

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по учебной работе,
качеству образования – первый
проректор

_____ Хагуров Т.А.

подпись
« 29 » августа 2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)
Б1. О.14 Дифференциальные уравнения

Направление подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Профиль Искусственный интеллект и аналитика данных

Форма обучения очная

Квалификация бакалавр

Краснодар 2025

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальные уравнения» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки.

Программу составил(и):

А.Д. Колотий, доцент КППМ, к.ф.-м.н.

И.О. Фамилия, должность, ученая степень, ученое звание



подпись

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальные уравнения» утверждена на заседании кафедры прикладной математики протокол №1 от «28» августа 2025г.

И.о. заведующего кафедрой (разработчика)

А. В. Письменский

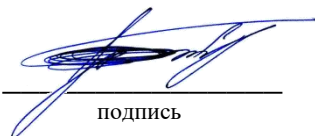


подпись

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета компьютерных технологий и прикладной математики протокол №1 от «28» августа 2025г.

Председатель УМК факультета

А. В. Коваленко



подпись

Рецензенты:

Мостовой Евгений Викторович, генеральный директор ООО «Портал-Юг», e-mail: mostovoy@portal-yug.ru

Луценко Евгений Вениаминович, доктор экономических наук, кандидат технических наук, профессор кафедры компьютерных технологий и систем Федерального государственного бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Кубанский государственный аграрный университет имени И.Т. Трубилина», e-mail: prof.lutsenko@gmail.com

1 Цели и задачи изучения дисциплины (модуля)

1.1 Цель освоения дисциплины

Формирование у студентов начальных навыков математического моделирования, знаний о возникающих принципиальных трудностях при переходе от реального объекта к его математической идеализации, понимания разницы между «хорошими» и «плохими» моделями.

1.2 Задачи дисциплины

- Формирование у студента представления о дифференциальных уравнениях, как математических моделях явлений и процессов различной природы.
- Выработка навыков использования классических методов «Дифференциальных уравнений».
- Освоение студентами синтеза классических методов теории дифференциальных уравнений с современными идеями качественных, численных и асимптотических методов.

1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» относится к «Обязательная часть» Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана, код Б1.О.14.

Данная дисциплина тесно связана с дисциплинами базовой части Блока 1:

- Математический анализ;
- Алгебра и геометрия;
- Методы математической физики;
- Фундаментальные дискретные модели;
- Численные методы.

1.4 Профессиональные роли в структуре образовательной программы

Роль 1: Data Analyst (Аналитик данных)

Задачи:

1. Статистический анализ, визуализация данных, предварительная обработка.
2. Создание прогнозных моделей
3. Построение аналитических моделей для поддержки бизнес-решений.

Роль 2: MLOps (Специалист по эксплуатации ИИ)

Задачи:

1. DevOps для ML.
2. Автоматизация, мониторинг ML-систем.
3. Операционное управление жизненным циклом ML-моделей.

Роль 3: AI PM (Менеджер проектов ИИ)

Задачи:

1. Управление ИИ-проектами от идеи до внедрения
2. Анализ бизнес-требований и постановка задач
3. Оценка эффективности и ROI ИИ-решений

1.5 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

Код, уровень и формулировка компетенции	Индикаторы	Результат обучения по дисциплине
ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук при построении моделей в заданной предметной области	Способен применять системный подход к анализу динамических процессов в профессиональной деятельности, используя аппарат дифференциальных уравнений для формализации взаимосвязей между переменными, выявления устойчивых режимов, прогнозирования эволюции состояний и оценки чувствительности системы к внешним воздействиям.
	ОПК-1.2 Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук при выборе методов решения задач профессиональной деятельности	Применяет фундаментальные знания из теории дифференциальных уравнений – включая методы построения, качественного и количественного анализа решений, теоремы существования и единственности, критерии устойчивости – для обоснованного выбора математических моделей, адекватного описания реальных процессов и критической оценки применимости полученных результатов в заданной предметной области.

2. Структура и содержание дисциплины

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 5 зач. ед. (180 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры (часы)					
		3					
Контактная работа, в том числе:	108,5	108,5					
Аудиторные занятия (всего):	102	102					
Занятия лекционного типа	52	52					

Лабораторные занятия	50	50					
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)							
Иная контактная работа:	6,5	6,5					
Контроль самостоятельной работы (КСР)	6	6					
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,5	0,5					
Самостоятельная работа, в том числе:	35,8	35,8					
Самостоятельное изучение разделов, самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным и практическим занятиям, коллоквиумам и т.д.)	20	20					
Подготовка к текущему контролю	15,8	15,8					
Контроль:	35,7	35,7					
Подготовка к экзамену	35,7	35,7					
Общая трудоемкость	час.	180	180				
	в том числе контактная работа	108,5	108,5				
	зач. ед	5	5				

2.2 Структура дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины. Разделы (темы) дисциплины, изучаемые в 3 семестре

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа СРС
			Л	ПЗ	ЛР	
1	2	3	4	5	6	7
1.	Основные понятия и определения теории дифференциальных уравнений первого порядка.	16	6		6	4
2.	Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для одного уравнения и систем дифференциальных уравнений.	7	2		3	2
3.	Свойства решений линейных однородных систем.	7	2		3	2
4.	Фундаментальная матрица и её свойства. Линейные неоднородные системы.	12	5		5	2
5.	Линейные дифференциальные уравнения n-ого порядка. Метод вариации произвольных постоянных для неоднородного уравнения n-ого порядка.	8	3		3	2
6.	Линейные однородные дифференциальные уравнения n-ого порядка с постоянными коэффициентами. Построение общего решения.	8	3		3	2
7.	Неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения.	7	2		3	2

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	СРС
1	2	3	4	5	6	7
8.	Зависимость решения от начальных значений и параметров.	10	4		4	2
9.	Однородные системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Построение общего решения.	10	4		4	2
10.	Линейные неоднородные системы с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения.	10	4		4	2
11.	Устойчивость по Ляпунову. Геометрическая интерпретация. Устойчивость нулевого решения однородной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.	12	4		4	4
12.	Лемма Ляпунова. Теорема Четаева. Устойчивость по первому приближению.	6,8	2		2	2,8
13.	Поведение траекторий линейной однородной системы дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.	11	4		4	3
14.	Невырожденные положения равновесия автономной системы второго порядка. Устойчивость периодических решений.	5	3			2
15.	Краевые задачи.	6	2		2	2
16.	Основы ТАУ и введение в нейродинамику	2	2			
ИТОГО по разделам дисциплины		137,8	52		50	35,8
Контроль самостоятельной работы (КСР)		6				
Промежуточная аттестация (ИКР)		0,5				
Подготовка к текущему контролю		35,7				
Общая трудоемкость по дисциплине		180				

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия/семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

2.3 Содержание разделов (тем) дисциплины

2.3.1 Занятия лекционного типа

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Основные понятия и определения теории дифференциальных уравнений первого порядка.	Понятие дифференциального уравнения и его решения. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Уравнения в полных дифференциалах, интегрирующий множитель. Линейные	К

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Форма текущего контроля
1	2	3	4
		уравнения первого порядка. Лемма Гронуолла-Белмана.	
2.	Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для одного уравнения и систем дифференциальных уравнений.	Теоремы Пикара для одного дифференциального уравнения и систем. Теорема Пиано. Теорема существования и единственности для систем дифференциальных уравнений.	К
3.	Свойства решений линейных однородных систем.	Пять теорем о свойствах решений линейных однородных систем. Теорема Лиувилля для линейных систем.	К
4.	Фундаментальная матрица и её свойства. Линейные неоднородные системы.	Понятие фундаментальной матрицы и её свойств. Метод вариации произвольных постоянных для линейных неоднородных систем. Утверждение о линейных неоднородных системах и следствие из него.	К
5.	Линейные дифференциальные уравнения n-ого порядка. Метод вариации произвольных постоянных для неоднородного уравнения n-ого порядка.	Эквивалентность уравнения n-ого порядка и системы. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения n-ого порядка. Пять теорем о свойствах решений линейных однородных дифференциальных уравнений n-ого порядка. Теорема Лиувилля.	К
6.	Линейные однородные дифференциальные уравнения n-ого порядка с постоянными коэффициентами. Построение общего решения.	Случай простых и кратных характеристических чисел для линейного однородного дифференциального уравнения n-ого порядка. Построение общего вещественного решения. Лемма о линейной независимости функции.	К
7.	Неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения.	Поиск частного решения неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами.	К
8.	Зависимость решения от начальных значений и параметров.	Теорема о непрерывной зависимости и дифференцируемости решений от параметров. Следствие из неё. Получение задач для производных по параметру и начальным условиям.	К
9.	Однородные системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Построение общего решения.	Вид общего решения однородной системы линейных дифференциальных уравнений в случае матрицы простой структуры и матрицы общего вида. Выделение вещественных решений. Метод неопределенных коэффициентов поиска общего решения линейной однородной системы.	К
10.	Линейные неоднородные системы с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения.	Поиск частного решения линейной неоднородной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.	К
11.	Устойчивость по Ляпунову. Геометрическая интерпретация. Устойчивость нулевого решения однородной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.	Определение устойчивости по Ляпунову. Сведение исследования устойчивости нулевого решения к исследованию устойчивости нулевого решения. Преобразование линейной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Две леммы и три теоремы об устойчивости нулевого решения однородной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.	К
12.	Лемма Ляпунова. Теорема Четаева. Устойчивость по первому приближению.	Теорема Четаева о неустойчивости. Критерий Рауса-Гурвица. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению.	К

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Форма текущего контроля
1	2	3	4
13.	Поведение траекторий линейной однородной системы дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.	Вид особой точки: узел, седло, фокус, центр. Случаи дикритического и вырожденного узла.	К
14.	Невырожденные положения равновесия автономной системы второго порядка. Устойчивость периодических решений.	Теорема о поведении траектории вблизи фокуса. Понятие предельного цикла. Поведение траекторий вблизи предельного цикла.	К
15.	Краевые задачи.	Альтернатива Фредгольма и следствие из неё. Определение функции Грина. Теорема о существовании функции Грина. Свойства функции Грина. Задача Штурма-Лиувилля. Теорема о свойствах собственных значений и собственных функций.	К
16.	Основы ТАУ и введение в нейродинамику.	Моделирование систем, устойчивость и обратная связь, синтез регуляторов. Модели нейронов и генерация спайков, синхронизация и нейронные ритмы, аттракторы и механизмы памяти.	К

Примечание: ЛР – отчет/защита лабораторной работы, КП - выполнение курсового проекта, КР - курсовой работы, РГЗ - расчетно-графического задания, Р - написание реферата, Э - эссе, К - коллоквиум, Т – тестирование, РЗ – решение задач.

2.3.2 Занятия семинарского типа

Не предусмотрены.

2.3.3 Лабораторные занятия

№	Наименование раздела (темы)	Наименование лабораторных работ	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Уравнения с разделенными и разделяющимися переменными и приводящиеся к ним.	Уравнения с разделенными и разделяющимися переменными и приводящиеся к ним.	РЗ
2.	Геометрические и физические задачи.	Геометрические и физические задачи.	РЗ
3.	Однородные уравнения и приводящиеся к ним.	Однородные уравнения и приводящиеся к ним.	РЗ
4.	Линейные уравнения первого порядка, уравнения Бернулли и Риккати. Методы их решения.	Линейные уравнения первого порядка, уравнения Бернулли и Риккати. Методы их решения.	РЗ
5.	Уравнения в полных дифференциалах и приводящиеся к ним. Интегрирующий множитель.	Уравнения в полных дифференциалах и приводящиеся к ним. Интегрирующий множитель.	РЗ
6.	Уравнения, не разрешенные относительно производной.	Уравнения, не разрешенные относительно производной.	РЗ
7.	Разные уравнения первого порядка.	Разные уравнения первого порядка.	РЗ
8.	Уравнения, допускающие понижение порядка. Методы их решения.	Уравнения, допускающие понижение порядка. Методы их решения.	РЗ
9.	Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами.	Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами.	РЗ

№	Наименование раздела (темы)	Наименование лабораторных работ	Форма текущего контроля
1	2	3	4
10.	Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения.	Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения.	РЗ
11.	Метод вариации произвольных постоянных для неоднородных дифференциальных уравнений.	Метод вариации произвольных постоянных для неоднородных дифференциальных уравнений.	РЗ
12.	Линейные уравнения с переменными коэффициентами. Формула Остроградского – Лиувилля.	Линейные уравнения с переменными коэффициентами. Формула Остроградского – Лиувилля.	РЗ
13.	Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами.	Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами.	РЗ
14.	Линейные неоднородные системы с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения.	Линейные неоднородные системы с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения.	РЗ
15.	Метод вариации произвольных постоянных для линейных неоднородных систем.	Метод вариации произвольных постоянных для линейных неоднородных систем.	РЗ
16.	Устойчивость. Исследование на устойчивость по первому приближению. Исследование на устойчивость с помощью функций Ляпунова.	Устойчивость. Исследование на устойчивость по первому приближению. Исследование на устойчивость с помощью функций Ляпунова.	РЗ
17.	Положение равновесия. Исследование на устойчивость нулевого решения.	Положение равновесия. Исследование на устойчивость нулевого решения.	РЗ
18.	Особые точки. Исследование особой точки.	Особые точки. Исследование особой точки.	РЗ
19.	Фазовая плоскость. Фазовое пространство. Автономные системы и траектории.	Фазовая плоскость. Фазовое пространство. Автономные системы и траектории.	РЗ
20.	Краевые задачи. Функция Грина.	Краевые задачи. Функция Грина.	РЗ

Примечание: ЛР – отчет/защита лабораторной работы, КП - выполнение курсового проекта, КР - курсовой работы, РГЗ - расчетно-графического задания, Р - написание реферата, Э - эссе, К - коллоквиум, Т – тестирование, РЗ – решение задач.

2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Не предусмотрены.

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Самостоятельное изучение разделов, самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным и практическим занятиям, коллоквиумам и т.д.)	Методические указания для подготовки к лекционным и семинарским занятиям, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №10 от 18.05.2023 г.

2	Подготовка к текущему контролю	Методические указания для подготовки к лекционным и семинарским занятиям, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №10 от 18.05.2023 г.
---	--------------------------------	--

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла,
- в печатной форме на языке Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины (модуля)

В соответствии с требованиями ФГОС в программа дисциплины предусматривает использование в учебном процессе следующих образовательные технологии: чтение лекций с использованием мультимедийных технологий; метод малых групп, разбор практических задач и кейсов.

При обучении используются следующие образовательные технологии:

- Технология разноуровневого (дифференцированного) обучения – предполагает осуществление познавательной деятельности студентов с учётом их индивидуальных способностей, возможностей и интересов, поощряя их реализовывать свой творческий потенциал. Создание и использование диагностических тестов является неотъемлемой частью данной технологии.

- Технология модульного обучения – предусматривает деление содержания дисциплины на достаточно автономные разделы (модули), интегрированные в общий курс.

- Информационно-коммуникационные технологии (ИКТ) - расширяют рамки образовательного процесса, повышая его практическую направленность, способствуют интенсификации самостоятельной работы учащихся и повышению познавательной активности. В рамках ИКТ выделяются 2 вида технологий:

- Технология индивидуализации обучения – помогает реализовывать личностно-ориентированный подход, учитывая индивидуальные особенности и потребности учащихся.

- Технология развития критического мышления – способствует формированию разносторонней личности, способной критически относиться к информации, умению отбирать информацию для решения поставленной задачи.

Комплексное использование в учебном процессе всех вышеназванных технологий стимулируют личностную, интеллектуальную активность, развивают познавательные

процессы, способствуют формированию компетенций, которыми должен обладать будущий специалист.

Основные виды интерактивных образовательных технологий включают в себя:

- работа в малых группах (команде) - совместная деятельность студентов в группе под руководством лидера, направленная на решение общей задачи путём творческого сложения результатов индивидуальной работы членов команды с делением полномочий и ответственности;

- анализ конкретных ситуаций - анализ реальных проблемных ситуаций, имевших место в соответствующей области профессиональной деятельности, и поиск вариантов лучших решений;

- развитие критического мышления – образовательная деятельность, направленная на развитие у студентов разумного, рефлексивного мышления, способного выдвинуть новые идеи и увидеть новые возможности.

Подход разбора конкретных задач и ситуаций широко используется как преподавателем, так и студентами во время лекций, лабораторных занятий и анализа результатов самостоятельной работы. Это обусловлено тем, что при исследовании и решении каждой конкретной задачи имеется, как правило, несколько методов, а это требует разбора и оценки целой совокупности конкретных ситуаций.

Семестр	Вид занятия	Используемые интерактивные образовательные технологии	количество интерактивных часов
3	Л, ЛР, СРС	Практические занятия в режимах взаимодействия «преподаватель – студент» и «студент – студент»	20
Итого			20

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия/семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

Темы, задания и вопросы для самостоятельной работы призваны сформировать навыки поиска информации, умения самостоятельно расширять и углублять знания, полученные в ходе лекционных и практических занятий.

Подход разбора конкретных ситуаций широко используется как преподавателем, так и студентами при проведении анализа результатов самостоятельной работы.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

4.1 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Дифференциальные уравнения».

Оценочные средства включает контрольные материалы для проведения **текущего контроля** в форме опроса, разноуровневых заданий и **промежуточной аттестации** в форме вопросов и заданий к экзамену, зачету.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины*	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1	Основные понятия и определения теории дифференциальных уравнений первого порядка.	ОПК-1.1; ОПК-1.2	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы, контрольная работа по теме	Вопрос на экзамене 1-3
2	Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для одного уравнения и систем дифференциальных уравнений.	ОПК-1.1; ОПК-1.2	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 4-6
3	Свойства решений линейных однородных систем.	ОПК-1.1; ОПК-1.2	Устный опрос, проверка	Вопрос на экзамене 7-9

			самостоятельной неаудиторной работы	
4	Фундаментальная матрица и её свойства. Линейные неоднородные системы.	ОПК-1.1; ОПК-1.2	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 10-12
5	Линейные дифференциальные уравнения n-ого порядка. Метод вариации произвольных постоянных для неоднородного уравнения n-ого порядка.	ОПК-1.1; ОПК-1.2	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 13-16
6	Линейные однородные дифференциальные уравнения n-ого порядка с постоянными коэффициентами. Построение общего решения.	ОПК-1.1; ОПК-1.2	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы, контрольная работа по теме	Вопрос на экзамене 17-19
7	Неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения.	ОПК-1.1; ОПК-1.2	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы, контрольная работа по теме	Вопрос на экзамене 20
8	Зависимость решения от начальных значений и параметров.	ОПК-1.1; ОПК-1.2	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 21-23
9	Однородные системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Построение общего решения.	ОПК-1.1; ОПК-1.2	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 24-25
10	Линейные неоднородные системы с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения.	ОПК-1.1; ОПК-1.2	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы, контрольная работа по теме	Вопрос на экзамене 26
11	Устойчивость по Ляпунову. Геометрическая интерпретация. Устойчивость нулевого решения однородной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.	ОПК-1.1; ОПК-1.2	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы, контрольная работа по теме	Вопрос на экзамене 27-29
12	Лемма Ляпунова. Теорема Четаева. Устойчивость по первому приближению.	ОПК-1.1; ОПК-1.2	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 30-31
13	Поведение траекторий линейной однородной системы дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.	ОПК-1.1; ОПК-1.2	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 32-35
14	Невырожденные положения равновесия автономной системы второго порядка. Устойчивость периодических решений.	ОПК-1.1; ОПК-1.2	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 36-37
15	Краевые задачи.	ОПК-1.1; ОПК-1.2	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 38-40
16	Основы ТАУ и введение в нейродинамику.	ОПК-1.1; ОПК-1.2	Устный опрос, проверка	Вопрос на экзамене 41-42

			самостоятельной неаудиторной работы	
--	--	--	--	--

Показатели, критерии и шкала оценки сформированных компетенций

№ п/п	Код и наименование индикатора	Результаты обучения	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
Соответствие освоения компетенций планируемому результату обучения и критериям их оценивания (оценка: удовлетворительно /зачтено)				
на пороговом уровне:				
1.	ОПК-1.1 Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук при построении моделей в заданной предметной области	Знает основные принципы системного подхода к описанию динамических процессов; классификацию дифференциальных уравнений и систем. Умеет выделять ключевые переменные и связи в исследуемой проблемной области; формулировать математическую модель в виде дифференциального уравнения или системы уравнений. Владеет навыками системного анализа нестационарных процессов с использованием аппарата дифференциальных уравнений.	ЛР, К	Вопросы на экзамене 1-42
2.	ОПК-1.2 Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук при выборе методов решения задач профессиональной деятельности	Знает теоретические основы теории дифференциальных уравнений – уравнения с разделяющимися переменными до линейных систем с постоянными коэффициентами, включая теоремы существования и единственности, методы построения общих и частных решений. Умеет выбирать адекватный метод решения (аналитический, качественный или численный) в зависимости от типа уравнения и поставленной цели; строить математические модели реальных процессов с использованием дифференциальных уравнений. Владеет инструментарием математического моделирования на основе дифференциальных уравнений; навыками	ЛР, К	Вопросы на экзамене 1-42

		критического анализа моделей и их ограничений.		
Соответствие освоения компетенций планируемым результатам обучения и критериям их оценивания (оценка: хорошо /зачтено)				
на базовом уровне:				
1.	ОПК-1.1 Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук при построении моделей в заданной предметной области	Знает основные принципы системного подхода к описанию динамических процессов; классификацию дифференциальных уравнений и систем. Умеет выделять ключевые переменные и связи в исследуемой проблемной области; формулировать математическую модель в виде дифференциального уравнения или системы уравнений; интерпретировать поведение решений с точки зрения исходной прикладной задачи. Владеет навыками системного анализа нестационарных процессов с использованием аппарата дифференциальных уравнений; способностью структурировать динамические задачи и выявлять их внутреннюю логику на основе математического моделирования.	ЛР, К	Вопросы на экзамене 1-42
2.	ОПК-1.2 Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук при выборе методов решения задач профессиональной деятельности	Знает теоретические основы теории дифференциальных уравнений – от уравнений с разделяющимися переменными до линейных систем с постоянными коэффициентами, включая теоремы существования и единственности, методы построения общих и частных решений; связь между свойствами моделей и физическим (или иным) смыслом задачи. Умеет выбирать адекватный метод решения (аналитический, качественный или численный) в зависимости от типа уравнения и поставленной цели; строить и анализировать математические модели реальных процессов с использованием дифференциальных уравнений. Владеет инструментарием математического моделирования на основе дифференциальных уравнений; навыками критического анализа моделей и их ограничений; способностью	ЛР, К	Вопросы на экзамене 1-42

		адаптировать математические методы к междисциплинарным задачам.		
Соответствие освоения компетенций планируемым результатам обучения и критериям их оценивания (оценка: отлично /зачтено)				
на продвинутом уровне:				
1.	ОПК-1.1 Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук при построении моделей в заданной предметной области	Знает основные принципы системного подхода к описанию динамических процессов; классификацию дифференциальных уравнений и систем; методы качественного и количественного анализа решений; понятия фазового пространства, траекторий, устойчивости и аттракторов. Умеет выделять ключевые переменные и связи в исследуемой проблемной области; формулировать математическую модель в виде дифференциального уравнения или системы уравнений; интерпретировать поведение решений с точки зрения исходной прикладной задачи. Владеет навыками системного анализа нестационарных процессов с использованием аппарата дифференциальных уравнений; способностью структурировать сложные динамические задачи и выявлять их внутреннюю логику на основе математического моделирования.	ЛР, К	Вопросы на экзамене 1-42
2.	ОПК-1.2 Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук при выборе методов решения задач профессиональной деятельности	Знает теоретические основы теории дифференциальных уравнений – от уравнений с разделяющимися переменными до линейных систем с постоянными коэффициентами, включая теоремы существования и единственности, методы построения общих и частных решений, а также критерии устойчивости; связь между свойствами моделей и физическим (или иным) смыслом задачи. Умеет выбирать адекватный метод решения (аналитический, качественный или численный) в зависимости от типа уравнения и поставленной цели; строить и анализировать математические модели реальных процессов с использованием дифференциальных уравнений; оценивать корректность и	ЛР, К	Вопросы на экзамене 1-42

		<p>применимость полученных решений в заданной предметной области.</p> <p>Владеет инструментарием математического моделирования на основе дифференциальных уравнений; навыками критического анализа моделей и их ограничений; способностью адаптировать математические методы к междисциплинарным задачам в естественных, инженерных или социально-экономических науках.</p>		
--	--	---	--	--

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Вопросы для коллоквиумов

БИЛЕТ 1

1. Теорема существования и единственности для линейных систем.
2. Теорема Лиувилля для линейных однородных систем.
3. Задача. Уравнения в полных дифференциалах и приводящиеся к ним.

БИЛЕТ 2

1. Простейшие классы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.
2. Свойства решений линейных однородных систем (теоремы 1, 2, 3).
3. Задача. Однородные уравнения и приводящиеся к ним.

БИЛЕТ 3

1. Утверждение о представлении решения неоднородной системы, следствие.
2. Лемма о линейной независимости функций вида $x^k e^{\lambda_j x}$.
3. Задача. Уравнения, не разрешенные относительно производной.

БИЛЕТ 4

1. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для линейного уравнения n-ого порядка.
2. Поиск частного решения линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами (резонансный случай).
3. Задача. Уравнения с разделенными и разделяющимися переменными и приводящиеся к ним.

БИЛЕТ 5

1. Теорема о гладкости решений дифференциальных уравнений.
2. Понижение порядка линейного однородного дифференциального уравнения.
3. Задача. Линейные уравнения первого порядка.

Перечень компетенций (части компетенции), проверяемых оценочным средством:
ОПК-1.1, ОПК-1.2.

Практические задачи по тематике лабораторных работ

Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка.

Задание: Определить тип и решить каждое дифференциальное уравнение первого порядка.

Вариант 1

1. $(2t + 3x - 1)dt = (5 - 4t - 6x)dx$;

2. $xy' = e^y + 2y'$;

3. $dy + (xy - xy^3)dx = 0$;

4. $x^2y' - 2xy = 3y$;

5. $y' - 1 = e^{x+2y}$.

Вариант 2

1. $y \sin x + y' \cos x = 1$;

2. $2x^3 + y = xy'$;

3. $x(x - 1)y' + 2xy = 1$;

4. $y' - 1 = \frac{y}{x(x+1)}$;

5. $xy' - 2y = -2x^2$.

Тема 2. Дифференциальные уравнения высших порядков.

Задание: Решить уравнение.

Вариант 1

1. $xyy' - xy'^2 - yy' = 0$;

2. $xy^{(5)} - y^{(4)} = 0$;

3. $y^{(4)} - 2y''' + 2y'' - 2y' + y = 0$;

4. $y^{(5)} + 8y''' + 16y' = 0$;

5. $y'' + 5y' + 6y = \cos 2x$;

6. $y'' + 4y' + 3y = \cos x$;

7. $y'' + y = \operatorname{tg} x$;

8. $y'' - y' = \frac{e^x}{1+e^x}$;

9. $x^2y'' - 3xy' + 3y = 5x^2 - x$;

10. $x^2y'' - xy' - 3y = 5x^4$.

Вариант 2

1. $y''' - 7y'' + 16y' - 12y = 0$;

2. $y^{(4)} + 4y''' + 8y'' + 16y' + 16y = 0$;

3. $y''^2 = 4(y' - 1)$;

4. $xy'' = y' \ln \frac{y'}{x}$;

5. $y''' + y' = \frac{1}{\cos x}$;

6. $y''' + y' = \frac{\sin x}{\cos^2 x}$;

7. $y'' - 4y' + 3y = \sin x$;

8. $y'' - 5y' + 6y = \sin 2x$;

9. $x^2y'' - 3xy' + 3y = 5x^2 - x$;

10. $x^2y'' - xy' - 3y = 5x^4$.

Тема 3. Системы дифференциальных уравнений.

Задание: Решить систему уравнений.

Вариант 1

$$1. \begin{cases} x' = y, \\ y' = -4x + 4y, \\ z' = -2x + y + 2z. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x' = 2x + 6y - 15z, \\ y' = x + y - 5z, \\ z' = x + 2y - 6z. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x' = -x - 2y + 2e^t, \\ y' = -2x + 2y + 5e^t. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x' = 4x + 2y, \\ y' = -x + y + 2e^t. \end{cases}$$

Вариант 2

$$1. \begin{cases} x' = 9x - 6y - 2z, \\ y' = 18x - 12y - 3z, \\ z' = 18x - 9y - 6z. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x' = 4x + 6y - 15z, \\ y' = x + 3y - 5z, \\ z' = x + 2y - 4z. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x' = -x + 3y, \\ y' = -x + 3y + e^{-t}. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x' = 4x + y - e^{-2t}, \\ y' = -5x - 2y. \end{cases}$$

Перечень компетенций (части компетенции), проверяемых оценочным средством:
ОПК-1.1, ОПК-1.2.

**Зачетно-экзаменационные материалы для промежуточной аттестации
(экзамен/зачет)**

Вопросы для подготовки к экзамену/зачету

1. Понятие дифференциального уравнения и его решения. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Уравнения в полных дифференциалах, интегрирующий множитель.
2. Линейные уравнения первого порядка.
3. Лемма Гронуолла-Белмана.
4. Теоремы Пикара для одного дифференциального уравнения и систем.
5. Теорема Пиано.
6. Теорема существования и единственности для систем дифференциальных уравнений.
7. Свойства решений линейных однородных систем (Теоремы 1,2,3).
8. Свойства решений линейных однородных систем (Теоремы 4,5).
9. Теорема Лиувилля для линейных систем.
10. Понятие фундаментальной матрицы и её свойств.
11. Метод вариации произвольных постоянных для линейных неоднородных систем.
12. Утверждение о линейных неоднородных системах и следствие из него.
13. Эквивалентность уравнения n-ого порядка и системы. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения n-ого порядка.

14. Свойства решений линейных однородных дифференциальных уравнений n -ого порядка. Теоремы 1,2,3.
15. Свойства решений линейных однородных дифференциальных уравнений n -ого порядка. Теоремы 4,5.
16. Теорема Лиувилля.
17. Случай простых и кратных характеристических чисел для линейного однородного дифференциального уравнения n -ого порядка.
18. Построение общего вещественного решения.
19. Лемма о линейной независимости функции вида $x^k e^{\lambda x}$.
20. Поиск частного решения неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами.
21. Теорема о непрерывной зависимости и дифференцируемости решений от параметров.
22. Следствие из теоремы о непрерывной зависимости и дифференцируемости решений от параметров.
23. Получение задач для производных по параметру и начальным условиям.
24. Вид общего решения однородной системы линейных дифференциальных уравнений в случае матрицы простой структуры и матрицы общего вида. Выделение вещественных решений.
25. Метод неопределенных коэффициентов поиска общего решения линейной однородной системы.
26. Поиск частного решения линейной неоднородной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
27. Определение устойчивости по Ляпунову. Геометрическая интерпретация. Сведение исследования устойчивости нулевого решения к исследованию устойчивости нулевого решения. Преобразование линейной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
28. Устойчивость нулевого решения однородной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Леммы 1,2.
29. Устойчивость нулевого решения однородной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Теоремы 1,2,3. Замечание.
30. Теорема Четаева о неустойчивости. Критерий Рауса-Гурвица.
31. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению.
32. Поведение траекторий линейной однородной системы дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами (узел, седло).
33. Поведение траекторий линейной однородной системы дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами (фокус, центр).
34. Поведение траекторий линейной однородной системы дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами (диркритический узел; $\{\lambda_1 \neq 0, \lambda_2 = 0\}$).
35. Поведение траекторий линейной однородной системы дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами (вырожденный узел; $\{\lambda_1 = \lambda_2 = 0\}$).
36. Теорема о поведении траектории вблизи фокуса.
37. Понятие предельного цикла. Поведение траекторий вблизи предельного цикла.
38. Альтернатива Фредгольма и следствие из неё.
39. Определение функции Грина. Теорема о существовании функции Грина. Свойства функции Грина.
40. Задача Штурма-Лиувилля. Теорема о свойствах собственных значений и собственных функций.
41. Моделирование систем, устойчивость и обратная связь, синтез регуляторов.

42. Модели нейронов и генерация спайков, синхронизация и нейронные ритмы, аттракторы и механизмы памяти.

Перечень компетенций (части компетенции), проверяемых оценочным средством:
ОПК-1.1, ОПК-1.2.

4.2 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Методические рекомендации, определяющие процедуры оценивания на зачете и экзамене:

Процедура промежуточной аттестации проходит в соответствии с Положением о текущем контроле и промежуточной аттестации обучающихся ФГБОУ ВО «КубГУ».

Итоговой формой контроля сформированности компетенций у обучающихся по дисциплине являются зачет и экзамен. Студенты обязаны сдать зачет и экзамен в соответствии с расписанием и учебным планом.

ФОС промежуточной аттестации состоит из вопросов к экзамену и результатов текущего контроля.

Зачет и экзамен по дисциплине преследуют цель оценить работу студента за курс, получение теоретических знаний, их прочность, развитие творческого мышления, приобретение навыков самостоятельной работы, умение применять полученные знания для решения практических задач.

Форма проведения зачета и экзамена: устно.

Экзаменатору предоставляется право задавать студентам дополнительные вопросы по всей учебной программе дисциплины.

Результаты сдачи зачета и экзамена заносятся преподавателем в экзаменационную ведомость и зачетную книжку.

Оценивание уровня освоения дисциплины основывается на качестве выполнения студентом заданий текущего контроля и ответов на вопросы зачета и экзамена.

Критерии оценки по экзамену:

Оценка	Критерии оценивания по экзамену
Высокий уровень «5» (отлично)	оценку «отлично» заслуживает студент, освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал без пробелов; выполнивший все задания, предусмотренные учебным планом на высоком качественном уровне; практические навыки профессионального применения освоенных знаний сформированы.
Средний уровень «4» (хорошо)	оценку «хорошо» заслуживает студент, практически полностью освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не оценены максимальным числом баллов, в основном сформировал практические навыки.
Пороговый уровень «3» (удовлетворительно)	оценку «удовлетворительно» заслуживает студент, частично с пробелами освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, многие учебные задания либо не выполнил, либо они оценены числом баллов близким к минимальному, некоторые практические навыки не сформированы.
Минимальный уровень «2» (неудовлетворительно)	оценку «неудовлетворительно» заслуживает студент, не освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не выполнил, практические навыки не сформированы.

Критерии оценки по зачету:

«зачтено»: студент владеет теоретическими знаниями по данному разделу, допускает незначительные ошибки, справляется с материалом без видимых затруднений; студент умеет правильно объяснять материал, подкрепляя его примерами, и, применяя полученные знания при решении практических задач.

«не зачтено»: материал не усвоен или усвоен частично, студент затрудняется привести примеры, решает задачи с видимыми затруднениями; довольно ограниченный объем знаний теоретического материала.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

Методические рекомендации, определяющие процедуры оценивания коллоквиума

Критерии оценки:

«Отлично»: Ответ демонстрирует глубокое и системное понимание теоретического материала. Формулировки определений и теорем приводятся точно, полностью и с соблюдением всех необходимых условий. Студент свободно оперирует математической терминологией, устанавливает логические связи между понятиями, поясняет смысл утверждений и при необходимости излагает идею доказательства или приводит релевантный пример. Изложение логично, структурировано, без содержательных или терминологических ошибок.

«Хорошо»: Ответ в целом корректен и отражает хорошее понимание темы. Основные определения и теоремы сформулированы верно, однако могут отсутствовать второстепенные детали (например, одно из условий теоремы не названо явно). Имеется общее представление о связи понятий, возможны незначительные неточности в

терминологии или неполное объяснение сути утверждения. Студент способен отвечать на уточняющие вопросы, но аргументация может быть недостаточно развёрнутой.

«Удовлетворительно»: Ответ носит фрагментарный или поверхностный характер. Студент воспроизводит отдельные элементы теории (например, название теоремы или общую идею), но не владеет полной и точной формулировкой. Имеются существенные пробелы: пропущены ключевые условия, перепутаны понятия, отсутствует понимание области применимости результата. Возможны грубые терминологические ошибки. Ответ демонстрирует минимально достаточный уровень для допуска к дальнейшим видам работ, но требует серьёзной доработки.

«Неудовлетворительно»: Ответ отсутствует или содержит фундаментальные ошибки, свидетельствующие о непонимании базовых понятий курса. Студент не может сформулировать даже простейшие определения (например, что такое решение дифференциального уравнения, в чём состоит задача Коши, что означает устойчивость по Ляпунову). Имеет место путаница в терминах, логическая несвязность, попытки угадывания вместо содержательного ответа. Материал не усвоен.

Методические рекомендации, определяющие процедуры оценивания решения задач по тематике лабораторных работ

Критерии оценки:

5 (Отлично): Все задачи правильно классифицированы и решены; решения проверены; выводы полные и обоснованные; оформление аккуратное.

4 (Хорошо): Большинство уравнений решены верно; допущены мелкие ошибки в классификации или вычислениях; выводы присутствуют, но краткие.

3 (Удовлетворительно): Решены не все задачи; есть ошибки в определении типов уравнений или методах; отсутствует проверка или задача не выполнена.

2 (Неудовлетворительно): Менее половины заданий решено; систематические ошибки в подходе; работа не соответствует заданию.

4.3. Методические указания по организации вычислительной инфраструктуры

Условия применения:

- Курс рассчитан на студентов 2-го года обучения.
- Занятия проводятся в формате лекций и практических аудиторных занятий.
- Наличие проектора и инфраструктуры для демонстрации схем, фазовых портретов, формулировок теорем, решений типовых задач или анимаций поведения траекторий.
- Наличие вычислительных инструментов для самопроверки аналитических решений дифференциальных уравнений и систем.

Цели, задачи и ожидаемые результаты

Цели организации вычислительной инфраструктуры:

- Обеспечить студентам дополнительные инструменты для самопроверки аналитических решений дифференциальных уравнений и систем.
- Поддерживать процесс самостоятельной подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и экзамену с помощью цифровых ресурсов.
- Сформировать у студентов критическое отношение к результатам, полученным с помощью программных средств: умение отличать корректное аналитическое решение от формального вывода системы компьютерной алгебры.

Задачи преподавателя:

1. Подготовка и публикация перечня рекомендуемых цифровых инструментов.
2. Разработка эталонных решений и методических пояснений.
3. Создание онлайн-тестов и интерактивных заданий для самодиагностики.
4. Оформление методических материалов по использованию ПО.
5. Организация единого информационного пространства.

Ожидаемые результаты студентов:

- Умение проверять собственные решения с помощью цифровых инструментов.
- Понимание ограничений и возможностей систем компьютерной алгебры при работе с дифференциальными уравнениями.
- Способность интерпретировать результаты, полученные программно, в терминах аналитической теории (например, распознавать, когда система выдаёт общее решение в неявной форме или пропускает особые решения).
- Формирование навыков самостоятельной работы с теоретическим материалом и задачами вне аудитории.

Порядок реализации

Задача №1: Подготовка и публикация перечня рекомендуемых цифровых инструментов
Составить и опубликовать список цифровых инструментов, предназначенных для самопроверки решений дифференциальных уравнений и систем:

- WolframAlpha – для быстрой проверки общих и частных решений, построения фазовых портретов и полей направлений
- Symbolab – для пошагового просмотра методов решения (полезно при повторении)
- GeoGebra – для визуализации интегральных кривых и качественного анализа поведения решений
- Python с библиотекой SymPy – для символьной проверки решений (примеры кода приведены в методических материалах)
- Desmos (в ограниченном режиме) – для графической иллюстрации решений, зависящих от параметра

Для каждого инструмента указаны:

- Ссылка на веб-интерфейс
- Пример корректного запроса (например, solve $y' = x*y$)
- Ограничения использования (например, «WolframAlpha может не выдавать особые решения»)
- Рекомендации по интерпретации результата в терминах курса

Задача №2: Разработка эталонных решений и методических пояснений

Подготовить типовые решения по ключевым темам:

- Уравнения с разделяющимися переменными
- Однородные уравнения (замена $y=ux$)
- Линейные уравнения (метод интегрирующего множителя)
- Системы с постоянными коэффициентами (через собственные значения)
- Анализ устойчивости особых точек

Каждое решение включает:

- Классификацию уравнения
- Обоснование выбора метода
- Пошаговые преобразования
- Проверку подстановкой
- Комментарий о том, как проверить результат в WolframAlpha/SymPy

Задача №3: Создание онлайн-тестов и интерактивных заданий для самодиагностики

Разработать интерактивные материалы для самостоятельной оценки уровня усвоения:

- Тест «Определи тип уравнения» – выбор правильного типа из 5 вариантов для 10 случайных уравнений
- Тест «Выбери метод решения» – сопоставление уравнения и подходящего метода
- Тест «Тип особой точки» – по заданной матрице или собственным значениям определить тип (узел, седло, фокус и др.)
- Интерактивные карточки (Anki/Quizlet) – для запоминания формулировок теорем (Пикара, Пеано, Лиувилля, Четаева и др.)

Каждый тест включает:

- Мгновенную обратную связь
- Пояснение к правильному ответу
- Ссылку на соответствующий раздел методических материалов
- Возможность повторного прохождения

Задача №4: Оформление методических материалов по использованию ПО

Подготовить методические указания по применению цифровых инструментов в качестве средства самопроверки, а не замены ручного решения:

- «Как проверить решение в WolframAlpha» – пошаговая инструкция с примерами корректного ввода и интерпретации вывода
- «Что может упустить система компьютерной алгебры?» – перечень типичных «ловушек» (потеря особых решений, неявные формы, игнорирование условий теорем)
- «Как визуализировать фазовый портрет в GeoGebra» – краткое руководство с примерами для систем 2-го порядка
- «Проверка линейной системы в SymPy» – готовый шаблон кода на Python с пояснением каждой строки

Все материалы подчёркивают:

- Приоритет аналитического решения
- Необходимость понимания метода, а не только результата
- Критическое отношение к автоматизированным выводам

Задача №5: Организация единого информационного пространства

- Все вспомогательные материалы размещены в LMS университета (например, Moodle, Google Classroom, MS Teams) в структурированном виде:
- Раздел «Лекции» – презентации, формулировки теорем, схемы классификации
- Раздел «Практика» – эталонные решения, контрольные работы прошлых лет с решениями
- Раздел «Самопроверка» – ссылки на инструменты, инструкции, онлайн-тесты
- Раздел «Подготовка к коллоквиуму» – список теоретических вопросов, карточки, критерии оценки
- Раздел «Частые ошибки» – разбор типичных неточностей в решениях и формулировках

Структура обеспечивает:

- Быстрый доступ к нужному материалу
- Логическую связь между темами
- Возможность самостоятельной подготовки без участия преподавателя
- Единый стиль оформления и терминологию, соответствующую лекциям

Порядок проверки корректности

Чек-лист проверки:

1. Подготовка вспомогательных материалов:
 - Все рекомендуемые инструменты протестированы на актуальных примерах курса
 - Эталонные решения проверены вручную и с помощью ПО
 - Методические пояснения написаны ясным языком, без избыточной технической сложности
2. Доступность и удобство:
 - Ссылки на инструменты рабочие и не требуют регистрации
 - Примеры запросов воспроизводимы студентами без опыта программирования
 - Материалы структурированы по темам курса
3. Методическая целесообразность:
 - Подчёркнута роль ручного решения как основного метода обучения
 - Указаны типичные ловушки при использовании ПО (например, WolframAlpha может не выдать особое решение)
 - Есть рекомендации по интерпретации результатов
4. Интеграция в учебный процесс:
 - Материалы размещены в едином цифровом пространстве (LMS)
 - Студенты проинформированы о назначении и границах применения инструментов
 - Преподаватель готов ответить на вопросы по использованию ПО
5. Обратная связь и актуализация:
 - Предусмотрена возможность сбора отзывов от студентов
 - Материалы обновляются ежегодно с учётом изменений в программе или доступности инструментов

4.4. Методические указания по организации лабораторных работ

Условия применения:

- Курс рассчитан на студентов 2-го года обучения.
- Занятия проводятся в формате лекций и практических аудиторных занятий.
- Наличие проектора и инфраструктуры для демонстрации схем, фазовых портретов, формулировок теорем, решений типовых задач или анимаций поведения траекторий.
- Наличие вычислительных инструментов для самопроверки аналитических решений дифференциальных уравнений и систем.

Цели, задачи и ожидаемые результаты

Цель организации лабораторных работ:

Формирование у студентов устойчивых навыков аналитического решения, классификации и качественного анализа дифференциальных уравнений и систем, а также развитие способности интерпретировать поведение решений в терминах математической теории и прикладных задач.

Задачи преподавателя:

1. Организовать лабораторные работы по ключевым темам дисциплины.
2. Подготовить методические материалы и шаблоны решений для выполнения заданий.
3. Обеспечить студентов примерами задач, графиками и вспомогательными материалами.
4. Разработать критерии оценки и проверки выполненных работ.

5. Обеспечить связь между аналитическими решениями и их качественной интерпретацией (фазовые портреты, устойчивость, особые решения).
6. Актуализировать лекционные презентации и методические указания.

Ожидаемые результаты студентов:

- Знает основные типы дифференциальных уравнений первого порядка, методы их решения, формулировки ключевых теорем (Пикара, Пеано, Лиувилля), классификацию особых точек линейных систем.
- Умеет определять тип уравнения, выбирать адекватный метод решения, строить общее и частное решения, анализировать устойчивость и поведение траекторий.
- Владеет навыками качественного анализа: построение фазовых портретов (вручную или с опорой на визуализацию), интерпретация спектра матрицы, распознавание особых решений и условий применимости теорем.

Порядок реализации

Задача №1: Организовать лабораторные работы по ключевым темам дисциплины

Порядок выполнения задачи:

- Сформировать перечень лабораторных работ, охватывающих все разделы программы:
 - Классификация и решение уравнений первого порядка
 - Теоремы существования и единственности (Пикара, Пеано)
 - Линейные уравнения и системы с постоянными коэффициентами
 - Анализ устойчивости по Ляпунову
 - Поведение траекторий линейных систем второго порядка
- Определить объём и продолжительность каждой работы (1–2 академических часа).
- Разработать краткие методические указания с пошаговой инструкцией.
- Оформить задания в формате PDF с чёткими требованиями к оформлению отчёта.
- Провести пилотное тестирование заданий на коллегах или старших студентах.
- Внести корректировки на основе обратной связи.

Примеры тем лабораторных работ:

- Определение типа и решение дифференциальных уравнений первого порядка
- Применение теоремы Пикара: проверка условий и построение приближений
- Решение линейной однородной системы через собственные значения
- Классификация и построение фазового портрета для системы второго порядка
- Исследование устойчивости нулевого решения по первому приближению
- Построение вещественного общего решения при комплексных и кратных корнях
- Анализ поведения решений вблизи предельного цикла (качественно)

Задача №2: Подготовить методические материалы и шаблоны решений для выполнения заданий

Порядок выполнения задачи:

- Подготовить набор графиков и фазовых портретов (в PDF или PNG) для демонстрации на проекторе.
- Создать шаблоны решений с пошаговыми комментариями по каждой теме.
- Разработать краткие справочные таблицы:
 - «Типы уравнений первого порядка и методы решения»
 - «Классификация особых точек по собственным значениям»
 - «Формулировки ключевых теорем и условия их применимости»
- Подготовить инструкции по использованию WolframAlpha/GeoGebra для самопроверки (без замены ручного решения).

- Убедиться, что все материалы соответствуют программе и учебникам.

Задача №3: Обеспечить студентов примерами задач, графиками и вспомогательными материалами

Порядок выполнения задачи:

- Подготовить набор типовых задач с полными решениями по каждой лабораторной работе.
- Создать подборку фазовых портретов для всех типов особых точек (узел, седло, фокус, центр, вырожденный узел).
- Разработать примеры частых ошибок (например, потеря особого решения, неверная замена в однородном уравнении).
- Составить задачи с начальными условиями для отработки задачи Коши.
- Документировать все материалы: добавить пояснения, ссылки на теорию, рекомендации по оформлению.

Задача №4: Разработать критерии оценки и проверки выполненных работ

Порядок выполнения задачи:

- Сформулировать критерии оценки:
 - Правильность классификации уравнения
 - Обоснованность выбора метода
 - Корректность преобразований и вычислений
 - Полнота решения (включая проверку и интерпретацию)
 - Качество оформления отчёта
- Разработать чек-листы для преподавателя при проверке работ.
- Для работ по устойчивости и фазовым портретам – подготовить эталонные схемы для сравнения.
- Определить требования к отчёту:
 - Титульный лист
 - Цель и задачи
 - Теоретическая справка
 - Решение с пояснениями
 - Выводы
- Обеспечить обратную связь: указание на ошибки и рекомендации по исправлению.

Задача №5: Обеспечить связь между аналитическими решениями и их качественной интерпретацией

Порядок выполнения задачи:

- Подготовить реальные примеры из физики, биологии, экономики, описываемые дифференциальными уравнениями (например, модель хищник–жертва, радиоактивный распад, колебания маятника).
- Сформулировать проектные мини-задачи, объединяющие решение уравнения и его интерпретацию (например: «Решите уравнение, постройте фазовый портрет, объясните, что означает устойчивость в контексте модели»).
- Разработать схемы сопоставления: Спектр матрицы \leftrightarrow тип особой точки \leftrightarrow поведение реальной системы
- Проверить, что все интерпретации корректны и соответствуют уровню подготовки студентов.
- Ввести итоговую комплексную работу по анализу модели, описываемой системой дифференциальных уравнений.

Задача №6: Актуализировать лекционные презентации и методические указания

Порядок выполнения задачи:

Актуализировать презентации лекций в соответствии с последней версией рабочей программы.

Сверстать слайды в едином стиле: чёткие формулировки, минимум текста, максимум схем и графиков.

Добавить анимированные схемы (при необходимости) для демонстрации эволюции траекторий.

Включить в презентации ссылки на методические материалы и примеры из лабораторных работ.

Обеспечить доступность презентаций через LMS университета.

5. Перечень учебной литературы, информационных ресурсов и технологий

5.1. Учебная литература

1. Филиппов, Алексей Федорович. Введение в теорию дифференциальных уравнений : учебник для студентов вузов по группе физико-математических направлений и специальностей / А. Ф. Филиппов. - Изд. стер. - Москва : URSS : [ЛЕНАНД], 2015. - 239 с. - (Классический учебник МГУ). - Библиогр.: с. 234-236. - ISBN 9785971014997 : 111.00. - Текст : непосредственный. URL:

http://megapro.kubsu.ru/MegaPro/UserEntry?Action=Link_FindDoc&id=98702&idb=0

2. Филиппов, Алексей Федорович. Сборник задач по дифференциальным уравнениям / А. Ф. Филиппов. - Изд. стер. - Москва : URSS : ЛЕНАНД, 2024. - 239 с. - (Классический учебник МГУ). - ISBN 978-5-9710-5561-7. - ISBN 978-5-9519-4306-4 : 350 р. - Текст : непосредственный. URL:

http://megapro.kubsu.ru/MegaPro/UserEntry?Action=Link_FindDoc&id=278626&idb=0

3. Романко, В.К. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления : учебное пособие / В.К. Романко. - 6-е изд. - Москва : Лаборатория знаний, 2020. - 347 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/152035> (дата обращения: 13.04.2022). - Режим доступа: для авториз. пользователей. - ISBN 978-5-00101-651-9. - Текст : электронный. URL:

http://megapro.kubsu.ru/MegaPro/UserEntry?Action=Link_FindDoc&id=170196&idb=0

4. Хеннер, В. К. Обыкновенные дифференциальные уравнения, вариационное исчисление, основы специальных функций и интегральных уравнений : учебное пособие / В. К. Хеннер, Т. С. Белозерова, М. В. Хеннер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 320 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/210038> (дата обращения: 28.04.2022). - Режим доступа: для авториз. пользователей. - ISBN 978-5-8114-2592-1. - Текст : электронный. URL:

http://megapro.kubsu.ru/MegaPro/UserEntry?Action=Link_FindDoc&id=202230&idb=0

5. Демидович, Б. П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения : учебное пособие / Б.П. Демидович, И.А. Марон, Э.З. Шувалова. - 5-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 400 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/210437> (дата обращения: 20.02.2024). - Режим доступа: для авториз. пользователей. - ISBN 978-5-8114-0799-6. - Текст : электронный. URL:

http://megapro.kubsu.ru/MegaPro/UserEntry?Action=Link_FindDoc&id=169742&idb=0

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах «Лань» и «Юрайт».

5.2. Периодические издания и конференции (А*):

1. IEEE Transactions on Big Data – научные статьи по обработке больших данных.
2. Journal of Big Data (SpringerOpen) – открытый журнал с исследованиями в области Big Data.

3. Big Data Research (Elsevier) – публикации по анализу, управлению и визуализации данных.
4. Data Science Journal (CODATA) – междисциплинарные исследования данных.
5. ACM Transactions on Knowledge Discovery from Data (TKDD) – методы извлечения знаний из больших данных.
6. <https://openreview.net/forum?id=FMMF1a9ifL>
7. <https://openreview.net/forum?id=EIUrNM9U8c#discussion>
8. <https://openreview.net/forum?id=JoO6mtCLHD>
9. <https://aclanthology.org/2024.findings-emnlp.760/>
10. <https://aclanthology.org/2020.coling-main.588/>
11. https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-72113-8_30
12. https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-031-42448-9_10
13. <https://aclanthology.org/2024.findings-naacl.288/>

5.3. Интернет-ресурсы, в том числе современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Электронно-библиотечные системы (ЭБС):

1. ЭБС «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
2. ЭБС «УНИВЕРСИТЕТСКАЯ БИБЛИОТЕКА ОНЛАЙН» <http://www.biblioclub.ru/>
3. ЭБС «BOOK.ru» <https://www.book.ru>
4. ЭБС «ZNANIUM.COM» www.znanium.com
5. ЭБС «ЛАНЬ» <https://e.lanbook.com>

Профессиональные базы данных

1. Scopus <http://www.scopus.com/>
2. ScienceDirect <https://www.sciencedirect.com/>
3. Журналы издательства Wiley <https://onlinelibrary.wiley.com/>
4. Научная электронная библиотека (НЭБ) <http://www.elibrary.ru/>
5. Полнотекстовые архивы ведущих западных научных журналов на Российской платформе научных журналов НЭИКОН <http://archive.neicon.ru>
6. Национальная электронная библиотека (доступ к Электронной библиотеке диссертаций Российской государственной библиотеки (РГБ) <https://rusneb.ru/>
7. Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина <https://www.prlib.ru/>
8. База данных CSD Кембриджского центра кристаллографических данных (CCDC) <https://www.ccdc.cam.ac.uk/structures/>
9. Springer Journals: <https://link.springer.com/>
10. Springer Journals Archive: <https://link.springer.com/>
11. Nature Journals: <https://www.nature.com/>
12. Springer Nature Protocols and Methods: <https://experiments.springernature.com/sources/springer-protocols>
13. Springer Materials: <http://materials.springer.com/>
14. Nano Database: <https://nano.nature.com/>
15. Springer eBooks (i.e. 2020 eBook collections): <https://link.springer.com/>
16. "Лекториум ТВ" <http://www.lektorium.tv/>
17. Университетская информационная система РОССИЯ <http://uisrussia.msu.ru>

Бесплатные образовательные ресурсы

1. Jupyter Notebook – интерактивные вычисления
2. Visual Studio Code – редактор кода с поддержкой Python
3. Google Scholar/arXiv – доступ к научным публикациям

Ресурсы свободного доступа

1. КиберЛенинка <http://cyberleninka.ru/>;
2. Американская патентная база данных <http://www.uspto.gov/patft/>
3. Министерство науки и высшего образования Российской Федерации <https://www.minobrnauki.gov.ru/>;
4. Федеральный портал "Российское образование" <http://www.edu.ru/>;
5. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" <http://window.edu.ru/>;
6. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов <http://school-collection.edu.ru/> .
7. Проект Государственного института русского языка имени А.С. Пушкина "Образование на русском" <https://pushkininstitute.ru/>;
8. Справочно-информационный портал "Русский язык" <http://gramota.ru/>;
9. Служба тематических толковых словарей <http://www.glossary.ru/>;
10. Словари и энциклопедии <http://dic.academic.ru/>;
11. Образовательный портал "Учеба" <http://www.uceba.com/>;
12. Законопроект "Об образовании в Российской Федерации". Вопросы и ответы http://xn--273--84d1f.xn--plai/voprosy_i_otvety

Собственные электронные образовательные и информационные ресурсы КубГУ

1. Электронный каталог Научной библиотеки КубГУ <http://megapro.kubsu.ru/MegaPro/Web>
2. Электронная библиотека трудов ученых КубГУ <http://megapro.kubsu.ru/MegaPro/UserEntry?Action=ToDb&idb=6>
3. Среда модульного динамического обучения <http://moodle.kubsu.ru>
4. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций <http://infoneeds.kubsu.ru/>
5. Библиотека информационных ресурсов кафедры информационных образовательных технологий <http://mschool.kubsu.ru;>
6. Электронный архив документов КубГУ <http://docspace.kubsu.ru/>
7. Электронные образовательные ресурсы кафедры информационных систем и технологий в образовании КубГУ и научно-методического журнала "ШКОЛЬНЫЕ ГОДЫ" <http://icdau.kubsu.ru/>

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной теоретический материал, лабораторных занятий, позволяющих студентам в полной мере ознакомиться с понятием дифференциальных уравнений и освоиться в решении практических задач.

По курсу предусмотрено проведение лабораторных занятий, на которых дается прикладной систематизированный материал. В ходе занятий разбираются методы решений задач по темам. После занятия рекомендуется выполнить упражнения, приводимые для самостоятельной работы.

При самостоятельной работе студентов необходимо изучить литературу, приведенную в перечнях выше, для осмысления вводимых понятий, анализа предложенных подходов и методов дискретной математики. При решении новой задачи студент должен уметь выбрать метод решения и его обоснование.

Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине. В процессе самостоятельной работы студент приобретает навыки работы с дискретными объектами.

Используются активные, инновационные образовательные технологии, которые способствуют развитию общекультурных, общепрофессиональных компетенций и профессиональных компетенций обучающихся:

- проблемное обучение;
- разноуровневое обучение;
- проектные методы обучения;
- исследовательские методы в обучении;
- обучение в сотрудничестве (командная, групповая работа);
- информационно- коммуникационные технологии.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

Учебно-методическим обеспечением курсовой работы студентов являются:

1. учебная литература;
2. нормативные документы ВУЗа;
3. методические разработки для студентов.

Самостоятельная работа студентов включает:

- оформление итогового отчета (пояснительной записки).
- анализ нормативно-методической базы организации;
- анализ научных публикации по заранее определённой теме;
- анализ и обработку информации;
- работу с научной, учебной и методической литературой,
- работа с конспектами лекций, ЭБС.

Для самостоятельной работы представляется аудитория с компьютером и доступом в Интернет, к электронной библиотеке вуза и к информационно-справочным системам.

Перечень учебно-методического обеспечения:

1. Основная образовательная программа высшего профессионального образования федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Кубанский государственный университет» по направлению подготовки.
2. Положение о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Кубанский государственный университет».
3. Общие требования к построению, содержанию, оформлению и утверждению рабочей программы дисциплины Федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования.
4. Методические рекомендации по содержанию, оформлению и применению образовательных технологий и оценочных средств в учебном процессе, основанном на Федеральном государственном образовательном стандарте.
5. Учебный план основной образовательной программы по направлению подготовки.
6. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования по направлению подготовки.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

Важнейшим компонентом курса является самостоятельная проектная работа, в ходе которой студент разрабатывает законченное решение для решения задач (кейсов) индустриальных партнеров. Допускается выполнение проектов в командах.

Подход, определяющий установление соответствия кейсов ИП и УГТ (5-7), позволяет четко соотносить этапы развития технологии с вовлеченностью партнера и снижать риски при переходе от лабораторных испытаний к промышленному внедрению.

Кейсы ПАО «Сбербанк»

Кейс 1. Прогнозирование динамики ликвидности в условиях кризиса

Описание:

В периоды экономической нестабильности банк сталкивается с резкими и труднопредсказуемыми изменениями в объемах поступлений и снятий средств. Традиционные статистические модели не успевают реагировать на динамику, что создаёт риски кассового разрыва.

Цель:

Разработать динамическую модель, которая описывает, как уровень ликвидности изменяется во времени под влиянием внешних событий (курсовые колебания, новости, поведение клиентов) и внутренних потоков, и позволяет заранее выявлять угрозы дефицита.

Технологии:

Модели на основе дифференциальных уравнений для описания непрерывной динамики финансовых потоков.

Численные методы решения (в Python или MATLAB) для симуляции различных сценариев.

Визуализация траекторий ликвидности во времени.

Интеграция с системами мониторинга рыночных и клиентских данных.

Реализация:

а) Сбор исторических данных по ежедневным остаткам, транзакциям и макроэкономическим событиям.

б) Построение модели, в которой текущий уровень ликвидности зависит от скорости притока и оттока средств, а также от внешних «шоков».

в) Калибровка модели по прошлым кризисным периодам.

г) Запуск стресс-тестов: «что будет, если завтра резко упадёт доверие?»

Результат:

Система раннего предупреждения о дефиците ликвидности за 3–5 дней до критического момента.

Снижение операционных рисков и издержек на экстренное привлечение средств.

Кейс 2. Прогнозирование оттока вкладов с учётом запаздывающей реакции клиентов

Описание:

Клиенты не реагируют на негативные новости мгновенно – их решение снять вклады «созревает» в течение нескольких дней. Это делает стандартные модели прогнозирования неточными.

Цель:

Создать модель, которая учитывает временной лаг между информационным событием (например, публикацией в СМИ) и фактическим поведением клиентов, чтобы точно предсказывать пик оттока.

Технологии:

Дифференциальные уравнения с запаздыванием – для описания «инерции» в поведении.

Анализ тональности новостей и соцсетей как входного сигнала.

Численное моделирование динамики депозитного портфеля.

Визуализация прогноза в разрезе сегментов клиентов.

Реализация:

- а) Сбор данных: объёмы вкладов по дням, лента новостей с оценкой уровня тревожности.
- б) Настройка модели, в которой текущий отток зависит не от сегодняшней ситуации, а от того, что происходило неделю назад.
- в) Подбор оптимального «времени реакции» для разных групп клиентов.
- д) Ежедневный прогноз оттока на ближайшие две недели.

Результат:

Прогноз оттока с точностью до 85%.

Возможность заблаговременно запускать удерживающие меры: персональные предложения, информационные рассылки, повышение ставок.

Кейс 3. Адаптивное управление ставками по кредитам для максимизации прибыли

Описание:

Банк хочет не просто устанавливать ставки раз в квартал, а динамически корректировать их в зависимости от спроса, конкуренции и уровня риска, чтобы находить баланс между доходностью и качеством портфеля.

Цель:

Построить модель, которая подсказывает, как и когда менять ставки, чтобы максимизировать прибыль при ограничении на рост просрочки.

Технологии:

Модели оптимального управления на основе дифференциальных уравнений.

Сценарное моделирование: «что будет, если повысить ставку сейчас?»

Численная оптимизация стратегий в среде Python или MATLAB.

Интеграция с данными по кредитной истории и поведению клиентов.

Реализация:

а) Анализ исторических данных: как изменение ставок влияло на объёмы выдач и уровень дефолтов.

б) Формализация цели: максимизировать совокупную прибыль за полгода.

в) Моделирование динамики кредитного портфеля как системы с «управлением» – ставкой.

д) Генерация рекомендаций: «через 10 дней снизить ставку на 0.3% для молодёжного сегмента».

Результат:

Рост прибыли от кредитования на 10–12%.

Более гибкая и персонализированная ценовая политика без роста рисков.

Кейсы ООО «АВА ЛАБ»

Кейс 1. Моделирование динамики загрузки курортного кластера с учётом сезонности, маркетинга и погоды

Описание:

Загрузка санаториев и отелей компании сильно колеблется в течение года, но эти колебания не случайны: они зависят от температуры, рекламных кампаний, праздников и даже урожайности (гости приезжают на «фермерские выходные»). Традиционные прогнозы на основе средних значений не учитывают инерцию спроса и обратные связи (например, высокая загрузка → перегрузка персонала → падение рейтинга → снижение спроса).

Цель:

Построить динамическую модель на основе дифференциальных уравнений, которая описывает, как скорость изменения загрузки зависит от текущих и прошлых условий, и использовать её для:

- точного прогнозирования спроса на 1–3 месяца вперёд,
- оптимизации закупок продуктов из собственных хозяйств,
- планирования графика персонала и маркетинговых активностей.

Технологии:

Модель рассматривает загрузку как непрерывную величину, меняющуюся во времени, а не как набор точек. Влияние погоды, цен и отзывов входит в уравнение как внешние управляющие функции. Запаздывание в реакции клиентов (например, бронирование за 2 недели до заезда) моделируется через уравнения с запаздыванием. Это позволяет уловить не только тренды, но и волновую природу спроса.

Результат:

Прогноз загрузки с точностью до 90% (вместо 65% по скользящему среднему).
Снижение избытка продуктов и простоев персонала в межсезонье.
Возможность запускать промоакции до спада, а не после.

Кейс 2. Управление экосистемой «умного агро-курорта» через моделирование потоков ресурсов

Описание:

Компания эксплуатирует замкнутый цикл: сельхозугодья поставляют еду в рестораны курорта, органические отходы перерабатываются в компост и биогаз, а очищенные стоки – в полив. Однако при росте загрузки или засухе система выходит из равновесия: не хватает удобрений, падает урожай, растут закупки извне.

Цель:

Создать единую динамическую модель, описывающую взаимосвязанную эволюцию ключевых переменных:

- объём свежих продуктов,
- уровень органических отходов,
- производство биогаза,
- плодородие почвы,
- энергопотребление.

Технологии:

Каждый компонент системы (почва, биогазовая установка, ресторан) описывается своим уравнением, а связи между ними – через обменные потоки. Например, скорость роста урожая зависит от текущего уровня плодородия, который, в свою очередь, зависит от скорости поступления компоста. Получается система связанных дифференциальных уравнений, отражающая непрерывную циркуляцию ресурсов. Модель позволяет симулировать последствия решений: «что будет, если увеличить загрузку на 20%?» или «как повлияет двухнедельная засуха?»

Результат:

Снижение внешних закупок удобрений и энергии на 40%.
Повышение устойчивости к климатическим и рыночным шокам.
Возможность масштабировать модель на новые объекты без «пробы и ошибок».

Кейс 3. Прогнозирование долгосрочной доходности инвестиционного портфеля с учётом динамической взаимозависимости активов

Описание:

Компания инвестирует одновременно в жилую недвижимость, агрохолдинги и гостиничные комплексы. Эти направления не изолированы: например, рост цен на землю повышает стоимость агроактивов, но может снизить рентабельность девелопмента. При

этом доходность каждого актива меняется непрерывно и нелинейно под влиянием макроэкономики, спроса и внутренних решений.

Цель:

Разработать модель, которая описывает совместную динамику капитала по всем направлениям и помогает принимать решения о перераспределении инвестиций для максимизации долгосрочной доходности при ограничении на риск.

Технологии:

Каждое направление моделируется как динамическая система, где скорость роста капитала зависит от текущего состояния самого актива и состояния других активов (через коэффициенты взаимовлияния). Это позволяет учитывать синергию (например, прибыль с фермы финансирует стройку) и конкуренцию за ресурсы. Модель решается численно, и на её основе строятся траектории развития портфеля при разных стратегиях управления.

Результат:

Рост среднегодовой доходности портфеля на 10–12% за счёт оптимального перераспределения.

Снижение волатильности благодаря учёту буферных свойств одних активов для других.

Обоснованные рекомендации для инвестиционного комитета: «в текущем цикле фокус на агро, через 18 месяцев – на девелопмент».

7. Материально-техническое обеспечение по дисциплине (модулю)

Перечень информационно-коммуникационных технологий

1. Электронная почта mail.ru, yandex.ru
2. Yandex Browser
3. Система управления обучением Moodle – сдача работ

Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения

1. OpenOffice
2. GIT
3. Yandex Browser
4. Mozilla Firefox
5. Google Chrome
6. Python + Jupyter + Google Colab
7. SymPy/SageMath
8. Octave (аналог MATLAB)

№	Вид работ	Наименование учебной аудитории, ее оснащённость оборудованием и техническими средствами обучения
1.	Лекционные занятия	Аудитория, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения
2.	Лабораторные занятия	Аудитория, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения, компьютерами, проектором, программным обеспечением
3.	Практические занятия	Аудитория, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения
4.	Групповые (индивидуальные) консультации	Аудитория, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения, компьютерами, программным обеспечением

5.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Аудитория, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения, компьютерами, программным обеспечением
6.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.

Примечание: Конкретизация аудиторий и их оснащение определяется ОПОП.

Для самостоятельной работы обучающихся предусмотрены помещения, укомплектованные специализированной мебелью, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Наименование помещений для самостоятельной работы обучающихся	Оснащенность помещений для самостоятельной работы обучающихся	Перечень лицензионного программного обеспечения
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (читальный зал Научной библиотеки)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	Операционная система Windows 10/11, пакет Microsoft Office
Помещение для самостоятельной работы обучающихся	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	Операционная система Windows 10/11, пакет Microsoft Office