  - StatsModels - статистическое моделирование
- Резервная платформа: **R** с tidyverse

### 2.2. Аппаратные требования:

- Персональный компьютер с ОС Windows/Linux/macOS
- Объем оперативной памяти: не менее 8 ГБ
- Свободное дисковое пространство: не менее 5 ГБ
- Доступ к интернету для установки пакетов

## 3. Методика проведения лабораторных работ

### 3.1. Подготовительный этап:

Для преподавателя:

- Разработка и актуализация методических указаний
- Подготовка демонстрационных примеров
- Тестирование программного кода
- Формирование наборов данных для анализа

Для студента:

- Изучение теоретического материала по теме работы
- Знакомство с методическими указаниями
- Установка и настройка необходимого ПО
- Предварительное изучение документации к используемым библиотекам

### 3.2. Структура лабораторной работы:

1. **Теоретическая справка** - основные понятия и формулы
2. **Разминочные задания** - простые задачи для освоения синтаксиса
3. **Основные задания** - решение типовых задач
4. **Творческие задания** - задачи повышенной сложности
5. **Контрольные вопросы** - для самопроверки

### 3.3. Пример проведения лабораторной работы №4:

"Работа с непрерывными распределениями"

python

*# Демонстрационный пример*

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy import stats
```

*# Генерация данных из нормального распределения*

```
data = np.random.normal(loc=0, scale=1, size=1000)
```

*# Построение гистограммы и теоретической плотности*

```
x = np.linspace(-4, 4, 100)
pdf = stats.norm.pdf(x)
```

```
plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.hist(data, density=True, alpha=0.7, bins=30)
plt.plot(x, pdf, 'r-', linewidth=2)
plt.title('Нормальное распределение')
plt.xlabel('Значение')
plt.ylabel('Плотность вероятности')
plt.show()
```

#### 4. Критерии оценивания

##### 4.1. Система оценивания:

- **Теоретическая подготовка (20%)** - понимание математических основ
- **Практическая реализация (40%)** - качество и эффективность кода
- **Анализ результатов (30%)** - интерпретация и выводы
- **Оформление отчета (10%)** - структура и ясность изложения

**Примеры реализации для лр №4 "Непрерывные распределения"**

##### **Пороговый уровень:**

```
python
# Простая генерация и визуализация
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

data = np.random.normal(0, 1, 100)
plt.hist(data, bins=20)
plt.title('Нормальное распределение')
plt.show()
print(f'Среднее: {np.mean(data):.2f}')
```

##### **Базовый уровень:**

```
python
# Сравнение распределений и статистический анализ
from scipy import stats
import seaborn as sns

data = np.random.normal(0, 1, 1000)
# Проверка нормальности
stat, p_value = stats.normaltest(data)
print(f'Тест на нормальность: p-value = {p_value:.3f}')

# Сравнительная визуализация
fig, (ax1, ax2) = plt.subplots(1, 2, figsize=(12, 5))
sns.histplot(data, kde=True, ax=ax1)
stats.probplot(data, dist="norm", plot=ax2)
plt.tight_layout()
```

##### **Продвинутый уровень:**

```
python
# Комплексный анализ с bootstrap и оценкой параметров
def bootstrap_ci(data, func, n_bootstraps=1000, ci=95):
    """Доверительный интервал методом bootstrap"""
    bootstraps = []
    for _ in range(n_bootstraps):
        sample = np.random.choice(data, size=len(data), replace=True)
        bootstraps.append(func(sample))

    alpha = (100 - ci) / 2
    lower = np.percentile(bootstraps, alpha)
    upper = np.percentile(bootstraps, 100 - alpha)
```

```

    return lower, upper

# Анализ нескольких распределений
distributions = {
    'Normal': np.random.normal(0, 1, 1000),
    'Exponential': np.random.exponential(1, 1000),
    'Uniform': np.random.uniform(-2, 2, 1000)
}

for name, data in distributions.items():
    # Оценка параметров с доверительными интервалами
    mean_ci = bootstrap_ci(data, np.mean)
    std_ci = bootstrap_ci(data, np.std)
    print(f'{name}: mean CI = {mean_ci}, std CI = {std_ci}')

```

## 4.2. Шкала оценивания:

- **5 (отлично):** Полное выполнение всех заданий, глубокий анализ, творческий подход
- **4 (хорошо):** Выполнение основных заданий, правильные выводы, незначительные недочеты
- **3 (удовлетворительно):** Выполнение базовых заданий, поверхностный анализ
- **2 (неудовлетворительно):** Невыполнение основных заданий, грубые ошибки в анализе

## 5. Требования к отчету

### 5.1. Структура отчета:

1. Титульный лист
2. Цель работы
3. Теоретические сведения
4. Ход работы (код с комментариями)
5. Результаты (графики, таблицы)
6. Выводы
7. Ответы на контрольные вопросы

### 5.2. Пример оформления кода:

```

python
def confidence_interval(data, confidence=0.95):
    """
    Вычисление доверительного интервала для среднего

    Parameters:
    data - массив данных
    confidence - уровень доверия

    Returns:
    tuple - границы интервала
    """
    n = len(data)
    mean = np.mean(data)
    sem = stats.sem(data) # стандартная ошибка среднего
    ci = stats.t.interval(confidence, n-1, loc=mean, scale=sem)
    return ci

```

## 6. Методические рекомендации по контрольным мероприятиям

### 6.1. Защита лабораторных работ:

- Устное обсуждение результатов

- Ответы на вопросы по теоретической части
- Объяснение принятых решений в коде
- Анализ возможных источников ошибок

#### **6.2. Темы для дискуссий:**

- Сравнение различных статистических подходов
- Интерпретация p-value и доверительных интервалов
- Обсуждение предположений статистических тестов
- Практическая значимость полученных результатов

### **7. Особенности работы с обучающимися с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ)**

#### **7.1. Адаптации:**

- Увеличенное время на выполнение работ
- Индивидуальные консультации
- Альтернативные форматы отчетности
- Специальные настройки ПО для лиц с нарушениями зрения

#### **7.2. Дистанционный формат:**

- Видеоинструкции по выполнению работ
- Онлайн-консультации через LMS
- Автоматизированная проверка заданий
- Запись демонстрационных сессий

### **8. Рекомендации по технике безопасности**

#### **8.1. При работе с ПК:**

- Соблюдение эргономичных условий труда
- Регулярные перерывы каждые 45 минут
- Контроль освещенности рабочего места
- Соблюдение расстояния до монитора (50-70 см)

### **9. Список рекомендуемых ресурсов**

#### **9.1. Основная литература:**

- Методические указания к лабораторным работам
- Документация Python libraries
- Примеры кода в Jupyter Notebook

#### **9.2. Дополнительные ресурсы:**

- Официальная документация SciPy/StatsModels
- Онлайн-курсы по статистике в Python
- Форумы Stack Overflow для решения технических проблем

### **4.4 Методические указания по выполнению кейса:**

#### **"Курс теория вероятностей"**

### **1. Общие положения**

#### **1.1. Цель кейс-метода:**

Развитие навыков применения вероятностно-статистических методов к реальным бизнес-задачам

- Формирование системного подхода к анализу данных в финансовой сфере
- Подготовка к решению практических задач в профессиональной деятельности

#### **1.2. Требования к выполнению:**

- Использование современных инструментов анализа данных (Python/R)
- Применение всего изученного аппарата теории вероятностей и статистики
- Бизнес-ориентированная интерпретация результатов
- Оформление в виде профессионального отчета

## 2. Кейс для Сбербанка: "прогнозирование оттока клиентов"

### 2.1. Постановка проблемы

**Бизнес-контекст:** Сбербанк теряет 5-7% клиентов ежемесячно. Каждый ушедший клиент означает потерю потенциального дохода от кредитов, вкладов и других банковских продуктов. Необходимо разработать систему прогнозирования оттока клиентов для своевременного принятия мер по их удержанию.

### 2.2. Исходные данные

*Предоставляется датасет с характеристиками клиентов:*

- Демографические данные (возраст, пол, регион)
- Финансовые показатели (баланс, кредитная история, количество продуктов)
- Активность (частота транзакций, использование онлайн-банка)
- История взаимодействий (жалобы, обращения в поддержку)
- Целевая переменная: факт ухода из банка (бинарная)

## 3. Методика выполнения кейса

### 3.1. Этап 1: Разведочный анализ данных (EDA)

python

*# Пример кода для анализа данных*

```
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
import seaborn as sns
from scipy import stats
```

*# Анализ распределения признаков*

```
def analyze_feature_distribution(data, feature):
    plt.figure(figsize=(12, 4))
```

```
    plt.subplot(1, 2, 1)
    sns.histplot(data[feature], kde=True)
    plt.title(f'Распределение {feature}')
```

```
    plt.subplot(1, 2, 2)
    stats.probplot(data[feature], dist="norm", plot=plt)
    plt.title(f'Q-Q plot для {feature}')
```

*# Статистические тесты*

```
stat, p_value = stats.normaltest(data[feature])
print(f'Тест на нормальность для {feature}: p-value = {p_value:.4f}')
```

### 3.2. Этап 2: Вероятностный анализ

- Построение распределений ключевых показателей
- Расчет вероятностей оттока для различных сегментов клиентов
- Анализ корреляций между признаками

### 3.3. Этап 3: Построение прогнозной модели

- Применение логистической регрессии
- Использование методов машинного обучения (Random Forest, XGBoost)
- Оценка вероятности оттока для каждого клиента

### 3.4. Этап 4: Статистическая валидация

- Проверка значимости признаков
- Построение доверительных интервалов для прогнозов
- Анализ ошибок I и II рода

#### 4. Критерии оценивания кейса

| Компонент                   | Вес | Требования                                                              |
|-----------------------------|-----|-------------------------------------------------------------------------|
| Качество анализа данных     | 25% | Глубокий EDA, выявление аномалий, визуализация распределений            |
| Вероятностное моделирование | 30% | Корректное применение ТВ, расчет вероятностей, анализ неопределенностей |
| Статистическая валидация    | 20% | Проверка гипотез, доверительные интервалы, оценка значимости            |
| Бизнес-интерпретация        | 15% | Практические рекомендации, оценка экономического эффекта                |
| Оформление отчета           | 10% | Структура, ясность изложения, качество визуализаций                     |

#### 5. Ожидаемые результаты

##### 5.1. Аналитический отчет должен содержать:

- Сегментацию клиентов по риску оттока
- Вероятностные оценки для каждого сегмента
- Ранжирование факторов, влияющих на отток
- Рекомендации по удержанию клиентов

##### 5.2. Пример вероятностных выводов:

text

Вероятность оттока клиентов:

- С низким балансом (< 10 тыс. руб.): 45%
- С высокой активностью (> 20 операций/мес): 12%
- Подававших жалобы за последний месяц: 68%

#### 6. Практическое применение результатов

##### 6.1. Рекомендации для Сбербанка:

- Внедрение системы скоринга оттока в CRM
- Разработка целевых маркетинговых кампаний
- Оптимизация программ лояльности для групп риска
- Улучшение сервиса для клиентов с высокой вероятностью ухода

#### 7. Инструментальные средства

##### 7.1. Обязательные инструменты:

- Python: pandas, numpy, scipy, matplotlib, seaborn
- Библиотеки машинного обучения: scikit-learn, xgboost
- Статистические пакеты: statsmodels

##### 7.2. Дополнительные технологии:

- Jupyter Notebook для воспроизводимости анализа
- Git для контроля версий
- Tableau/Power BI для интерактивных дашбордов

#### 8. Оценочная шкала

##### 8.1. Балльная система:

- 85-100 баллов: Глубокий анализ, творческий подход, практическая ценность
- 70-84 баллов: Полное решение, корректные методы, хорошие выводы
- 50-69 баллов: Базовое решение, незначительные ошибки, стандартные выводы
- 0-49 баллов: Неполное решение, существенные ошибки, слабая интерпретация

#### 9. Пример реализации

##### 9.1. Код для построения прогнозной модели:

```
python
from sklearn.ensemble import RandomForestClassifier
```

```

from sklearn.model_selection import train_test_split
from sklearn.metrics import classification_report, roc_auc_score

# Подготовка данных
X = data.drop('churn', axis=1)
y = data['churn']

# Разделение на обучающую и тестовую выборки
X_train, X_test, y_train, y_test = train_test_split(
    X, y, test_size=0.3, random_state=42, stratify=y
)

# Обучение модели
model = RandomForestClassifier(n_estimators=100, random_state=42)
model.fit(X_train, y_train)

# Оценка качества
y_pred = model.predict(X_test)
y_pred_proba = model.predict_proba(X_test)[:, 1]

print(f"ROC-AUC: {roc_auc_score(y_test, y_pred_proba):.3f}")
print(classification_report(y_test, y_pred))

```

## 9.2. Вероятностная интерпретация:

python

*# Расчет вероятности оттока для конкретного клиента*

```

client_data = pd.DataFrame({
    'age': [35],
    'balance': [150000],
    'products_count': [3],
    'complaints': [0]
})

```

```

churn_probability = model.predict_proba(client_data)[0, 1]
print(f"Вероятность оттока клиента: {churn_probability:.1%}")

```

## 10. Заключение

Выполнение кейса позволяет студентам:

- Применить теоретические знания к реальной бизнес-задаче

- Развить навыки работы с финансовыми данными

- Освоить современные инструменты анализа данных

- Приобрести опыт решения практических задач в области банковской аналитики

### Карта компетенций для кейса "прогнозирование оттока клиентов"

| Этап кейса                      | Компетенции                                                                                                            | Инструменты проверки                                                                     | Результат обучения                                                                                                                                                                      |
|---------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Разведочный анализ данных (РАД) | ОПК-1.1 Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук при построении | Концептуальная схема анализа данных, описание структуры данных и взаимосвязей переменных | Владеть навыками применения методологии системного подхода для анализа профессиональных задач<br>Уметь проводить декомпозицию сложных систем и выявлять взаимосвязи между их элементами |

| Этап кейса                             | Компетенции                                                                                                                                                            | Инструменты проверки                                                                                               | Результат обучения                                                                                                       |
|----------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                        | моделей в заданной предметной области                                                                                                                                  | Отчет РАД с описанием декомпозиции задачи на подпроблемы (качество данных, распределения признаков, выбросы)       |                                                                                                                          |
| 1. Вероятностный анализ и сегментация  | ОПК-1.2 Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук при выборе методов решения задач профессиональной деятельности | Обоснование выбора методов статистического анализа и вероятностных распределений для сегментации клиентов          | Уметь осуществлять осознанный выбор математического метода или типа модели, адекватных поставленной задаче               |
|                                        | МФ-1.2 Применяет современный математический аппарат теории вероятностей                                                                                                | Анализ распределений признаков в различных сегментах, проверка статистических гипотез о различиях между сегментами | Применяет методы теории вероятностей и статистики для решения задач анализа данных и анализа статистических зависимостей |
| 2. Построение прогнозной модели        | ОПК-1.2 Применяет знания в области математических наук                                                                                                                 | Сравнительный анализ нескольких алгоритмов ML с обоснованием выбора финальной модели                               | Владеть навыками применения аппарата высшей математики для анализа проблем и построения моделей                          |
|                                        | МФ-2.1 Использует теорему Байеса и её следствия, понимает отличия байесовской статистики от частотного подхода                                                         | Оценка точности предсказаний                                                                                       | Применяет методы теории вероятностей для оценки параметров моделей в задачах ИИ                                          |
| 3. Бизнес-интерпретация и рекомендации | ОПК-1.1 Способен применять системный подход к анализу предметной области                                                                                               | Предложения по интеграции модели в бизнес-процессы банка с учетом системных последствий                            | Уметь формулировать проблему как систему взаимосвязанных элементов, а не как изолированное событие                       |

**Критерии успеха:** решение должно быть статистически обоснованным, практически применимым и экономически эффективным для банка.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## **5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

### **5.1 Литература**

1. Васильев, А. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для вузов / А. А. Васильев. - 2-е изд., испр. и доп. - Москва : Юрайт, 2025. - 224 с. - URL: <https://urait.ru/bcode/562827> (дата обращения: 24.04.2025). - Режим доступа: для авториз. пользователей. - ISBN 978-5-534-16714-6. - Текст : электронный. URL: [http://212.192.134.46/MegaPro/UserEntry?Action=Link\\_FindDoc&id=194417&idb=0](http://212.192.134.46/MegaPro/UserEntry?Action=Link_FindDoc&id=194417&idb=0)

2. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. - 5-е изд., перераб. и доп. - Москва : Юрайт, 2025. - 538 с. - URL: <https://urait.ru/bcode/565694> (дата обращения: 18.07.2025). - Режим доступа: для авториз. пользователей. - ISBN 978-5-534-10004-4. - Текст : электронный. URL: [http://212.192.134.46/MegaPro/UserEntry?Action=Link\\_FindDoc&id=153752&idb=0](http://212.192.134.46/MegaPro/UserEntry?Action=Link_FindDoc&id=153752&idb=0)

3. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для вузов / В. Е. Гмурман. - 12-е изд. - Москва : Юрайт, 2025. - 479 с. - URL: <https://urait.ru/bcode/559584> (дата обращения: 24.06.2025). - Режим доступа: для авториз. пользователей. - ISBN 978-5-534-00211-9. - Текст : электронный. URL: [http://212.192.134.46/MegaPro/UserEntry?Action=Link\\_FindDoc&id=147100&idb=0](http://212.192.134.46/MegaPro/UserEntry?Action=Link_FindDoc&id=147100&idb=0)

1. Sun, X., Li, J., Kovalenko, A.V., Feng, W., Ou, Y. Integrating Reinforcement Learning and Learning From Demonstrations to Learn Nonprehensile Manipulation //IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2023, 20(3), 1735–1744, DOI: 10.1109/TASE.2022.3185071, Q1

2. Petukhova, A.V.; Kovalenko, A.V.; Ovsyannikova, A.V. Algorithm for Optimization of Inverse Problem Modeling in Fuzzy Cognitive Maps. *Mathematics* 2022, 10, 3452. DOI: 10.3390/math10193452, Q1
3. Kirillova, E.; Kovalenko, A.; Urtenov, M. Study of the Current–Voltage Characteristics of Membrane Systems Using Neural Networks. *AppliedMath* 2025, 5, 10. <https://doi.org/10.3390/appliedmath5010010>
4. Kadurin, Artur, et al. "The cornucopia of meaningful leads: Applying deep adversarial autoencoders for new molecule development in oncology." *Oncotarget* 8.7 (2016): 10883.
5. Kadurin, Artur, et al. "druGAN: an advanced generative adversarial autoencoder model for de novo generation of new molecules with desired molecular properties in silico." *Molecular pharmaceutics* 14.9 (2017): 3098-3104.
6. Polykovskiy, Daniil, et al. "Molecular sets (MOSES): a benchmarking platform for molecular generation models." *Frontiers in pharmacology* 11 (2020): 565644.
7. Khrabrov, Kuzma, et al. " $\nabla^2$  DFT: A Universal Quantum Chemistry Dataset of Drug-Like Molecules and a Benchmark for Neural Network Potentials." *Advances in Neural Information Processing Systems* 37 (2024): 36869-36889.
8. Polykovskiy, Daniil, et al. "Entangled conditional adversarial autoencoder for de novo drug discovery." *Molecular pharmaceutics* 15.10 (2018): 4398-4405.
9. Николенко, Сергей, Кадури, Артур и Архангельская Екатерина. Глубокое обучение. Издательский дом "Питер", 2017..

## 5.2. Периодические издания и конференции (А\*):

1. IEEE Transactions on Big Data – научные статьи по обработке больших данных.
2. Journal of Big Data (SpringerOpen) – открытый журнал с исследованиями в области Big Data.
3. Big Data Research (Elsevier) – публикации по анализу, управлению и визуализации данных.
4. Data Science Journal (CODATA) – междисциплинарные исследования данных.
5. ACM Transactions on Knowledge Discovery from Data (TKDD) – методы извлечения знаний из больших данных.
6. <https://openreview.net/forum?id=FMMF1a9ifL>
7. <https://openreview.net/forum?id=ElUrNM9U8c#discussion>
8. <https://openreview.net/forum?id=JoO6mtCLHD>
9. <https://aclanthology.org/2024.findings-emnlp.760/>
10. <https://aclanthology.org/2020.coling-main.588/>
11. [https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-72113-8\\_30](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-72113-8_30)
12. [https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-031-42448-9\\_10](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-031-42448-9_10)
13. <https://aclanthology.org/2024.findings-naacl.288/>

## 5.3. Интернет-ресурсы, в том числе современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

*Электронно-библиотечные системы (ЭБС):*

1. ЭБС «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
2. ЭБС «УНИВЕРСИТЕТСКАЯ БИБЛИОТЕКА ОНЛАЙН» <http://www.biblioclub.ru/>
3. ЭБС «BOOK.ru» <https://www.book.ru>
4. ЭБС «ZNANIUM.COM» [www.znanium.com](http://www.znanium.com)
5. ЭБС «ЛАНЬ» <https://e.lanbook.com>

*Профессиональные базы данных*

1. Scopus <http://www.scopus.com/>
2. ScienceDirect <https://www.sciencedirect.com/>
3. Журналы издательства Wiley <https://onlinelibrary.wiley.com/>

4. Научная электронная библиотека (НЭБ) <http://www.elibrary.ru/>
5. Полнотекстовые архивы ведущих западных научных журналов на Российской платформе научных журналов НЭИКОН <http://archive.neicon.ru>
6. Национальная электронная библиотека (доступ к Электронной библиотеке диссертаций Российской государственной библиотеки (РГБ) <https://rusneb.ru/>
7. Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина <https://www.prilib.ru/>
8. База данных CSD Кембриджского центра кристаллографических данных (CCDC) <https://www.ccdc.cam.ac.uk/structures/>
9. Springer Journals: <https://link.springer.com/>
10. Springer Journals Archive: <https://link.springer.com/>
11. Nature Journals: <https://www.nature.com/>
12. Springer Nature Protocols and Methods: <https://experiments.springernature.com/sources/springer-protocols>
13. Springer Materials: <http://materials.springer.com/>
14. Nano Database: <https://nano.nature.com/>
15. Springer eBooks (i.e. 2020 eBook collections): <https://link.springer.com/>
16. "Лекториум ТВ" <http://www.lektorium.tv/>
17. Университетская информационная система РОССИЯ <http://uisrussia.msu.ru>

#### *Информационные справочные системы*

1. Консультант Плюс - справочная правовая система (доступ по локальной сети с компьютеров библиотеки)

#### *Ресурсы свободного доступа*

1. КиберЛенинка <http://cyberleninka.ru/>;
2. Американская патентная база данных <http://www.uspto.gov/patft/>
3. Министерство науки и высшего образования Российской Федерации <https://www.minobrnauki.gov.ru/>;
4. Федеральный портал "Российское образование" <http://www.edu.ru/>;
5. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" <http://window.edu.ru/>;
6. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов <http://school-collection.edu.ru/> .
7. Проект Государственного института русского языка имени А.С. Пушкина "Образование на русском" <https://pushkininstitute.ru/>;
8. Справочно-информационный портал "Русский язык" <http://gramota.ru/>;
9. Служба тематических толковых словарей <http://www.glossary.ru/>;
10. Словари и энциклопедии <http://dic.academic.ru/>;
11. Образовательный портал "Учеба" <http://www.ucheba.com/>;
12. Законопроект "Об образовании в Российской Федерации". Вопросы и ответы [http://xn--273--84d1f.xn--p1ai/voprosy\\_i\\_otvety](http://xn--273--84d1f.xn--p1ai/voprosy_i_otvety)

#### *Собственные электронные образовательные и информационные ресурсы КубГУ*

1. Электронный каталог Научной библиотеки КубГУ <http://megapro.kubsu.ru/MegaPro/Web>
2. Электронная библиотека трудов ученых КубГУ <http://megapro.kubsu.ru/MegaPro/UserEntry?Action=ToDb&idb=6>
3. Среда модульного динамического обучения <http://moodle.kubsu.ru>
4. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций <http://infoneeds.kubsu.ru/>
5. Библиотека информационных ресурсов кафедры информационных образовательных технологий <http://mschool.kubsu.ru/>;
6. Электронный архив документов КубГУ <http://docspace.kubsu.ru/>

7. Электронные образовательные ресурсы кафедры информационных систем и технологий в образовании КубГУ и научно-методического журнала "ШКОЛЬНЫЕ ГОДЫ"  
<http://icdau.kubsu.ru/>

#### **6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной систематизированный материал. В ходе лекционных занятий разбираются элементы теории и практики дискретной математики, приводятся примеры решения задач, проводится анализ наиболее распространенных ошибок. После прослушивания лекции рекомендуется выполнить упражнения, приводимые в аудитории для самостоятельной работы.

По курсу предусмотрено проведение лабораторных занятий, на которых дается прикладной систематизированный материал. В ходе занятий разбираются методы решений задач по темам. После занятия рекомендуется выполнить упражнения, приводимые для самостоятельной работы.

При самостоятельной работе студентов необходимо изучить литературу, приведенную в перечнях выше, для осмысления вводимых понятий, анализа предложенных подходов и методов дискретной математики. При решении новой задачи студент должен уметь выбрать метод решения и его обоснование.

Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине. В процессе самостоятельной работы студент приобретает навыки работы с дискретными объектами.

Используются активные, инновационные образовательные технологии, которые способствуют развитию общекультурных, общепрофессиональных компетенций и профессиональных компетенций обучающихся:

- проблемное обучение;
- разноуровневое обучение;
- проектные методы обучения;
- исследовательские методы в обучении;
- обучение в сотрудничестве (командная, групповая работа);
- информационно- коммуникационные технологии.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

Учебно-методическим обеспечением курсовой работы студентов являются:

1. учебная литература;
2. нормативные документы ВУЗа;
3. методические разработки для студентов.

Самостоятельная работа студентов включает:

- оформление итогового отчета (пояснительной записки).
- анализ нормативно-методической базы организации;
- анализ научных публикации по заранее определённой теме;
- анализ и обработку информации;
- работу с научной, учебной и методической литературой,
- работа с конспектами лекций, ЭБС.

Для самостоятельной работы представляется аудитория с компьютером и доступом в Интернет, к электронной библиотеке вуза и к информационно-справочным системам.

Перечень учебно-методического обеспечения:

1. Основная образовательная программа высшего профессионального образования федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Кубанский государственный университет» по направлению подготовки.

2. Положение о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Кубанский государственный университет».
3. Общие требования к построению, содержанию, оформлению и утверждению рабочей программы дисциплины Федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования.
4. Методические рекомендации по содержанию, оформлению и применению образовательных технологий и оценочных средств в учебном процессе, основанном на Федеральном государственном образовательном стандарте.
5. Учебный план основной образовательной программы по направлению подготовки.
6. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования по направлению подготовки.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

Подход, определяющий установление соответствия кейсов ИП и УГТ (5-7), позволяет четко соотносить этапы развития технологии с вовлеченностью партнера и снижать риски при переходе от лабораторных испытаний к промышленному внедрению.

Ключевые аспекты взаимодействия с индустриальными партнерами:

- Для УГТ 5 – ИП помогает определить реалистичные условия тестирования, но не рискует своей инфраструктурой.
- Для УГТ 6 – ИП предоставляет "песочницу" или изолированную среду, где можно выявить скрытые проблемы.
- Для УГТ 7 – ИП становится соразработчиком, так как технология адаптируется под его конкретные процессы.

Важнейшим компонентом курса является самостоятельная проектная работа, в ходе которой студент разрабатывает законченное решение для решения задач (кейсов) индустриальных партнеров. Допускается выполнение проектов в командах.

#### **А. Применение результатов дисциплины «Курс теории вероятностей» в кейсах ПАО «Сбербанк»**

##### **Кейс 1: Анализ эффективности рекламной кампании**

##### **Задача:**

Сбербанк запустил рекламную кампанию для привлечения новых клиентов. Необходимо оценить ее эффективность и определить, стоит ли продолжать кампанию.

##### **Данные:**

- Количество клиентов до кампании: 10,000
- Количество клиентов после кампании: 10,450
- Бюджет кампании: 2 млн руб.
- Средний доход с клиента: 5,000 руб./год

##### **Вопросы:**

1. Рассчитайте доверительный интервал для доли новых клиентов ( $\alpha = 0.05$ )
2. Проверьте гипотезу об эффективности кампании (p-value подход)
3. Рассчитайте ROI кампании

python

## **Кейс 2: Определение оптимального количества банкоматов**

### **Задача:**

В отделении Сбербанка происходит частое опустошение банкоматов. Необходимо определить оптимальное количество банкоматов для минимизации потерь.

### **Данные:**

- Среднее количество клиентов в час: 20
- Время обслуживания: 3 мин/клиент
- Потери при отказе: 500 руб./клиент
- Стоимость банкомата: 50,000 руб./месяц

### **Вопросы:**

1. Смоделируйте систему массового обслуживания (М/М/с)
2. Найдите оптимальное количество банкоматов
3. Рассчитайте экономический эффект

## **Кейс 3: Прогнозирование спроса на кредиты**

### **Задача:**

Спрогнозировать количество кредитных заявок на следующий месяц на основе исторических данных.

### **Данные (помесячно за 2 года):**

- Кредитные заявки: [125, 138, 145, 132, 156, ...]
- Сезонные коэффициенты: Q1: 0.9, Q2: 1.0, Q3: 1.1, Q4: 1.2

### **Вопросы:**

1. Постройте линейную регрессию для прогнозирования
2. Рассчитайте доверительный интервал прогноза
3. Оцените точность модели

## **Кейс 4: Анализ эффективности обучения сотрудников**

### **Задача:**

Оценить эффективность программы обучения для менеджеров по продажам.

### **Данные:**

- Продажи до обучения: [45, 52, 48, 55, 50, 53, 49, 51, 47, 54] тыс. руб.
- Продажи после обучения: [52, 58, 55, 60, 56, 59, 54, 57, 53, 61] тыс. руб.

### **Вопросы:**

1. Проведите t-тест для связанных выборок
2. Рассчитайте размер эффекта (effect size)
3. Определите статистическую значимость

## **Кейс 5: Оптимизация расписания работы отделения**

### **Задача:**

Определить оптимальное время работы отделения на основе анализа потока клиентов.

### **Данные:**

- Часы работы: 9:00-20:00
- Интенсивность потока клиентов по часам: [10, 25, 35, 30, 40, 45, 50, 55, 50, 45, 35]
- Стоимость работы отделения: 5,000 руб./час
- Доход с клиента: 200 руб.

### **Вопросы:**

1. Постройте распределение Пуассона для каждого часа
2. Найдите оптимальные часы работы
3. Рассчитайте экономический эффект оптимизации

**Б. Применение результатов дисциплины «Курс теории вероятностей» в кейсах AVA Group**

### Кейс: "Оптимизация сроков проектирования"

python

*# Анализ вероятности соблюдения сроков*

import scipy.stats as stats

*# Данные по прошлым проектам (дни)*

project\_durations = [45, 52, 48, 55, 60, 50, 53, 58, 62, 55]

current\_project\_plan = 50

*# Вероятность уложиться в срок*

mean\_duration = np.mean(project\_durations)

std\_duration = np.std(project\_durations)

z\_score = (current\_project\_plan - mean\_duration) / std\_duration

probability\_on\_time = stats.norm.cdf(z\_score)

print(f"Вероятность соблюдения срока: {probability\_on\_time:.1%}")

#### Применение ТВ:

- Анализ рисков срыва сроков
- Оценка вероятности согласования проектов с первого раза
- Прогнозирование трудозатрат на основе исторических данных

### Кейс: "Управление рисками строительства"

python

*# Анализ вероятности наступления рискованных событий*

risks = {

    'погодные\_условия': 0.25,

    'поставки\_материалов': 0.15,

    'человеческий\_фактор': 0.10,

    'технические\_сбои': 0.08

}

*# Вероятность хотя бы одного риска*

prob\_at\_least\_one = 1 - np.prod([1 - p for p in risks.values()])

expected\_delay = sum(risks.values()) \* 7 *# 7 дней за каждое событие*

print(f"Вероятность наступления риска: {prob\_at\_least\_one:.1%}")

print(f"Ожидаемая задержка: {expected\_delay:.1f} дней")

#### Применение ТВ:

- Расчет вероятностей срыва сроков по критическому пути
- Оценка рисков несчастных случаев на производстве
- Оптимизация графика работ с учетом вероятностных оценок

### Кейс: "Оценка ROI строительных проектов"

python

*# Монте-Карло симуляция доходности проекта*

np.random.seed(42)

n\_simulations = 10000

investment = 100e6 *# 100 млн руб.*

expected\_roi = 0.25 *# 25%*

std\_roi = 0.08 *# 8%*

*# Симуляция возможных исходов*

```
simulated_roi = np.random.normal(expected_roi, std_roi, n_simulations)
simulated_profit = investment * simulated_roi
```

*# Вероятность убытков*

```
probability_loss = np.mean(simulated_profit < 0)
value_at_risk_95 = np.percentile(simulated_profit, 5)
```

```
print(f"Вероятность убытков: {probability_loss:.1%}")
```

```
print(f"Value at Risk (95%): {value_at_risk_95:,.0f} руб.")
```

**Применение ТВ:**

- Оценка вероятности окупаемости проектов
- Расчет финансовых рисков
- Оптимизация инвестиционного портфеля

**Кейс: "Прогнозирование нагрузок на сети"**

python

*# Анализ пиковых нагрузок*

```
hourly_load = np.random.normal(500, 75, 24) # кВт
capacity = 800 # кВт
```

*# Вероятность перегрузки*

```
overload_probability = np.mean(hourly_load > capacity)
expected_overload_hours = overload_probability * 24
```

*# Распределение нагрузки в течение дня*

```
peak_hours = list(range(18, 23))
peak_load_prob = np.mean([load > capacity for load in hourly_load[peak_hours]])
```

```
print(f"Вероятность перегрузки: {overload_probability:.1%}")
```

```
print(f"Пиковые часы перегрузки: {peak_load_prob:.1%}")
```

**Применение ТВ:**

- Прогнозирование энергопотребления
- Оптимизация мощности сетей
- Расчет вероятности аварийных ситуаций

**Кейс: "Оптимизация логистики"**

python

*# Анализ времени доставки материалов*

```
delivery_times = [2.5, 3.0, 2.8, 3.5, 4.0, 2.2, 3.1, 2.9, 3.8, 2.7] # часы
```

*# Распределение времени доставки*

```
mean_time = np.mean(delivery_times)
std_time = np.std(delivery_times)
```

*# Вероятность доставки в течение 3 часов*

```
prob_3_hours = stats.norm.cdf(3, mean_time, std_time)
```

*# Оптимальное количество машин*

```
daily_deliveries = 20
time_per_delivery = mean_time
working_hours = 8
optimal_trucks = np.ceil(daily_deliveries * time_per_delivery / working_hours)
```

```
print(f"Вероятность доставки за 3 часа: {prob_3_hours:.1%}")
print(f"Оптимальное количество машин: {optimal_trucks:.0f}")
```

#### **Применение ТВ:**

- Оптимизация автопарка
- Расчет вероятности срыва поставок
- Прогнозирование расходов на ГСМ

#### **Кейс: "Прогнозирование доходов от аренды"**

python

*# Анализ заполняемости коммерческой недвижимости*

```
occupancy_rates = [0.85, 0.92, 0.78, 0.88, 0.95, 0.82, 0.90, 0.87]
```

```
mean_occupancy = np.mean(occupancy_rates)
```

```
std_occupancy = np.std(occupancy_rates)
```

*# Доверительный интервал для планирования*

```
ci_low = mean_occupancy - 1.96 * std_occupancy / np.sqrt(len(occupancy_rates))
```

```
ci_high = mean_occupancy + 1.96 * std_occupancy / np.sqrt(len(occupancy_rates))
```

*# Прогноз доходов*

```
total_area = 5000 # м²
```

```
rent_per_sqm = 2000 # руб./мес
```

```
expected_income = total_area * rent_per_sqm * mean_occupancy
```

```
print(f"Ожидаемая заполняемость: {mean_occupancy:.1%}")
```

```
print(f"Доверительный интервал: [{ci_low:.1%}, {ci_high:.1%}]")
```

```
print(f"Прогноз monthly income: {expected_income:.0f} руб.")
```

#### **Применение ТВ:**

- Прогнозирование доходов от аренды
- Оценка рисков недозаполненности
- Расчет резервов на текущий ремонт

## **7. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

### **7.1 Перечень информационно-коммуникационных технологий**

1. Электронная почта mail.ru, yandex.ru
2. Yandex Browser
3. Система управления обучением Moodle – сдача работ

### **7.2 Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения**

1. OpenOffice
2. GIT
3. Yandex Browser
4. Mozilla Firefox
5. Google Chrome
6. Python + Jupyter + Google Colab
7. SymPy/SageMath
8. Octave (аналог MATLAB)

## **8. Материально-техническое обеспечение по дисциплине (модулю)**

| №  | Вид работ                                  | Наименование учебной аудитории, ее оснащенность оборудованием и техническими средствами обучения                                                                                                                                           |
|----|--------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. | Лекционные занятия                         | Аудитория, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения                                                                                                                                                  |
| 2. | Лабораторные занятия                       | Аудитория, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения, компьютерами, проектором, программным обеспечением                                                                                              |
| 3. | Групповые (индивидуальные) консультации    | Аудитория, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения, компьютерами, программным обеспечением                                                                                                          |
| 4. | Текущий контроль, промежуточная аттестация | Аудитория, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения, компьютерами, программным обеспечением                                                                                                          |
| 5. | Самостоятельная работа                     | Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета. |

| № | Продукт                        | Параметры продукта                                                   | Кол-во | Кол-во конфигураций | Ед. изм. |
|---|--------------------------------|----------------------------------------------------------------------|--------|---------------------|----------|
|   |                                |                                                                      |        |                     |          |
| 1 | Виртуальная машина             | Виртуальная машина 10% vCPU 2 vCPU 4 RAM                             | 1      | 60                  | Шт       |
|   |                                | ОС Ubuntu 22.04                                                      | 1      |                     | Шт       |
|   |                                | Системный диск SSD                                                   | 1      |                     | Шт       |
|   |                                |                                                                      | 10     |                     | Гб       |
|   |                                | Аренда публичного IP                                                 | 1      |                     | Шт       |
| 2 | Виртуальная машина с GPU       | Виртуальная машина с GPU NVIDIA® Tesla® V100 2 GPU 8 vCPU 128 Гб RAM | 1      | 1                   | Шт       |
|   |                                | ОС Ubuntu_24.04                                                      | 1      |                     | Шт       |
|   |                                | Системный диск SSD                                                   | 1      |                     | Шт       |
|   |                                |                                                                      | 2000   |                     | Гб       |
|   |                                | Диск SSD                                                             | 1      |                     | Шт       |
|   |                                |                                                                      | 4096   |                     | Гб       |
|   |                                | Диск SSD                                                             | 1      |                     | Шт       |
|   |                                |                                                                      | 4096   |                     | Гб       |
|   |                                | Аренда публичного IP                                                 | 1      |                     | Шт       |
| 3 | K8S                            | Master node 8 vCPU 16 RAM                                            | 1      | 1                   | Шт       |
|   |                                | Worker node 10% доля 4 vCPU 32 RAM                                   | 5      |                     | Шт       |
|   |                                | Worker node SSD-NVME                                                 | 64     |                     | Гб       |
|   |                                | Аренда публичного IP                                                 | 1      |                     | Шт       |
| 4 | ML Inference Instance Type GPU | Время работы в месяц                                                 | 40     | 1                   | Ч        |

|   |     |                                                                 |     |  |            |
|---|-----|-----------------------------------------------------------------|-----|--|------------|
|   |     | Инстанс 8 x NVIDIA® H100<br>NVLink PCIe 160 vCPU 1520 GB<br>RAM | 1   |  | Шт         |
|   |     | Количество запросов к ML-<br>моделям                            | 1   |  | Млн.<br>Шт |
|   |     | Кэш ML-моделей                                                  | 160 |  | Гб         |
| 5 | LLM | Токены GigaChat 2 Max                                           | 50  |  | Млн.<br>Шт |
|   |     | Токены Embeddings                                               | 400 |  | Млн.<br>Шт |

Дополнительные облачные ресурсы предоставляются технологическим партнером Yandex Cloud.

Примечание: Конкретизация аудиторий и их оснащение определяется ОПОП.