

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по учебной работе,  
качеству образования – первый  
проректор

\_\_\_\_\_ Хагуров Т.А.

*подпись*

« 29 » августа 2025 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Б1. О.33 Алгебра и введение в тензорный анализ

Направление подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и  
информационные технологии

Профиль Современные методы машинного обучения и компьютерного зрения

Форма обучения очная

Квалификация бакалавр

Краснодар 2025

Рабочая программа дисциплины «Алгебра и введение в тензорный анализ» составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии профиль Современные методы машинного обучения и компьютерного зрения

Программу составил(и):

О. В. Дорошенко, канд. физ.-мат. наук  
М. В. Голуб, д. физ.-мат. наук, профессор  
А. В. Харченко, канд. пед. наук, доцент



Рабочая программа дисциплины «Алгебра и аналитическая геометрия» утверждена на заседании кафедры теории функций протокол №12 от 27.08.2025 г.

Заведующий кафедрой Голуб  
М.В.



Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук протокол № 5 от 28.08.2025 г.

Председатель УМК факультета Шмалько С.П.



Рецензенты:

Фоменко Сергей Иванович, канд. физ. - мат. наук, старший научный сотрудник лаборатории волновых процессов

Анопко Михаил Викторович, генеральный директор ООО «УК АЙСТ-РИМ»

## Цели и задачи изучения дисциплины (модуля)

### 1.1 Цель освоения дисциплины

Сформировать у студентов системное понимание аппарата линейной и тензорной алгебры как теоретической основы современных алгоритмов машинного обучения и компьютерного зрения, выработать навыки его практической реализации и оптимизации с использованием фреймворков Python.

### 1.2 Задачи дисциплины

1. Обеспечить математическим аппаратом алгебры и тензорного анализа.
2. Сформировать понимание тензоров как многомерных линейных операторов и освоить операции тензорной алгебры (свертка, произведение).
3. Научиться реализовывать ключевые алгоритмы линейной алгебры (сингулярное разложение, оптимизация) "с нуля" и с использованием фреймворков, анализируя их вычислительную сложность.
4. Сформировать навыки перевода математических моделей в эффективный программный код.

### 1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Алгебра и введение в тензорный анализ» относится к «Обязательная часть» Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана и имеет логическую и содержательно-методическую взаимосвязь с дисциплинами основной образовательной программы. Дисциплина базируется на компетенциях, сформированных на предыдущем уровне образования и требует качественное знание дисциплин «Алгебра и аналитическая геометрия», «Дискретная математика», «Программирование».

### 1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

Код и наименование индикатора*	Результаты обучения по дисциплине
<b>ОПК-1</b>	<b>Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</b>
<b>ОПК-1.1</b> Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук при построении моделей в заданной предметной области	Знать Аксиоматику линейных, евклидовых и унитарных пространств, свойства линейных операторов и их спектров. Теорию жордановой формы, сингулярного разложения (SVD), тензорной алгебры и анализа. Связь между спектральной теорией и матричными разложениями Уметь Конструировать и анализировать сложные тензорные модели. Применять матричные разложения (SVD, QR, LU, жорданову форму) для решения задач. Владеть

	<p>Глубоким пониманием математических основ линейной и тензорной алгебры, спектральной теории.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Навыками решения прикладных задач с использованием тензорных методов</li> </ul>
<p><b>ОПК-1.2</b> Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук при выборе методов решения задач профессиональной деятельности</p>	<p>Знать <i>Характеристики, области применимости, вычислительную сложность и ограничения матричных и тензорных разложений.</i> <i>Критерии выбора между точными и итерационными методами в зависимости от объёма данных и требований к точности.</i> <i>Современные гибридные методы, сочетающие матричные и тензорные подходы.</i></p> <p>Уметь <i>Выбирать оптимальный метод решения системы уравнений, спектральной задачи или разложения на основе свойств матрицы/тензора.</i> <i>Разрабатывать и обосновывать критерии выбора методов.</i> <i>Модифицировать и комбинировать методы под специфические требования задачи.</i></p> <p>Владеть <i>Навыком сравнительного анализа методов и выбора наиболее эффективного для практических задач.</i> <i>Способностью проводить анализ задачи и принимать обоснованные решения о выборе математического аппарата.</i></p>
<p><b>PL-1</b> Способен применять язык программирования Python для решения задач в области ИИ</p>	
<p><b>PL-1.1</b> Разрабатывает и отлаживает прикладные решения разной сложности и для разного круга конечных пользователей с использованием языка программирования Python, тестирует, испытывает и оценивает качество таких решений</p>	<p>Знает основы синтаксиса языка, пишет небольшие скрипты для автоматизации ручной работы по обработке небольших объемов данных с помощью встроенных модулей и внешних библиотек (csv, json, requests).</p>
<p><b>PL-1.2</b> Осуществляет выбор инструментов разработки на Python, приемлимых для создания прикладной системы обработки научных данных, машинного обучения и визуализации с заданными требованиями</p>	<p>Знает и применяет основные библиотеки для научных вычислений, такие как NumPy, SciPy и Pandas Знает и применяет основные библиотеки для визуализации данных, например, Matplotlib и Seaborn</p>

## 2. Структура и содержание дисциплины

## 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 5 зач. ед. (180 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры (часы)				
		2				
<b>Контактная работа, в том числе:</b>	<b>124,5</b>	<b>124,5</b>				
<b>Аудиторные занятия (всего):</b>	<b>118</b>	<b>118</b>				
Занятия лекционного типа	50	50				
Лабораторные занятия	68	68				
<b>Иная контактная работа:</b>	<b>6,5</b>	<b>6,5</b>				
Контроль самостоятельной работы (КСР)	6	6				
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,5	0,5				
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>	<b>19,8</b>	<b>19,8</b>				
Проработка учебного (теоретического) материала	19,8	19,8				
<b>Контроль:</b>	<b>35,7</b>	<b>35,7</b>				
Подготовка к экзамену	35,7	35,4				
<b>Общая трудоёмкость</b>	<b>час.</b>	<b>180</b>	<b>180</b>			
	<b>в том числе контактная работа</b>	<b>124,5</b>	<b>124,5</b>			
	<b>зач. ед</b>	<b>5</b>	<b>5</b>			

## 2.2 Структура дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоёмкости по разделам дисциплины. Разделы (темы) дисциплины, изучаемые в 2 семестре

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	2	3	4	5	6	7
1.	Линейные операторы в линейных пространствах	18	6		8	2
2.	Каноническая жорданова форма матриц	10	4		4	2
3.	Линейные операторы в нормированных пространствах	16	6		8	2
4.	Квадратичные формы	12	4		6	2
5.	Спектральные задачи	10	4		4	2
6.	Матричные разложения	22,5	8		12	2,5
7.	Тензорные вычисления	18,5	8		8	2,5
8.	Тензорные разложения	16,8	6		8	2,8
9.	Введение в тензорный анализ	16	4		10	2
<b>ИТОГО по разделам дисциплины</b>		<b>137,8</b>	<b>50</b>		<b>68</b>	<b>19,8</b>
Контроль самостоятельной работы (КСР)		6				
Промежуточная аттестация (ИКР)		0,5				
Подготовка к текущему контролю		35,7				
<b>Общая трудоёмкость по дисциплине</b>		<b>180</b>				

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия/семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

## 2.3 Содержание разделов (тем) дисциплины

### 2.3.1 Занятия лекционного типа

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Линейные операторы в линейных пространствах	Линейные операторы. Матричная норма. Матрица линейного оператора. Переход к другим базисам. Ядро и образ линейного оператора. Действия над линейными операторами. Диагонализируемые матрицы. Собственные числа и собственные векторы. Свойства собственных векторов. Характеристической и минимальный полиномы. Алгебраическая кратность собственного значения. Приведение к почти треугольной матрице. Инвариантные подпространства. Геометрическая кратность собственного значения. Линейные операторы простой структуры. Сужение оператора на подпространство. Корневые подпространства. Блочно-диагональная форма матрицы. Теорема Гамильтона-Кэли.	К
2.	Каноническая жорданова форма матриц	Минимальное инвариантное пространство. Жордановы цепочки. Жорданова форма матрицы. Жорданов базис в корневом подпространстве. Существование и единственность жордановой формы. Вещественный аналог жордановой формы для комплексных собственных чисел. Вычисление жордановой формы.	К
3.	Линейные операторы в нормированных пространствах	Линейные операторы в евклидовых пространствах. Сопряженные операторы в евклидовых пространствах. Самосопряженные операторы. Ортогональные операторы. Линейные операторы в унитарных пространствах. Сопряженные операторы в унитарных пространствах. Эрмитовы операторы. Унитарные операторы. Нормальные операторы.	К

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Форма текущего контроля
1	2	3	4
4.	Квадратичные формы	Определение и матричная запись квадратичной формы. Невырожденное преобразование квадратичной формы к каноническому виду. Эквивалентные квадратичные формы. Положительно (отрицательно) определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра. Закон инерции квадратичных форм. Метод Лагранжа. Ортогональное преобразование квадратичной формы к каноническому виду.	К
5.	Спектральные задачи	Спектральные задачи, Возмущение спектра матрицы. Преобразования отражения и вращения. Интерполяционный полином Лагранжа_Сильвестра. Функции, определенные на спектре матрицы. Спектральное разложение матрицы. Приложения функций от матриц. Матрица Фурье. Циркулянтная матрица.	ЛР
6.	Матричные разложения	LU-разложение матрицы. QR-разложение матрицы. Теорема о сингулярном разложении. Сингулярные числа и векторы, свойства сингулярных чисел. Норма матрицы, число обусловленности. Полярное разложение. Метод наименьших квадратов. Псевдообратная матрица. Теорема о наилучшем низкоранговом приближении (теорема Эккарта–Янга–Мирского). Проекция на пространство меньшего ранга. Применение SVD в анализе главных компонент (РСА).	ЛР
7.	Тензорные вычисления	Многомерные массивы и матрицы. Понятие тензора. Инвариантные, контравариантные и ковариантные векторы. Трехмерные массивы и трилинейные разложения. Ранги матриц и тензоров. Тензоры любого порядка. Сложение, умножение и свертывание тензоров. Симметричные и антисимметричные тензоры. Координаты и тензоры. Тензорные преобразования координат. Контравариантные векторы и смещения. Скалярное и векторное произведение векторов.	ЛР
8.	Тензорный анализ в ML/CV	Тензоры как многомерные структуры данных в ML/CV (изображения, видео, временные ряды). Геометрическая интерпретация данных как точек в многомерных пространствах (многообразиях). Метрический тензор и расстояния в пространствах признаков.	ЛР

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Форма текущего контроля
1	2	3	4
		Ковариантные производные и градиенты на многообразиях (естественный градиент, оптимизация на многообразиях). Символы Кристоффеля и геодезические в пространствах данных. Тензорные поля в компьютерном зрении (оптические потоки, поля деформаций). Применение тензорного анализа в свёрточных нейронных сетях (тензорные ядра, многомерные свёртки).	
9.	Тензорные разложения	Малоранговые приближения матриц и тензоров. Крестовые методы построения приближений по неполной информации. Тензорные разложения: сумма разложимых тензоров, разложение Таккера, тензорный поезд.	ЛР

Примечание: ЛР – отчет/защита лабораторной работы, ИЗ – выполнение индивидуального задания, КР - курсовой работы, РГЗ - расчетно-графического задания, Р - написание реферата, Э - эссе, К - коллоквиум, Т – тестирование, РЗ – решение задач.

### 2.3.2 Занятия семинарского типа

Не предусмотрены

### 2.3.3 Лабораторные занятия

№	Наименование раздела (темы)	Содержание лабораторных работ	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Линейные операторы в линейных пространствах	Вычисление матрицы линейного оператора в заданных базисах. Переход матрицы оператора к новому базису. Нахождение ядра и образа оператора, проверка теоремы о ранге и дефекте. Действия с линейными операторами: сложение, умножение, обращение. Поиск собственных чисел и собственных векторов, проверка свойств. Построение характеристического и минимального полиномов. Анализ алгебраической и геометрической кратности. Приведение матрицы к почти треугольному виду. Работа с инвариантными подпространствами. Исследование операторов простой структуры. Построение корневых подпространств. Приведение матрицы к блочно-диагональной форме.	РЗ
2.	Каноническая жорданова форма матриц	Построение жордановых цепочек. Нахождение жорданова базиса в корневом подпространстве. Приведение матрицы к жордановой форме. Проверка единственности жордановой формы. Работа с вещественным аналогом жордановой формы.	РЗ

№	Наименование раздела (темы)	Содержание лабораторных работ	Форма текущего контроля
1	2	3	4
		Анализ минимальных инвариантных подпространств. Вычисление жордановой формы для матриц с комплексными собственными значениями.	
3.	Операторы в нормированных пространствах	Исследование линейных операторов в евклидовых пространствах. Построение сопряжённых операторов. Анализ самосопряжённых, ортогональных и нормальных операторов. Работа с унитарными пространствами и эрмитовыми операторами. Проверка свойств унитарных операторов. Вычисление норм операторов в различных пространствах.	<i>РЗ</i>
4.	Квадратичные формы	Запись квадратичной формы в матричном виде. Приведение формы к каноническому виду методом Лагранжа. Ортогональное преобразование к каноническому виду. Анализ знакоопределённости (положительной, отрицательной, неопределённой). Применение критерия Сильвестра. Проверка закона инерции квадратичных форм. Исследование эквивалентности квадратичных форм.	<i>РЗ</i>
5.	Спектральные задачи	Решение спектральных задач для заданных матриц. Анализ возмущения спектра матрицы. Построение преобразований отражения и вращения. Вычисление интерполяционного полинома Лагранжа–Сильвестра. Работа с функциями от матриц, заданными на спектре. Построение спектрального разложения матрицы.	<i>РЗ</i>
6.	Матричные разложения	LU-разложение: Алгоритм, применение для решения СЛАУ, вычисления определителя. QR-разложение: алгоритмы Грама–Шмидта и Хаусхолдера. Реализация метода наименьших квадратов. Вычисление псевдообратной матрицы. Сравнение эффективности QR-метода с обычным обращением матрицы и LU-разложением. Вычисление SVD с помощью <code>np.linalg.svd</code> . Вычисление псевдообратной матрицы, низкоранговые приближения. Решение переопределённой СЛАУ через SVD. Реализация PCA через SVD и сравнение с <code>sklearn.decomposition.PCA</code> .	<i>РЗ, ИЗ</i>
7.	Тензорные вычисления	Работа с многомерными массивами как с тензорами. Различение контравариантных и ковариантных компонент. Выполнение операций над тензорами: сложение, умножение, свёртка. Анализ симметричных и антисимметричных тензоров. Преобразование координат для тензоров. Вычисление скалярного и векторного	<i>РЗ, ИЗ</i>

№	Наименование раздела (темы)	Содержание лабораторных работ	Форма текущего контроля
1	2	3	4
		произведения в тензорной форме. Работа с трилинейными разложениями и трёхмерными массивами. Работа с NumPy: векторы, матрицы, матричные уравнения. PyTorch: создание тензоров, атрибуты .shape, .ndim. Освоение операций: reshape, transpose, squeeze/unsqueeze. Реализация сложных операций с помощью einsum.	
9.	Тензорный анализ в ML/CV	Тензорные операции в PyTorch/TensorFlow: свёртки, пулинг, развёртка, batch-операции/ Вычисление метрического тензора для пространства признаков и анализ геометрии данных. Реализация естественного градиента для оптимизации на многообразиях (на примере простой модели). Построение и визуализация геодезических в пространстве изображений или признаков.	РЗ, ИЗ
9.	Тензорные разложения	Построение малоранговых приближений для тензоров. Реализация разложения Таккера. Построение тензорного пюэда (ТТ-разложения). Применение крестовых методов для восстановления данных. Аналитическое и вычислительное сравнение методов тензорных разложений. Сжатие многомерных данных.	РЗ, ИЗ

Примечание: ЛР – отчет/защита лабораторной работы, ИЗ – выполнение индивидуального задания, КР - курсовой работы, РГЗ - расчетно-графического задания, Р - написание реферата, Э - эссе, К - коллоквиум, Т – тестирование, РЗ – решение задач.

### 2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Не предусмотрены

### 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Целью самостоятельной работы студента является углубление знаний, полученных в результате аудиторных занятий. Вырабатываются навыки самостоятельной работы. Закрепляются опыт и знания, полученные во время лабораторных занятий.

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Самостоятельное изучение разделов, самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным и практическим занятиям, коллоквиумам и т.д.)	Методические указания для подготовки к занятиям лекционного и семинарского типа. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 11 от 13 мая 2025 г. Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол

		№ 11 от 13 мая 2025 г.
2	Подготовка к текущему контролю	Методические указания по выполнению лабораторных работ. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 11 от 13 мая 2025 г.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла,
- в печатной форме на языке Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### **3. Образовательные технологии**

В соответствии с требованиями ФГОС в программа дисциплины предусматривает использование в учебном процессе следующих образовательные технологии: чтение лекций с использованием мультимедийных технологий; метод малых групп, разбор практических задач и кейсов.

При обучении используются следующие образовательные технологии:

- Технология коммуникативного обучения – направлена на формирование коммуникативной компетентности студентов, которая является базовой, необходимой для адаптации к современным условиям межкультурной коммуникации.

- Технология разноуровневого (дифференцированного) обучения – предполагает осуществление познавательной деятельности студентов с учётом их индивидуальных способностей, возможностей и интересов, поощряя их реализовывать свой творческий потенциал. Создание и использование диагностических тестов является неотъемлемой частью данной технологии.

- Технология модульного обучения – предусматривает деление содержания дисциплины на достаточно автономные разделы (модули), интегрированные в общий курс.

- Информационно-коммуникационные технологии (ИКТ) - расширяют рамки образовательного процесса, повышая его практическую направленность, способствуют интенсификации самостоятельной работы учащихся и повышению познавательной активности. В рамках ИКТ выделяются 2 вида технологий:

- Технология использования компьютерных программ – позволяет эффективно дополнить процесс обучения языку на всех уровнях.

- Интернет-технологии – предоставляют широкие возможности для поиска информации, разработки научных проектов, ведения научных исследований.

- Технология индивидуализации обучения – помогает реализовывать личностно-ориентированный подход, учитывая индивидуальные особенности и потребности учащихся.

- Проектная технология – ориентирована на моделирование социального взаимодействия учащихся с целью решения задачи, которая определяется в рамках профессиональной подготовки, выделяя ту или иную предметную область.

- Технология обучения в сотрудничестве – реализует идею взаимного обучения, осуществляя как индивидуальную, так и коллективную ответственность за решение учебных задач.

- Игровая технология – позволяет развивать навыки рассмотрения ряда возможных способов решения проблем, активизируя мышление студентов и раскрывая личностный потенциал каждого учащегося.

- Технология развития критического мышления – способствует формированию разносторонней личности, способной критически относиться к информации, умению отбирать информацию для решения поставленной задачи.

Комплексное использование в учебном процессе всех вышеназванных технологий стимулируют личностную, интеллектуальную активность, развивают познавательные процессы, способствуют формированию компетенций, которыми должен обладать будущий специалист.

Основные виды интерактивных образовательных технологий включают в себя:

- работа в малых группах (команде) - совместная деятельность студентов в группе под руководством лидера, направленная на решение общей задачи путём творческого сложения результатов индивидуальной работы членов команды с делением полномочий и ответственности;

- проектная технология - индивидуальная или коллективная деятельность по отбору, распределению и систематизации материала по определенной теме, в результате которой составляется проект;

- анализ конкретных ситуаций - анализ реальных проблемных ситуаций, имевших место в соответствующей области профессиональной деятельности, и поиск вариантов лучших решений;

- развитие критического мышления – образовательная деятельность, направленная на развитие у студентов разумного, рефлексивного мышления, способного выдвинуть новые идеи и увидеть новые возможности.

Подход разбора конкретных задач и ситуаций широко используется как преподавателем, так и студентами во время лекций, лабораторных занятий и анализа результатов самостоятельной работы. Это обусловлено тем, что при исследовании и решении каждой конкретной задачи имеется, как правило, несколько методов, а это требует разбора и оценки целой совокупности конкретных ситуаций.

Семестр	Вид занятия	Используемые интерактивные образовательные технологии	количество интерактивных часов
2	ЛР	Практические занятия в режимах взаимодействия «преподаватель – студент» и «студент – студент»	10
<b>Итого</b>			<b>10</b>

*Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия/семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента*

Темы, задания и вопросы для самостоятельной работы призваны сформировать навыки поиска информации, умения самостоятельно расширять и углублять знания, полученные в ходе лекционных и практических занятий.

Подход разбора конкретных ситуаций широко используется как преподавателем, так и студентами при проведении анализа результатов самостоятельной работы.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## 4. Оценочные и методические материалы

### 4.1 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Методы программирования».

Оценочные средства включает контрольные материалы для проведения **текущего контроля** в форме разноуровневых заданий, и **промежуточной аттестации** в форме вопросов и заданий к зачету и экзамену.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины*	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1	Линейные операторы в линейных пространствах	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-2.ОПК-2 ИД-1.ОПК-3 ИД-1.PL-1 ИД-2.PL-1 ИД-3.PL-1	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы, контрольная работа №1	Вопрос на экзамене 1-19
2	Каноническая жорданова форма матриц	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-2.ОПК-2 ИД-1.ОПК-3 ИД-1.PL-1 ИД-2.PL-1 ИД-3.PL-1	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 20-26
3	Линейные операторы в нормированных пространствах	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-2.ОПК-2 ИД-1.ОПК-3 ИД-1.PL-1 ИД-2.PL-1 ИД-3.PL-1	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 27-35
4	Квадратичные формы	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-2.ОПК-2 ИД-1.ОПК-3 ИД-1.PL-1 ИД-2.PL-1 ИД-3.PL-1	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы, контрольная работа №2	Вопрос на экзамене 36-45
5	Спектральные задачи	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-2.ОПК-2 ИД-1.ОПК-3 ИД-1.PL-1 ИД-2.PL-1 ИД-3.PL-1	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 46-54
6	Матричные разложения	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-2.ОПК-2 ИД-1.ОПК-3 ИД-1.PL-1 ИД-2.PL-1 ИД-3.PL-1	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 55-67
7	Тензорные вычисления	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-2.ОПК-2 ИД-1.ОПК-3 ИД-1.PL-1 ИД-2.PL-1 ИД-3.PL-1	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Индивидуальное задание, вопрос на экзамене 68-84

8	Тензорный анализ в ML/CV	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-2.ОПК-2 ИД-1.ОПК-3 ИД-1.PL-1 ИД-2.PL-1 ИД-3.PL-1	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Индивидуальное задание, вопрос на экзамене 91- 100
9	Тензорные разложения	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-2.ОПК-2 ИД-1.ОПК-3 ИД-1.PL-1 ИД-2.PL-1 ИД-3.PL-1	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Индивидуальное задание, вопрос на экзамене 85- 90

### Показатели, критерии и шкала оценки сформированных компетенций

Соответствие **продвинутому уровню** освоения компетенций планируемым результатам обучения и критериям их оценивания (оценка: **отлично /зачтено**):

- ОПК-1** Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности
- ОПК-1.1** Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук при построении моделей в заданной предметной области
- Знать**
- Аксиоматику линейных, евклидовых и унитарных пространств, свойства линейных операторов и их спектров.
  - Теорию жордановой формы, сингулярного разложения (SVD), тензорной алгебры и анализа.
  - Связь между спектральной теорией и матричными разложениями.
- Уметь**
- Конструировать и анализировать сложные тензорные модели.
  - Применять матричные разложения (SVD, QR, LU, жорданову форму) для решения задач.
- Владеть**
- Глубоким пониманием математических основ линейной и тензорной алгебры, спектральной теории.
  - Навыками решения прикладных задач с использованием тензорных методов.
- ОПК-1.2** Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук при выборе методов решения задач профессиональной деятельности
- Знать**
- Характеристики, области применимости, вычислительную сложность и ограничения матричных и тензорных разложений.
  - Критерии выбора между точными и итерационными методами в зависимости от объёма данных и требований к точности.
  - Современные гибридные методы, сочетающие матричные и тензорные подходы.
- Уметь**
- Выбирать оптимальный метод решения системы уравнений, спектральной задачи или разложения на основе свойств матрицы/тензора.
  - Разрабатывать и обосновывать критерии выбора методов.

- Модифицировать и комбинировать методы под специфические требования задачи.

**PL-1** Способен применять язык программирования Python для решения задач в области ИИ

**PL-1.1** Разрабатывает и отлаживает прикладные решения разной сложности и для разного круга конечных пользователей с использованием языка программирования Python, тестирует, испытывает и оценивает качество таких решений

Знает основы синтаксиса языка, пишет небольшие скрипты для автоматизации ручной работы по обработке небольших объемов данных с помощью встроенных модулей и внешних библиотек (csv, json, requests).

**PL-1.2** Осуществляет выбор инструментов разработки на Python, приемлимых для создания прикладной системы обработки научных данных, машинного обучения и визуализации с заданными требованиями

Знает и применяет основные библиотеки для научных вычислений, такие как NumPy, SciPy и Pandas

Знает и применяет основные библиотеки для визуализации данных, например, Matplotlib и Seaborn

Соответствие **базовому уровню** освоения компетенций планируемым результатам обучения и критериям их оценивания (оценка: **хорошо /зачтено**):

**ОПК-1** Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

**ОПК-1.1** Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук при построении моделей в заданной предметной области

**Знать** • Свойства линейных операторов, матричных разложений (SVD, QR, LU), квадратичных форм и тензоров.

• Основы спектральной теории и жордановой формы.

**Уметь** • Использовать известные модели и методы (SVD, тензорные разложения) для анализа данных.

• Понимать взаимосвязь между структурой данных и выбором математической модели.

**Владеть** • Навыками интерпретации результатов матричных методов и работы с тензорами с помощью библиотек NumPy, PyTorch/TensorFlow.

**ОПК-1.2** Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук при выборе методов решения задач профессиональной деятельности

**Знать** • Характеристики методов (вычислительная сложность, точность) матричных и тензорных разложений.

• Области применения разных матричных и тензорных разложений.

**Уметь**

- Сравнивать методы по эффективности для конкретных задач.
- Обосновывать выбор метода разложения или решения системы уравнений.

**PL-1** Способен применять язык программирования Python для решения задач в области ИИ

**PL-1.1** Разрабатывает и отлаживает прикладные решения разной сложности и для разного круга конечных пользователей с использованием языка программирования Python, тестирует, испытывает и оценивает качество таких решений

Знает основы синтаксиса языка, пишет небольшие скрипты для автоматизации ручной работы по обработке небольших объемов данных с помощью встроенных модулей и внешних библиотек (csv, json, requests).

**PL-1.2** Осуществляет выбор инструментов разработки на Python, приемлимых для создания прикладной системы обработки научных данных, машинного обучения и визуализации с заданными требованиями

Знает и применяет основные библиотеки для научных вычислений, такие как NumPy, SciPy и Pandas

Знает и применяет основные библиотеки для визуализации данных, например, Matplotlib и Seaborn

Соответствие **пороговому уровню** освоения компетенций планируемым результатам обучения и критериям их оценивания (оценка: удовлетворительно /зачтено):

**ОПК-1** Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

**ОПК-1.1** Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук при построении моделей в заданной предметной области

**Знать**

- Основные понятия линейной алгебры, тензорного анализа и их применения.
- Базовые определения и свойства линейных операторов, матриц, квадратичных форм.

**Уметь**

- Применять основные операции линейной алгебры и тензорного анализа для решения типовых вычислительных задач.
- Выполнять базовые операции с тензорами в Python (NumPy).
- Применять простейшие матричные методы (SVD) по образцу.

**Владеть**

- Базовыми навыками работы с тензорами с помощью библиотек NumPy и TensorFlow/PyTorch.

**ОПК-1.2** Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук при выборе методов решения задач профессиональной деятельности

- Знать**
- Принципы методов *SVD*, *QR*, *LU* на уровне понимания их области применения.
  - Базовые ограничения основных матричных методов.
- Уметь**
- Применять готовые реализации методов *PCA*, *SVM* и *SVD* с использованием библиотек.
  - Применять готовые реализации методов разложения с использованием библиотек.
  - Выбирать между методами по указанию.
- PL-1** Способен применять язык программирования Python для решения задач в области ИИ
- PL-1.1** Разрабатывает и отлаживает прикладные решения разной сложности и для разного круга конечных пользователей с использованием языка программирования Python, тестирует, испытывает и оценивает качество таких решений
- Знает основы синтаксиса языка, пишет небольшие скрипты для автоматизации ручной работы по обработке небольших объемов данных с помощью встроенных модулей и внешних библиотек (*csv*, *json*, *requests*).
- PL-1.2** Осуществляет выбор инструментов разработки на Python, приемлимых для создания прикладной системы обработки научных данных, машинного обучения и визуализации с заданными требованиями
- Знает и применяет основные библиотеки для научных вычислений, такие как *NumPy*, *SciPy* и *Pandas*
- Знает и применяет основные библиотеки для визуализации данных, например, *Matplotlib* и *Seaborn*

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

### Практические задачи по тематике лабораторных работ

#### Тема 1. Линейные операторы

1. Оператор  $\varphi$  переводит вектор  $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$  в вектор  $\varphi(\vec{x})$ . Является ли оператор  $\varphi$  линейным? Если является, то записать его матрицу.

a)  $\varphi(\vec{x}) = (x_1 + 2x_2 + 3x_3; x_2 - 2x_3; x_1 - 3x_3)$

b)  $\varphi(\vec{x}) = (x_1 + x_3; x_2^2; x_3 + 1)$

2. Линейный оператор  $\Phi$  в базисе  $\overset{\mathbb{W}}{e}_1, \overset{\mathbb{W}}{e}_2, \overset{\mathbb{W}}{e}_3$  имеет матрицу  $A$ . Найти матрицу этого оператора в базисе  $\overset{\mathbb{V}}{e}_1, \overset{\mathbb{V}}{e}_2, \overset{\mathbb{V}}{e}_3$ , если  $\overset{\mathbb{W}}{e}_1 = (4, -4, -3)$ ,  $\overset{\mathbb{W}}{e}_2 = (-8, 7, 5)$ ,  $\overset{\mathbb{W}}{e}_3 = (-5, -1, 1)$ ,  $\overset{\mathbb{V}}{e}_1 = (1, -1, 1)$ ,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$\overset{\mathbb{V}}{e}_2 = (0, 1, -1)$ ,  $\overset{\mathbb{V}}{e}_3 = (0, 1, 1)$ .

3. Найти минимальный многочлен матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 2 & -2 \\ -2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

4. Найти ортонормированный базис, в котором оператор простой структуры имеет канонический вид. Записать канонический вид матрицы оператора в этом базисе.

$$A = \begin{pmatrix} 9 & -5 & -2 \\ 18 & -13 & -3 \\ 18 & -9 & -7 \end{pmatrix}$$

5. Найти матрицу преобразования, переводящего векторы  $\overset{\mathbb{W}}{a}_1 = (1, 4, -5)^T$ ,  $\overset{\mathbb{W}}{a}_2 = (2, 3, -4)^T$ ,  $\overset{\mathbb{W}}{a}_3 = (1, -2, -1)^T$  в векторы  $\overset{\mathbb{V}}{b}_1 = (1, 1, 1)^T$ ,  $\overset{\mathbb{V}}{b}_2 = (1, 1, -1)^T$ ,  $\overset{\mathbb{V}}{b}_3 = (2, 1, 2)^T$  в том же базисе, в котором заданы координаты векторов.

### Тема 2. Каноническая жорданова форма матриц

1. Для матрицы  $A$  найти минимальное инвариантное подпространство

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Для матрицы  $A$  найти жорданову форму и жорданов базис.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

### Тема 3. Линейные операторы в нормированных пространствах

1. Считая векторы заданными координатами в ортонормированном базисе, проверить, что следующие системы векторов ортогональны, и дополнить их до ортогональных базисов пространства:

$$\overset{\mathbb{W}}{a}_1 = (1, -1, 1, -3)^T, \quad \overset{\mathbb{W}}{a}_2 = (-4, 1, 5, 0)^T$$

2. Ортонормировать систему векторов, используя процесс ортогонализации Грамма-Шмидта

$$\overset{\mathbb{W}}{a}_1 = (-3, 0, 7, 6)^T, \quad \overset{\mathbb{W}}{a}_2 = (1, 4, 3, 2)^T, \quad \overset{\mathbb{W}}{a}_3 = (2, 2, -2, -2)^T$$

3. Считая, что векторы заданы координатами в ортонормированном базисе, ортонормировать систему векторов  $\vec{a}_1 = (1, i, 1)^T$ ,  $\vec{a}_2 = (i, i, 1)^T$ ,  $\vec{a}_3 = (i, 0, 1)^T$ .

#### Тема 4. Квадратичные формы

1. Привести квадратичную форму к каноническому и нормальному виду, найти линейные невырожденные преобразования, приводящие квадратичную форму к этим видам.

$$x_1^2 + x_2^2 + 5x_3^2 - 6x_1x_2 - 2x_1x_3 + 2x_2x_3$$

2. Найти все значения параметра  $\lambda$ , при которых положительно определена квадратичная форма:

$$2x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 + 2\lambda x_1x_2 + 6x_1x_3 + 2x_2x_3$$

3. Выяснить, что в следующих парах квадратичных форм одна форма является положительно определенной. Найти невырожденное линейное преобразование, приводящее положительно определенную форму к нормальному виду, а другую – к каноническому:

$$f = x_1^2 + 26x_2^2 + 10x_1x_2$$

$$g = x_1^2 + 56x_2^2 + 16x_1x_2$$

#### Тема 5. Спектральные задачи

1. Используя интерполяционный многочлен Лагранжа-Сильвестра, вычислить следующие значения матриц:

1)  $A^{100}$ , где  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ ,    2)  $\ln \ln A$ , где  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & -4 & 4 & 0 & -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ .

2. Найти компоненты матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 & -2 & -6 & 13 & -1 & 4 & 8 \end{pmatrix}$  и вычислить матрицы  $\sin \sin \frac{\pi}{2}A$ ,  $A^{-1}$ ,  $e^{Ay}$

#### Тема 6. Матричные разложения

1. Построить QR-разложение для матриц:

1)  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 5 & -2 & 0 & -3 & 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ;    2)  $A = \begin{pmatrix} 2 & -i & i & i & 1 & -i & -i & i & 1 \end{pmatrix}$

2. Построить сингулярное разложение матриц:

1)  $A = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 2 & 5 & 5 & -2 & 3 & 3 & 6 & 1 & 7 & 2 \end{pmatrix}$ ;    2)  $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -1 & 4 & 1 & -1 & 0 & 3 & 3 & 0 & 3 & 3 \end{pmatrix}$

3. Построить полярные разложения следующих матриц:

1)  $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 2 & 4 & 4 & -1 & -2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ ;    2)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

4. Методом наименьших квадратов решить систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$$

#### Тема 7. Тензорные вычисления

1. Дан одномерный массив, сделайте отрицательными все элементы, значения которых находятся между 3 и 8, не пользуйтесь циклами.

2. Для произвольной матрицы размерности  $(n, m)$  найдите в каждом столбце индексы минимального и максимального значения.
3. Сгенерируйте матрицу, заполненную 0 и 1 в шахматном порядке для матрицы произвольного размера  $w, h$ .
4. Найдите наиболее часто встречающееся значение в массиве.
5. Нормализуйте случайную матрицу  $5 \times 5$  так, чтобы среднее значение этой матрицы было равно 0, а среднеквадратичное отклонение было равно единице.
6. С помощью команды `scatter_`, преобразуйте массив типа `int` категорий в *one-hot* вектора.
7. С помощью команды `eue`, преобразуйте массив типа `int` категорий в *one-hot* вектора.
8. Вычтите из 4-хмерного тензора  $x$ , с размерностями  $(b, c, h, w)$  среднее по оси  $c$  (среднее будет состоять из  $c$  элементов).
9. Рассмотрим  $(3, w, h)$  изображение (`dtype=ubyte`), вычислите количество уникальных цветов в одну строчку.
10. Вычтите среднее значение каждой строки матрицы.
11. Извлеките все смежные блоки  $2 \times 2$  из случайной матрицы  $3 \times 3$ .
12. Рассмотрим массив  $8 \times 8$ , разбейте этот массив на блоки  $4 \times 4$ , и рассчитайте сумму блоков. Блоки не пересекаются, ответ должен иметь размерность  $2 \times 2$ .
13. Дано цветное изображение в формате RGB. Преобразуйте изображение в формат BGR.
14. Рассмотрим случайную матрицу  $10 \times 2$ , состоящую из декартовых координат, преобразуйте их в полярные координаты.
15. Рассмотрим два массива  $A$  и  $B$  формы  $(8,3)$  и  $(2,2)$ . Как найти строки  $A$ , у которых есть общие числа со всеми строками массива  $B$ ?

### Типовые индивидуальные задания:

*Прототип индивидуальной работы «Сингулярное разложение (SVD) и его геометрическая интерпретация для матриц данных»*

Цель: наглядно продемонстрировать геометрический смысл сингулярного разложения (SVD) и его применение для низкоранговой аппроксимации матриц.

Задачи:

- 1) Использовать набор данных, представляющий собой матрицу (например, небольшое черно-белое изображение в виде матрицы интенсивностей пикселей или синтетическую матрицу данных). Загрузить или сгенерировать матрицу  $A$ .
- 2) Выполнить полное сингулярное разложение матрицы  $A$ . Визуализировать сингулярные числа на графике (диаграмма «энергии» спектра).
- 3) Объяснить геометрический смысл матриц  $U$  и  $V$  как ортонормированных базисов пространств строк и столбцов. Показать, как действие матрицы  $A$  на вектор  $x$  можно интерпретировать как последовательность: вращение, масштабирование, вращение.
- 4) Построить усеченное SVD ранга  $r$  (например,  $r = 1, 5, 10$ ). Визуализировать исходную матрицу и её аппроксимации при разных  $r$ .
- 5) Исследовать, как изменение сингулярных чисел влияет на качество восстановления матрицы. Проанализировать, какие сингулярные числа вносят наибольший вклад в «энергию» данных.

Ответить на вопросы:

- 1) Как геометрически интерпретировать сингулярные векторы  $U$  и  $V$ ?
- 2) Почему усечение SVD позволяет эффективно сжимать данные?

- 3) Как связаны сингулярные числа с числом обусловленности матрицы и её рангом?
- 4) В чем состоит теорема Экарта–Янга–Мирского и как она проявляется в эксперименте?

Ожидаемый результат: Отчет с визуализациями (сингулярные числа, исходная матрица, аппроксимации), расчетами норм и подробными ответами на вопросы. Код на Python с использованием NumPy/SciPy (или PyTorch) для реализации SVD и визуализации.

### Вопросы к коллоквиуму.

Линейные операторы в линейных пространствах: определение и основные свойства.

2. Матричная запись линейного оператора и её связь с выбором базиса.
3. Правило преобразования матрицы линейного оператора при переходе к новому базису.
4. Ядро и образ линейного оператора: определения, свойства и связь.
5. Действия над линейными операторами (сложение, умножение, композиция).
6. Диагонализируемые матрицы: критерии и свойства.
7. Собственные числа и собственные векторы линейного оператора.
8. Свойства собственных векторов и собственных значений.
9. Характеристический полином оператора и его свойства.
10. Минимальный полином линейного оператора и его связь с характеристическим полиномом.
11. Алгебраическая кратность собственного значения.
12. Приведение матрицы оператора к почти треугольной (верхней треугольной) форме.
13. Понятие инвариантного подпространства линейного оператора.
14. Геометрическая кратность собственного значения и её отличие от алгебраической.
15. Линейные операторы простой структуры и их характеристика.
16. Операция сужения линейного оператора на инвариантное подпространство.
17. Корневые подпространства линейного оператора и их построение.
18. Блочно-диагональная форма матрицы оператора и условия её существования.
19. Теорема Гамильтона-Кэли и её следствия.
20. Минимальное инвариантное подпространство, порожденное вектором.
21. Жордановы цепочки (цепи) и их роль в построении жорданова базиса.
22. Жорданова форма матрицы: структура и основные блоки.
23. Построение жорданова базиса в корневом подпространстве.
24. Теорема о существовании и единственности жордановой формы матрицы над полем комплексных чисел.
25. Вещественная жорданова форма для матриц с комплексными собственными значениями.
26. Методы практического вычисления жордановой формы и жорданова базиса.
27. Линейные операторы, действующие в евклидовых пространствах.
28. Понятие сопряжённого оператора в евклидовом пространстве и его матрица.
29. Самосопряжённые (симметричные) операторы в евклидовом пространстве и их свойства.
30. Ортогональные операторы и их матричное представление.
31. Линейные операторы в унитарных пространствах.
32. Сопряжённый оператор в унитарном пространстве.
33. Эрмитовы (самосопряжённые) операторы в унитарном пространстве.
34. Унитарные операторы и их аналогии с ортогональными.
35. Нормальные операторы и спектральная теорема для них.
36. Определение квадратичной формы и её геометрическая интерпретация.
37. Матричная запись квадратичной формы и связь с симметричной матрицей.
38. Невырожденные линейные преобразования переменных и приведение квадратичной формы к каноническому виду.
39. Эквивалентность квадратичных форм.

40. Положительно определённые квадратичные формы и их критерии.
41. Отрицательно определённые квадратичные формы.
42. Критерий Сильвестра положительной определённости квадратичной формы.
43. Закон инерции квадратичных форм (теорема Якоби).
44. Метод Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду.
45. Ортогональное преобразование (приведение к главным осям) для квадратичной формы.

### **Зачетно-экзаменационные материалы для промежуточной аттестации (экзамен/зачет)**

#### **Вопросы для подготовки к экзамену**

Конечно, вот список экзаменационных тем (вопросов) в повествовательной форме, составленный на основе предоставленного содержания:

1. Линейные операторы в линейных пространствах: определение и основные свойства.
2. Матричная запись линейного оператора и её связь с выбором базиса.
3. Правило преобразования матрицы линейного оператора при переходе к новому базису.
4. Ядро и образ линейного оператора: определения, свойства и связь.
5. Действия над линейными операторами (сложение, умножение, композиция).
6. Диагонализируемые матрицы: критерии и свойства.
7. Собственные числа и собственные векторы линейного оператора.
8. Свойства собственных векторов и собственных значений.
9. Характеристический полином оператора и его свойства.
10. Минимальный полином линейного оператора и его связь с характеристическим полиномом.
11. Алгебраическая кратность собственного значения.
12. Приведение матрицы оператора к почти треугольной (верхней треугольной) форме.
13. Понятие инвариантного подпространства линейного оператора.
14. Геометрическая кратность собственного значения и её отличие от алгебраической.
15. Линейные операторы простой структуры и их характеристика.
16. Операция сужения линейного оператора на инвариантное подпространство.
17. Корневые подпространства линейного оператора и их построение.
18. Блочно-диагональная форма матрицы оператора и условия её существования.
19. Теорема Гамильтона-Кэли и её следствия.
20. Минимальное инвариантное подпространство, порожденное вектором.
21. Жордановы цепочки (цепи) и их роль в построении жорданова базиса.
22. Жорданова форма матрицы: структура и основные блоки.
23. Построение жорданова базиса в корневом подпространстве.
24. Теорема о существовании и единственности жордановой формы матрицы над полем комплексных чисел.
25. Вещественная жорданова форма для матриц с комплексными собственными значениями.
26. Методы практического вычисления жордановой формы и жорданова базиса.
27. Линейные операторы, действующие в евклидовых пространствах.
28. Понятие сопряжённого оператора в евклидовом пространстве и его матрица.
29. Самосопряжённые (симметричные) операторы в евклидовом пространстве и их свойства.
30. Ортогональные операторы и их матричное представление.
31. Линейные операторы в унитарных пространствах.

32. Сопряжённый оператор в унитарном пространстве.
33. Эрмитовы (самосопряжённые) операторы в унитарном пространстве.
34. Унитарные операторы и их аналогии с ортогональными.
35. Нормальные операторы и спектральная теорема для них.
36. Определение квадратичной формы и её геометрическая интерпретация.
37. Матричная запись квадратичной формы и связь с симметричной матрицей.
38. Невырожденные линейные преобразования переменных и приведение квадратичной формы к каноническому виду.
39. Эквивалентность квадратичных форм.
40. Положительно определённые квадратичные формы и их критерии.
41. Отрицательно определённые квадратичные формы.
42. Критерий Сильвестра положительной определённости квадратичной формы.
43. Закон инерции квадратичных форм (теорема Якоби).
44. Метод Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду.
45. Ортогональное преобразование (приведение к главным осям) для квадратичной формы.
46. Постановка спектральных задач для линейных операторов и матриц.
47. Устойчивость спектра матрицы и понятие возмущения.
48. Элементарные преобразования отражения и вращения.
49. Интерполяционный полином Лагранжа-Сильвестра для нахождения функции от матрицы.
50. Определение функции, заданной на спектре матрицы.
51. Спектральное разложение симметричной и нормальной матриц.
52. Приложения функций от матриц (например, вычисление матричной экспоненты).
53. Матрица дискретного преобразования Фурье (DFT-матрица).
54. Циркулянтные матрицы, их структура и свойства спектра.
55. LU-разложение матрицы: существование, построение и приложения.
56. QR-разложение матрицы: алгоритмы построения (Грама-Шмидта, отражения, вращения).
57. Теорема о сингулярном разложении (SVD) матрицы.
58. Сингулярные числа и сингулярные векторы матрицы.
59. Свойства сингулярных чисел (неотрицательность, связь с собственными значениями).
60. Нормы матриц (Фробениуса, спектральная) и их вычисление.
61. Число обусловленности матрицы и его роль в оценке точности решения СЛАУ.
62. Полярное разложение матрицы и его связь с SVD.
63. Метод наименьших квадратов (МНК) для решения переопределённых систем.
64. Псевдообратная матрица Мура-Пенроуза и её свойства.
65. Теорема Эккарта-Янга-Мирского о наилучшем низкоранговом приближении.
66. Оператор проектирования на подпространство.
67. Применение сингулярного разложения в методе главных компонент (РСА).
68. Многомерные массивы данных как обобщение матриц.
69. Понятие тензора как многомерного массива чисел, преобразующегося по определённому закону.
70. Инвариантные объекты в тензорном анализе.
71. Контравариантные и ковариантные векторы: определение и правила преобразования координат.
72. Трёхмерные массивы (тензоры 3-го ранга) и их трilinearные модели.
73. Понятие ранга матрицы и его обобщение на случай тензоров.
74. Тензоры произвольного порядка (ранга): определение и примеры.
75. Операция сложения тензоров одинаковой размерности и ранга.
76. Умножение тензоров (тензорное произведение).
77. Операция свёртки (сокращения) тензора по индексам.
78. Симметричные тензоры и их свойства.

79. Антисимметричные (кососимметричные) тензоры.
80. Связь между координатами точки и компонентами тензоров.
81. Преобразование компонент тензора при замене координат (закон преобразования).
82. Контравариантные векторы как дифференциалы координат (векторы смещения).
83. Скалярное произведение векторов в терминах метрического тензора.
84. Векторное произведение и его связь с антисимметричным тензором 2-го ранга.
85. Понятие малорангового приближения для матриц.
86. Малоранговые приближения тензоров: постановка задачи.
87. Крестовые методы (maxvol, skeleton decomposition) для построения приближений по подматрицам.
88. Представление тензора в виде суммы разложимых (ранга 1) тензоров (каноническое разложение).
89. Разложение Таккера (Tucker decomposition) для тензоров.
90. Тензорный поезд (TT-разложение) и его преимущества для данных высокой размерности.
91. Криволинейные (общие) координатные системы.
92. Символы Кристоффеля (связность) и их вычисление через метрический тензор.
93. Тензорные поля: определение и примеры (скалярное, векторное, тензорное поля).
94. Линейный элемент (квадрат дифференциала дуги) в криволинейных координатах.
95. Метрический тензор и его роль в определении длины и угла.
96. Абсолютная (ковариантная) производная вектора вдоль кривой.
97. Понятие ковариантной производной векторного поля (как обобщение градиента).
98. Абсолютная производная тензорного поля.
99. Правила вычисления ковариантной производной тензорного поля.
100. Сохранение правил обычного дифференциального исчисления при ковариантном дифференцировании (правило Лейбница).

#### **4.2 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

##### **Методические рекомендации, определяющие процедуры оценивания на зачете и экзамене:**

Процедура промежуточной аттестации проходит в соответствии с Положением о текущем контроле и промежуточной аттестации обучающихся ФГБОУ ВО «КубГУ».

Итоговой формой контроля сформированности компетенций у обучающихся по дисциплине является экзамен. Студенты обязаны сдать экзамен в соответствии с расписанием и учебным планом.

ФОС промежуточной аттестации состоит из вопросов к экзамену и результатов текущего контроля.

Экзамен по дисциплине преследует цель оценить работу студента за курс, получение теоретических знаний, их прочность, развитие творческого мышления, приобретение навыков самостоятельной работы, умение применять полученные знания для решения практических задач.

Форма проведения экзамена: устно.

Экзаменатору предоставляется право задавать студентам дополнительные вопросы по всей учебной программе дисциплины.

Результат сдачи экзамена заноситься преподавателем в экзаменационную ведомость и зачетную книжку.

Оценивание уровня освоения дисциплины основывается на качестве выполнения студентом заданий текущего контроля и ответов на вопросы экзамена.

### **Критерии оценки:**

#### **1. Оценка ответов на экзаменационные вопросы (40% итоговой оценки)**

##### **Отлично (5)**

Полные, развернутые ответы с демонстрацией глубокого понимания темы.  
Использование примеров, формул, корректных терминов.  
Умение анализировать и сравнивать методы.  
**% выполнения:** 90–100% (допускаются незначительные неточности).

##### **Хорошо (4)**

Ответы содержат основные идеи, но без углубленного анализа.  
Возможны небольшие ошибки в деталях или формулировках.  
**% выполнения:** 75–89%.

##### **Удовлетворительно (3)**

Ответы поверхностные, с существенными пробелами.  
Отсутствие примеров или некорректное применение терминов.  
**% выполнения:** 60–74%.

##### **Неудовлетворительно (2)**

Отсутствие понимания ключевых концепций.  
Грубые ошибки или неспособность ответить на большую часть вопросов.  
**% выполнения:** <60%.

#### ***Методические рекомендации, определяющие процедуры оценивания коллоквиума***

##### ***Критерии оценки:***

«Отлично»: Ответ демонстрирует глубокое и системное понимание теоретического материала. Формулировки определений и теорем приводятся точно, полностью и с соблюдением всех необходимых условий. Студент свободно оперирует математической терминологией, устанавливает логические связи между понятиями, поясняет смысл утверждений и при необходимости излагает идею доказательства или приводит релевантный пример. Изложение логично, структурировано, без содержательных или терминологических ошибок.

«Хорошо»: Ответ в целом корректен и отражает хорошее понимание темы. Основные определения и теоремы сформулированы верно, однако могут отсутствовать второстепенные детали (например, одно из условий теоремы не названо явно). Имеется общее представление о связи понятий, возможны незначительные неточности в терминологии или неполное объяснение сути утверждения. Студент способен отвечать на уточняющие вопросы, но аргументация может быть недостаточно развернутой.

«Удовлетворительно»: Ответ носит фрагментарный или поверхностный характер. Студент воспроизводит отдельные элементы теории (например, название теоремы или общую идею), но не владеет полной и точной формулировкой. Имеются существенные пробелы: пропущены ключевые условия, перепутаны понятия, отсутствует понимание области применимости результата. Возможны грубые терминологические ошибки. Ответ

демонстрирует минимально достаточный уровень для допуска к дальнейшим видам работ, но требует серьезной доработки.

«Неудовлетворительно»: Ответ отсутствует или содержит фундаментальные ошибки, свидетельствующие о непонимании базовых понятий курса. Студент не может сформулировать даже простейшие определения (например, что такое линейная зависимость векторов, определитель матрицы, базис линейного пространства). Имеет место путаница в терминах, логическая несвязность, попытки угадывания вместо содержательного ответа. Материал не усвоен.

### ***Методические рекомендации, определяющие процедуры оценивания решения задач по тематике лабораторных работ***

#### ***Критерии оценки:***

5 (Отлично): Все задачи правильно классифицированы и решены; решения проверены; выводы полные и обоснованные; оформление аккуратное.

4 (Хорошо): Большинство задач решены верно; допущены мелкие ошибки в вычислениях; выводы присутствуют, но краткие.

3 (Удовлетворительно): Решены не все задачи; есть ошибки алгоритмах решения задач; отсутствует проверка или задача не выполнена.

2 (Неудовлетворительно): Менее половины заданий решено; систематические ошибки в подходе; работа не соответствует заданию.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## 4.4. Методические указания по организации вычислительной инфраструктуры

### 1. Цель и задачи

**Цель:** обеспечить студентов и преподавателей техническими ресурсами для эффективного выполнения лабораторных работ, решения задач алгебры, тензорного анализа и прикладных заданий в области ИИ.

#### Задачи:

- Организация доступа к вычислительным мощностям для работы с матрицами, векторами, полиномами.
- Поддержка среды для реализации алгоритмов (SVD, PCA).
- Обеспечение совместимости с ПО, указанным в РПД (Python, PyTorch, TensorFlow).

### 2. Аппаратные требования

Ресурс	Минимальные требования	Рекомендуемые требования
Рабочие станции	CPU: 4 ядра; RAM: 8 ГБ; SSD: 256 ГБ	CPU: 8 ядер; RAM: 16 ГБ;
Серверы	16 ядер CPU; 32 ГБ RAM; 1 ТБ SSD	32 ядра CPU; 64 ГБ RAM;
GPU: NVIDIA RTX 3090		
Сетевая инфраструктура	Скорость: 1 Гбит/с; Wi-Fi 5	Скорость: 10 Гбит/с; Wi-Fi 6

**Примечание:** для задач спектральной кластеризации и SVD-разложения критично наличие GPU.

### 3. Программное обеспечение

Обязательное ПО:

- Языки программирования: Python 3.10+, Jupyter Notebook.
- Библиотеки: NumPy, SciPy, Scikit-learn, Matplotlib, SymPy.
- Фреймворки ИИ: PyTorch, TensorFlow.

### 4. Облачные и удаленные решения

Внутренние ресурсы КубГУ:

- Доступ к Moodle для скачивания лабораторных работ.
- Аренда VM через HPC-кластер КубГУ (требуется учетная запись).

Публичные облака:

- Google Colab: Бесплатный доступ к GPU/TPU для выполнения заданий раздела «Применение линейной алгебры для задач ИИ».
- Kaggle: Датасеты для регрессии и кластеризации (например, Boston Housing).

VPN-доступ: для безопасного подключения к внутренним ресурсам вуза.

### 5. Инструкции по настройке

Локальная установка (для студентов):

```
bash
```

```
# Установка Python-библиотек
```

```
pip install numpy scipy scikit-learn matplotlib jupyter torch tensorflow
```

```
Docker-контейнеры (для воспроизводимости):
```

```
Готовый образ: docker pull kubsu/linear-algebra:latest (включает Python, Jupyter, предустановленные библиотеки).
```

Интеграция с ЭБС:

Авторизация в ЭБС «Лань» и Юрайт через единый аккаунт КубГУ.

## **6. Безопасность данных**

Шифрование: Все данные на серверах — в состоянии покоя (AES-256) и при передаче (TLS 1.3).

Резервное копирование: Ежедневные бэкапы на отдельный сервер (retention: 30 дней).

Доступ:

Студенты: Read-only к учебным материалам.

Преподаватели: Полные права на редактирование лабораторных работ.

## **7. Техническая поддержка**

Часы работы: Пн–Пт, 9:00–18:00.

Каналы связи:

Чат в Teams: #support\_linear\_algebra.

Email: support-math@kubsu.ru.

Аварийные случаи: Автоматическое оповещение через Telegram-бота при отказе сервера.

## **8. Оптимизация затрат**

Аренда GPU: Использовать Google Colab Pro для экономии на локальных GPU.

Бесплатные альтернативы:

SageMath Cloud — для символьных вычислений.

Deernote — Jupyter-ноутбуки с совместным доступом.

## **9. Адаптация для лиц с ОВЗ**

Для слабовидящих:

ПО: NVDA (экранный диктор) + высококонтрастный режим в Jupyter.

Аппаратно: Мониторы 27" с разрешением 4К.

## **5. Перечень учебной литературы, информационных ресурсов и технологий**

### **5.1. Учебная литература**

1. Мусин, Ю. Р. Тензорный анализ. Вводный курс с приложениями к анализу и геометрии: учебник для вузов / Ю. Р. Мусин. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2025. — 184 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-06198-7. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/563579> (дата обращения: 21.07.2025).

2. Фоменко, Т. Н. Высшая математика. Общая алгебра. Элементы тензорной алгебры: учебник и практикум для вузов / Т. Н. Фоменко. — Москва: Издательство Юрайт, 2025. — 121 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08097-1. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/563714> (дата обращения: 21.07.2025).

3. Паттанаяк, С. Глубокое обучение и TensorFlow для профессионалов: математический подход к построению систем искусственного интеллекта на Python / С.

Паттанаяк; Пер. с англ. А. Г. Гузикевича; Под ред. В. Р. Гинзбурга. – М.; СПб.: Диалектика, 2019. – 473 с. – Pro deep learning with TensorFlow. – ISBN 9785907144255.

4. Щетинин, А. Н. Введение в тензорный анализ: учебное пособие / А. Н. Щетинин, Е. А. Губарева. — Москва: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012. — 35 с. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/58471> (дата обращения: 21.07.2025). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

5. Шакла Н. Машинное обучение & TensorFlow / Нишант Шакла при участии Кена Фрикласа; [пер. с англ.: Демьяников А. И.]. — Санкт-Петербург [и др.]: Питер, Прогресс книга, 2019. — 331 с. ил., табл.; 24. — (Серия "Библиотека программиста"); ISBN 978-5-4461-0826-8.

6. Рамсундар Б. TensorFlow для глубокого обучения: Пер. с англ. / Б. Рамсундар, Р.Б. Заде. - Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2019. - 256 с. - ISBN 978-5-9775-4014-8. - URL: <https://ibooks.ru/bookshelf/386499/reading> (дата обращения: 21.07.2025). - Текст: электронный.

7. Горлач, Б. А. Тензорная алгебра и тензорный анализ: учебное пособие / Б. А. Горлач. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 160 с. — ISBN 978-5-8114-1834-3. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/211781> (дата обращения: 21.07.2025). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

8. Щетинин, А. Н. Введение в тензорный анализ: учебное пособие: [16+] / А. Н. Щетинин, Е. А. Губарева; Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана. – Москва: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012. – 39 с.: ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=256832> (дата обращения: 21.07.2025). – Библиогр. в кн. – Текст: электронный.

9. Низамова, А. Д., Векторный и тензорный анализ: учебное пособие / А. Д. Низамова, И. Ю. Черданцев, Р. Д. Муртазина, Н. А. Сидельникова. — Москва: Русайнс, 2023. — 95 с. — ISBN 978-5-466-03696-1. — URL: <https://book.ru/book/950652> (дата обращения: 21.07.2025). — Текст: электронный.

## 5.2. Периодические издания:

1. Базы данных компании «Ист Вью» <http://dlib.eastview.com>
2. Электронная библиотека GREBENNIKON.RU <https://grebennikon.ru/>

## 5.3. Интернет-ресурсы, в том числе современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

*Электронно-библиотечные системы (ЭБС):*

1. ЭБС «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
2. ЭБС «УНИВЕРСИТЕТСКАЯ БИБЛИОТЕКА ОНЛАЙН» <http://www.biblioclub.ru/>
3. ЭБС «BOOK.ru» <https://www.book.ru>
4. ЭБС «ZNANIUM.COM» [www.znanium.com](http://www.znanium.com)
5. ЭБС «ЛАНЬ» <https://e.lanbook.com>

*Профессиональные базы данных*

1. Scopus <http://www.scopus.com/>
2. ScienceDirect <https://www.sciencedirect.com/>
3. Журналы издательства Wiley <https://onlinelibrary.wiley.com/>
4. Научная электронная библиотека (НЭБ) <http://www.elibrary.ru/>
5. Полнотекстовые архивы ведущих западных научных журналов на Российской платформе научных журналов НЭИКОН <http://archive.neicon.ru>
6. Национальная электронная библиотека (доступ к Электронной библиотеке диссертаций Российской государственной библиотеки (РГБ) <https://rusneb.ru/>
7. Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина <https://www.prilib.ru/>

8. База данных CSD Кембриджского центра кристаллографических данных (CCDC) <https://www.ccdc.cam.ac.uk/structures/>
9. Springer Journals: <https://link.springer.com/>
10. Springer Journals Archive: <https://link.springer.com/>
11. Nature Journals: <https://www.nature.com/>
12. Springer Nature Protocols and Methods: <https://experiments.springernature.com/sources/springer-protocols>
13. Springer Materials: <http://materials.springer.com/>
14. Nano Database: <https://nano.nature.com/>
15. Springer eBooks (i.e. 2020 eBook collections): <https://link.springer.com/>
16. "Лекториум ТВ" <http://www.lektorium.tv/>
17. Университетская информационная система РОССИЯ <http://uisrussia.msu.ru>

#### *Информационные справочные системы*

1. Консультант Плюс - справочная правовая система (доступ по локальной сети с компьютеров библиотеки)

#### *Ресурсы свободного доступа*

1. КиберЛенинка <http://cyberleninka.ru/>;
2. Американская патентная база данных <http://www.uspto.gov/patft/>
3. Министерство науки и высшего образования Российской Федерации <https://www.minobrnauki.gov.ru/>;
4. Федеральный портал "Российское образование" <http://www.edu.ru/>;
5. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" <http://window.edu.ru/>;
6. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов <http://school-collection.edu.ru/> .
7. Проект Государственного института русского языка имени А.С. Пушкина "Образование на русском" <https://pushkininstitute.ru/>;
8. Справочно-информационный портал "Русский язык" <http://gramota.ru/>;
9. Служба тематических толковых словарей <http://www.glossary.ru/>;
10. Словари и энциклопедии <http://dic.academic.ru/>;
11. Образовательный портал "Учеба" <http://www.ucheba.com/>;
12. Законопроект "Об образовании в Российской Федерации". Вопросы и ответы [http://xn--273--84d1f.xn--p1ai/voprosy\\_i\\_otvety](http://xn--273--84d1f.xn--p1ai/voprosy_i_otvety)

#### *Собственные электронные образовательные и информационные ресурсы КубГУ*

1. Электронный каталог Научной библиотеки КубГУ <http://megapro.kubsu.ru/MegaPro/Web>
2. Электронная библиотека трудов ученых КубГУ <http://megapro.kubsu.ru/MegaPro/UserEntry?Action=ToDb&idb=6>
3. Среда модульного динамического обучения <http://moodle.kubsu.ru>
4. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций <http://infoneeds.kubsu.ru/>
5. Библиотека информационных ресурсов кафедры информационных образовательных технологий <http://mschool.kubsu.ru/>;
6. Электронный архив документов КубГУ <http://docspace.kubsu.ru/>
7. Электронные образовательные ресурсы кафедры информационных систем и технологий в образовании КубГУ и научно-методического журнала "ШКОЛЬНЫЕ ГОДЫ" <http://icdau.kubsu.ru/>

### **5.4 Перечень информационно-коммуникационных технологий**

1. Облачные платформы и сервисы

- cloud.ru, YandexCloud, AWS/GCP/Azure – облачные вычисления
2. Системы управления версиями и коллаборации  
Git/GitHub/GitLab – контроль версий кода и совместная разработка
  3. Система управления обучением Moodle – сдача работ
  4. Проверка индивидуальных заданий и консультирование посредством электронной почты.
  5. Использование электронных презентаций при проведении лекционных и лабораторных занятий.
  6. Использование математических пакетов при выполнении индивидуальных заданий.
  7. Справочно-правовая система «Консультант Плюс» <http://www.consultant.ru>
  8. Портал открытых данных Российской Федерации <https://data.gov.ru>
  9. База открытых данных Министерства труда и социальной защиты РФ <https://rosmintrud.ru/opendata>
  10. База данных Научной электронной библиотеки eLIBRARY.RU <https://elibrary.ru/>
  11. База данных Всероссийского института научной и технической информации (ВИ-НИТИ) РАН <http://www2.viniti.ru/>
  12. Базы данных и аналитические публикации «Университетская информационная система РОССИЯ» <https://uisrussia.msu.ru/>
  13. Полная математическая база данных zbMATH <https://zbmath.org/>
  14. [www.statlab.kubsu.ru](http://www.statlab.kubsu.ru)
  15. <http://www.statsoft.ru/home/textbook/default.htm>
  16. <http://statsoft.ru/solutions/>

#### **5.5 Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения**

1. Операционная система MS Windows.
2. Интегрированное офисное приложение MS Office.
3. Программное обеспечение для организации управляемого коллективного и безопасного доступа в Интернет.
4. Языки программирования: Python
5. Google Colab – облачная среда для выполнения кода на Python с GPU/TPU

### **6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной теоретический материал, лабораторных занятий, позволяющих студентам в полной мере ознакомиться с понятиями алгебры и тензорного анализа и освоиться в решении практических задач.

По курсу предусмотрено проведение лабораторных занятий, на которых дается прикладной систематизированный материал. В ходе занятий разбираются методы решений задач по темам. После занятия рекомендуется выполнить упражнения, приводимые для самостоятельной работы.

При самостоятельной работе студентов необходимо изучить литературу, приведенную в перечнях выше, для осмысления вводимых понятий, анализа предложенных подходов и методов дискретной математики. При решении новой задачи студент должен уметь выбрать метод решения и его обоснование.

Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине. В процессе самостоятельной работы студент приобретает навыки работы с дискретными объектами.

Используются активные, инновационные образовательные технологии, которые способствуют развитию общекультурных, общепрофессиональных компетенций и профессиональных компетенций обучающихся:

- проблемное обучение;
- разноуровневое обучение;
- проектные методы обучения;
- исследовательские методы в обучении;
- обучение в сотрудничестве (командная, групповая работа);
- информационно-коммуникационные технологии.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

Учебно-методическим обеспечением курсовой работы студентов являются:

1. учебная литература;
2. нормативные документы ВУЗа;
3. методические разработки для студентов.

Самостоятельная работа студентов включает:

- оформление итогового отчета (пояснительной записки).
- анализ нормативно-методической базы организации;
- анализ научных публикации по заранее определённой теме;
- анализ и обработку информации;
- работу с научной, учебной и методической литературой,
- работа с конспектами лекций, ЭБС.

Для самостоятельной работы представляется аудитория с компьютером и доступом в Интернет, к электронной библиотеке вуза и к информационно-справочным системам.

Перечень учебно-методического обеспечения:

1. Основная образовательная программа высшего профессионального образования федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Кубанский государственный университет» по направлению подготовки.
2. Положение о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Кубанский государственный университет».
3. Общие требования к построению, содержанию, оформлению и утверждению рабочей программы дисциплины Федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования.
4. Методические рекомендации по содержанию, оформлению и применению образовательных технологий и оценочных средств в учебном процессе, основанном на Федеральном государственном образовательном стандарте.

5. Учебный план основной образовательной программы по направлению подготовки.
6. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования по направлению подготовки.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

Важнейшим компонентом курса является самостоятельная проектная работа, в ходе которой студент разрабатывает законченное решение для решения задач (кейсов) индустриальных партнеров. Допускается выполнение проектов в командах.

Подход, определяющий установление соответствия кейсов ИП и УГТ (5-7), позволяет четко соотносить этапы развития технологии с вовлеченностью партнера и снижать риски при переходе от лабораторных испытаний к промышленному внедрению.

### **Кейсы индустриальных партнеров**

**Проектное задание 1:** Разработка ядерного метода для анализа инвестиционной привлекательности

Основано на кейсе от ПАО «Сбербанк»: "Модель анализа инвестиционной привлекательности малого бизнеса".

Цель: реализовать метод опорных векторов (SVM) с линейным и нелинейными ядрами для классификации компаний на привлекательные и непривлекательные для инвестиций. Исследовать, как нелинейное ядро позволяет улучшить разделимость классов в пространстве признаков.

Задачи:

1. Подготовка данных: сформировать датасет с признаками компаний (выручка, доля заемных средств, отрасль, количество сотрудников) и целевой переменной (бинарная: привлекательна/непривлекательна).
2. Линейный SVM: реализовать линейный SVM для построения линейной разделяющей гиперплоскости. Оценить точность.
3. SVM с ядром: реализовать нелинейный SVM с различными ядрами. Подобрать оптимальные гиперпараметры с помощью кросс-валидации.
4. Визуализация: построить графики разделяющей поверхности для двух наиболее значимых признаков (используя PCA если признаков много) для линейного и нелинейного случая. Сравнить результаты для различных ядер: показать, как различные ядра справляются с нелинейно разделимыми данными.
5. Интерпретация: проанализировать получившиеся опорные векторы и их влияние на решение модели.

Ожидаемые результаты студентов:

Геометрическая интерпретация SVM, решение задачи оптимизации для нахождения гиперплоскости, понятие ядерного трюка для работы в пространствах высокой размерности.

**Проектное задание 2:** Сингулярное разложение (SVD) для анализа тональности обращений клиентов

Основано на кейсе: "НЛП-анализ жалоб клиентов в свободной форме" (ПАО «Сбербанк») и "Анализ обращений клиентов и CRM-переписки" (ООО «АВА ЛАБ»).

Цель: реализовать и сравнить два подхода к снижению размерности текстовых данных перед классификацией: с помощью SVD и современными методами (UMAP). Оценить влияние снижения размерности на качество модели классификации тональности.

Задачи:

1. Подготовка матрицы "документ-термин": на основе датасета обращений клиентов построить разреженную матрицу  $X$  размерности  $[n\_documents, n\_features]$  с помощью TF-IDF.
2. Применение SVD: выполнить сингулярное разложение матрицы и получить низкоранговое приближение матрицы документов в пространстве тем.
3. Сравнение с UMAP: применить UMAP к исходной матрице  $X$  для снижения размерности до того же числа компонент, что и в SVD.
4. Классификация: обучить классификатор (например, логистическая регрессия или SVM) для предсказания категории/тональности обращения на исходных данных, данных после SVD и данных после UMAP.
5. Анализ результатов: сравнить качество классификации (accuracy, F1-score), время обучения и интерпретируемость результатов каждого метода.

Связь с курсом: Глубокое понимание и практическое применение SVD, работа с матричными разложениями.

**Проектное задание 3:** Сравнительный анализ алгоритмов кластеризации для сегментации пользователей цифрового рубля

Основано на кейсе ПАО «Сбербанк»: "Анализ поведения пользователей в экосистеме цифрового рубля"

Цель: провести сравнительный анализ эффективности алгоритмов кластеризации (k-means, спектральной кластеризации) для выявления типовых поведенческих паттернов пользователей на основе их транзакционной активности.

Задачи:

1. Подготовка матрицы признаков: на основе синтетических данных о транзакциях (частота, сумма, время суток, тип мерчант) сформировать матрицу объект-признак [пользователи, признаки].
2. Применение алгоритмов: самостоятельно реализовать и использовать готовые реализации алгоритмов k-means и спектральной кластеризации. Провести кластеризацию пользователей.
3. Оценка качества кластеризации: использовать метрики, не требующие истинных labels, для оценки качества кластеризации.
4. Сравнение и визуализация: визуализировать результаты кластеризации с помощью PCA и t-SNE. Сравнить алгоритмы по времени работы, устойчивости и интерпретируемости полученных кластеров. Дать содержательное описание каждому кластеру (например, "активные днем", "крупные онлайн-покупки").

Связь с курсом: Применение матричных методов (собственные векторы в спектральной кластеризации), анализ многомерных данных, работа с метриками расстояний.

**Проектное задание 4:** Тензорный анализ временных рядов для прогнозирования ROI инфраструктурных проектов

Основано на кейсе ПАО «Сбербанк»: "Предиктивная аналитика возврата инвестиций по инфраструктурным проектам"

Цель: создать модель для прогнозирования ключевых показателей (например, будущей доходности) на основе многомерных временных рядов, объединяющих данные из разных источников (Росстат, ЕГРЮЛ, геоданные).

Задачи:

1. Формирование тензора данных: собрать и предобработать разнородные временные ряды. Построить трехмерный тензор данных размерности [временные\_точки, проекты, признаки]. Признаки могут включать: демографические показатели, экономическую активность, бюджет проекта, этап строительства.
2. Тензорные разложения: применить тензорное разложение к полученному тензору данных, чтобы выявить латентные факторы, объясняющие вариативность данных по времени, проектам и признакам.
3. Построение прогнозной модели: использовать выделенные латентные факторы в качестве признаков для классической модели прогнозирования (линейная регрессия) для предсказания целевой переменной (ROI).
4. Интерпретация: проинтерпретировать полученные факторы. Например, один фактор может соответствовать "общеекономической ситуации", другой — "скорости реализации проектов".

Связь с курсом: Работа с тензорами высокого ранга, освоение тензорных разложений для анализа и сжатия многомерных данных.

**Проектное задание 5:** Тензорное представление и анализ мультимодальных данных стройплощадки

Основано на кейсах: "Мультимодальный агент для анализа строительных площадок" (ООО «АВА ЛАБ»)

Цель: разработать модуль предобработки и тензорного представления данных для мультимодальной модели (изображения + текст). Создать прототип системы, которая может анализировать тензорные представления изображений со стройплощадки и сопоставлять их с текстовыми запросами.

Задачи:

1. Построение исходных пространств признаков: преобразовать набор изображений со стройплощадки в тензорные представления с помощью предобученной сверточной нейронной сети. Применить операцию глобального усреднения по пространственным координатам (Global Average Pooling) для получения векторных описаний изображений. Для множества текстовых запросов с помощью предобученной языковой модели построить их векторные эмбединги.
2. Линейная проекция в общее семантическое пространство: определить целевую размерность общего семантического пространства. Задать для векторных описаний изображений и текстовых эмбедингов линейные операторы проекции, отображающие исходные пространства в общее пространство целевой размерности. Параметры этих линейных операторов являются обучаемыми.

3. Определение функции сходства и функции потерь: в качестве меры семантического сходства между изображением и текстовым запросом определить косинус угла между их проекциями в общем семантическом пространстве. Для обучения параметров линейных операторов проекции использовать функцию потерь, основанную на контрастивном подходе. Функция потерь должна максимизировать сходство для релевантных пар "изображение-текст" и минимизировать его для нерелевантных.

4. Реализация семантического поиска: после обучения параметров, для заданного текстового запроса вычислить его проекцию в общее семантическое пространство. Для каждого изображения в базе данных вычислить меру сходства его проекции с проекцией текстового запроса. Отранжировать изображения в порядке убывания вычисленной меры сходства.

5. Визуализация и оценка: визуализировать результаты поиска для заданного запроса, отобразив несколько изображений, наиболее близких к запросу. Дать количественную оценку качества работы системы семантического поиска, вычислив стандартные метрики информационного поиска на контрольном наборе данных.

Связь с курсом: Применение операций тензорной алгебры (изменение формы, свертка, скалярное произведение), работа с многомерными массивами, понимание осей тензора, вычисление скалярного произведения и нормы векторов для определения меры сходства, решение задачи оптимизации для нахождения параметров линейных преобразований.

## 7. Материально-техническое обеспечение по дисциплине (модулю)

Сервер с GPU в облаке предоставляется индустриальным партнером ПАО «Сбербанк»:

№	Продукт	Параметры продукта	Кол-во	Кол-во конфигураций	Ед. изм.
1	Виртуальная машина с GPU	Виртуальная машина с GPU	1	1	Шт
		NVIDIA® Tesla® V100 2 GPU 8 vCPU 128 ГБ RAM			
		ОС Ubuntu_24.04	1		Шт
		Системный диск SSD	1		Шт
			2000		Гб
		Диск SSD	1		Шт
			4096		Гб
	Диск SSD	1		Шт	
		4096		Гб	
	Аренда публичного IP		1		Шт

Дополнительные облачные ресурсы предоставляются технологическим партнером Yandex Cloud.

№	Вид работ	Наименование учебной аудитории, ее оснащенность оборудованием и техническими средствами обучения
---	-----------	--

1.	Лекционные занятия	Аудитория, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения
2.	Лабораторные занятия	Аудитория, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения, компьютерами, проектором, программным обеспечением
3.	Групповые (индивидуальные) консультации	Аудитория, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения, компьютерами, программным обеспечением
4.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Аудитория, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения, компьютерами, программным обеспечением
5.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.

Примечание: Конкретизация аудиторий и их оснащение определяется ОПОП.