

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по учебной работе,  
качеству образования – первый  
проректор

Хагуров Т.А.

подпись

« 29 » августа 2025 г.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Б1. О.13 Алгебра и геометрия

Направление подготовки 02.03.03 Математическое обеспечение и  
администрирование информационных систем

Профиль Искусственный интеллект и аналитика данных

Форма обучения очная

Квалификация бакалавр

Краснодар 2025

Рабочая программа дисциплины «Алгебра и геометрия» составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем профиль Искусственный интеллект и аналитика данных


Программу составил(и):

В.А. Акиньшина, канд. пед. наук, доцент

  
подпись


Рабочая программа дисциплины «Алгебра и геометрия» на заседании центра искусственного интеллекта протокол № 01 «28» августа 2025 г.

Руководитель центра ИИ Коваленко А.В.

  
подпись

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета компьютерных технологий и прикладной математики протокол № 01 «28» августа 2025 г.

Председатель УМК факультета Коваленко А.В.

  
подпись

Рецензенты:

Мостовой Евгений Викторович, генеральный директор ООО «Портал-Юг»,  
e-mail: mostovoy@portal-yug.ru

Луценко Евгений Вениаминович, доктор экономических наук, кандидат технических наук, профессор кафедры компьютерных технологий и систем Федерального государственного бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Кубанский государственный аграрный университет имени И.Т. Трубилина», e-mail: prof.lutsenko@gmail.com

## **1 Цели и задачи изучения дисциплины.**

### **1.1. Цель освоения дисциплины.**

Дисциплина направлена на формирование у студентов глубокого понимания фундаментальных концепций линейной алгебры и аналитической геометрии. Основной целью является создание прочной математической базы, позволяющей анализировать и разрабатывать алгоритмы обработки данных, а также развить навыки эффективной программной реализации математических методов с использованием современных инструментов и библиотек. Курс обеспечивает необходимую подготовку для дальнейшего изучения сложных тем в области искусственного интеллекта, способствуя развитию аналитического мышления и способности решать прикладные задачи.

### **1.2. Задачи дисциплины.**

В задачи курса «Алгебра и геометрия» входят:

- ✓ подготовка специалистов, способных применять полученные знания для решения прикладных задач, владеющих достаточными знаниями основных теоретических положений курса «Алгебра и геометрия»;
- ✓ формирование культуры мышления, способности к анализу, обобщению и восприятию информации, к постановке цели и выбору путей ее достижения;
- ✓ обеспечение математическим аппаратом естественнонаучных, общепрофессиональных и специальных дисциплин;
- ✓ формирование привычки к строгости в формулировке изложения материала, к логически непротиворечивой цепочке выводов и заключений;
- ✓ развитие навыков использования логических символов для сжатой записи рассуждений и теорем;
- ✓ развитие у студентов навыков самообразования.

### **1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы.**

Дисциплина «Алгебра и геометрия» относится к обязательной части Блока1 "Дисциплины (модули)" учебного плана.

Данная дисциплина (Алгебра и геометрия) относится к базовой части (Б1) математического и естественнонаучного цикла дисциплин и имеет логическую и содержательно – методическую взаимосвязь с дисциплинами основной образовательной программы. Дисциплина базируется на компетенциях, сформированных на предыдущем уровне образования. Для изучения алгебры и геометрии требуется качественное знание школьного курса алгебры, геометрии, тригонометрии, начал анализа.

Освоение данной дисциплины необходимо обучающемуся для успешного освоения следующих дисциплин: «Численные методы», «Интеллектуальные методы оптимизации», «Многомерный статистический анализ данных» и др., а также в учебно-исследовательской работе.

Курс «Алгебра и геометрия» читается студентам 1-го курса (1-й и 2-й семестры). Программа рассчитана на студентов, в полной мере освоивших школьный курс математики.

### **1.4. Профессиональные роли в структуре образовательной программы**

Роль 1: Data Analyst (Аналитик данных)

Задачи:

1. Статистический анализ, визуализация данных, предварительная обработка.

2. Создание прогнозных моделей
3. Построение аналитических моделей для поддержки бизнес-решений.

Роль 2: MLOps (Специалист по эксплуатации ИИ)

Задачи:

1. DevOps для ML.
2. Автоматизация, мониторинг ML-систем.
3. Операционное управление жизненным циклом ML-моделей.

Роль 3: AI PM (Менеджер проектов ИИ)

Задачи:

1. Управление ИИ-проектами от идеи до внедрения
2. Анализ бизнес-требований и постановка задач
3. Оценка эффективности и ROI ИИ-решений

### **1.5. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.**

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

- |              |  |
|--------------|--|
| <b>УК-1</b>  | <b>Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</b>                              |
| УК-1.1       | Способен применять системный подход к анализу предметной (проблемной) области в профессиональной деятельности  |
| УК-1.2       | Осуществляет поиск необходимой информации, опираясь на результаты анализа поставленной задачи  |
| <b>ОПК-1</b> | <b>Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</b> |
| ОПК-1.1      | Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук при построении моделей в заданной предметной области               |
| ОПК-1.2      | Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук при выборе методов решения задач профессиональной деятельности     |

Результаты обучения по дисциплине «Алгебра и геометрия» достигаются в рамках осуществления всех видов контактной и самостоятельной работы обучающихся в соответствии с утвержденным учебным планом.

Индикаторы достижения компетенций считаются сформированными при достижении соответствующих им результатов обучения.

## 2. Структура и содержание дисциплины.

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 9 зач.ед. (324 часа), их распределение по видам работ представлено в таблице  
(для студентов ОФО).

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры (часы)			
		1	2		
<b>Аудиторные занятия (всего):</b>	215	108,5	106,5		
Занятия лекционного типа	100	50	50	-	-
Лабораторные занятия	104	52	52	-	-
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)			-	-	-
	-	-	-	-	-
<b>Иная контактная работа:</b>					
Контроль самостоятельной работы (КСР)	10	6	4		
Промежуточная аттестация (ИКР)	1	0,5	0,5		
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>	<b>37,6</b>	<b>35,8</b>	<b>1,8</b>		
<i>Курсовая работа</i>	-	-	-	-	-
<i>Проработка учебного (теоретического) материала</i>	27,9	27,9		-	-
<i>Выполнение индивидуальных заданий (подготовка сообщений, презентаций)</i>	11,7	9,9	1,8	-	-
<i>Реферат</i>			-	-	-
Подготовка к текущему контролю	10	6	4	-	-
<b>Контроль:</b>					
Подготовка к экзамену	71,4	35,7	35,7		
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>час.</b>	<b>324</b>	<b>180</b>	<b>144</b>	<b>-</b>
	<b>в том числе контактная работа</b>	<b>215</b>	<b>108,5</b>	<b>106,5</b>	
	<b>зач. ед</b>	<b>9</b>	<b>5</b>	<b>4</b>	

### 2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.  
Разделы дисциплины, изучаемые в 1 семестре (очная форма)

№	Наименование разделов	Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа	
			Л	ЛР	КСР	СРС	Контроль
1	2	3	5	6	7	8	9
1.	Основы матричной алгебры	8	2	2		2	2
2.	Системы линейных алгебраических уравнений	8	2	2		2	2
3.	Определители и их свойства	9	2	2	1	2	2
4.	Теория и методы решения матричных уравнений	21,5	6	6	1	4,5	4
5.	Векторная алгебра. Линейные уравнения в геометрии	21,5	6	6	1	4,5	4

6.	Линейные пространства и многообразия	12	4	4		2	2
7.	Нормированные пространства. Ортогональные системы	20	6	6		4	4
8.	Линейные операторы. Собственные векторы и собственные значения	29	8	8	1	6,3	5,7
9.	Жорданова каноническая форма линейного оператора	14	4	6		2	2
10.	Нормальные и унитарные матрицы	8	2	2		2	2
11.	Матрица Фурье. Дискретное преобразование Фурье	8	2	2		2	2
12.	Сингулярные числа и сингулярные векторы. Метод наименьших квадратов	17,5	6	6		1,5	4
	Всего по разделам дисциплины	179,5	50	52	6	35,8	35,7
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,5					

Разделы дисциплины, изучаемые в 2 семестре (очная форма)

№	Наименование разделов	Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа	
			Л	ЛР	КСР	СРС	Контроль
1	2	3	4	5	6	7	8
1.	Комплексные числа	7	2	2	1		2
2.	Основы абстрактной алгебры: группы, кольца, поля	6	6	6			4
3.	Общая теория алгебры полиномов	11	4	4	1		2
4.	Алгебраические многообразия.	14	6	6			2
5.	Квадратичные формы	10	4	4			2
6.	Сопряженный оператор	6	2	2			2
7.	Спектральные задачи	6	2	2			2
8.	Тензоры и многомерная алгебра	13,7	4	6			3,7
9.	Основы дифференциальной геометрии	10	4	4			2
10.	Топологические пространства. Основы алгебраической топологии	10	4	4			2
11.	Линейная алгебра в классическом машинном обучении	12,4	4	4		0,4	4
12.	Геометрические методы в задачах классификации	12,4	4	4		0,4	4
13.	Линейная алгебра в обучении моделей	13	4	4		1	4
	Всего по разделам дисциплины	143,5	50	52	4	1,8	35,7
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,5					
	Итого за 2 семестр:	144	50	52	4	1,8	35,7
	Итого по разделам дисциплины:	324	100	104	10	37,6	71,4

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

**Форма проведения аттестации по дисциплине:** зачет и экзамен в первом семестре, зачет и экзамен во втором семестре

## **2.3 Содержание разделов дисциплины:**

### **2.3.1 Занятия лекционного типа.**

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1	Основы матричной алгебры	Линейные отображения и матрицы. Виды матриц. Свойства бинарных операций. Сложение матриц и умножение на число. Ассоциативность и некоммутативность умножения матриц. Умножения блочных матриц. Вычислительная сложность матричного умножения.	Коллоквиум, экзамен, устный опрос
2	Системы линейных алгебраических уравнений	Система линейных алгебраических уравнений. Линейные комбинации. Линейная зависимость и линейная независимость. Базис и размерность. Понятие совместности и несовместности системы линейных алгебраических уравнений.	Коллоквиум, экзамен, устный опрос
3	Определители и их свойства	Определители малых порядков. Определитель $n$ -го порядка. Определитель транспонированной матрицы. Определитель как функция столбцов (строк) матрицы. Алгебраические дополнения и миноры. Теорема Лапласа. Методы вычисления определителей высоких порядков. Определитель блочно-треугольной матрицы.	Коллоквиум, экзамен, устный опрос
4	Теория и методы решения матричных уравнений	Обратная матрица. Теорема об обратной матрице. Методы нахождения обратной матрицы. Решение матричных уравнений. Правило Крамера. Определитель произведения матриц. Обратимость и невырожденность. Свойства линейной зависимости и линейной независимости строк (столбцов) матрицы. Теорема о ранге матрицы. Однородные и неоднородные системы линейных уравнений. Геометрическая интерпретация СЛУ. Строение множества решений СЛУ. Методы нахождения решения невырожденной СЛУ. Общее, частное и базисное решения. Теорема Кронекера-Капелли. Метод Гаусса. LU-разложение.	Коллоквиум, экзамен, устный опрос
5	Векторная алгебра. Линейные уравнения в геометрии	Метод координат. Геометрический вектор. Линейные операции над векторами. Координаты вектора. Коллинеарные и компланарные векторы. Прямые линии и плоскости: общее понятие об уравнениях. Уравне-	Коллоквиум, экзамен, устный опрос

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
		ния прямых и плоскостей. Полуплоскости и полупространства. Скалярное произведение векторов. Ориентация системы векторов. Векторное и смешанное произведения векторов. Расстояние от точки до прямой на плоскости. Расстояние от точки до плоскости.	
6	Линейные пространства и многообразия	Линейные пространства. Бесконечномерные и конечномерные линейные пространства. Базис и размерность. Подпространства линейного пространства. Пересечение и сумма линейных подпространств. Прямая сумма подпространств. Дополнительные пространства и проекции. Линейные многообразия. Аффинные многообразия. Гиперплоскости. Полупространства. Выпуклые множества.	Коллоквиум, экзамен, устный опрос
7	Нормированные пространства. Ортогональные системы	Нормированное пространство. Выпуклые функции и неравенства. Неравенства Гельдера и Минковского. Нормы Гельдера. Нормы в бесконечномерном пространстве. Метрическое пространство. Множества в метрическом пространстве. Евклидово пространство. Унитарное пространство. Скалярное произведение, длина вектора, угол между векторами. Процесс ортогонализации Грамма-Шмидта. Неравенство Коши-Буняковского. Подпространства унитарного (евклидова) пространства. Ортогональная проекция и ортогональное дополнение. $QR$ -разложение.	Коллоквиум, экзамен, устный опрос
8	Линейные операторы. Собственные векторы и собственные значения	Линейные операторы. Матрица линейного оператора. Переход к другим базисам. Ядро и образ линейного оператора. Обратный оператор. Диагонализируемые матрицы. Собственные числа и собственные векторы. Свойства собственных векторов. Характеристическое уравнение. Алгебраическая кратность собственного значения. Аннулирующий и минимальный многочлены. Приведение к почти треугольной матрице. Инвариантные подпространства. Геометрическая кратность собственного значения.	Коллоквиум, экзамен, устный опрос



№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
9	Жорданова каноническая форма линейного оператора	Многочлены от матрицы. Корневые подпространства. Блочно-диагональная форма матрицы. Минимальное инвариантное пространство. Жордановы цепочки. Жорданова форма матрицы. Жорданов базис в корневом подпространстве. Вычисление жордановой формы.	Коллоквиум, экзамен, устный опрос
10	Нормальные и унитарные матрицы	Нормальные матрицы. Унитарные матрицы. Матрицы отражения и вращения. Эрмитовы матрицы. Блочно-диагональная форма вещественной нормальной матрицы. Блочно-диагональная форма ортогональной матрицы.	Коллоквиум, экзамен, устный опрос
11	Матрица Фурье. Дискретное преобразование Фурье	Матрица Фурье. Циркулянтные матрицы. Алгебры матриц. Дискретное преобразование Фурье. Быстрое преобразование Фурье. Свертки.	Коллоквиум, экзамен, устный опрос
12	Сингулярные числа и сингулярные векторы. Метод наименьших квадратов	Сингулярные числа и сингулярные векторы. Сингулярное разложение и решение СЛУ. Метод наименьших квадратов. Псевдообратная матрица. Теорема о наилучших аппроксимациях матрицы с понижением ранга.	Коллоквиум, экзамен, устный опрос
13	Комплексные числа	Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Действия над комплексными числами. Комплексная плоскость. Геометрическая интерпретация действий с комплексными числами. Возведение комплексного числа в степень с целым показателем. Формула Муавра. Извлечение корня из комплексного числа. Показательная форма комплексного числа. Матрицы с комплексными элементами	Коллоквиум, экзамен, устный опрос
14	Основы абстрактной алгебры: группы, кольца, поля	Кольца и поля. Делители нуля. Кольцо вычетов. Вложения и изоморфизмы. Группа, подгруппа, гомоморфизм. Классы смежности. Примеры абелевых групп. Группа невырожденных диагональных матриц. Группа невырожденных треугольных матриц. Циклические группы. Группа обратимых матриц. Группа корней степени $n$ из единицы	Коллоквиум, экзамен, устный опрос
15	Общая теория алгебры полиномов	Линейные пространства над полем. Полиномы над полем. Кольцо полиномов. Корень полинома. Схема Горнера и теорема Безу. Теория делимости для полиномов. Алгоритм деления с остатком. Наибольший общий делитель двух полиномов. Неприводи-	Коллоквиум, экзамен, устный опрос

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
		мые полиномы. Комплексные полиномы. Основная теорема алгебры. Разложение комплексных многочленов. Разложение вещественных многочленов.	
16	Алгебраические многообразия.	Алгебраические многообразия. Квадратичные многочлены от двух переменных. Поворот и сдвиг декартовой системы координат. Эллипс, гипербола, парабола. Квадратичные многочлены от трех переменных. Ортогональные матрицы. Диагонализация вещественных симметричных матриц. Приведенные уравнения поверхности второго порядка. Эллипсоид. Однополостный гиперболоид. Линейчатая поверхность. Двуполостный гиперболоид. Эллиптический конус. Эллиптический параболоид. Гиперболический параболоид. Цилиндрические поверхности.	Коллоквиум, экзамен, устный опрос
17	Квадратичные формы	Определение и матричная запись квадратичной формы. Невырожденное преобразование квадратичной формы к каноническому виду. Эквивалентные квадратичные формы. Канонический вид пары квадратичных форм. Положительно (отрицательно) определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра. Закон инерции квадратичных форм. Метод Лагранжа. Ортогональное преобразование квадратичной формы к каноническому виду.	Коллоквиум, экзамен, устный опрос
18	Сопряженный оператор	Сопряженный оператор. Матрица сопряженного оператора. Нормальный оператор. Самосопряженный оператор. Метод сопряженных градиентов.	Коллоквиум, экзамен, устный опрос
19	Спектральные задачи	Спектральная теорема. Спектральные задачи. Преобразования отражения и вращения. Приведение к треугольному виду. Приведение к почти треугольному виду. Вычисление сингулярных чисел.	Коллоквиум, экзамен, устный опрос
20	Тензоры и многомерная алгебра	Многомерные массивы и матрицы. Трехмерные массивы и трилинейные разложения. Индексная нотация: правило Эйнштейна. Алгебра тензоров: сложение, умножение на скаляр, тензорное умножение, свертка тензоров. Тензорный ранг и умножение матриц. Данные как тензоры. Разложение тензоров.	Коллоквиум, экзамен, устный опрос
21	Основы дифференциальной геометрии	Кривые на плоскости и в пространстве. Гегулярные и гладкие кривые. Кривизна, кручение. Поверхности в пространстве. Метри-	Коллоквиум, экзамен, устный

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
		ка поверхности. Внутренняя геометрия поверхности. Гладкое многообразие. Оптимизация на многообразиях.	опрос
22	Топологические пространства. Основы алгебраической топологии	Определение топологического пространства. Аксиомы топологии. Гомеоморфизмы. Топологические инварианты. Гомотопия. Гомологии. Топология в анализе данных.	Коллоквиум, экзамен, устный опрос
23	Линейная алгебра в классическом машинном обучении	Роль матриц в машинном обучении. Представление данных: объекты-признаки. Матричное представление параметров моделей. Линейная регрессия. Спектральная кластеризация: применение собственных значений и собственных векторов для разделения данных на кластеры. PCA и сингулярное разложение (SVD). Преобразования данных (нормализация, PCA).	Коллоквиум, экзамен, устный опрос
24	Геометрические методы в задачах классификации	Гиперплоскости и разделение данных. Расстояние от точки до гиперплоскости. Метод опорных векторов (SVM). Линейный SVM. Опорные векторы. Двойственная задача. Нелинейный SVM и ядра. Логистическая регрессия, геометрическая интерпретация.	Коллоквиум, экзамен, устный опрос
25	Линейная алгебра в обучении моделей	Векторная запись функции потерь для линейной регрессии, логистической регрессии. Градиент функции потерь в векторном виде. Алгоритм градиентного спуска. Понятие регуляризации. Регуляризация L1 и L2.	Коллоквиум, экзамен, устный опрос

### 2.3.2 Занятия семинарского типа.

Занятия семинарского типа не предусмотрены.

### 2.3.3 Лабораторные занятия.

№	Наименование лабораторных работ	Форма текущего контроля
1	3	4
1.	Основы матричной алгебры	Решение задач
2.	Системы линейных алгебраических уравнений	Решение задач
3.	Определители и их свойства	Решение задач, контрольная работа
4.	Теория и методы решения матричных уравнений	Решение задач, контрольная работа
5.	Векторная алгебра. Линейные уравнения в геометрии	Решение задач, контрольная работа
6.	Линейные пространства и многообразия	Решение задач
7.	Нормированные пространства. Ортогональные системы	Решение задач
8.	Линейные операторы. Собственные векторы и собственные значения	Решение задач, контрольная работа

№	Наименование лабораторных работ	Форма текущего контроля
9.	Жорданова каноническая форма линейного оператора	Решение задач
10.	Нормальные и унитарные матрицы	Решение задач
11.	Матрица Фурье. Дискретное преобразование Фурье	Решение задач
12.	Сингулярные числа и сингулярные векторы. Метод наименьших квадратов	Решение задач
13.	Комплексные числа	Решение задач, контрольная работа
14.	Основы абстрактной алгебры: группы, кольца, поля	Решение задач
15.	Общая теория алгебры полиномов	Решение задач
16.	Алгебраические многообразия.	Решение задач
17.	Квадратичные формы	Решение задач
18.	Сопряженный оператор	Решение задач
19.	Спектральные задачи	Решение задач
20.	Тензоры и многомерная алгебра	Решение задач
21.	Основы дифференциальной геометрии	Решение задач
22.	Топологические пространства. Основы алгебраической топологии	Решение задач
23.	Линейная алгебра в классическом машинном обучении	Решение задач
24.	Геометрические методы в задачах классификации	Решение задач
25.	Линейная алгебра в обучении моделей	Решение задач, контрольная работа

### 2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы не предусмотрены.

## 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Целью самостоятельной работы студента является углубление знаний, полученных в результате аудиторных занятий. Вырабатываются навыки самостоятельной работы. Закрепляются опыт и знания полученные во время лабораторных занятий.

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Проработка и повторение лекционного материала, материала учебной и научной литературы, подготовка к семинарским занятиям	Методические указания для подготовки к лекционным и семинарским занятиям, утвержденные на заседании кафедры анализа данных и искусственного интеллекта факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 22.03.2023 г. Методические указания по выполнению самостоятельной работы, утвержденные на заседании кафедры анализа данных и искусственного интеллекта факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 22.03.2023 г.
2	Подготовка к лабораторным занятиям	Методические указания по выполнению лабораторных работ, утвержденные на заседании кафедры анализа данных и искусственного интеллекта факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 22.03.2023 г.
3	Подготовка к решению задач и тестов	Методические указания по выполнению самостоятельной работы, утвержденные на заседании кафедры анализа данных и искусственного интеллекта факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 22.03.2023 г.

4	Подготовка к текущему контролю	Методические указания по выполнению самостоятельной работы, утвержденные на заседании кафедры анализа данных и искусственного интеллекта факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 22.03.2023 г.
5	Подготовка докладов	Методические указания для подготовки эссе, рефератов, курсовых работ, утвержденные на заседании кафедры анализа данных и искусственного интеллекта факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 22.03.2023 г.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла,
- в печатной форме на языке Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### **3.ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

В соответствии с требованиями ФГОС в программа дисциплины предусматривает использование в учебном процессе следующих образовательные технологии: чтение лекций с использованием мультимедийных технологий; метод малых групп, разбор практических задач и кейсов.

При обучении используются следующие образовательные технологии:

- Технология коммуникативного обучения – направлена на формирование коммуникативной компетентности студентов, которая является базовой, необходимой для адаптации к современным условиям межкультурной коммуникации.

- Технология разноуровневого (дифференцированного) обучения – предполагает осуществление познавательной деятельности студентов с учётом их индивидуальных способностей, возможностей и интересов, поощряя их реализовывать свой творческий потенциал. Создание и использование диагностических тестов является неотъемлемой частью данной технологии.

- Технология модульного обучения – предусматривает деление содержания дисциплины на достаточно автономные разделы (модули), интегрированные в общий курс.

- Информационно-коммуникационные технологии (ИКТ) - расширяют рамки образовательного процесса, повышая его практическую направленность, способствуют интенсификации самостоятельной работы учащихся и повышению познавательной активности. В рамках ИКТ выделяются 2 вида технологий:

- Технология использования компьютерных программ – позволяет эффективно дополнить процесс обучения языку на всех уровнях.

- Интернет-технологии – предоставляют широкие возможности для поиска информации, разработки научных проектов, ведения научных исследований.

– Технология индивидуализации обучения – помогает реализовывать личностно-ориентированный подход, учитывая индивидуальные особенности и потребности учащихся.

– Проектная технология – ориентирована на моделирование социального взаимодействия учащихся с целью решения задачи, которая определяется в рамках профессиональной подготовки, выделяя ту или иную предметную область.

– Технология обучения в сотрудничестве – реализует идею взаимного обучения, осуществляя как индивидуальную, так и коллективную ответственность за решение учебных задач.

– Игровая технология – позволяет развивать навыки рассмотрения ряда возможных способов решения проблем, активизируя мышление студентов и раскрывая личностный потенциал каждого учащегося.

– Технология развития критического мышления – способствует формированию разносторонней личности, способной критически относиться к информации, умению отбирать информацию для решения поставленной задачи.

Комплексное использование в учебном процессе всех вышеназванных технологий стимулируют личностную, интеллектуальную активность, развивают познавательные процессы, способствуют формированию компетенций, которыми должен обладать будущий специалист.

Основные виды интерактивных образовательных технологий включают в себя:

– работа в малых группах (команде) - совместная деятельность студентов в группе под руководством лидера, направленная на решение общей задачи путём творческого сложения результатов индивидуальной работы членов команды с делением полномочий и ответственности;

– проектная технология - индивидуальная или коллективная деятельность по отбору, распределению и систематизации материала по определенной теме, в результате которой составляется проект;

– анализ конкретных ситуаций - анализ реальных проблемных ситуаций, имевших место в соответствующей области профессиональной деятельности, и поиск вариантов лучших решений;

– развитие критического мышления – образовательная деятельность, направленная на развитие у студентов разумного, рефлексивного мышления, способного выдвинуть новые идеи и увидеть новые возможности.

Подход разбора конкретных задач и ситуаций широко используется как преподавателем, так и студентами во время лекций, лабораторных занятий и анализа результатов самостоятельной работы. Это обусловлено тем, что при исследовании и решении каждой конкретной задачи имеется, как правило, несколько методов, а это требует разбора и оценки целой совокупности конкретных ситуаций.

#### **Занятия, проводимые с использованием интерактивных технологий**

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов	
		всего ауд. часов	интерактивные часы
1.	Линейная алгебра в классическом машинном обучении	8	4
2	Геометрические методы в задачах классификации	8	4
3	Линейная алгебра в обучении моделей	8	4
	<i>Итого по дисциплине:</i>	<b>24</b>	<b>12</b>

Темы, задания и вопросы для самостоятельной работы призваны сформировать навыки поиска информации, умения самостоятельно расширять и углублять знания, полученные в ходе лекционных и практических занятий.

Подход разбора конкретных ситуаций широко используется как преподавателем, так и студентами при проведении анализа результатов самостоятельной работы.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## **4. Оценочные и методические материалы**

### **4.1 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации**

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Алгебра и геометрия»

Оценочные средства включает контрольные материалы для проведения **текущего контроля** в форме тестовых заданий, разноуровневых заданий и **промежуточной аттестации** в форме вопросов и заданий к экзамену.

Текущий контроль успеваемости представляет собой проверку усвоения учебного материала, регулярно осуществляемую на протяжении семестра. К достоинствам данного типа относится его систематичность, непосредственно коррелирующая с требованием постоянного и непрерывного мониторинга качества обучения.

Текущий контроль успеваемости студентов представляет собой:

- устный опрос (групповой или индивидуальный);
- проверку выполнения письменных домашних заданий;
- проведение контрольных работ;
- проведение коллоквиумов (в письменной форме);
- контроль самостоятельной работы студентов (в письменной или устной форме).

Для самостоятельной работы используется учебно-методическое обеспечение на бумажных и электронных носителях. Тематика самостоятельной работы соответствует содержанию разделов дисциплины и теме домашнего задания. Освоение материала контролируется в процессе проведения практических занятий.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля выбираются из содержания разделов дисциплины. Выполнение домашнего задания обеспечивает непрерывный контроль за процессом освоения учебного материала каждого обучающегося, своевременное выявление и устранение отставаний и ошибок.

Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины: 1 семестр – зачет и экзамен; 2 семестр – зачет и экзамен. Промежуточная аттестация представлена типовыми задачами по всем пройденным темам, а так же экзаменационными вопросами по лекционному материалу.

К формам письменного контроля относится контрольная работа, которая является одной из сложных форм проверки; она может применяться для оценки знаний по базовым и вариативным дисциплинам всех циклов. Контрольная работа, как правило, состоит из небольшого количества средних по трудности вопросов, задач или заданий, требующих поиска обоснованного ответа. Во время проверки и оценки контрольных письменных работ проводится анализ результатов выполнения, выявляются типичные ошибки, а также причины их появления. Контрольная работа может занимать часть или полное учебное занятие с разбором правильных решений на следующем занятии. Перечень контрольных работ приведен ниже.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла,
- в печатной форме на языке Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

№ п/п	Результаты обучения	Код и наименование индикатора	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1	Основы матричной алгебры	УК-1 УК-1.1 УК-1.2	Решение задач	Задание для самостоятельной работы и промежуточной аттестации 1-9
2	Системы линейных алгебраических уравнений	УК-1 УК-1.1 УК-1.2	Решение задач	Задание для самостоятельной работы и промежуточной аттестации 10-19



3	Определители и их свойства	УК-1 УК-1.1 УК-1.2	Решение задач, контрольная работа	Задание для самостоятельной работы и промежуточной аттестации 20-48
4	Теория и методы решения матричных уравнений	УК-1 ОПК-1 ОПК-1.1, ОПК-1.2	Решение задач, контрольная работа	Задание для самостоятельной работы и промежуточной аттестации 49-51
5	Векторная алгебра. Линейные уравнения в геометрии	УК-1.1 ОПК-1 ОПК-1.1, ОПК-1.2	Решение задач, контрольная работа	Задание для самостоятельной работы и промежуточной аттестации 52-57
6	Линейные пространства и многообразия	УК-1 УК-1.1 УК-1.2 ОПК-1 ОПК-1.1, ОПК-1.2	Решение задач	Задание для самостоятельной работы и промежуточной аттестации 58-63
7	Нормированные пространства. Ортогональные системы	УК-1 УК-1.1 УК-1.2 ОПК-1 ОПК-1.1, ОПК-1.2	Решение задач	Задание для самостоятельной работы и промежуточной аттестации 64-66
8	Линейные операторы. Собственные векторы и собственные значения	УК-1 УК-1.1 УК-1.2	Решение задач, контрольная работа	Задание для самостоятельной работы и промежуточной аттестации 67-73
9	Жорданова каноническая форма линейного оператора	УК-1 УК-1.1 УК-1.2 ОПК-1 ОПК-1.1, ОПК-1.2	Решение задач	Задание для самостоятельной работы и промежуточной аттестации 74-83
10	Нормальные и унитарные матрицы	УК-1 УК-1.1 УК-1.2 ОПК-1 ОПК-1.1, ОПК-1.2	Решение задач	Задание для самостоятельной работы и промежуточной аттестации 84-88
11	Матрица Фурье. Дискретное преобразование Фурье	УК-1 УК-1.1 УК-1.2	Решение задач	Задание для самостоятельной работы и промежуточной аттестации 89-99
12	Сингулярные числа и сингулярные векторы. Метод наименьших квадратов	УК-1 УК-1.1 УК-1.2	Решение задач	Задание для самостоятельной работы и промежуточной аттестации 100-110
13	Комплексные числа	ОПК-1 ОПК-1.1, ОПК-1.2	Решение задач, контрольная работа	Задание для самостоятельной работы и промежуточной аттестации 111-122
14	Основы абстрактной алгебры: группы,	ОПК-1 ОПК-1.1,	Решение задач	Задание для самостоятельной

	кольца, поля	<i>ОПК-1.2</i>		работы и промежуточной аттестации 123-126
15	Общая теория алгебры полиномов	<i>ОПК-1 ОПК-1.1, ОПК-1.2</i>	Решение задач	Задание для самостоятельной работы и промежуточной аттестации
16	Алгебраические многообразия.	<i>ОПК-1 ОПК-1.1, ОПК-1.2</i>	Решение задач	Задание для самостоятельной работы и промежуточной аттестации
17	Квадратичные формы	<i>ОПК-1 ОПК-1.1, ОПК-1.2</i>	Решение задач	Задание для самостоятельной работы и промежуточной аттестации
18	Сопряженный оператор	<i>ОПК-1 ОПК-1.1, ОПК-1.2</i>	Решение задач	Задание для самостоятельной работы и промежуточной аттестации
19	Спектральные задачи	<i>ОПК-1 ОПК-1.1, ОПК-1.2</i>	Решение задач	Задание для самостоятельной работы и промежуточной аттестации
20	Тензоры и многомерная алгебра	<i>ОПК-1 ОПК-1.1, ОПК-1.2</i>	Решение задач	Задание для самостоятельной работы и промежуточной аттестации
21	Основы дифференциальной геометрии	<i>ОПК-1 ОПК-1.1, ОПК-1.2</i>	Решение задач	Задание для самостоятельной работы и промежуточной аттестации
22	Топологические пространства. Основы алгебраической топологии	<i>ОПК-1 ОПК-1.1, ОПК-1.2</i>	Решение задач	Задание для самостоятельной работы и промежуточной аттестации
23	Линейная алгебра в классическом машинном обучении	<i>ОПК-1.2</i>	Решение задач	Задание для самостоятельной работы и промежуточной аттестации
24	Геометрические методы в задачах классификации	<i>ОПК-1.2</i>	Решение задач	Задание для самостоятельной работы и промежуточной аттестации
25	Линейная алгебра в обучении моделей	<i>ОПК-1.2</i>	Решение задач, контрольная работа	Задание для самостоятельной работы и промежуточной аттестации

## Показатели, критерии и шкала оценки сформированных компетенций

Соответствие **пороговому уровню** освоения компетенций планируемым результатам обучения и критериям их оценивания (оценка: **удовлетворительно /зачтено**):

<b>УК-1</b>	<b>способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач;</b>
<b>УК-1.1</b>	Выбирает оптимальный вариант решения задачи, аргументируя свой выбор
<b>Знать</b>	Методы критического анализа и оценки современных научных достижений для решения типовых задач в линейных, евклидовых, унитарных пространствах, в евклидовой и неевклидовой геометрии
<b>Уметь</b>	Анализировать входные данные, осуществлять анализ и синтез информации: применять методы линейной алгебры и аналитической геометрии решать типовые задачи по всем пройденным темам предложенным способом
<b>Владеть</b>	Исследованием проблем профессиональной деятельности с применением анализа, синтеза и других методов интеллектуальной деятельности
<b>УК-1.2</b>	Осуществляет поиск необходимой информации, опираясь на результаты анализа поставленной задачи
<b>Знать</b>	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их при анализе предметной области, а именно: теорию алгебры матриц и определителей; методы решений систем линейных уравнений; основы теории линейных пространств и линейных операторов; свойства и уравнения основных геометрических образов, допускаются ошибки в вычислениях и погрешности прогноза
<b>Уметь</b>	Получать новые знания на основе анализа, синтеза и других методов: уметь использовать различные алгебраические методы уменьшения признакового пространства, для дальнейшего построения прогностических моделей;
<b>Владеть</b>	Выявлением современных проблем и использованием адекватных методов для их решения, а именно современной вычислительной техникой в объеме, необходимом для решения определенного набора учебных задач
<b>ОПК-1</b>	<b>Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</b>
<b>ОПК-1.1</b>	Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук при построении моделей в заданной предметной области
<b>Знать</b>	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их при анализе предметной области, а именно: теорию алгебры матриц и определителей; методы решений систем линейных уравнений; основы теории линейных пространств и линейных операторов; свойства и уравнения основных геометрических образов, допускаются ошибки в вычислениях и погрешности прогноза;
<b>Уметь</b>	Использовать существующие типовые решения и шаблоны проектирования программного обеспечения, применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности, а именно строить математические модели экономических субъектов для реализации информационной модели
<b>Владеть</b>	Проектированием структур данных с использованием фундаментальных знаний, полученных в области математических и (или) естественных наук, построение матриц признаков, для дальнейшего получения прогнозного резуль-

	тата.
ОПК-1.2	Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук при выборе методов решения задач профессиональной деятельности
<b>Знать</b>	Отечественный и международный опыт в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности, а именно пользоваться классическими алгоритмами решения алгебраических задач.
<b>Уметь</b>	Использовать существующие типовые решения и шаблоны при анализе входных данных, применять известные алгоритмы, позволяющие упростить решение стандартных учебных задач.
<b>Владеть</b>	Проведение наблюдений и измерений, составление их описаний и формулировка выводов, а именно построение матриц признаков в многомерном пространстве, для дальнейшего получения прогнозного результата.

Соответствие **базовому уровню** освоения компетенций планируемым результатам обучения и критериям их оценивания (оценка: **хорошо /зачтено**):

<b>УК-1</b>	<b>способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач;</b>
<b>УК-1.1</b>	Выбирает оптимальный вариант решения задачи, аргументируя свой выбор
<b>Знать</b>	Методы критического анализа и оценки современных научных достижений для решения типовых задач в линейных, евклидовых, унитарных пространствах, в евклидовой и неевклидовой геометрии, выбирать нужные методы для решения конкретных задач, знает следствия и доказательства теорем с небольшими недочетами
<b>Уметь</b>	Анализировать входные данные, осуществлять анализ и синтез информации: применять методы линейной алгебры и аналитической геометрии решать типовые задачи по всем пройденным темам предложенным способом с требуемой доказательной базой
<b>Владеть</b>	Глубоким исследованием проблем профессиональной деятельности с применением анализа, синтеза и других методов интеллектуальной деятельности
<b>УК-1.2</b>	Осуществляет поиск необходимой информации, опираясь на результаты анализа поставленной задачи
<b>Знать</b>	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их при анализе предметной области, а именно: теорию алгебры матриц и определителей; методы решений систем линейных уравнений; основы теории линейных пространств и линейных операторов; свойства и уравнения основных геометрических образов, допускаются незначительные ошибки в вычислениях и погрешности прогноза не более 10%
<b>Уметь</b>	Получать новые знания из различных, в том числе иностранных источников, на основе анализа, синтеза и других методов: уметь использовать различные алгебраические методы уменьшения признакового пространства, для дальнейшего построения прогностических моделей;
<b>Владеть</b>	Выявлением современных проблем и использованием адекватных методов для их решения, а именно современной вычислительной техникой в объеме, необходимом для решения определенного набора нестандартных учебных задач
<b>ОПК-1</b>	<b>Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</b>

ОПК-1.1	Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук при построении моделей в заданной предметной области
<b>Знать</b>	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их при анализе предметной области, а именно: теорию алгебры матриц и определителей; методы решений систем линейных уравнений; основы теории линейных пространств и линейных операторов; свойства и уравнения основных геометрических образов, допускаются ошибки в вычислениях и погрешности прогноза
<b>Уметь</b>	Использовать существующие типовые решения и шаблоны проектирования программного обеспечения, применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности, а именно строить математические модели экономических субъектов для реализации информационной модели
<b>Владеть</b>	Проектированием структур данных с использованием фундаментальных знаний, полученных в области математических и (или) естественных наук, построение матриц признаков, уменьшая их размерность, для дальнейшего получения прогнозного результата.
ОПК-1.2	Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук при выборе методов решения задач профессиональной деятельности
<b>Знать</b>	Отечественный и международный опыт в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности, а именно пользоваться классическими алгоритмами решения алгебраических задач, с подробным теоретическим обоснованием.
<b>Уметь</b>	Использовать существующие типовые решения и шаблоны при анализе входных данных, применять известные алгоритмы, позволяющие упростить решение стандартных и нестандартных учебных задач.
<b>Владеть</b>	Проведение наблюдений и измерений, составление их описаний и формулировка выводов, а именно построение матриц признаков в многомерном пространстве, для дальнейшего получения прогнозного результата.

Соответствие **продвинутому уровню** освоения компетенций планируемым результатам обучения и критериям их оценивания (оценка: **отлично /зачтено**):

<b>УК-1</b>	<b>способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач;</b>
<b>УК-1.1</b>	Выбирает оптимальный вариант решения задачи, аргументируя свой выбор
<b>Знать</b>	Методы критического анализа и оценки современных научных достижений для решения типовых задач в линейных, евклидовых, унитарных пространствах, в евклидовой и неевклидовой геометрии, выбирать нужные методы для решения конкретных задач, знает следствия и доказательства теорем
<b>Уметь</b>	Анализировать входные данные, осуществлять анализ и синтез информации: применять методы линейной алгебры и аналитической геометрии решать типовые задачи по всем пройденным темам предложенным способом с требуемой доказательной базой
<b>Владеть</b>	Глубоким исследованием проблем профессиональной деятельности с применением анализа, синтеза и других методов интеллектуальной деятельности
<b>УК-1.2</b>	Осуществляет поиск необходимой информации, опираясь на результаты анализа поставленной задачи
<b>Знать</b>	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их при анализе пред-

	метной области, а именно: теорию алгебры матриц и определителей; методы решений систем линейных уравнений; основы теории линейных пространств и линейных операторов; свойства и уравнения основных геометрических образов, допускаются незначительные ошибки в вычислениях и погрешности прогноза не более 5%
<b>Уметь</b>	Получать новые знания из различных, в том числе иностранных источников, на основе анализа, синтеза и других методов: уметь использовать различные алгебраические методы уменьшения признаков пространства, для дальнейшего построения прогностических моделей;
<b>Владеть</b>	Выявлением современных проблем и использованием адекватных методов для их решения, а именно современной вычислительной техникой в объеме, необходимом для решения определенного набора нестандартных учебных задач
<b>ОПК-1</b>	<b>Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</b>
ОПК-1.1	Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук при построении моделей в заданной предметной области
<b>Знать</b>	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их при анализе предметной области, а именно: теорию алгебры матриц и определителей; методы решений систем линейных уравнений; основы теории линейных пространств и линейных операторов; свойства и уравнения основных геометрических образов, допускаются ошибки в вычислениях и погрешности прогноза
<b>Уметь</b>	Использовать существующие типовые решения и шаблоны проектирования программного обеспечения, применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности, а именно строить математические модели экономических субъектов для реализации информационной модели
<b>Владеть</b>	Проектированием структур данных с использованием фундаментальных знаний, полученных в области математических и (или) естественных наук, построение матриц признаков, для дальнейшего получения прогнозного результата.
ОПК-1.2	Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук при выборе методов решения задач профессиональной деятельности
<b>Знать</b>	Отечественный и международный опыт в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности, а именно пользоваться классическими алгоритмами решения алгебраических задач.
<b>Уметь</b>	Использовать существующие типовые решения и шаблоны при анализе входных данных, применять известные алгоритмы, позволяющие упростить решение стандартных учебных задач.
<b>Владеть</b>	Проведение наблюдений и измерений, составление их описаний и формулировка выводов, а именно построение матриц признаков в многомерном пространстве, для дальнейшего получения прогнозного результата.

### *Критерии оценивания по зачету:*

*«зачтено»:* студент владеет теоретическими знаниями по данному разделу, умеет решать задачи, допускает незначительные ошибки; студент умеет правильно объяснять теоретический и практический материал, иллюстрируя его примерами из контрольных и лабораторных работ.

*«не зачтено»:* материал не усвоен или усвоен частично, студент затрудняется привести примеры по основным пройденным темам, довольно ограниченный объем знаний программного практического материала.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

**Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

#### **Тема 1. Комплексные числа**

1.1. Вычислить

$$\cos(i + 1)$$

Записать действительную и мнимую части комплексного числа.

1.2. Найти  $x$  и  $y \in \mathbb{R}$ :

$$\frac{(i - 2)(2 + 3i)}{3i - 1} = \frac{x}{10} + i \frac{y}{8}$$

1.3. Извлечь корень из комплексного числа

$$\sqrt[3]{2 - 2i}$$

1.4. Вычислить, ответ записать в тригонометрической, алгебраической и показательной формах:

$$z = (\sqrt{3} - i)^{30}$$

1.5. Изобразить область на комплексной плоскости, задаваемую неравенством:

$$|z + i - 1| < 5$$

1.6. Вычислить, ответ записать в тригонометрической, алгебраической и показательной формах:

$$(\sqrt{3} - i)^{30} \cdot \sqrt[3]{2 - 2i}$$

## Тема 2. Общая теория алгебры полиномов

2.1. Выполнить деление с остатком

$$2x^5 - 3x^3 + x^2 - 5x + 7 \text{ на } 3x^4 + 4x^3 - x + 2$$

2.2. Не осуществляя деления и не используя схему Горнера найти остаток от деления полинома  $2x^5 - 3x^3 + x^2 - 5x + 7$  на  $5x - 3$

2.3. Определить кратность корня  $x_0 = 2$  полинома

$$2x^4 - 11x^3 + 18x^2 - 4x - 8.$$

Разложить полином на множители.

2.4. Разложить полином  $2x^5 - 3x^3 + x^2 - 5x + 7$  по степеням  $x_0 = -2$ , используя схему Горнера.

2.5. Построить полином наименьшей степени с действительными коэффициентами, если его корни:

$$x_0 = 2i - 1 \text{ кратности } 1, x_1 = 2 - i \text{ кратности } 1 \text{ и } x_2 = 3 \text{ кратности } 2.$$

2.6. Найти НОД двух полиномов

$$f(x) = x^6 - 7x^4 + 8x^3 - 7x + 7 \text{ и } g(x) = 3x^5 - 7x^4 + 3x^2 - 7$$

2.7. Пользуясь алгоритмом Евклида, подобрать полиномы  $M_1(x)$  и  $M_2(x)$  так, чтобы  $f(x)M_1(x) + g(x)M_2(x) = \delta(x)$ , где  $\delta(x)$  – НОД полиномов  $f(x)$  и  $g(x)$ ,

$$f(x) = x^5 + 3x^4 + x^3 + x^2 + 3x + 1 \text{ и } g(x) = x^4 + 2x^3 + x + 2.$$

2.8. Пользуясь алгоритмом Евклида, подобрать полиномы  $M_1(x)$  и  $M_2(x)$  так, чтобы  $f(x)M_1(x) + g(x)M_2(x) = 1$ , где  $f(x) = x^4 - x^3 - 4x^2 + 4x + 1$  и  $g(x) = x^2 - x - 1$ .

## Тема 3.1 Матрицы и определители

3.1. Вычислить определитель

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & -1 \\ 8 & -1 & -7 & 10 \\ 2 & 7 & 4 & -5 \\ -1 & -1 & -3 & 1 \end{vmatrix},$$

$$\text{b) } \begin{vmatrix} 2\alpha & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 2\alpha & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2\alpha & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 2\alpha \end{vmatrix}$$

$$\text{c) } \begin{vmatrix} 2\cos\varphi & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 2\cos\varphi & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2\cos\varphi & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 2\cos\varphi \end{vmatrix}$$

3.2. Вычислить ранг матрицы  $\begin{pmatrix} -10 & -14 & 16 & -30 & 1 \\ 4 & 8 & -10 & 18 & 7 \\ 10 & 18 & -22 & 40 & 17 \\ 1 & 7 & -10 & 17 & -3 \end{pmatrix}$  методом окаймления миноров.



3.3. Найти обратную матрицу к матрице A:

a)  $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 7 & 3 & 1 \\ 12 & -2 & 6 \end{pmatrix}$

b)  $A = \begin{pmatrix} 2 & -5 & 8 & -1 \\ 0 & 3 & 12 & -2 \\ 2 & -3 & 11 & 7 \\ 1 & -2 & 9 & 5 \end{pmatrix}$

3.4.\* Вычислить  $A^2$ , если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & \varepsilon & \varepsilon^2 & \dots & \varepsilon^{n-1} \\ 1 & \varepsilon^2 & \varepsilon^4 & \dots & \varepsilon^{2(n-1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & \varepsilon^{n-1} & \varepsilon^{2(n-1)} & \dots & \varepsilon^{(n-1)^2} \end{pmatrix}, \text{ при } \varepsilon = e^{2\pi i/n}$$

3.5. Вычислить

a)  $\begin{pmatrix} 2i & 3 \\ 7 & i+1 \\ -i & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & i-1 \\ -i & 2-i \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^T$

b)  $\begin{pmatrix} \lambda_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \lambda_n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & & \lambda_1 \\ & \ddots & \\ \lambda_n & & 0 \end{pmatrix}$

### Тема 3.2 Системы линейных уравнений

3.1. Решить с помощью формул Крамера систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = 5, \\ x + y + 2z = 9, \\ 2x - y + z = 3. \end{cases}$$

3.2. Найти фундаментальную систему решений для СЛОУ

$$\begin{cases} x - 2y + z + t = 0, \\ x - 2y + z - t = 0, \\ x - 2y - z + 5t = 0. \end{cases}$$

3.3. Выяснить, образуют ли строки каждой из матриц

$$A = \begin{pmatrix} 30 & -24 & 43 & -50 & -5 \\ 9 & -15 & 8 & 5 & 2 \\ 4 & 2 & 9 & -20 & -3 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 9 & -20 & -3 \\ 1 & -11 & 2 & 13 & 4 \\ 9 & -15 & 8 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

фундаментальную систему решений для системы уравнений:

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 + 6x_5 = 0 \\ 5x_1 + 9x_2 + 7x_3 + 4x_4 + 7x_5 = 0 \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 + 11x_5 = 0 \\ x_1 + 6x_2 + 8x_3 + 5x_4 - 4x_5 = 0 \end{cases}$$

3.4. Исследовать систему уравнений на совместность, используя метод исключения неизвестных

$$\begin{cases} 24x_1 + 14x_2 + 30x_3 + 40x_4 + 41x_5 = 28 \\ 36x_1 + 21x_2 + 45x_3 + 61x_4 + 62x_5 = 43 \\ 48x_1 + 28x_2 + 60x_3 + 82x_4 + 83x_5 = 58 \\ 60x_1 + 35x_2 + 75x_3 + 99x_4 + 102x_5 = 69 \end{cases}$$

На оценку «3» будет система с меньшим количеством переменных.

#### Тема 4. Векторная алгебра

4.1. Вычислить проекцию вектора  $\vec{a} = (3; 2; 2)$  на ось вектора  $\vec{b} + \vec{c}$ , если  $\vec{b} = (-1; 4; -6)$  и  $\vec{c} = (3; 2; -1)$ .

4.2. Векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  образуют угол  $60^\circ$ , причем  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 3$ . Определить угол между векторами  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$  и  $\vec{d} = \vec{a} + 3\vec{b}$ .

4.3. Вычислить синус угла, образованного векторами  $\vec{a} = (2; 1; -2)$  и  $\vec{c} = (1; -2; 2)$ .

4.4. Зная векторы, образующие треугольник:  $\vec{AB} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ ,  $\vec{BC} = \vec{a} - 6\vec{b}$ ,  $\vec{CA} = -3\vec{a} + 9\vec{b}$ , где  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  взаимно перпендикулярные орты, определить внутренние углы этого треугольника.

4.5. Средствами векторной алгебры вычислить длину высоты СН треугольника с вершинами в точках  $A(6; 0; 2)$ ,  $B(2; -3; -2)$  и  $C(1; 0; 1)$ .

4.6. Векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  образуют угол  $120^\circ$ , причем  $|\vec{a}| = 4$ ,  $|\vec{b}| = 5$ . Определить угол между векторами  $\vec{c} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$  и  $\vec{d} = \vec{a} + 3\vec{b}$ .

4.7. Будут ли компланарными векторы  $\vec{a} = (2; -1; -2)$ ,  $\vec{b} = (2; 1; 1)$  и  $\vec{c} = (1; -2; 2)$ ?

4.8. Найти разложение вектора  $\vec{c} = (1; 4; 2)$  по базису состоящему из векторов  $\vec{p} = (1; 5; 3)$ ,  $\vec{q} = (4; 1; 2)$ ,  $\vec{r} = (3; -1; 2)$ .

4.9. Векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  взаимно перпендикулярны. Зная, что  $|\vec{a}| = 6$ ,  $|\vec{b}| = 5$ , вычислить  $|\vec{X} \times \vec{Y}|$  при условии, что  $\vec{X} = \vec{a} + 2\vec{b}$ ,  $\vec{Y} = 7\vec{a} - 2\vec{b}$ .

4.10. Средствами векторной алгебры вычислить площадь треугольника ABC, если  $\vec{AB} = (2; 1; -2)$ ,  $\vec{BC} = (3; -2; 6)$ .

4.11. Даны координаты точек  $A = (1; 1; 1)$ ,  $B = (1; 2; 3)$ ,  $C = (3; 0; -2)$ ,  $D(2, 1, 0)$ . Вычислить  $(2\vec{AB} - \vec{CD}) \cdot (2\vec{BC} + \vec{DA})$ ,  $\sqrt{(\vec{AB})^2}$ ,  $\sqrt{(\vec{AC})^2}$ .

4.13. Определить, будет ли параллелограмм, построенных на приведенных к общему началу векторах  $\vec{AB} = 2\vec{a} - 4\vec{b}$  и  $\vec{BC} = \vec{a} - 5\vec{b}$  как на сторонах, прямоугольником или ромбом, если  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  взаимно перпендикулярные орты.

#### Тема 5. Прямая на плоскости

5.1. Зная две соседние вершины A (-6; 1) и B (-9; 12) параллелограмма ABCD и точку O (0; 7) пересечения диагоналей, найти его площадь.

5.2. Зная две соседние вершины A (6; 1) и B (9; 16) параллелограмма ABCD и точку O(10; 7) пересечения диагоналей, составить уравнения его сторон.

5.3. В треугольнике, вершинами которого являются точки K (2; -6), M(6; -1) и P(4;0), найти длину перпендикуляра, опущенного из вершины K на медиану MN.

5.4. Составить уравнение прямой, параллельной прямым  $x-3y+10=0$  и  $x-3y+15=0$  и проходящей посередине между ними.

5.5. Составить уравнения высот треугольника ABC, если известны уравнения его сторон  $5x-4y-1=0$ ,  $x+10y-11=0$  и  $3x-y-7=0$ .

6.6. Составить уравнение прямой, параллельной прямой  $5x-12y+18=0$ , расстояние которой до точки M (1;7) равно 9.

5.7. Составить уравнение прямой, параллельной прямой  $8x-6y+7=0$ , отклонение от которой точки M(0;0) равно -7.

- 5.8.** В треугольнике, вершинами которого являются точки  $K(1; 4)$ ,  $M(-2; 0)$  и  $P(1; 2)$ , найти угол между стороной  $MP$  и медианой, проведенной из вершины  $K$ .
- 5.9.** Составить уравнения сторон треугольника  $ABC$ , если даны одна из его вершин  $B(3; -7)$  и уравнения двух высот  $8x+3y+1=0$  и  $5x+y-17=0$ .
- 5.10.** Составить уравнения сторон треугольника  $ABC$ , если даны одна из его вершин  $C(-9; -3)$  и уравнения высоты  $9x-8y-1=0$  и медианы  $5x+4y-9=0$ , проведенных из одной вершины.
- 5.11.** Зная вершины  $A(-6; -1)$ ,  $B(-9; 16)$  и  $C(10; 7)$  треугольника, составить уравнение высоты, проведенной из вершины  $B$ .
- 5.12.** Зная вершины  $A(-6; 0)$ ,  $B(0; 16)$  и  $C(10; -3)$  треугольника, составить уравнение биссектрисы, проведенной из вершины  $A$ .
- 5.13.** Зная вершины  $A(-6; 1)$ ,  $B(-9; 16)$  и  $C(10; -7)$  треугольника, составить уравнение медианы, проведенной из вершины  $C$ .

### **Тема 6. Прямая и плоскость в пространстве.**

- 6.1.** Составить уравнение плоскости, перпендикулярной вектору  $\vec{N} = (1; 3; -2)$  и отсекающей на оси  $Ox$  отрезок  $a = 5$ .
- 6.2.** Составить уравнения плоскостей, которые делят пополам двугранный угол, образованный плоскостями  $-16x+15y-12z-5=0$  и  $x+2y-2z+5=0$ .
- 6.3.** Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(1; 2; 4)$  и  $B(-2; 3; 11)$  параллельно оси  $Oz$ .
- 6.4.** Две грани куба лежат на плоскостях  $2x-2y+z-1=0$  и  $2x-2y+z+5=0$ . Вычислить объем этого куба.
- 6.5.** Составить канонические уравнения прямой 
$$\begin{cases} x+5y-z=7 \\ 3x+4y-z+8=0 \end{cases}$$
- 6.6.** Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую пересечения плоскостей  $2x-y+3z-5=0$  и  $x+2y-z+2=0$  параллельно вектору  $\vec{b} = (2; -1; -2)$ .
- 6.7.** Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую пересечения плоскостей  $3x-2y+z-3=0$  и  $x-2z=0$  и перпендикулярно плоскости  $x-2y+z+5=0$ .
- 6.8.** Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую пересечения плоскостей  $2x+y-z+1=0$  и  $x+y+2z+1=0$  параллельно отрезку, ограниченному точками  $P(2, 5, -3)$  и  $K(3, -2, 2)$ .
- 6.9.** Составить уравнение плоскости, параллельной вектору  $\vec{b} = (2; 1; 1)$  и отсекающей на осях  $Ox$  и  $Oy$  отрезки  $3$  и  $-7$  соответственно.
- 6.10.** Даны вершины треугольника  $A(3; -1; -1)$ ,  $B(1; 2; -7)$  и  $C(-5; 14; -3)$ . Составить параметрические уравнения биссектрисы его внутреннего угла при вершине  $B$ .
- 6.11.** Составить уравнение плоскости, отклонение точек которой от плоскости  $4x-4y-2z+3=0$  равно  $-3$ .
- 6.12.** Пересекает ли плоскость  $5x-2y+z-1=0$  отрезок, ограниченный точками  $P(1, 4, -3)$  и  $K(2, 5, 0)$ . Ответ обосновать.
- 6.13.** Найти расстояние между прямыми  $\frac{x+7}{3} = \frac{y+4}{4} = \frac{z+3}{-2}$  и  $\frac{x-21}{6} = \frac{y+5}{-4} = \frac{z-2}{-1}$ .
- 6.14.** На оси  $Oy$  найти точку, равноудаленную от точки  $P(1, -2, 0)$  и плоскости  $3x-2y+6z-9=0$ .
- 6.15.** Вычислить расстояние от точки  $P(3, 3, 5)$  до прямой  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-2}$ .

6.16. Вычислить углы, образуемые нормалью к плоскости  $\sqrt{3}x + y - 4 = 0$ , и расстояние  $p$  от начала координат до плоскости.

6.17. Вычислить объем пирамиды, ограниченной плоскостью  $x + 2y + 3z + 12 = 0$  и координатными плоскостями.

**6.18.** Вычислить радиус сферы, которая касается плоскостей  $6x - 2y + 3z - 3 = 0$  и  $6x - 2y + 3z - 20 = 0$ .

6.19. Определить, лежат ли точка  $P(2, -1, 1)$  и начало координат по одну или по разные стороны относительно плоскости  $5x - 3y + z - 18 = 0$ .

6.20. Даны вершины треугольника  $A(3; 6; -7)$ ,  $B(-5; 2; 3)$  и  $C(4; -7; -2)$ . Составить параметрические уравнения его медианы, проведенной из вершины  $C$ .

### Тема 7. Линейные пространства

7.1. В пространстве  $R_3$  заданы вектор  $x$  и базис  $e = \{e_1, e_2, e_3\}$ . Координаты векторов заданы в некотором базисе  $e' = \{e'_1, e'_2, e'_3\}$ . Найти координаты вектора  $x$  в базисе  $e'$  и матрицу перехода от базиса  $e = \{e_1, e_2, e_3\}$  к  $e' = \{e'_1, e'_2, e'_3\}$ .

$$x = (1, 4, -1)$$

$$e'_1 = (5, -1, 2)$$

$$e'_2 = (2, 3, 0)$$

$$e'_3 = (-2, 1, 1)$$

7.2. Дана матрица перехода  $U$  от  $e = \{e_1, e_2, e_3\}$  к  $e' = \{e'_1, e'_2, e'_3\}$ . Найти матрицу перехода от  $e = \{e_3, e_2, e_1\}$  к  $e' = \{e'_1 + e'_2, e'_2 - e'_3, 4e'_1\}$ .

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 3 \\ 3 & 4 & -2 \end{pmatrix}$$

7.3. Дана матрица перехода  $U$  от  $e = \{e_1, e_2, e_3\}$  к  $e' = \{e'_1, e'_2, e'_3\}$ . Найти матрицу перехода от  $e = \{e_3 + e_1, e_2 - e_1, 3e_1\}$  к  $e' = \{e'_1, e'_2, e'_3\}$ .

$$U = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & -2 \end{pmatrix}$$

7.4. Дана матрица перехода  $U$  от базиса  $e = \{e_1, e_2, e_3\}$  к базису  $e' = \{e'_1, e'_2, e'_3\}$ .

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -1 & -3 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Найти матрицу перехода от базиса  $e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_3$  к базису  $2e'_1 + 3e'_2, 4e'_2 - 2e'_3, e'_1 + 2e'_2 - e'_3$

7.5. Найти размерности, базисы суммы и пересечения подпространств, заданных уравнениями

$$x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0$$

$$x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 0$$

7.6. Найти размерности, базисы суммы и пересечения подпространств  $H_1 = \langle a_1, a_2, a_3 \rangle$  и  $H_2 = \langle b_1, b_2, b_3 \rangle$

$$a_1 = (2, 1, 2)^T \quad b_1 = (2, 3, -1)^T$$

$$a_2 = (1, 1, -1)^T \quad \text{и} \quad b_2 = (1, 2, 2)^T$$

$$a_3 = (1, 3, 3)^T \quad b_3 = (1, 1, -3)^T$$

7.7. Векторы  $e = \{e_1, e_2, e_3\}$ ,  $e' = \{e'_1, e'_2, e'_3\}$  и  $x$  заданы в некотором базисе

$e_0 = \{e_1^0, e_2^0, e_3^0\}$ . Найти матрицу перехода от  $e$  к  $e'$ , координаты вектора  $x$  в базисе  $e$  и  $e'$ .

$$e_1 = (-1, 1, 1)^T \quad e'_1 = (-1, 2, 3)^T$$

$$e_2 = (1, -1, 3)^T \quad e'_2 = (2, 1, 2)^T$$

$$e_3 = (1, 2, -1)^T \quad e'_3 = (0, 2, 1)^T$$

$$x_1 = (1, 0, 1)$$

7.8. Найти матрицу перехода от базиса  $e_4, e_2, e_1, e_3$  к базису  $e_2', e_4', e_3', e_1'$ , если задана матрица  $U$  перехода от базиса  $e_1, e_2, e_3, e_4$  к базису  $e_1', e_2', e_3', e_4'$

$$U = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 1 & 3 \\ 4 & 1 & 7 & 9 \\ 6 & 8 & 3 & 2 \\ 7 & 8 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$U =$

### Тема 8. Евклидово и унитарное пространство

8.1. Считая векторы заданными координатами в ортонормированном базисе, проверить, что следующие системы векторов ортогональны, и дополнить их до ортогональных базисов пространства:  $\vec{a}_1 = (1, -1, 1, -3)^T$ ,  $\vec{a}_2 = (-4, 1, 5, 0)^T$

8.2. Ортонормировать систему векторов, используя процесс ортогонализации Грамма-Шмидта  $\vec{a}_1 = (-3, 0, 7, 6)^T$ ,  $\vec{a}_2 = (1, 4, 3, 2)^T$ ,  $\vec{a}_3 = (2, 2, -2, -2)^T$

8.3. Считая, что векторы заданы координатами в ортонормированном базисе, ортонормировать систему векторов  $\vec{a}_1 = (1, i, 1)^T$ ,  $\vec{a}_2 = (i, i, 1)^T$ ,  $\vec{a}_3 = (i, 0, 1)^T$ .

### Тема 9. Линейные операторы

9.1. Оператор  $\varphi$  переводит вектор  $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$  в вектор  $\varphi(\vec{x})$ . Является ли оператор  $\varphi$  линейным? Если является, то записать его матрицу.

а)  $\varphi(\vec{x}) = (x_1 + 2x_2 + 3x_3; x_2 - 2x_3; x_1 - 3x_3)$

б)  $\varphi(\vec{x}) = (x_1 + x_3; x_2^2; x_3 + 1)$

9.2. Линейный оператор  $\varphi$  в базисе  $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$  имеет матрицу  $A$ . Найти матрицу этого оператора в базисе  $\vec{e}'_1, \vec{e}'_2, \vec{e}'_3$ , если  $\vec{e}_1 = (4, -4, -3)$ ,  $\vec{e}_2 = (-8, 7, 5)$ ,  $\vec{e}_3 = (-5, -1, 1)$ ,  $\vec{e}'_1 = (1, -1, 1)$ ,

$$\vec{e}'_2 = (0, 1, -1), \quad \vec{e}'_3 = (0, 1, 1), \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

9.3. Найти минимальный многочлен матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 2 & -2 \\ -2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

**9.4.** Найти ортонормированный базис, в котором оператор простой структуры имеет канонический вид. Записать канонический вид матрицы оператора в этом базисе.

$$A = \begin{pmatrix} 9 & -5 & -2 \\ 18 & -13 & -3 \\ 18 & -9 & -7 \end{pmatrix}.$$

**9.5.** Найти матрицу преобразования, переводящего векторы  $\vec{a}_1 = (1, 4, -5)^T$ ,  $\vec{a}_2 = (2, 3, -4)^T$ ,  $\vec{a}_3 = (1, -2, -1)^T$  в векторы  $\vec{b}_1 = (1, 1, 1)^T$ ,  $\vec{b}_2 = (1, 1, -1)^T$ ,  $\vec{b}_3 = (2, 1, 2)^T$  в том же базисе, в котором заданы координаты векторов.

**9.6.** Для матрицы  $A$  найти жорданову форму и жорданов базис.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

### **Тема 10. Квадратичные формы**

**10.1.** Привести квадратичную форму к каноническому и нормальному виду, найти линейные невырожденные преобразования, приводящие квадратичную форму к этим видам.

$$x_1^2 + x_2^2 + 5x_3^2 - 6x_1x_2 - 2x_1x_3 + 2x_2x_3$$

**10.2.** Найти все значения параметра  $\lambda$ , при которых положительно определена квадратичная форма:

$$2x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 + 2\lambda x_1x_2 + 6x_1x_3 + 2x_2x_3$$

**10.3.** Выяснить, что в следующих парах квадратичных форм одна форма является положительно определенной. Найти невырожденное линейное преобразование, приводящее положительно определенную форму к нормальному виду, а другую – к каноническому:

$$f = x_1^2 + 26x_2^2 + 10x_1x_2$$

$$g = x_1^2 + 56x_2^2 + 16x_1x_2$$

### **Тема 11. Кривые и поверхности второго порядка**

**11.1.** Определить вид кривой 2 порядка. Найти центр. Записать в каноническом виде, найти каноническую систему координат.

$$a) \quad 9x^2 - 16y^2 - 6x + 8y - 144 = 0$$

$$b) \quad 9y^2 - 7y - 16 = 0$$

**11.2.** Составить уравнение и определить тип кривой второго порядка, проходящей через 5 точек, заданных своими координатами:

$$(-1, -1), (1, 0), (0, 1), (3, 2), (2, 3)$$

**11.3.** Исследовать зависимость типа кривой от параметра  $\lambda$ :

$$4x^2 + 2\lambda xy + y^2 = 0$$

**11.4.** Составить уравнение касательной к кривой в точке:

a)  $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{4} = 1, (3,1);$

b)  $5x^2 + 6xy + 5y^2 - 16x - 16y - 16 = 0 (3,3); (0,-0.8); (0,1)$

**11.5.** Определить тип поверхности второго порядка, привести к каноническому виду, найти центр, если поверхность центральная. Выписать каноническое преобразование переменных.

1.  $4x^2 + 2y^2 - z^2 - 8x - 4y - 2z - 5 = 0;$

2.  $4x^2 + 69y^2 + 16z^2 + 8xy + 64yz - 4y - 12 = 0$

**11.6.** Составить уравнение окружности, проходящей через точки A(1,1) и B(2,3), если ее центр лежит на прямой  $2x+3y-1=0$ .

**11.7.** Составить уравнения общих касательных двух окружностей

$x^2 + y^2 - 6x - 8y + 21 = 0$  и  $x^2 + y^2 + 8x + 2y + 1 = 0$ .

**11.8.** В эллипс  $x^2/16 + y^2/4 = 1$  вписан правильный треугольник, одна из вершин которого совпадает с правой вершиной большой оси. Найти координаты двух других вершин треугольника.

**11.9.** Провести к эллипсу  $x^2/9 + y^2/64 = 1$  касательные перпендикулярные прямой  $2x-3y+2=0$

**11.10.** Прямые  $x=\pm 9$  являются директрисами эллипса, малая ось которого равна 6. Найти уравнение этого эллипса.

**11.11.** На эллипсе  $x^2/36 + y^2/25 = 1$  найти точку отстоящую от его малой оси на 5 единиц.

**11.12.** В эллипс  $9x^2 + 4y^2 + 54x - 16y + 61 = 0$  вписан прямоугольник, две противоположные стороны которого проходят через фокусы. Вычислить площадь/ периметр этого прямоугольника.

**11.13.** Составить уравнение гиперболы, имеющей общие фокусы с эллипсом  $x^2/49 + y^2/16 = 1$ , при условии, что ее эксцентриситет  $e = 1,25$ .

**11.14.** Определить угол между асимптотами гиперболы, если известно, что ее эксцентриситет  $e = 2$ .

**11.15.** На гиперболе  $x^2/16 - y^2/9 = 1$  найти точку, для которой фокальные радиус-векторы перпендикулярны друг другу.

**11.16.** На гиперболе  $x^2/16 - y^2/9 = 1$  найти точку, для которой расстояние от левого фокуса в 2 раза больше, чем до правого.

**11.17.** Провести касательную к гиперболе  $x^2/4 - y^2/9 = 1$ , параллельную прямой  $x-4y+8=0$ .

**11.18.** Провести касательную к гиперболе  $x^2/4 - y^2/9 = 1$ , перпендикулярную прямой  $x-4y+8=0$ .

**11.19.** Вычислить длину сторон правильного треугольника, вписанного в параболу  $y^2=4x$ .

**11.20.** Составить уравнение общей хорды параболы  $y^2=18x$  и круга  $(x+6)^2+y^2=100$ .

**11.21.** Через фокус параболы  $y^2=4x$  проведена хорда, параллельная прямой  $x-y+8=0$ . Вычислить длину этой хорды.

**Вариант для подготовки к контрольной работе № 12 по теме «Основы теории групп».**

**№1**

Пусть задано множество комплексных чисел вида:  $a = a_0 + ia_1$ , где  $a_0, a_1$  – принадлежат полю действительных чисел. Ввести операции сложения и умножения ком-

плексных чисел и построить алгебру комплексных чисел. Является ли эта алгебра коммутативной по умножению? Является ли эта алгебра линейной алгеброй с делением?

### №2

Постройте циклическую группу, порождаемую перестановками вида:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

### №3

Задан многоугольник списком координат вершин:

x	-1	2	1	-2	0
y	1	2	-2	-2	0

Матрица аффинного преобразования имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Вычислите координаты вершин после преобразования, центры формы фигуры и площади до и после преобразования.

**Вариант для подготовки к контрольной работе № 13 по теме «Применение линейной алгебры для решения задач с ИИ».**

1. Нахождение коэффициентов регрессии с использованием метода наименьших квадратов: предсказать числовое значение (например, цену дома) на основе набора признаков (площадь, количество комнат, площадь кухни, количество ванных и т.д.), таблица прилагается.
2. Кластеризация с использованием спектральной кластеризации: разделить набор данных на группы (кластеры) на основе сходства между объектами, таблица прилагается.
3. Анализа главных компонент: задана таблица данных, состоящая из двух признаков (например, рост и вес людей), необходимо использовать метод главных компонент (РСА) для снижения размерности данных и визуализации их в одномерном пространстве.

**Зачетно-экзаменационные материалы для промежуточной аттестации (экзамен/зачет)**

### ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ ПО ВЕКТОРНОЙ АЛГЕБРЕ

#### I семестр

1. Алгебраическая форма комплексного числа. Комплексная плоскость. Примеры.
2. Действия над комплексными числами в алгебраической форме. Сопряженные комплексные числа. Примеры.
3. Тригонометрическая форма комплексного числа. Полярная система координат. Показательная форма комплексного числа.
4. Примеры.
5. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме. Примеры.
6. Возведение в степень комплексного числа. Теорема. Примеры.
7. Извлечение корня из комплексного числа. Теорема о существовании корней. Примеры.



8. Извлечение квадратного корня из комплексного числа. Понятие кольца (определение и примеры).
9. Понятие поля (определение и примеры).
10. Полином от одной буквы. Степень полинома. Каноническая форма.
11. Действия над полиномами.
12. Схема Горнера. Примеры.
13. Теорема Безу.
14. Кратные корни полиномов.
15. Наибольший общий делитель двух многочленов. Примеры.
16. Алгоритм Евклида. Примеры
17. Свойства делимости многочленов.
18. Взаимно простые многочлены. Теорема.
19. Свойства взаимно простых многочленов.
20. Матрицы. Виды матриц.
21. Действия сложения и умножения на скаляр над матрицами. Свойства.
22. Произведение матриц. Свойства. Примеры.
23. Транспонирование матриц. Свойства (доказательства).
24. Значение многочлена от матрицы. Примеры.
25. Клеточно-диагональные матрицы. Примеры.
26. Определители второго порядка и их использование в решении линейных систем второго порядка.
27. Определители  $n$ -го порядка. Понятие перестановок.
28. Свойства определителей (доказательство 3-х свойств).
29. Алгебраические дополнения и миноры.
30. Утверждения, связанные с алгебраическими дополнениями.
31. Теорема Лапласа.
32. Вычисление определителей.
33. Обратные матрицы. Нахождение обратных матриц по определению.
34. Теорема об обращении матриц.
35. Свойства обратных матриц.
36. Крамеровские системы линейных уравнений.
37. Следствия из теоремы Крамера.
38. Общие сведения о системах линейных уравнений.
39. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
40. Линейная зависимость и линейная независимость строк (столбцов) матрицы. Примеры.
41. Свойства линейной зависимости и линейной независимости строк (столбцов) и отрезков строк (столбцов) матрицы.
42. Теорема о линейной зависимости линейной комбинации. Следствие.
43. Линейная зависимость столбцов матрицы с линейно зависимыми строками.
44. Базис и ранг совокупности строк (столбцов) матрицы.
45. Теорема о ранге матрицы.
46. Условие линейной зависимости множества строк квадратной матрицы.
47. Ранг матрицы в терминах определителей.
48. Определение ранга матрицы при помощи элементарных преобразование строк.
49. . Понятие вектора, сложение и разность векторов. Разложение вектора по трем некопланарным векторам.
50. . Скалярное и векторное умножение векторов. Основные свойства.
51. Смешанное произведение векторов. Свойства смешанного произведения векторов.
52. Уравнение прямой на плоскости. Угол между двумя прямыми.
53. Общее уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой.

54. Преобразование прямоугольных координат.
55. Полярная система координат. Нормальное уравнение прямой.
56. Общее уравнение плоскости. Угол между плоскостями.
57. Определение линейного пространства. Примеры. Базис линейного пространства. Теорема о разложении вектора по базису.
58. Размерность линейного пространства. Теоремы.
59. Преобразование координат вектора при замене базиса. Матрица перехода и ее свойства.
60. Определение линейного подпространства. Примеры. Линейная оболочка.
61. Сумма и пересечение подпространств. (Ф. стр. 307-308; Ш. стр. 146-152)
62. Теорема о размерностях суммы и пересечения подпространств. (Ф. стр. 308-309; Ш. стр. 152-154)
63. Прямая сумма линейных подпространств. Теорема.
64. Подпространства. Критерий подпространства. Примеры. (Ф. стр. 307; Ш. стр. 138-142)
65. Теорема Кронекера-Капелли. (Ф. стр. 118-119; Ш. стр. 124-125)
66. Размерность линейного подпространства. Теоремы.
67. Определение евклидова пространства. Определение ортогональной системы векторов.
68. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Алгоритм. Примеры.
69. Неравенство Коши – Буняковского (с доказательством).
70. Нормированные пространства. Теорема о норме.
71. Ортогональное дополнение. Теорема.
72. Построение ортогонального дополнения.
73. Унитарное пространство.

#### ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ (II СЕМЕСТР)

74. Определение и примеры линейных операторов.
75. Матрица линейного оператора. Теоремы о ядре и дефекте линейного оператора.
76. Линейное отображение векторного пространства. Примеры. Матрица линейного оператора.
77. Преобразование матрицы линейного оператора. Теоремы. Примеры.
78. Характеристическое уравнение матрицы линейного оператора. Определения, примеры.
79. Минимальный и аннулирующий многочлен матрицы линейного оператора. Определения, примеры, теоремы
80. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Определения, теоремы.
81. Свойства собственных векторов (2 с доказательством).
82. Вычисление собственных значений и собственных. Алгоритм. Примеры.
83. Замена базиса и преобразование координат. (Ф. стр. 305-306; Ш. стр. 110-113, 115-116)
84. Инвариантные подпространства.
85. Треугольная форма.
86. Линейные операторы простой структуры.
87. Жорданова форма.

88. Жорданов базис.
89. Квадратичная форма: определение, матричная запись, канонический вид. Примеры.
90. Квадратичная форма: определение, матричная запись, нормальный вид. Примеры.
91. Метод Лагранжа для приведения квадратичной формы к нормальному виду. Алгоритм.
92. Метод Лагранжа для приведения квадратичной формы к каноническому виду. Алгоритм.
93. Ортогональное преобразование квадратичной формы к каноническому виду, без самого преобразования. Теорема
94. Характеристическое уравнение линейного оператора.
95. Нахождение минимального многочлена. Алгоритм. Примеры.
96. Преобразование матрицы линейного оператора.
97. Нахождение ортогонального преобразования, приводящего вещественную квадратичную форму к каноническому виду.
98. Приведение общего уравнения поверхности второго порядка к каноническому виду.
99. Эквивалентность вещественных квадратичных форм. Примеры.
100. Классификация кривых второго порядка.
101. Методы преобразования кривых 2 порядка каноническому виду. Теорема.
102. Ортогональное преобразование переменных кривой второго порядка
103. Распадающиеся кривые второго порядка.
104. Эллипс. Определение. Вывод канонического уравнения. Исследование формы. Директрисы и касательные.
105. Гипербола. Определение. Вывод канонического уравнения. Исследование формы. Директрисы и касательные.
106. Парабола. Определение. Вывод канонического уравнения. Исследование формы. Директрисы и касательные.
107. Нецентральные кривые 2 порядка. Уравнения и примеры.
108. Понятие квадратичной формы. Примеры
109. Преобразование матрицы квадратичной формы. Теорема.
110. Поверхности 2 порядка. Основные виды.
111. Некоторые общие понятия алгебры. Аксиомы группы.
112. Подгруппы. Классы смежности.
113. Циклические группы.
114. Арифметика остатков.
115. Функция Эйлера.
116. Мультипликативные обратные по модулю  $N$ , их свойства.
117. Алгоритм Евклида. Расширенный алгоритм Евклида.
118. Китайская теорема об остатках.
119. Конечные поля.
120. Нормальные подгруппы и факторгруппы.
121. Классы смежности по нормальной подгруппе и факторгруппа.
122. Гомоморфизм.
123. Что такое анализ главных компонент (PCA)? Как он используется в ИИ?
124. Как работает метод опорных векторов (SVM)? Как он связан с линейной алгеброй?

**125.** Что такое спектральная кластеризация? Как она использует линейную алгебру?

**126.** Нахождение коэффициентов регрессии с использованием метода наименьших квадратов.

## **4.2 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

### **Методические рекомендации, определяющие процедуры оценивания на экзамене:**

Процедура промежуточной аттестации проходит в соответствии с Положением о текущем контроле и промежуточной аттестации обучающихся ФГБОУ ВО «КубГУ».

Итоговой формой контроля сформированности компетенций у обучающихся по дисциплине является экзамен. Студенты обязаны сдать экзамен в соответствии с расписанием и учебным планом.

ФОС промежуточной аттестации состоит из вопросов к экзамену и результатов текущего контроля.

Экзамен по дисциплине преследует цель оценить работу студента за курс, получение теоретических знаний, их прочность, развитие творческого мышления, приобретение навыков самостоятельной работы, умение применять полученные знания для решения практических задач.

Форма проведения экзамена: устно.

Экзаменатору предоставляется право задавать студентам дополнительные вопросы по всей учебной программе дисциплины.

Результат сдачи экзамена заносится преподавателем в экзаменационную ведомость и зачетную книжку.

Оценивание уровня освоения дисциплины основывается на качестве выполнения студентом заданий текущего контроля и ответов на вопросы экзамена.

### **Критерии оценки:**

#### **1. Оценка ответов на экзаменационные вопросы (40% итоговой оценки)**

##### **Отлично (5)**

Полные, развернутые ответы с демонстрацией глубокого понимания темы.

Использование примеров, формул, корректных терминов.

Умение анализировать и сравнивать методы.

**% выполнения:** 90–100% (допускаются незначительные неточности).

##### **Хорошо (4)**

Ответы содержат основные идеи, но без углубленного анализа.

Возможны небольшие ошибки в деталях или формулировках.

**% выполнения:** 75–89%.

##### **Удовлетворительно (3)**

Ответы поверхностные, с существенными пробелами.

Отсутствие примеров или некорректное применение терминов.

**% выполнения:** 60–74%.

##### **Неудовлетворительно (2)**

Отсутствие понимания ключевых концепций.

Грубые ошибки или неспособность ответить на большую часть вопросов.

**% выполнения:** <60%.

## **4.3. Методические указания по выполнению типовых расчетов**

### **1. Общие рекомендации**

#### **1.1. Цель работы:**

- Закрепление теоретических знаний по темам:

- Комплексные числа
- Полиномы от одной переменной
- Матрицы и операции над ними
- Системы линейных уравнений
- Формирование навыков решения задач повышенной сложности.
- Подготовка к контрольным работам и экзаменам.

## 1.2. Требования к оформлению:

- Расчеты выполняются в отдельной тетради или в электронном виде (LaTeX, Word).
- Каждое задание сопровождается **полным решением** с пояснениями.
- Ответы выделяются явно (например: «*Ответ:  $z=5-12iz=5-12i$* »).
- Графические построения выполняются вручную или с использованием ПО (GeoGebra, Desmos).

## 2. Рекомендации по разделам

### 2.1. Комплексные числа (Раздел 1)

- **Ключевые темы:**
  - Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы.
  - Арифметические операции.
  - Извлечение корней, возведение в степень.
  - Решение уравнений на комплексной плоскости.
- **Типичные ошибки:**
  - Неверное вычисление аргумента (главное значение:  $-\pi < \arg z \leq \pi$ ).
  - Путаница при делении (не умножение на сопряженное знаменателя).
- **Рекомендации:**
  - Для операций умножения/деления используйте тригонометрическую форму.
  - При построении областей переходите к декартовым координатам:  $z=x+iy, \bar{z}=x-iy$ .
  - Пример 1.6: для неравенств вида  $|z-z_1|<\rho$  стройте круги, для  $\operatorname{Re}(z)>k$  – полуплоскости.

### 2.2. Полиномы (Раздел 2)

- **Ключевые темы:**
  - Деление полиномов, схема Горнера.
  - Разложение на множители, поиск корней.
  - Нахождение НОД (алгоритм Евклида).
- **Типичные ошибки:**
  - Неправильное применение схемы Горнера для комплексных корней.
  - Потеря кратных корней при разложении.
- **Рекомендации:**
  - Для задания 2.1 используйте оба метода (производные и схему Горнера) – это взаимная проверка.
  - При разложении дроби  $f(x)/(x-x_1)$  предварительно разложите  $f(x)$  по степеням  $(x-x_1)$ .
  - В задании 2.6 для подбора  $M_1(x), M_2(x)$  используйте цепочку равенств из алгоритма Евклида.

### 2.3. Матрицы (Раздел 3)

- **Ключевые темы:**
  - Операции с матрицами (умножение, транспонирование).
  - Вычисление определителей, обратной матрицы.
  - Ранг матрицы, элементарные преобразования.
- **Типичные ошибки:**
  - Ошибки в умножении матриц (несовпадение размеров).

Неверное вычисление алгебраических дополнений.

- **Рекомендации:**

- При умножении матриц сверяйте размеры:  $A_{m \times n} \cdot B_{n \times k} = C_{m \times k}$
- Для определителей выше 4-го порядка используйте:
  - Приведение к треугольному виду.
  - Разложение по строке/столбцу с нулями.
- Для обратной матрицы:
  - Метод Жордана-Гаусса надежнее при больших  $n$ .
  - Всегда проверяйте:  $A \cdot A^{-1} = E$ .

## 2.4. Системы линейных уравнений (Раздел 4)

- **Ключевые темы:**

- Решение СЛУ методом Гаусса, Крамера.
- Исследование на совместность (теорема Кронекера-Капелли).

- **Рекомендации:**

- При решении систем с комплексными коэффициентами (Задание 1.7) используйте алгебраическую форму.
- Для неоднородных систем сначала проверяйте ранг расширенной матрицы.

## 3. Организация работы

- **Этапы выполнения:**

1. **Теоретическая подготовка:** повторить формулы, определения, методы.
2. **Анализ варианта:** выделить типы задач (например, Вариант 1: 7 задач по комплексным числам).

3. **Решение:**

- От простого к сложному (начинайте с алгебраических операций).
- Для графических заданий сначала сделайте эскиз.

4. **Проверка:**

- Подстановка ответов в исходные уравнения.
- Сверка с примерами из раздела «Решение типовых задач».

- **Критерии оценки:**

- Полнота решения (все шаги обоснованы).
- Отсутствие арифметических ошибок.
- Аккуратность оформления.

## 4.4. Методические указания по организации вычислительной инфраструктуры 1. Цель и задачи

**Цель:** обеспечить студентов и преподавателей техническими ресурсами для эффективного выполнения лабораторных работ, решения задач линейной алгебры, аналитической геометрии и прикладных заданий в области ИИ.

**Задачи:**

- Организация доступа к вычислительным мощностям для работы с матрицами, векторами, полиномами.
- Поддержка среды для реализации алгоритмов (SVM, PCA, регрессия).
- Обеспечение совместимости с ПО, указанным в РПД (Python, PyTorch, TensorFlow).

## 2. Аппаратные требования

Ресурс	Минимальные требования	Рекомендуемые требования
Рабочие станции	CPU: 4 ядра; RAM: 8 ГБ; SSD: 256 ГБ GPU: NVIDIA GTX 1660	CPU: 8 ядер; RAM: 16 ГБ;
Серверы	16 ядер CPU; 32 ГБ RAM; 1 ТБ SSD GPU: NVIDIA RTX 3090	32 ядра CPU; 64 ГБ RAM;
Сетевая инфраструктура	Скорость: 1 Гбит/с; Wi-Fi 5	Скорость: 10 Гбит/с; Wi-Fi 6

**Примечание:** для задач спектральной кластеризации и SVD-разложения критично наличие GPU.

### 3. Программное обеспечение

Обязательное ПО:

- Языки программирования: Python 3.10+, Jupyter Notebook.
- Библиотеки: NumPy, SciPy, Scikit-learn, Matplotlib, SymPy.
- Фреймворки ИИ: PyTorch, TensorFlow.
- Специализированные инструменты:
- MATLAB (для работы с матрицами и определителями).
- GeoGebra (для визуализации кривых и поверхностей).

Лицензирование:

- Использовать академические лицензии MATLAB через кампусную сеть КубГУ.
- Бесплатные аналоги: GNU Octave (замена MATLAB), SageMath (для алгебры полиномов).

### 4. Облачные и удаленные решения

Внутренние ресурсы КубГУ:

- Доступ к Moodle для скачивания лабораторных работ.
- Аренда ВМ через HPC-кластер КубГУ (требуется учетная запись).

Публичные облака:

- Google Colab: Бесплатный доступ к GPU/TPU для выполнения заданий раздела «Применение линейной алгебры для задач ИИ».
- Kaggle: Датасеты для регрессии и кластеризации (например, Boston Housing).

VPN-доступ: для безопасного подключения к внутренним ресурсам вуза.

### 5. Инструкции по настройке

Локальная установка (для студентов):

```
bash
```

```
# Установка Python-библиотек
```

```
pip install numpy scipy scikit-learn matplotlib jupyter torch tensorflow
```

```
Docker-контейнеры (для воспроизводимости):
```

Готовый образ: `docker pull kubsu/linear-algebra:latest` (включает Python, Jupyter, предустановленные библиотеки).

Интеграция с ЭБС:

Авторизация в ЭБС «Лань» и Юрайт через единый аккаунт КубГУ.

### 6. Безопасность данных

Шифрование: Все данные на серверах — в состоянии покоя (AES-256) и при передаче (TLS 1.3).

Резервное копирование: Ежедневные бэкапы на отдельный сервер (retention: 30 дней).

Доступ:

Студенты: Read-only к учебным материалам.

Преподаватели: Полные права на редактирование лабораторных работ.

## **7. Техническая поддержка**

Часы работы: Пн–Пт, 9:00–18:00.

Каналы связи:

Чат в Teams: #support\_linear\_algebra.

Email: support-math@kubsu.ru.

Аварийные случаи: Автоматическое оповещение через Telegram-бота при отказе сервера.

## **8. Оптимизация затрат**

Аренда GPU: Использовать Google Colab Pro для экономии на локальных GPU.

Бесплатные альтернативы:

SageMath Cloud — для символьных вычислений.

Deepnote — Jupyter-ноутбуки с совместным доступом.

## **9. Адаптация для лиц с ОВЗ**

Для слабовидящих:

ПО: NVDA (экранный диктор) + высококонтрастный режим в Jupyter.

Аппаратно: Мониторы 27" с разрешением 4К.

## **5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.**

### **5.1. Учебная литература**

1. Татарников, О. В. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебник для вузов / О. В. Татарников, А. С. Чуйко, В. Г. Шершнев ; под общей редакцией О. В. Татарникова. - Москва : Юрайт, 2025. - 273 с. - URL: <https://urait.ru/bcode/556226> (дата обращения: 29.10.2024). - Режим доступа: для авториз. пользователей. - ISBN 978-5-534-19275-9. - Текст : электронный. [http://megapro.kubsu.ru/MegaPro/UserEntry?Action=Link\\_FindDoc&id=146475&idb=0](http://megapro.kubsu.ru/MegaPro/UserEntry?Action=Link_FindDoc&id=146475&idb=0)
2. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре : учебное пособие для вузов / Л. А. Беклемишева, Д. В. Беклемишев, А. Ю. Петрович, И. А. Чубаров. - 9-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 496 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/190976> (дата обращения: 22.04.2022). - Режим доступа: для авториз. пользователей. - ISBN 978-5-8114-9224-4. - Текст : электронный. [http://megapro.kubsu.ru/MegaPro/UserEntry?Action=Link\\_FindDoc&id=148437&idb=0](http://megapro.kubsu.ru/MegaPro/UserEntry?Action=Link_FindDoc&id=148437&idb=0)
3. Проскуряков, И. В. Сборник задач по линейной алгебре : учебное пособие для вузов / И. В. Проскуряков. - 16-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 476 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/183752> (дата обращения: 10.03.2022). - Режим доступа: для авториз. пользователей. - ISBN 978-5-8114-9039-4. - Текст : электронный. [http://megapro.kubsu.ru/MegaPro/UserEntry?Action=Link\\_FindDoc&id=147141&idb=0](http://megapro.kubsu.ru/MegaPro/UserEntry?Action=Link_FindDoc&id=147141&idb=0)
4. Горлач, Б. А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : практикум для студентов технических и экономических специальностей вузов : учебное пособие для вузов / Б. А. Горлач, Е. П. Ростова. - Санкт-Петербург : Лань, 2021. - 144 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/162373> (дата обращения: 31.10.2023). - Режим доступа: для



- авториз. пользователей. - ISBN 978-5-8114-6737-2. - Текст : электронный.  
[http://megapro.kubsu.ru/MegaPro/UserEntry?Action=Link\\_FindDoc&id=271520&idb=0](http://megapro.kubsu.ru/MegaPro/UserEntry?Action=Link_FindDoc&id=271520&idb=0)
5. Ильин В.А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебник для студентов университетов и технических вузов, обучающихся по специальностям "Математика", "Прикладная математика и информатика" / В. А. Ильин, Г. Д. Ким ; Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова. - 3-е изд., перераб. и доп. - Москва: Проспект : Изд-во Московского университета, 2025. - 393 с.  
[http://megapro.kubsu.ru/MegaPro/UserEntry?Action=Link\\_FindDoc&id=281584&idb=0](http://megapro.kubsu.ru/MegaPro/UserEntry?Action=Link_FindDoc&id=281584&idb=0).
  6. Ларин, С. В. Алгебра и теория чисел. Группы, кольца и поля : учебник для вузов / С. В. Ларин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 160 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05567-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/563870> (дата обращения: 02.08.2025).
  7. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. – М.: Наука, 1970.
  8. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Задачи по высшей алгебре: учебное пособие для студентов / Д.К. Фаддеев, И.С. Соминский. – Изд. 12-е, стер. – СПб.: Лань, 1998. – 288 с.
  9. Sun, X., Li, J., Kovalenko, A.V., Feng, W., Ou, Y. Integrating Reinforcement Learning and Learning From Demonstrations to Learn Nonprehensile Manipulation //IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2023, 20(3), 1735–1744, DOI: 10.1109/TASE.2022.3185071, Q1
  10. Petukhova, A.V.; Kovalenko, A.V.; Ovsyannikova, A.V. Algorithm for Optimization of Inverse Problem Modeling in Fuzzy Cognitive Maps. Mathematics 2022, 10, 3452. DOI: 10.3390/math10193452, Q1
  11. Kirillova, E.; Kovalenko, A.; Urtenov, M. Study of the Current–Voltage Characteristics of Membrane Systems Using Neural Networks. AppliedMath 2025, 5, 10. <https://doi.org/10.3390/appliedmath5010010>,
  12. Kadurin, Artur, et al. "The cornucopia of meaningful leads: Applying deep adversarial autoencoders for new molecule development in oncology." Oncotarget 8.7 (2016): 10883.
  13. Kadurin, Artur, et al. "druGAN: an advanced generative adversarial autoencoder model for de novo generation of new molecules with desired molecular properties in silico." Molecular pharmaceutics 14.9 (2017): 3098-3104.
  14. Polykovskiy, Daniil, et al. "Molecular sets (MOSES): a benchmarking platform for molecular generation models." Frontiers in pharmacology 11 (2020): 565644.
  15. Khrabrov, Kuzma, et al. " $\nabla^2$  DFT: A Universal Quantum Chemistry Dataset of Drug-Like Molecules and a Benchmark for Neural Network Potentials." Advances in Neural Information Processing Systems 37 (2024): 36869-36889.
  16. Polykovskiy, Daniil, et al. "Entangled conditional adversarial autoencoder for de novo drug discovery." Molecular pharmaceutics 15.10 (2018): 4398-4405.
  17. Николенко, Сергей, Кадури, Артур и Архангельская Екатерина. Глубокое обучение. "Издательский дом" Питер"", 2017.

## 5.2. Периодическая литература

### Конференции А\*:

1. <https://openreview.net/forum?id=FMMF1a9ifL>
2. <https://openreview.net/forum?id=EIUrNM9U8c#discussion>
3. <https://openreview.net/forum?id=JoO6mtCLHD>

4. <https://aclanthology.org/2024.findings-emnlp.760/>
5. <https://aclanthology.org/2020.coling-main.588/>
6. [https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-72113-8\\_30](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-72113-8_30)
7. [https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-031-42448-9\\_10](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-031-42448-9_10)
8. <https://aclanthology.org/2024.findings-naacl.288/>

#### **5.4. Интернет-ресурсы, в том числе современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

*Электронно-библиотечные системы (ЭБС):*

1. ЭБС «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
2. ЭБС «УНИВЕРСИТЕТСКАЯ БИБЛИОТЕКА ОНЛАЙН» <http://www.biblioclub.ru/>
3. ЭБС «BOOK.ru» <https://www.book.ru>
4. ЭБС «ZNANIUM.COM» [www.znanium.com](http://www.znanium.com)
5. ЭБС «ЛАНЬ» <https://e.lanbook.com>

*Профессиональные базы данных*

*Электронно-библиотечные системы (ЭБС):*

6. ЭБС «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
7. ЭБС «УНИВЕРСИТЕТСКАЯ БИБЛИОТЕКА ОНЛАЙН» <http://www.biblioclub.ru/>
8. ЭБС «BOOK.ru» <https://www.book.ru>
9. ЭБС «ZNANIUM.COM» [www.znanium.com](http://www.znanium.com)
10. ЭБС «ЛАНЬ» <https://e.lanbook.com>

*Профессиональные базы данных*

1. Scopus <http://www.scopus.com/>
2. ScienceDirect <https://www.sciencedirect.com/>
3. Журналы издательства Wiley <https://onlinelibrary.wiley.com/>
4. Научная электронная библиотека (НЭБ) <http://www.elibrary.ru/>
5. Полнотекстовые архивы ведущих западных научных журналов на Российской платформе научных журналов НЭИКОН <http://archive.neicon.ru>
6. Национальная электронная библиотека (доступ к Электронной библиотеке диссертаций Российской государственной библиотеки (РГБ) <https://rusneb.ru/>
7. Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина <https://www.prlib.ru/>
8. База данных CSD Кембриджского центра кристаллографических данных (CCDC) <https://www.ccdc.cam.ac.uk/structures/>
9. Springer Journals: <https://link.springer.com/>
10. Springer Journals Archive: <https://link.springer.com/>
11. Nature Journals: <https://www.nature.com/>
12. Springer Nature Protocols and Methods: <https://experiments.springernature.com/sources/springer-protocols>
13. Springer Materials: <http://materials.springer.com/>
14. Nano Database: <https://nano.nature.com/>
15. Springer eBooks (i.e. 2020 eBook collections): <https://link.springer.com/>
16. "Лекториум ТВ" <http://www.lektorium.tv/>
17. Университетская информационная система РОССИЯ <http://uisrussia.msu.ru>

*Бесплатные образовательные ресурсы*

1. Jupyter Notebook – интерактивные вычисления
2. Visual Studio Code – редактор кода с поддержкой Python
3. Google Scholar/arXiv – доступ к научным публикациям

### *Ресурсы свободного доступа*

1. КиберЛенинка <http://cyberleninka.ru/>;
2. Американская патентная база данных <http://www.uspto.gov/patft/>
3. Министерство науки и высшего образования Российской Федерации <https://www.minobrnauki.gov.ru/>;
4. Федеральный портал "Российское образование" <http://www.edu.ru/>;
5. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" <http://window.edu.ru/>;
6. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов <http://school-collection.edu.ru/> .
7. Проект Государственного института русского языка имени А.С. Пушкина "Образование на русском" <https://pushkininstitute.ru/>;
8. Справочно-информационный портал "Русский язык" <http://gramota.ru/>;
9. Служба тематических толковых словарей <http://www.glossary.ru/>;
10. Словари и энциклопедии <http://dic.academic.ru/>;
11. Образовательный портал "Учеба" <http://www.ucheba.com/>;
12. Законопроект "Об образовании в Российской Федерации". Вопросы и ответы [http://xn--273--84d1f.xn--p1ai/voprosy\\_i\\_otvety](http://xn--273--84d1f.xn--p1ai/voprosy_i_otvety)

### *Собственные электронные образовательные и информационные ресурсы КубГУ*

1. Электронный каталог Научной библиотеки КубГУ <http://megapro.kubsu.ru/MegaPro/Web>
2. Электронная библиотека трудов ученых КубГУ <http://megapro.kubsu.ru/MegaPro/UserEntry?Action=ToDb&idb=6>
3. Среда модульного динамического обучения <http://moodle.kubsu.ru>
4. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций <http://infoneeds.kubsu.ru/>
5. Библиотека информационных ресурсов кафедры информационных образовательных технологий <http://mschool.kubsu.ru>;
6. Электронный архив документов КубГУ <http://docspace.kubsu.ru/>
7. Электронные образовательные ресурсы кафедры информационных систем и технологий в образовании КубГУ и научно-методического журнала "ШКОЛЬНЫЕ ГОДЫ" <http://icdau.kubsu.ru/>

**Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», в том числе современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы, необходимые для освоения дисциплины.**

1. Справочно-правовая система «Консультант Плюс» (<http://www.consultant.ru>)
2. Портал открытых данных Российской Федерации <https://data.gov.ru>
3. База открытых данных Министерства труда и социальной защиты РФ <https://rosmintrud.ru/opendata>
4. База данных Научной электронной библиотеки eLIBRARY.RU <https://elibrary.ru/>
5. База данных Всероссийского института научной и технической информации (ВИНИТИ) РАН <http://www2.viniti.ru/>
6. Базы данных в сфере интеллектуальной собственности, включая патентные базы данных [www.rusnano.com](http://www.rusnano.com)
7. Базы данных и аналитические публикации «Университетская информационная система РОССИЯ» <https://uisrussia.msu.ru/>
8. Википедия, свободная энциклопедия. [Электронный ресурс]. – Wikipedia <http://ru.wikipedia.org>
9. <http://math.nsc.ru/LBRT/k5/opt.html> (Интеллектуальные методы оптимизации, учебное пособие)

## **6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.**

Теоретические знания по основным разделам курса «Алгебра и геометрия» студенты приобретают на лекциях и практических занятиях, закрепляют и расширяют во время самостоятельной работы.

Лекции по курсу «Алгебра и геометрия» представляются в виде изложения материала по теме лекции с демонстрацией презентаций по отдельным основным темам программы.

Для углубления и закрепления теоретических знаний студентам рекомендуется выполнение определенного объема самостоятельной работы. Общий объем часов, выделенных для внеаудиторных занятий, составляет 75,6 часа.

В рамках самостоятельной познавательной деятельности студентам также предлагается изучить некоторые разделы, не вошедшие в лекционный курс.

Внеаудиторная работа по дисциплине «Алгебра и геометрия» заключается в следующем:

- повторение лекционного материала и проработка учебников и учебных пособий;
- подготовка к практическим занятиям;
- проработка тем, вынесенных на самостоятельную подготовку.

Для закрепления теоретического материала и выполнения контролируемых самостоятельных работ по дисциплине во внеучебное время студентам предоставляется возможность пользования библиотекой КубГУ, библиотекой факультета компьютерных технологий и прикладной математики, возможностями компьютерного класса факультета.

Итоговый контроль осуществляется в виде зачетов и экзаменов.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

Подход, определяющий установление соответствия кейсов ИП и УГТ (5-7), позволяет четко соотносить этапы развития технологии с вовлеченностью партнера и снижать риски при переходе от лабораторных испытаний к промышленному внедрению.

### **Кейсы для индустриальных партнеров**

#### **1. Применение матриц в задаче регрессии для строительной организации**

##### **Описание:**

Строительная организация планирует реализовать крупный строительный проект и хочет заранее оценить рентабельность проекта, основываясь на предварительном финансовом анализе.

Организация собирает статистику о ранее выполненных объектах, включающих такие факторы, как:

1. Затраты на материалы (materials\_cost);
2. Стоимость рабочей силы (labor\_cost);
3. Время строительства (construction\_time, месяцы);
4. Местоположение стройплощадки (location\_score, балл от 1 до 10, где 10 — наиболее привлекательное);
5. Итоговая доходность проекта (profit\_margin, %).

**Цель:** создание математической модели, позволяющей прогнозировать доходность нового строительного проекта на основе вышеуказанных параметров.

#### **Решение:**

Коэффициенты модели находим с помощью матричной формулы с учетом первоначально заданной таблицы:

$$\beta^{\wedge}=(X^T X)^{-1} X^T y$$

Расчет проводится стандартными инструментами линейной алгебры (например, в Python с использованием библиотеки NumPy).

#### **Ожидаемый результат:**

Создание модели регрессии с использованием матриц и линейной алгебры позволяет строительной организации точно оценивать будущую доходность проектов на этапе планирования. Такой подход уменьшает риски инвестирования, позволяет грамотно управлять ресурсами и повышает конкурентоспособность компании на рынке.

## **2. Использование метода опорных векторов (SVM) для классификации участков земли**

#### **Описание:**

Строительная компания владеет большим количеством земельных участков разной природы и желает разделить их на две категории:

Участки высокой инвестиционной привлекательности (готовы для застройки дорогими жильем или коммерческими зданиями).

Проблемные участки (имеют недостатки, усложняют застройку либо делают участок менее привлекательным).

#### **Цель:**

Необходимо разработать модель, которая сможет автоматически классифицировать земельные участки на две указанные выше категории, исходя из некоторых признаков, таких как:

1. Площадь участка (в сотках).
2. Высота рельефа (средняя высота над уровнем моря).
3. Близость к городу (расстояние до ближайшего населенного пункта).
4. Уровень грунтовых вод (глубина залегания).

5. Присутствие инфраструктуры (наличие электричества, воды, газа).

Значения этих признаков известны для каждого участка, и имеется некоторое количество предварительно размеченных участков (эталонных данных), позволяющих обучить модель.

**Ожидаемый результат:**

Отдел аналитики получает новую партию земельных участков для возможной покупки.

**3. «Оптимизация размещения банкоматов с помощью методов линейной алгебры и геометрического моделирования»**

**Описание:**

Сбербанк хочет оптимизировать сеть банкоматов в городе, чтобы:

- минимизировать «мёртвые зоны» (районы с плохой доступностью банкоматов),
- обеспечить равномерную нагрузку на устройства,
- учесть ограничения (бюджет, безопасность, пешеходный трафик).

**Цель:**

Необходимо разработать модель, которая сможет автоматически классифицировать земельные участки на две указанные выше категории, исходя из некоторых признаков, таких как:

1. Линейная алгебра – работа с матрицами расстояний, SVD-разложение для анализа пространственных паттернов.
2. Аналитическая геометрия – расчёт зон покрытия (окружности, эллипсы), оптимальное расположение точек.
3. Векторные пространства – представление данных о клиентах и банкоматах в виде векторов.

Значения этих признаков известны для каждого участка, и имеется некоторое количество предварительно размеченных участков (эталонных данных), позволяющих обучить модель.

**Решение:**

**Матричное представление**

Городская территория представляется в виде матрицы  $A$  размером  $m \times n$ , где каждый элемент  $a_{ij}$  содержит:

- Плотность населения
- Уровень спроса на услуги
- Финансовую активность района

**Метод наименьших квадратов**

Применяется для минимизации расстояний:

$$\min \sum_{i \in F} f_i y_i + \sum_{i \in F} \sum_{j \in C} c_{ij} x_{ij}$$

$$\min \sum_{i=1}^k \sum_{x \in C_i} \|x - \mu_i\|^2$$

где  $C_i$  - кластеры клиентов,  $\mu_i$  - позиции банкоматов.

Геометрические подходы

## Диаграмма Вороного

Позволяет разделить территорию на зоны обслуживания:

- Каждый банкомат обслуживает ближайшую область
- Границы зон - перпендикулярные биссектрисы между точками

## Задача размещения объектов (Facility Location Problem)

Формулировка:

$$\min \sum_{i \in F} f_i y_i + \sum_{i \in F} \sum_{j \in C} c_{ij} x_{ij}$$

где:

- F - потенциальные места установки
- C - клиентские локации
- $f_i$  - стоимость установки
- $c_{ij}$  - стоимость обслуживания клиента j через банкомат i

## Практическая реализация

1. Сбор данных: плотность населения, финансовые транзакции, транспортные узлы
2. Построение матрицы спроса
3. Применение алгоритмов кластеризации (k-means, DBSCAN)
4. Оптимизация с учетом ограничений
5. Визуализация результатов с помощью геометрических моделей

## Пример алгоритма на Python (упрощенный)

python

```
import numpy as np
from sklearn.cluster import KMeans

# Координаты и вес (спрос) клиентских точек
points = np.array([[x1,y1,w1], [x2,y2,w2], ...])

# Оптимальное количество банкоматов (можно определить методами elbow или silhouette)
k = 5

# Взвешенная кластеризация
kmeans = KMeans(n_clusters=k)
kmeans.fit(points[:, :2], sample_weight=points[:, 2])

# Оптимальные позиции банкоматов
atm_positions = kmeans.cluster_centers_
```

## Ожидаемый результат:

Комбинация методов линейной алгебры и геометрического моделирования позволяет:

- Снизить затраты на установку и обслуживание
- Улучшить доступность банковских услуг
- Адаптировать сеть банкоматов к изменяющемуся спросу
- Принимать обоснованные решения на основе данных

Отдел аналитики получает новую партию земельных участков для возможной покупки.

## 7. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса

### 7.1 Перечень информационных технологий.

1. Облачные платформы и сервисы  
cloud.ru, YandexCloud, AWS/GCP/Azure – облачные вычисления
2. Системы управления версиями и коллаборации  
Git/GitHub/GitLab – контроль версий кода и совместная разработка
4. Система управления обучением  
Moodle – сдача работ

### 7.2 Перечень необходимого программного обеспечения.

1. Свободное ПО (Open Source)  
GitLab, GIT, MLFlow, Docker, Kubernetes, Terraform.
2. Операционная система MS Windows.
3. Интегрированное офисное приложение MS Office.
4. Программное обеспечение для организации управляемого коллективного и безопасного доступа в Интернет.
5. Языки программирования: Python, JavaScript, C++, Java
6. Фреймворки: PyTorch, TensorFlow.
7. Google Colab – облачная среда для выполнения кода на Python с GPU/TPU
8. Kaggle – платформа для работы с датасетами и соревнований по ML

## 8. Материально-техническое обеспечение по дисциплине (модулю)

№	Продукт	Параметры продукта	Кол-во	Кол-во конфигураций	Ед. изм.
1	Виртуальная машина	Виртуальная машина 10% vCPU 2 vCPU 4 RAM	1	60	Шт
		ОС Ubuntu 22.04	1		Шт
		Системный диск SSD	1		Шт
			10		Гб
		Аренда публичного IP	1		Шт
2	Виртуальная машина с GPU	Виртуальная машина с GPU NVIDIA® Tesla® V100 2 GPU 8 vCPU 128 Гб RAM	1	1	Шт
		ОС Ubuntu_24.04	1		Шт
		Системный диск SSD	1		Шт
			2000		Гб
		Диск SSD	1		Шт
			4096		Гб
		Диск SSD	1		Шт
			4096		Гб
		Аренда публичного IP	1		Шт



3	K8S	Master node 8 vCPU 16 RAM	1	1	Шт
		Worker node 10% доля 4 vCPU 32 RAM	5		Шт
		Worker node SSD-NVME	64		Гб
		Аренда публичного IP	1		Шт
4	ML Inference Instance Type GPU	Время работы в месяц	40	1	Ч
		Инстанс 8 x NVIDIA® H100 NVLink PCIe 160 vCPU 1520 GB RAM	1		Шт
		Количество запросов к ML-моделям	1		Млн. Шт
		Кэш ML-моделей	160		Гб
5	LLM	Токены GigaChat 2 Max	50		Млн. Шт
		Токены Embeddings	400		Млн. Шт

Дополнительные облачные ресурсы предоставляются технологическим партнером Yandex Cloud.

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, оборудованная видеопроектором и экраном, ауд. 129, 131, А 301 б, А 305, А 307.
2.	Семинарские занятия	Не предусмотрены
3.	Лабораторные занятия	Аудитории для лабораторных занятий, оборудованные досками, ауд. 129, 131, 133, 147, 148, 149, 150, А301б, А305, А307, А512, 100С.
4.	Курсовое проектирование	Не предусмотрено
5.	Групповые (индивидуальные) консультации	Аудитория, оборудованная доской, ауд. 129, 131, 133, 147, 148, 149, 150, А 301 б, А305, А307, А512, 100С.
6.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Аудитория, оборудованная доской, ауд. 129, 131, 133, 147, 148, 149, 150, А 301 б, А305, А307, А512, 100С.
7.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета, ауд. 102-А и читальный зал.

Примечание: Конкретизация аудиторий и их оснащение определяется ОПОП.