

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по учебной работе,  
качеству образования – первый  
проректор

\_\_\_\_\_ Хагуров Т.А.

*подпись*  
« 29 » августа 2025 г.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Б1. О.12 Математический анализ

Направление подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Профиль Искусственный интеллект и аналитика данных

Форма обучения очная

Квалификация бакалавр

Краснодар 2025

Рабочая программа дисциплины Математический анализ составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Программу составил(и):

С.М. Силинская, доцент КПМ, к.т.н., доцент  
И.О. Фамилия, должность, ученая степень, ученое звание

  
подпись

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры прикладной математики

протокол № 01 «28» августа 2025 г.


И.о. заведующего кафедрой Письменский А.В.

  
подпись

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета компьютерных технологий и прикладной математики

протокол № 01 «28» августа 2025 г.

Председатель УМК факультета Коваленко А.В.

  
подпись

Рецензенты:

Мостовой Евгений Викторович, генеральный директор ООО «Портал-Юг»,  
e-mail: mostovoy@portal-yug.ru

Луценко Евгений Вениаминович, доктор экономических наук, кандидат технических наук, профессор кафедры компьютерных технологий и систем Федерального государственного бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Кубанский государственный аграрный университет имени И.Т. Трубилина», e-mail: prof.lutsenko@gmail.com

## **1 Цели и задачи изучения дисциплины (модуля)**

**1.1 Цель освоения дисциплины:** формирование у студентов базовых знаний, умений и навыков по математическому анализу достаточных для освоения основной образовательной программы направления 02.03.01 Математика и компьютерные науки.

### **1.2 Задачи дисциплины**

В задачи курса «Математический анализ» входят:

- подготовка специалистов, способных применять полученные знания для решения прикладных задач, владеющих достаточными знаниями основных теоретических положений курса «Математический анализ»;
- формирование культуры мышления, способности к анализу, обобщению и восприятию информации, к постановке цели и выбору путей ее достижения;
- применение методов дифференциального и интегрального исчисления в профессиональной сфере;
- формирование привычки к строгости в формулировке изложения материала, к логически непротиворечивой цепочке выводов и заключений;
- применение научных знаний анализа функций действительных переменных для моделирования и исследования динамических процессов;
- развитие у студентов навыков самообразования.

### **1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы**

Дисциплина Б1.О.12 «Математический анализ» относится к обязательной части Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана. цикла математических, естественнонаучных и общетехнических дисциплин.

Необходимым требованием к «входным» знаниям, умениям и опыту деятельности обучающегося при освоении данной дисциплины является уверенное владение знаниями школьной программы по предметам «Алгебра и начала анализа», «Геометрия» и «Физика».

«Математический анализ» является фундаментом для изучения других разделов курса высшей математики. Дисциплина призвана дать студентам математический аппарат, который будет использоваться при изучении дисциплин: «Векторная алгебра», «Дифференциальные уравнения», «Дискретные математические системы», «Методы оптимизации», «Теория систем и системный анализ» и др., а также в учебно-исследовательской работе.

### **1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

#### **Роль 1: Data Analyst (Аналитик данных)**

Задачи:

1. Статистический анализ, визуализация данных, предварительная обработка.
2. Создание прогнозных моделей
3. Построение аналитических моделей для поддержки бизнес-решений.

#### **Роль 2: MLOps (Специалист по эксплуатации ИИ)**

Задачи:

1. DevOps для ML.
2. Автоматизация, мониторинг ML-систем.
3. Операционное управление жизненным циклом ML-моделей.

### Роль 3: AI PM (Менеджер проектов ИИ)

Задачи:

1. Управление ИИ-проектами от идеи до внедрения
2. Анализ бизнес-требований и постановка задач
3. Оценка эффективности и ROI ИИ-решений

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

Код и наименование индикатора*	Результаты обучения по дисциплине (знает, умеет, владеет (навыки и/или опыт деятельности))
<b>ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности;</b>	
<b>ОПК-1.1</b> Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук при построении моделей в заданной предметной области	<b>Знает:</b> Основные принципы и методы анализа. Ключевые понятия: система, элемент, структура, связь, функция. Критерии выделения предметной (проблемной) области и её границ. <b>Умеет:</b> Выделять и структурировать элементы, связи и подсистемы в рамках заданной предметной области. Анализировать проблемы с учетом их комплексности и взаимосвязанности факторов. Применять методы анализа (например, построение моделей, классификацию, причинно-следственный анализ) для изучения профессиональных задач. <b>Владеет:</b> Навыками применения построения моделей в практической профессиональной деятельности. Способностью интегрировать знания из разных областей для комплексной оценки профессиональной ситуации.
<b>ОПК-1.2</b> Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук при выборе методов решения задач профессиональной деятельности	<b>Знает:</b> Основные понятия, законы и теории из курса математического анализа, релевантные для профессиональной деятельности. Классификацию и принципы работы методов решения задач, применяемых в предметной области <b>Умеет:</b> Выявлять математические и естественнонаучные аспекты в профессиональных задачах. Корректно выбирать и комбинировать методы решения задач на основе их математической и естественнонаучной природы. · Формализовать задачи предметной области, строить их упрощенные модели. <b>Владеет:</b> Навыками применения математического аппарата (формулы, вычисления, графики) и естественнонаучных концепций для анализа профессиональных ситуаций. · Технологиями построения и исследования моделей с использованием специализированного программного обеспечения.

Результаты обучения по дисциплине достигаются в рамках осуществления всех видов контактной и самостоятельной работы обучающихся в соответствии с утвержденным учебным планом.

Индикаторы достижения компетенций считаются сформированными при достижении соответствующих им результатов обучения.

## 2 Структура и содержание дисциплины

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 16 зач. ед. (576 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице  
(для студентов ОФО)

Вид учебной работы		Всего Часов	Семестры (часы)			
			1	2	3	
<b>Контактная работа, в том числе:</b>		<b>339,5</b>	<b>124,5</b>	<b>106,5</b>	<b>108,5</b>	
<b>Аудиторные занятия (всего):</b>						
Занятия лекционного типа		150	50	50	50	
Лабораторные занятия		172	68	52	52	
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)		-	-	-	-	
<b>Иная контактная работа:</b>						
Контроль самостоятельной работы (КСР)		16	6	4	6	
Промежуточная аттестация (ИКР)		1,5	0,5	0,5	0,5	
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>						
Курсовая работа		-	-	-	-	
Проработка учебного (теоретического) материала		129,4	55,8	37,8	35,8	
Выполнение индивидуальных заданий (подготовка сообщений, презентаций)		-	-	-		
Реферат		-	-	-		
Подготовка к текущему контролю		-	-	-		
<b>Контроль:</b>						
Подготовка к экзамену		<b>107,1</b>	<b>35,7</b>	<b>35,7</b>	<b>35,7</b>	
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>час.</b>	<b>576</b>	<b>216</b>	<b>216</b>	<b>180</b>	
	<b>в том числе интерактивные</b>	<b>56</b>	<b>21</b>	<b>21</b>	<b>14</b>	
	<b>зач. ед</b>	<b>16</b>	<b>6</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	

## 2.2 Содержание дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.  
Разделы (темы) дисциплины, изучаемые в \_1\_\_ семестре (очная форма)

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	2	3	4	5	6	7
1.	Введение в анализ.	12	4	-	6	2
2.	Предел числовой последовательности.	26	8	-	10	8
3.	Предел функции. Сходимость последовательности обновлений весов (скорость обучения (learning rate))	28	8	-	12	8
4.	Непрерывные функции и их свойства.	18,8	8	-	6	4,8
5.	Производные и дифференциалы.	33	8	-	14	11
6.	Свойства дифференцируемых функций.	16	6	-	6	4
7.	Исследование поведения функции. Применение производной в обучении нейросетей. Примеры в библиотеках ИИ.	40	8	-	14	18
	<b>ИТОГО по разделам дисциплины</b>	<b>173,8</b>	<b>50</b>	<b>-</b>	<b>68</b>	<b>55,8</b>
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	6				
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,5				
	Подготовка к текущему контролю	35,7				
	Общая трудоемкость по дисциплине	216				

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

Разделы (темы) дисциплины, изучаемые в \_2\_\_ семестре (очная форма)

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	2	3	4	5	6	7
8.	Первообразная функции и неопределенный интеграл.	20	4	-	10	6
9.	Методы вычисления неопределенных интегралов.	24	8	-	10	6
10.	Определенный интеграл Римана. Формула Ньютона – Лейбница.	21	8	-	10	3
11.	Приложения определенного интеграла.	20,8	8	-	6	6,8
12.	Экстремумы функции многих переменных. Исследование функций многих переменных (3D графики поверхности, линии уровня, градиентные поля)	17	8	-	4	5
13.	Функции многих переменных. Пределы, непрерывность	15	6	-	4	5
14.	Частные производные и полный дифференциал функции многих переменных. Применение частных производных в процессе настройки параметров алгоритма нейронной сети. Адаптация моделей к данным. Оптимизация моделей (Градиентный спуск).	22	8	-	8	6
<b>ИТОГО по разделам дисциплины</b>		<b>139,8</b>	<b>50</b>	<b>-</b>	<b>52</b>	<b>37,8</b>
Контроль самостоятельной работы (КСР)		4				
Промежуточная аттестация (ИКР)		0,5				
Подготовка к текущему контролю		35,7				
Общая трудоемкость по дисциплине		180				

Разделы (темы) дисциплины, изучаемые в 3 семестре (очная форма)

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	2	3	4	5	6	7
15.	Несобственные интегралы	8	6	-	6	7
16.	Кратные интегралы	17	8	-	10	4
17.	Криволинейные и поверхностные интегралы	17	8	-	10	4
18.	Элементы теории поля.	14,8	6	-	6	4,8
19.	Числовые ряды.	15	8	-	8	4
20.	Функциональные ряды.	13	8	-	6	4
21.	Ряды Фурье. Разложение в ряды для аппроксимации. Ряды Фурье в обработке данных. Анализ сигналов, обработка изображений.	19	6	-	6	8
<b>ИТОГО по разделам дисциплины</b>		<b>137,8</b>	<b>50</b>	<b>-</b>	<b>52</b>	<b>35,8</b>
Контроль самостоятельной работы (КСР)		2				
Промежуточная аттестация (ИКР)		0,5				
Подготовка к текущему контролю		35,7				
Общая трудоемкость по дисциплине		180				

## 2.3 Содержание разделов (тем) дисциплины

### 2.3.1 Занятия лекционного типа

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Введение в анализ	Предмет и метод математического анализа. Понятие множества. Способы задания множеств. Операции над множествами. Аксиоматика действительных чисел. Множества на числовой прямой. Окрестности. Модуль. Сигнум. Понятие ограниченного множества. Верхняя и нижняя грани множества. Теоремы единственности и существования. Система вложенных отрезков. Стягивающаяся система вложенных отрезков. Счетные и несчетные множества. Теорема о счетности множества рациональных чисел. Теорема Кантора. Метод математической индукции. (Представление данных и знаний, машинное обучение (ML), обработка естественного языка (NLP), структуры и данные ИИ). Отображения и числовые функции. Элементарные функции. Графики элементарных функций. Действия над графиками. Графики сложных функций. Обратные функции. (Функции потерь (Loss Functions), MSE, кривые обучения)	1. Коллоквиум 2. Зачет 3. Экзамен
2.	Предел числовой последовательности.	Понятие числовой последовательности. Предел числовой последовательности. Сходящиеся и расходящиеся последовательности. Теорема. Свойства пределов числовых последовательностей. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Предел монотонной последовательности. Подпоследовательности. Понятие частичного предела. Верхний и нижний пределы. Теорема Больцано-Вейерштрасса о выделении сходящейся подпоследовательности из ограниченной последовательности. Понятие фундаментальной последовательности. Критерий Коши. (Скорость обучения (learning rate), RNN)	1. Коллоквиум 2. Зачет 3. Экзамен
3.	Предел функции.	Понятие функции. Элементарные функции и их классификация. Понятие предела функции. Различные определения предела функции. Свойства пределов функции. Критерий Коши существования конечного предела функции. Понятие одностороннего предела функции. Пределы монотонных функций. Теорема. Бесконечно малые и бесконечно большие	1. Коллоквиум 2. Зачет 3. Экзамен



		функции. Сравнение функций. Примеры. (SGD, Adam)	
4.	Непрерывные функции и их свойства.	Понятие непрерывности функции в точке. Теорема о сохранении знака. Свойства непрерывных функций. Предел и непрерывность сложной функции. Понятие односторонней непрерывности. Точки разрыва. Примеры. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Теорема Вейерштрасса и следствие к ней. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Теорема Больцано-Коши о промежуточном значении функции следствия к ней. Обратные функции. (Функции потерь (Loss Functions), MSE, кривые обучения)	1. Коллоквиум 2. Зачет 3. Экзамен
5.	Производные и дифференциалы.	Понятие дифференцируемой функции. Дифференциал. Производная. Геометрический смысл производной. Физический смысл производной. Геометрический смысл дифференциала. Производные основных элементарных функций. Производная сложной функции и функции, заданной параметрически. Дифференцируемость суммы, произведения, частного, обратной функции. Инвариантность формы 1-го дифференциала. Применение дифференциала в приближенных вычислениях. Основные теоремы дифференциального исчисления и следствия из них. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. (Backpropagation в нейронных сетях)	1. Коллоквиум 2. Зачет 3. Экзамен
6.	Свойства дифференцируемых функций.	Теоремы о среднем. Теоремы Ролля, Лагранжа, ККоши. Формула Тейлора. Остаточные члены в форме Пеано, Лагранжа Теорема единственности. Примеры. Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталя.	1. Коллоквиум 2. Зачет 3. Экзамен
7.	Исследование поведения функции.	Условие монотонности дифференцируемой функции. Экстремум. Необходимые условия экстремума. Достаточные условия экстремума. Использование производных высших порядков при исследовании функции на экстремум. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке. Выпуклость вверх и вниз. Точки перегиба. Асимптоты. Общая схема исследования функции и построения ее графика. Применение производной в обучении нейросетей. Примеры в библиотеках ИИ.	1. Коллоквиум 2. Зачет 3. Экзамен
8.	Дифференциальное исчисление функции многих переменных	Функции многих переменных. Пределы, непрерывность. Частные производные и полный дифференциал функции многих переменных. Экстремумы функции многих переменных.	1. Коллоквиум 2. Зачет 3. Экзамен

		Исследование функций многих переменных. Применение частных производных в процессе настройки параметров алгоритма нейронной сети. Адаптация моделей к данным. Оптимизация моделей (Градиентный спуск).	
9.	Интегральное исчисление функции одной переменной	Первообразная функции и неопределенный интеграл. Методы вычисления неопределенных интегралов. Определенный интеграл Римана. Формула Ньютона – Лейбница. Приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы	1. Коллоквиум 2. Зачет 3. Экзамен
10.	Многомерные интегралы и элементы теории поля	Кратные интегралы. Криволинейные и поверхностные интегралы. Элементы теории поля. (Генеративные модели, нормализующие потоки (Normalizing Flows), GAN и интегральные метрики)	1. Коллоквиум 2. Зачет 3. Экзамен
11.	Ряды.	Числовые ряды. Признаки сходимости. Функциональные ряды. Степенные ряды. Область сходимости. Разложение в ряд. Приложения степенных рядов. Ряды Фурье. . Разложение в ряды для аппроксимации. Ряды Фурье в обработке данных. Анализ сигналов, обработка изображений.	1. Коллоквиум 2. Зачет 3. Экзамен

### 2.3.2 Занятия семинарского типа не предусмотрены

### 2.3.3 Лабораторные занятия

№	Наименование раздела (темы)	Тематика лабораторных занятий	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Введение в анализ	Множества. Операции над множествами. Грани числовых множеств. Абсолютная величина числа. Неравенства. Метод математической индукции. Функции. Область определения. Четные и нечетные, периодические. Сложные. Графики элементарных функций. Построение графиков функций. Основные приемы. Графики функций, заданных параметрически. (Функции потерь (Loos Functions), MSE, кривые обучения)	1. Контрольная работа 2. Зачет 3. Экзамен
2.	Предел числовой последовательности.	Понятие числовой последовательности. Предел числовой последовательности. Сходящиеся и расходящиеся последовательности. Свойства пределов числовых последовательностей. Предельный переход в неравенствах. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Определение и признак сходимости монотонной последовательности. Понятие частичного предела. Верхний и нижний пределы. (Скорость обучения (learning rate), RNN)	1. Контрольная работа 2. Зачет 3. Экзамен
3.	Предел функции.	Определение предела функции. Пределы дробно-рациональных функций. Пределы функций, содержащих иррациональности Первый и второй замечательные пределы Пределы функций, содержащих логарифмическую функцию. Односторонние пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие. Применение эквивалентных бесконечно малых к вычислению пределов. (SGD, Adam)	1. Контрольная работа 2. Зачет 3. Экзамен
4.	Непрерывные функции и их свойства.	Определение понятия непрерывности в точке. Доказательство непрерывности функций. Точки разрыва функций. Их классификация. Исследование функций на непрерывность и построение графика. (Функции потерь (Loos Functions), MSE, кривые обучения)	1. Контрольная работа 2. Зачет 3. Экзамен

5.	Производные и дифференциалы.	<p>Определение понятия производной функции. Производные элементарных функций. Основные правила нахождения производных. Табличное дифференцирование Производная сложной функции Производная обратной функции, неявной функции и заданной параметрически. Логарифмическая производная Геметрические и механические приложения производной. Производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков. (Backpropagation в нейронных сетях)</p>	<p>1. Контрольная работа 2. Зачет 3. Экзамен</p>
6.	Свойства дифференцируемых функций.	<p>Теоремы о среднем Формулы Тейлора и Маклорена Правила Лопиталья раскрытия неопределенностей.</p>	<p>1. Контрольная работа 2. Зачет 3. Экзамен</p>
7.	Исследование поведения функции.	<p>Понятие монотонности. Определение промежутков возрастания и убывания функции. Точки локального экстремума. Нахождение наименьшего и наибольшего значений функции на отрезке. Точки перегиба и направление выпуклости и вогнутости. Асимптоты графика функции Схема исследования графика функции. Исследование и построение графиков функций. Применение производной в обучении нейросетей. Примеры в библиотеках ИИ.</p>	<p>1. Контрольная работа 2. Зачет 3. Экзамен</p>
8.	Дифференциальное исчисление функции многих переменных Дифференциальное исчисление функции многих переменных	<p>Непрерывность. Частные производные. Полный дифференциал. Дифференцирование сложных функций. Дифференцирование неявных функций Производные и дифференциалы высших порядков. Экстремумы функций многих переменных. Применение частных производных в процессе настройки параметров алгоритма нейронной сети. Адаптация моделей к данным. Оптимизация моделей (Градиентный спуск).</p>	<p>1. Контрольная работа 2. Зачет 3. Экзамен</p>
9.	Интегральное исчисление функции одной переменной	<p>Методы вычисления неопределенных интегралов. Непосредственное интегрирование. Метод подстановки. Метод интегрирования по частям. Примеры. Рекуррентные формулы. Интегрирование рациональных функций. Примеры. Интегрирование простейших иррациональностей. Интегрирование тригонометрических и гиперболических функций. Понятие определенного интеграла Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-</p>	<p>1. Контрольная работа 2. Зачет 3. Экзамен</p>

		<p>Лейбница. Интегрирование по частям в определенном интеграле. Длина дуги плоской кривой. Площадь плоской фигуры. Площадь криволинейной трапеции и криволинейного сектора. Понятие кубированности и объема. Площадь поверхности вращения, ее вычисление. Физические приложения определенных интегралов. Приближенные вычисления определенных интегралов.</p> <p>Понятие несобственных интегралов 1-го и 2-го рода. Формулы интегрального исчисления для несобственных интегралов.</p>	
10.	Многомерные интегралы и элементы теории поля	<p>Двойной интеграл. Замена переменных в двойном интеграле.</p> <p>Вычисление площадей фигур, объемов тел и площадей поверхностей.</p> <p>Приложения двойного интеграла в механике.</p> <p>Тройные интегралы.</p> <p>Криволинейные и поверхностные интегралы.</p> <p>Скалярное и векторное поле.</p> <p>Градиент. Дивергенция. (Генеративные модели, нормализующие потоки (Normalizing Flows), GAN и интегральные метрики)</p>	<p>1. Контрольная работа</p> <p>2. Зачет</p> <p>3. Экзамен</p>
11.	Ряды	<p>Необходимый признак сходимости числового ряда. Критерий Коши.</p> <p>Признаки сходимости знакоположительных рядов. Признак сравнения и Даламбера.</p> <p>Признаки сходимости знакочередующегося ряда</p> <p>Абсолютная и условная сходимость.</p> <p>Действия над рядами.</p> <p>Сходимость рядов с комплексными числами</p> <p>Функциональные ряды. Область сходимости.</p> <p>Степенные ряды. Область сходимости.</p> <p>Ряды Тейлора. Разложение функции в степенной ряд.</p> <p>Дифференцирование и интегрирование степенных рядов.</p> <p>Применение рядов в приближенных вычислениях. Ряды Фурье в обработке данных.</p> <p>Анализ сигналов, обработка изображений.</p>	<p>1. Контрольная работа</p> <p>2. Зачет</p> <p>3. Экзамен</p>

### 2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы не предусмотрены.

### 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	Проработка и повторение лекционного материала, материала учебной и научной литературы, подготовка к семинарским занятиям	Методические указания для подготовки к лекционным и семинарским занятиям, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №10 от 18.05.2023 г
2	Подготовка к текущему контролю	Методические указания для подготовки к лекционным и семинарским занятиям, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №10 от 18.05.2023 г

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла,
- в печатной форме на языке Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### 3 Образовательные технологии

С точки зрения применяемых методов используются как традиционные информационно-объяснительные лекции, так и интерактивная подача материала с мультимедийной системой. Компьютерные технологии в данном случае обеспечивают возможность разнопланового отображения алгоритмов и демонстрационного материала. Такое сочетание позволяет оптимально использовать отведенное время и раскрывать логику и содержание дисциплины. Лекции представляют собой систематические обзоры теории функций и математического анализа.

Лабораторное занятие позволяет научить студента применять теоретические знания при решении и исследовании конкретных задач. Лабораторные занятия проводятся в традиционных аудиториях. Подход разбора конкретных ситуаций широко используется как преподавателем, так и студентами при проведении анализа результатов самостоятельной работы. Это обусловлено тем, что в процессе исследования часто встречаются задачи, для которых единых подходов не существует. Каждая конкретная задача при своем исследовании имеет множество подходов, а это требует разбора и оценки целой совокупности конкретных ситуаций.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

## 4 Оценочные и методические материалы

### 4.1 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «название дисциплины».

Текущий контроль знаний студентов представляет собой:

- ☐ выполнение домашних заданий;
- ☐ выполнение самостоятельной работы;
- ☐ проведение контрольных работ.

Целью самостоятельной работы студента является углубление знаний, полученных в результате аудиторных занятий. Вырабатываются навыки самостоятельной работы. Закрепляются опыт и знания полученные во время лабораторных занятий.

Для контроля знаний периодически проводятся аудиторные самостоятельные работы.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

#### Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины*	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1	Введение в анализ.	ОПК-1	Контрольная работа	Вопрос на экзамене 1-3

2	Предел числовой последовательности.	<i>ОПК-1</i>	Контрольная работа	Вопрос на экзамене 4-8
3	Предел функции.	<i>ОПК-1</i>	Контрольная работа	Вопрос на экзамене 9-14
4	Непрерывные функции и их свойства.	<i>ОПК-1</i>	Контрольная работа	Вопрос на экзамене 15-19
5	Производные и дифференциалы.	<i>ОПК-1</i>	Контрольная работа	Вопрос на экзамене 20-23
6	Свойства дифференцируемых функций.	<i>ОПК-1</i>	Контрольная работа	Вопрос на экзамене 24-30
7	Исследование поведения функции.	<i>ОПК-1</i>	Контрольная работа	Вопрос на экзамене 31-36
8	Функции многих переменных. Пределы, непрерывность	<i>ОПК-1</i>	Контрольная работа	Вопрос на экзамене 1-8
9	Частные производные и полный дифференциал функции многих переменных.	<i>ОПК-1</i>	Контрольная работа	Вопрос на экзамене 9-13
10	Экстремумы функции многих переменных. Исследование функций многих переменных.	<i>ОПК-1</i>	Контрольная работа	Вопрос на экзамене 14-18
11	Первообразная функции и неопределенный интеграл.	<i>ОПК-1</i>	Контрольная работа	Вопрос на экзамене 19-23
12	Методы вычисления неопределенных интегралов.	<i>ОПК-1</i>	Контрольная работа	Вопрос на экзамене 24-30
13	Определенный интеграл Римана. Формула Ньютона – Лейбница.	<i>ОПК-1</i>	Контрольная работа	Вопрос на экзамене 31-39
14	Приложения определенного интеграла.	<i>ОПК-1</i>	Контрольная работа	Вопрос на экзамене 40-47
15	Несобственные интегралы	<i>ОПК-1</i>	Контрольная работа	Вопрос на экзамене 1-3
16	Кратные интегралы	<i>ОПК-1</i>	Контрольная работа	Вопрос на экзамене 4-8
17	Криволинейные и поверхностные интегралы	<i>ОПК-1</i>	Контрольная работа	Вопрос на экзамене 9-15
18	Элементы теории поля.	<i>ОПК-1</i>	Контрольная работа	Вопрос на экзамене 16-24
19	Числовые ряды.	<i>ОПК-1</i>	Контрольная работа	Вопрос на экзамене 25-30
20	Функциональные ряды.	<i>ОПК-1</i>	Контрольная работа	Вопрос на экзамене 31-39
21	Ряды Фурье.	<i>ОПК-1</i>	Контрольная работа	Вопрос на экзамене 40-46

### Показатели, критерии и шкала оценки сформированных компетенций

	<b>Соответствие уровней освоения компетенции планируемым результатам обучения и критериям их оценивания</b>
--	---



Код и наименование компетенций	пороговый	базовый	продвинутый
	Оценка		
	Удовлетворительно /зачтено	Хорошо/зачтено	Отлично /зачтено
ОПК-1: Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	<i>Знает</i> – базовые методы основные понятия, определения и свойства объектов интегрального исчисления, формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их связи и приложения в других областях математического знания и дисциплинах естественно-научного цикла;	<i>Знает</i> - основные методы основные понятия, определения и свойства объектов интегрального исчисления, формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их связи и приложения в других областях математического знания и дисциплинах естественно-научного цикла;	<i>Знает</i> – основные методы основные понятия, определения и свойства объектов интегрального исчисления, формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их связи и приложения в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного цикла; знаком с нестандартными подходами к решению задач.
	<i>Умеет</i> – доказывать базовые утверждения математики, решать базовые задачи математики, применять полученные навыки в других областях и дисциплинах естественно-научного цикла;	<i>Умеет</i> – доказывать базовые утверждения математики, решать основные задачи математики, применять полученные навыки в других областях и дисциплинах естественно-научного цикла;	<i>Умеет</i> – доказывать основные утверждения математики, решать задачи математики, применять полученные навыки в других областях и дисциплинах естественнонаучного цикла; проводить доказательства нестандартным путем.
	<i>Владеет</i> - аппаратом математики, базовыми методами доказательства утверждений, навыками применения этого в других областях и дисциплинах	<i>Владеет</i> - аппаратом математики, основными методами доказательства утверждений, навыками применения этого в других областях и дисциплинах	<i>Владеет</i> – (уверенно) аппаратом математики, базовыми методами доказательства утверждений, навыками применения этого в других областях и дисциплинах естественнонаучного цикла. Демонстрирует дополнительные знания и эрудицию.

	естественно-научного цикла.	естественно-научного цикла.	

**Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

#### Контрольная работа 1 ( вариант задач).

- Используя определение найти  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-1}{n^3+2}$ .
- Найти пределы а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2+x}{x-3} \right)^{5x}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3+x^2-3x+1}{x^3-1}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{\sqrt{x-2}-1}$ ;  
г)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x \cdot \sin^2 x}$ .
- Используя определение, найти производную функции  $f(x) = \ln(4x+3)$
- Найти производные функций а)  $y = \frac{\ln^2 x}{4 + \cos^2 \sqrt{x}}$ , б)  $x = \ln(1-t^4)$ ,  $y = \arccos t^2$ .
- Составить уравнения касательной и нормали к графику кривой  $y = 3\sqrt[3]{x^2} - 2x + 2$  в точке  $x_0 = 1$ .

$$3. \text{ Найти точки разрыва функции } f(x) = \begin{cases} 0, & x < -\pi \\ \sin x, & -\pi < x < 0 \\ \pi, & x \geq 0 \end{cases}$$

#### Контрольная работа 2 ( вариант задач).

- Используя определение найти  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot (-1)^n + 1}{2n+1}$ .
- Найти предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\operatorname{ctg} \frac{\pi}{2} x}{x-1}$ .
- Найти точки разрыва функции  $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x+2}, & x < -2, \\ -\sqrt{4-x^2}, & -2 \leq x \leq 2, \\ \frac{|x-2|}{x-2}, & x > 2. \end{cases}$

Подход, определяющий установление соответствия кейсов ИП и УГТ (5), позволяет четко соотносить этапы развития технологии с вовлеченностью партнера и снижать риски при переходе от лабораторных испытаний к промышленному внедрению.

УГТ5 - Проверка данного уровня проводится в средах имитационного моделирования эмулирующих условия приближенные к реальности. Таким образом реализуется основная цель, продемонстрировать уровень готовности технологии на модельной среде максимально приближенной к реальности, а также проверить соответствие технологии требованиям к производительности (провести профилирование на реальных объемах и убедиться в эффективности процедуры масштабирования).

Примеры кейсов (1 семестр)

## **1. Классификация строительных материалов на основе теории множеств**

### **Описание:**

При планировании строительства необходимо систематизировать разнообразные материалы по их свойствам и назначению. Задача заключается в создании системы автоматической классификации материалов, где каждый материал принадлежит определенным множествам (по прочности, водостойкости, огнестойкости) с возможностью пересечения и объединения этих множеств.

### **Цель:**

Разработать простой алгоритм машинного обучения для группировки строительных материалов с использованием операций над множествами и логических условий принадлежности.

### **Ожидаемый результат:**

Программа-классификатор, определяющая категорию материала по его характеристикам и показывающая принадлежность к различным функциональным группам.

## **2. Предельный анализ несущей способности конструкций с помощью нейронных сетей**

### **Описание:**

Определение максимальной нагрузки, которую может выдержать строительная конструкция, является критически важной задачей. При увеличении нагрузки система приближается к предельному состоянию, после которого происходит разрушение. Необходимо создать простую модель для прогнозирования этого предела.

### **Цель:**

Построить нейронную сеть, которая на основе геометрических параметров балки и свойств материала предсказывает предельную нагрузку с анализом поведения функции при стремлении к критическим значениям.

### **Ожидаемый результат:**

Модель предсказания предельных состояний с визуализацией приближения к границам безопасной эксплуатации конструкций.

## **3. Оптимизация уклонов кровли через анализ производных**

### **Описание:**

Угол наклона кровли влияет на снеговую нагрузку, эффективность водоотвода и расход материалов. Существует оптимальный уклон, минимизирующий общие затраты на строительство и эксплуатацию. Задача требует поиска экстремума функции затрат.

**Цель:**

Разработать алгоритм поиска оптимального угла наклона кровли путем вычисления производной функции суммарных затрат и нахождения точек минимума.

**Ожидаемый результат:**

Система расчета, автоматически определяющая оптимальный уклон кровли для заданных климатических условий с объяснением через анализ скорости изменения затрат.

**4. Интерполяция и аппроксимация биомедицинских сигналов методами математического анализа****Описание:**

Биомедицинские сигналы (ЭКГ, ЭЭГ, пульсоксиметрия) часто содержат пропуски и артефакты. Необходимо восстановить недостающие значения и сгладить зашумлённые участки, используя методы интерполяции (сплайны, полиномы Лагранжа) и аппроксимации (методы наименьших квадратов).

**Цель:**

Применить классические методы математического анализа для обработки медицинских временных рядов: исследовать непрерывность восстановленных функций, оценить погрешность аппроксимации и найти оптимальную степень полиномов.

**Ожидаемый результат:**

Программный инструмент с реализацией различных методов интерполяции, сравнительным анализом точности восстановления сигналов и визуализацией влияния параметров на гладкость и точность аппроксимации.

**5. Федеративное обучение для медицинских исследований****Описание:**

Медицинские учреждения обладают ценными данными для исследований, но не могут ими делиться из-за требований конфиденциальности. Требуется реализовать федеративное обучение для совместной разработки моделей без передачи персональных данных.

**Цель:**

Создать платформу федеративного обучения, позволяющую нескольким клиникам совместно обучать модели диагностики, сохраняя приватность данных пациентов.

**Ожидаемый результат:**

Прототип федеративной платформы с демонстрацией совместного обучения модели на данных из разных источников без централизации информации.

**6. Оптимизация кредитного портфеля с помощью методов вариационного исчисления****Цель:**

Найти оптимальную функцию распределения кредитных ресурсов  $x(t)x(t)$ , которая максимизирует доходность банка при заданных ограничениях на риск, используя вариационное исчисление.

**Описание:**

Банк стремится минимизировать риски при распределении кредитных ресурсов между разными категориями заёмщиков (физлица, малый бизнес, корпорации). Необходимо найти функцию распределения средств  $x(t)x(t)$ , которая максимизирует доходность при ограничениях на риск.

**Ожидаемый результат:**

Аналитическое решение для динамического управления портфелем и рекомендации по распределению средств.

**Контрольная работа 3 ( вариант задач).**

1. Разложить по формуле Тейлора  $f(x) = x^x - 1$  по степеням  $x - 1$  до членов 3-го порядка включительно;
2.  $\int \frac{dx}{\sin^2 x \sqrt[4]{\lg x}}; \int \frac{2x^2 + 42x - 91}{(x-1)(x+3)(x+4)} dx;$
3. Исследовать сходимость  $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{x^3 - 8}};$
4. Найти площадь фигуры ограниченной кривыми  $y = \log_2 x, y = \frac{2}{3}(x-1);$
5. Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной кривыми  $y = \arcsin x, y = 0, x = 1$  вокруг оси  $Ox$
6. Найти  $dy$  и  $d^2y$  неявно заданной функции  $y(x): x^2 y^2 + x^2 + y^2 - 1 = 0$
7. Исследовать на экстремум функцию  $f(x, y, z) = 2x^2 + y^3 + z^2 + 2xz - yz - y$

**Контрольная работа 4 ( вариант задач).**

1. Представить функцию  $f(x) = 2^{2x}$  в виде многочлена 3-й степени по степеням  $x$ , по формуле Тейлора.
2. Исследовать функцию  $y = \frac{3-2x}{(x-2)^2}$
3. Найти экстремумы функции  $z = 2x^3 + 6xy^2 - 30x - 24y.$
4. Найти неопределенные интегралы  $\int \frac{\arcsin x + 1}{\sqrt{1-x^2}} dx; \int \cos^3 x dx.$
5. Вычислить  $\int_0^1 x e^{-x} dx; \int_1^4 \sqrt{x} dx.$

Примеры кейсов (2 семестр)

**7. Оптимизация гиперпараметров нейросети с помощью методов оптимизации****Описание:**

Оптимизация гиперпараметров нейронной сети с использованием методов оптимизации, основанных на производных и поиске экстремумов

Описание: гиперпараметры нейронной сети (скорость обучения, коэффициенты регуляризации) существенно влияют на качество модели. Ручной подбор требует больших вычислительных ресурсов. Автоматическая оптимизация гиперпараметров с

использованием градиентных методов (основанных на производных) может ускорить процесс.

**Цель:**

Реализовать алгоритм оптимизации гиперпараметров на основе градиентной информации (например, методом наискорейшего спуска) для нейронной сети, обученной на наборе данных MNIST.

Математический инструментарий:

- Производные (градиент по гиперпараметрам)
- Пределы (сходимость алгоритма оптимизации)
- Последовательности (последовательность значений гиперпараметров и функции потерь)

**Ожидаемый результат:**

интерактивный скрипт на Python, который обучает простую нейронную сеть на MNIST, оптимизирует скорость обучения ( $\alpha$ ) и коэффициент L2-регуляризации ( $\lambda$ ) с помощью градиентного спуска, визуализирует процесс оптимизации (изменение гиперпараметров и функции потерь).

## **8. Анализ сходимости и оптимизация функций потерь в медицинских нейросетях**

**Описание:**

При обучении нейросетей для медицинской диагностики критически важно понимать поведение функций потерь и обеспечить стабильную сходимость алгоритма. Требуется исследовать различные функции потерь (cross-entropy, focal loss, Dice loss), анализировать их производные, точки экстремума и условия сходимости градиентного спуска.

**Цель:**

Изучить математические свойства функций потерь: непрерывность, дифференцируемость, выпуклость, и определить оптимальные параметры обучения через анализ градиентов и скорости сходимости.

**Ожидаемый результат:**

Исследовательский отчёт с графиками сходимости, анализом производных функций потерь, определением критических точек и рекомендациями по выбору learning rate для стабильного обучения модели диагностики.

## **9. Аппроксимация кривых деформирования материалов с поиском экстремумов**

**Описание:**

Экспериментальные диаграммы "напряжение-деформация" строительных материалов имеют сложную нелинейную форму с характерными точками: предел текучести, предел прочности, точки перегиба. Для практических расчетов необходимо аппроксимировать эти кривые аналитическими функциями и определять их критические точки.

**Цель:**

Разработать алгоритм автоматической аппроксимации экспериментальных кривых полиномиальными и экспоненциальными функциями с последующим поиском локальных экстремумов для определения характерных механических свойств.

**Ожидаемый результат:**

Программный модуль для обработки результатов механических испытаний, автоматически определяющий ключевые прочностные характеристики материалов через анализ производных аппроксимирующих функций.

**10. Итерационный расчет осадки фундаментов с контролем сходимости****Описание:**

Расчет осадки фундамента в сложных грунтовых условиях требует использования итерационных методов, где каждое приближение уточняет предыдущий результат. Важно контролировать сходимость вычислительного процесса к истинному значению.

**Цель:**

Разработать алгоритм итерационного расчета осадки с автоматическим контролем сходимости последовательности приближений и критериями остановки вычислений.

**Ожидаемый результат:**

Программа расчета осадки фундаментов с визуализацией процесса сходимости и автоматическим определением момента достижения требуемой точности.

**11. Умная система управления освещением строительной площадки****Описание:**

Строительные площадки работают в разное время суток и требуют эффективного освещения для обеспечения безопасности. Система должна автоматически включать и регулировать яркость освещения в зависимости от естественной освещенности, времени суток и присутствия людей.

**Цель:**

Разработать алгоритм машинного обучения для автоматического управления системой освещения с учетом датчиков движения, освещенности и временных графиков работ.

**Ожидаемый результат:**

Прототип умной системы освещения с адаптивным управлением, снижающей энергопотребление и повышающей безопасность на строительной площадке.

**Контрольная работа 5 ( вариант задач).**

1. Вычислить  $\int \frac{x dx}{\sqrt{1-3x^2-2x^4}}$ ;  $\int_{-4}^3 \max(x-2, 6-x-x^2) dx$
2. Исследовать сходимость  $\int_{-1}^{\infty} \frac{\cos^2 x dx}{\sqrt{1+x} \sqrt[3]{x^4+5}}$
3. Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной кривыми  $y = 4 - x^2$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x \geq 0$  вокруг оси  $Oy$
4. Найти  $d^2 f(x, y)$  функции  $f = \ln(1 + x + y)$  в точке  $M(0, 0)$
5. Исследовать на экстремум функцию  $f(x, y) = 2x^3 + 6xy^2 - 30x - 24y$

### Контрольная работа ( вариант задач).

1. Найти двойным интегрированием объем тела ограниченного поверхностями: плоскостями координат, плоскостями  $x = 4$  и  $y = 4$  и параболоидом вращения  $z = x^2 + y^2 + 1$ .

2. Вычислить

$\iint_S (y^2 + z^2) ds$ , где  $S$  – часть поверхности  $z = \sqrt{1 - x^2}$ , отсеченная плоскостями  $y = 0, y = 1$ .

### Контрольная работа 7 ( вариант задач).

1. Найти двойным интегрированием объем тела ограниченного поверхностями: плоскостями  $x + y = 2, y = 0, z = 0$ , гиперболическим параболоидом  $z = xy$  и цилиндром  $y = \sqrt{x}$ .

2.  $\iint_S (x^2 + y + z^2) ds$ , где  $S$  – часть поверхности  $x^2 = 2y$ , отсеченная плоскостями  $y = 2, z = 0, z = 1$ .

3.  $\oint_L (x - y) dx + (x + y) dy$ , где  $L: x^2 + y^2 = R^2$

4. Разложить в ряд Фурье функцию  $y = x^2$  в интервале  $(1; 3)$

### Контрольная работа 8 ( вариант задач).

1. Вычислить а)  $\int_0^1 \frac{x^3}{\sqrt[4]{1-x^4}} dx$  б)  $\int_0^\infty \frac{\arctg x}{1+x^2} dx$

2. Исследовать  $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{2x^2 - x^3}} dx$

3. Исследовать  $\sum_{n=1}^\infty \frac{(x-1)^n}{n^2 9^n}$

4. Вычислить а)  $\iint_D \frac{x-y}{(x+y)^3} dx dy$ , где  $D$  ограничена линиями:  $x = 0, y = 0, x = 1, y = 1$ .

5. Найти двойным интегрированием объем тела ограниченного поверхностями: параболоидом  $8z = x^2 + y^2$  и конусом  $4z^2 = x^2 + y^2$ .

6. Вычислить  $\oint_L (x^3 - y^2) dx + x y dy$ , где  $L$  кривая  $y = a^x$  от точки  $(0; 1)$  до точки  $(1; a)$ .

Примеры кейсов (3 семестр)



## **12. Расчет объемов земляных работ методом численного интегрирования**

### **Описание:**

При подготовке строительной площадки необходимо точно рассчитать объемы выемки и насыпи грунта. Поверхность участка имеет сложную форму, которую можно аппроксимировать и проинтегрировать для получения точных объемов работ.

### **Цель:**

Создать программу, которая по данным топографической съемки вычисляет объемы земляных работ через численное интегрирование функций высотных отметок на участке.

### **Ожидаемый результат:**

Калькулятор земляных работ с визуализацией 3D-модели участка и автоматическим расчетом объемов через интегральные методы.

## **13. Аппроксимация температурных режимов здания степенными рядами**

### **Описание:**

Температура внутри здания изменяется в течение суток по сложному закону, зависящему от внешних условий, инсоляции и работы отопительной системы. Для прогнозирования и управления климатом необходимо аппроксимировать эти изменения математическими рядами.

### **Цель:**

Построить модель прогнозирования температуры в помещении, используя разложение экспериментальных данных в степенные ряды с оценкой точности аппроксимации.

### **Ожидаемый результат:**

Система прогнозирования температурного режима здания с возможностью предсказания на несколько часов вперед на основе полиномиальных аппроксимаций.

## **14. Анализ периодических нагрузок на мосты с использованием рядов Фурье**

### **Описание:**

Автомобильный трафик создает периодически изменяющуюся нагрузку на мостовые конструкции. Для анализа долговечности моста необходимо разложить сложную функцию нагрузки на простые гармонические составляющие.

### **Цель:**

Создать систему анализа динамических нагрузок на мост, используя разложение в ряды Фурье для выделения основных частотных компонент воздействия.

### **Ожидаемый результат:**

Анализатор нагрузок с возможностью разложения сложных периодических воздействий на гармонические составляющие и оценкой их влияния на конструкцию.

## **15. Прогнозирование временных рядов с использованием рядов Фурье и LSTM**

### **Описание:**

Временные ряды (например, биржевые котировки) часто содержат периодические компоненты. Ряды Фурье позволяют выделить эти компоненты, а LSTM-сети могут учитывать долгосрочные зависимости. Комбинирование этих методов повышает точность прогноза.

### **Цель:**

Разработать гибридную модель (разложение Фурье + LSTM) для прогнозирования временных рядов и сравнить ее с чистой LSTM на данных о температуре воздуха. Математический инструментарий: ряды (ряды Фурье для разложения временного ряда), интегралы (вычисление коэффициентов Фурье), пределы (аппроксимация исходного ряда частичными суммами ряда Фурье)

**Ожидаемый результат:**

Код на Python, который загружает временной ряд (например, ежедневная температура), раскладывает ряд в ряд Фурье и выделяет основные частоты, использует остаток (исходный ряд минус восстановленный по ряду Фурье) как вход для LSTM, сравнивает прогноз гибридной модели с прогнозом LSTM без предобработки.

## 16. Анализ временных рядов транзакций с помощью рядов Фурье

**Описание:**

Выявление сезонных и циклических паттернов в транзакциях клиентов (например, пики перед зарплатой или праздниками) для оптимизации ликвидности.

**Цель:**

Выявить сезонные и циклические паттерны в транзакционной активности клиентов для оптимизации управления ликвидностью банка.

**Ожидаемый результат:**

Графики основных гармоник и прогноз сезонных колебаний.

### Зачетно-экзаменационные материалы для промежуточной аттестации (экзамен/зачет)

Промежуточный контроль осуществляется в конце каждого семестра в форме зачета и экзамена.

#### Вопросы и задания для подготовки к зачету

##### 1 СЕМЕСТР

1. Доказать, используя метод мат. индукции:

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2;$$

2. Решить неравенство:  $||x + 2| + |x - 3|| \leq 1$ ;

3. Построить график:  $y = -2 \cos(2x + \frac{\pi}{3})$ ;

4. Построить график  $y = x^2 + 6x$ ;

5. Построить график, используя правило поточечного сложения

$$\frac{1}{x^2} + 3x;$$

6. Построить, применяя правило умножения графиков:

$$y = \cos x * \text{sign}(\sin x);$$

7. Построить график неявной функции:  $y^2 + x^2 = 2x$ ;

8. Построить график неявной функции:  $|y| = \ln|x + 1|$ ;

9. Построить график функции, заданной параметрически  $\begin{cases} x = 2(t - \sin t), \\ y = 2(1 - \cos t); \end{cases}$

10. Построить в полярных координатах:  $r = 2(1 - \cos \varphi)$ .

11. Найти пределы функций

12. Найти производную функции, воспользовавшись определением:

$$f(x) = 3x^3 - 2x^2 + 3x - 1$$

13. Найти производные функций:

$$1) y = \frac{\arcsin 3x}{1 - 8x^2},$$

$$2) f(x) = 2^{3x} \cdot \operatorname{tg} 2x,$$

$$3) f(x) = \ln^5(x - 2^{-x})$$

$$4) f(x) = \frac{\sqrt[4]{4x + 7} \operatorname{tg} x \cdot \sqrt[5]{x + 3}}{\sqrt{1 + 9x^2} \cdot \sqrt[3]{3x - 2}}$$

14. Найти производные функций, заданных неявно и параметрически:

$$xy - \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{y}\right) = 3; 2)$$

2 СЕМЕСТР

1. Вычислить определенный интеграл методом подведения под знак дифференциала.

$$\int_1^e \frac{\cos(\ln x)}{x} dx$$

2. Вычислить определенный интеграл методом интегрирования по частям.

$$\int_0^1 (1-x) \operatorname{arctg} x dx$$

3. Вычислить определенный интеграл методом замены переменной.

$$\int_{-1}^0 \frac{dx}{1 + \sqrt[3]{x+1}}$$

4. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями.

$$y = x^2 - 1, \quad 2x - y + 2 = 0$$

5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями.

$$\begin{cases} x = t - \frac{1}{3}t^3 \\ y = t^2 \end{cases}$$

6. Вычислить площадь фигуры, ограниченной окружностью и кардиоидой (вне кардиоиды).

$$r = \frac{3}{2}, \quad r = 1 + \cos \varphi$$

7. Вычислить длину дуги плоской кривой, заданной уравнением.

$$y = \ln(\cos x), \quad 0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$$

8. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями.

$$\begin{cases} x = 4R(t - \sin t) \\ y = 4R(1 - \cos t) \end{cases}, \quad \frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{3}{2}\pi$$

9. Вычислить длину дуги, находящейся вне окружности.

$$r = 1, \quad r = 1 - \sin \varphi$$

10. Вычислить объём тела, образованного вращением фигуры, ограниченной графиками функций.

$$y^2 = (x-1)^3, \quad x = 2 \quad \text{вокруг оси } OX$$

### 3 СЕМЕСТР

1.  $\int \frac{\cos x}{\sqrt[3]{\sin x}} dx.$
2.  $\int \sin^4 2x dx.$
3. Вычислить интеграл  $\int_{-1}^0 \frac{\sqrt{x+1}}{x-3} dx.$
4. Вычислить несобственный интеграл  $\int_1^2 \frac{dx}{x^3 - x^2}$  (или установить его расходимость).
5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \frac{1}{x^2}$ ,  $y = -x$ ,  $x = -2$ .
6. Вычислить поверхность вращения кривой MN, заданной уравнением  $y = \sin x$  где  $M(0,0)$ ,  $N(\pi,0)$  вокруг оси OX непосредственно и используя теорему Гульдена.

### Вопросы для подготовки к экзамену

#### 1 СЕМЕСТР

1. Множества. Операции над множествами.
2. Счетные множества
3. Мощность декартового произведения счетных множеств
4. Мощность объединения множеств.
5. Мощность всех действительных чисел
6. Точные верхняя и нижняя границы множества.
7. Дельта окрестности конечной точки и бесконечно-удаленной точки
8. Метод математической индукции.
9. Предел последовательности.
10. Теорема о единственности предела.
11. Теорема об ограниченности сходящейся последовательности.
12. Теорема о предельном переходе в неравенстве.
13. Теорема о сжатой последовательности
14. Арифметические действия над последовательностями
15. Бесконечно малые и бесконечно большие величины
16. Теорема о монотонной ограниченной последовательности
17. Бином Ньютона
18. Второй замечательный предел
19. Теорема о последовательности вложенных отрезков
20. Теорема Больцано-Вейерштрасса
21. Первый замечательный предел
22. Критерий Коши для последовательностей
23. Пределы верхний и нижний, определения
24. Пределы верхний и нижний, теорема существования предела
25. Предел функции
26. Эквивалентность 1-го и 2-го определений предела функции

27. Односторонние пределы функции
28. Теорема об ограниченности функции, имеющей конечный предел.
29. Критерий Коши существования предела функции.
30. Непрерывность функции.
31. Разрывы первого и второго рода
32. Теорема об ограниченности функции непрерывной на отрезке.
33. Теорема Вейерштрасса о максимуме и минимуме функции непрерывной на отрезке.
34. Теорема о свойстве непрерывной на отрезке функции принимающей на концах отрезка значения разных знаков.
35. Обратная непрерывная функция. Теорема о существовании обратной функции.
36. Равномерная непрерывность функции. Теорема о равномерной непрерывности функции заданной на отрезке.
37.  $O$  и  $o$  символика, эквивалентные величины.
38. Производная функции. Механический смысл.
39. Геометрический смысл производной. Особые случаи.
40. Производные элементарных функций.
41. Производная сложной функции
42. Производная обратной функции.
43. Дифференциал функции.
44. Приближенное выражение приращения функции.
45. Дифференцирование параметрически заданных функций.
46. Производная высшего порядка.
47. Дифференциал высшего порядка .
48. Свойство инвариантности формы дифференциала.
49. Локальный экстремум.
50. Теорема Ферма.
51. Теорема Ролля.
52. Теоремы Коши и Лагранжа о среднем.
53. Теорема о возрастании и убывании дифференцируемой функции.
54. Раскрытие неопределенностей . Правило Лопиталя.
55. Достаточные условия экстремума.
56. Формула Тейлора для многочлена.
57. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.
58. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.
59. Формулы Тейлора элементарных функций.
60. Асимптоты, выпуклость, точки перегиба.

## 2 СЕМЕСТР

1. Функции многих переменных. Примеры.
2. Предел функции многих переменных.
3. Непрерывная функция
4. Частные производные.
5. Производная по направлению.
6. Полное приращение. Дифференциалы. 1-го и 2-го порядков.

7. Геометрический смысл дифференциала.
8. Производная сложной функции. Градиент.
9. Формула Тейлора.
10. Множества открытые и замкнутые. Граничные точки.
11. Непрерывная функция на замкнутом ограниченном множестве.
12. Локальный экстремум.
13. Наибольшее и наименьшее значения.
14. Условный экстремум. Функция Лагранжа.
15. Теорема о неявной функции.
16. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
17. Неопределенный интеграл. Первообразная. Таблица основных интегралов.
18. Методы интегрирования. Интегрирование по частям. Замена переменных.
19. Интегрирование рациональных и иррациональных выражений.
20. Интегрирование тригонометрических выражений.
21. Суммы Дарбу. Свойства сумм Дарбу.
22. Определенный интеграл. Условие существования определенного интеграла.
23. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной, интегрирование по частям.
24. Несобственные интегралы. Критерии сходимости. Аналогия с рядами.
25. Приложение интегралов. Площадь плоской фигуры. Объем тела. Объем и поверхность тела вращения. Длина дуги.

### 3 СЕМЕСТР

1. Обыкновенный интеграл как функция от параметра
2. Повторный интеграл
3. Дифференцирование интеграла от параметра
4. Кратный интеграл
5. Теорема о среднем для кратного интеграла
6. Сведение кратного интеграла к повторному (теорема Фубини)
7. Замена переменных в двойном интеграле
8. Замена переменных в  $n$ -мерном интеграле
9. Вычисление площади плоской фигуры
10. Вычисление центра тяжести и статических моментов плоской
11. фигуры
12. Вычисление объема тела
13. Вычисление поверхности тела вращения
14. Тройной интеграл. Вычисление объема.
15. Вычисление центра тяжести и статических моментов объемной
16. фигуры
17. Криволинейные интегралы 1 рода
18. Поверхностные интегралы 1 рода
19. Криволинейные интегралы 2 рода
20. Поверхностные интегралы 2 рода
21. Дивергенция и ротор
22. Формула Стокса

23. Формула Остроградского  $\square$  Гаусса
24. Комплексные числа. Формулы Эйлера и Муавра
25. Тригонометрические ряды Фурье
26. Ряды Фурье в комплексной форме
27. Интеграл Фурье

#### **4.2 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

##### **Критерии оценивания результатов обучения**

Оценка	Критерии оценивания по экзамену
Высокий уровень «5» (отлично)	оценку «отлично» заслуживает студент, освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал без пробелов; выполнивший все задания, предусмотренные учебным планом на высоком качественном уровне; практические навыки профессионального применения освоенных знаний сформированы.
Средний уровень «4» (хорошо)	оценку «хорошо» заслуживает студент, практически полностью освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не оценены максимальным числом баллов, в основном сформировал практические навыки.
Пороговый уровень «3» (удовлетворительно)	оценку «удовлетворительно» заслуживает студент, частично с пробелами освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, многие учебные задания либо не выполнил, либо они оценены числом баллов близким к минимальному, некоторые практические навыки не сформированы.
Минимальный уровень «2» (неудовлетворительно)	оценку «неудовлетворительно» заслуживает студент, не освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не выполнил, практические навыки не сформированы.

Критерии оценки контрольных работ:

- оценка “зачтено” выставляется при полном раскрытии темы контрольной работы, а также при последовательном, четком и логически стройном ее изложении. Студент отвечает на дополнительные вопросы, грамотно обосновывает принятые решения;
- оценка “не зачтено” выставляется за слабое и неполное раскрытие темы контрольной работы, несамостоятельность изложения материала, выводы и предложения, носящие общий характер, отсутствие наглядного представления работы, затруднения при ответах на вопросы.

##### **Критерии оценивания по зачету:**

«зачтено»: студент владеет теоретическими знаниями по данному разделу, умеет решать основные типовые задачи, допускает незначительные ошибки; студент умеет правильно объяснять алгоритм решения и проанализировать полученные результаты, понимает лекционный материал, иллюстрируя его примерами.

«не зачтено»: материал не усвоен или усвоен частично, студент затрудняется привести примеры по основным темам курса, довольно ограниченный объем знаний

алгоритмических решений практических задач.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### **4.3. Методические указания по организации вычислительной инфраструктуры**

#### **Условия применения:**

- Курс рассчитан на студентов 1-го года обучения (1,2 семестр).
- Наличие доступа к вычислительным ресурсам (GitLab, Yandex DataSphere, среда Matlab).
- Разработаны лабораторные работы;
- Инфраструктура для приёма задач (gitlab, CI/CD) согласована с лабораторными работами.

#### **Цели, задачи и ожидаемые результаты**

Цели организации вычислительной инфраструктуры:

- дать начальное представление о работе в IT инфраструктуре (приучить пользоваться гитом, jupyter-ноутбуками).

Задачи преподавателя:

- Организация регистрации студентов в Google Colab и Yandex DataSphere
- Создание учетных записей студентов в gitlab вуза;
- GitLab Runner;
- Работа над шаблонным репозиторием лабораторных работ;
- Написание инструкции для студентов.

Ожидаемые результаты студентов:

- начальное представление о работе в IT инфраструктуре.

#### **Порядок реализации**

Задача №1: Организация регистрации студентов в Google Colab и Yandex DataSphere



Задача №2: Создание учетных записей студентов в gitlab вуза

Задача №3: GitLab Runner.

Для выполнения CI/CD пайплайна был настроен GitLab Runner на удалённой виртуальной машине с ОС Ubuntu 24.04.

Последовательность настройки включала следующие шаги:

- Настройка системы – установка необходимых компонентов, таких, как Docker.
- Установка GitLab Runner по официальной инструкции.
- Регистрация Runner для частного сервера GitLab.

Задача №4: Работа над шаблонным репозиторием лабораторных работ

Этот репозиторий служит основой для всех новых лабораторных заданий и содержит преднастроенную структуру проекта и CI-конфигурации.

Ключевые файлы и их назначение:

.gitlab-ci.yml — основной конфигурационный файл CI/CD. Определяет среду выполнения (образ Docker), команды для сборки.

Dockerfile – файл для запуска докер-образа.

Задача №5: Написание инструкции для студентов

README.md – инструкции к использованию шаблонного репозитория.

Вся структура максимально адаптирована для копирования студентами и минимизации порога входа при выполнении лабораторных

#### **4.4 Методические указания по организации лабораторных работ по дисциплине Математический анализ**

Условия применения:

- Курс рассчитан на студентов 1-го года обучения.
- Техническое обеспечение Python.

**Цели, задачи и ожидаемые результаты**

Цели:

- Закрепление теоретических знаний на практике.
- Развитие навыков решения конкретной задачи математического анализа.
- Подготовка к решению реальных задач в индустрии.

Задачи:

- 1) Обеспечить студентов структурированными лабораторными работами.
- 2) Предоставить доступ к необходимому программному обеспечению.
- 3) Организовать проверку и обратную связь по выполненным работам.

Ожидаемые результаты:

- Умение применять математический анализ на практике.
- Навыки работы с языками программирования: Python, ..
- Опыт решения практических задач математического анализа в различных

отраслях.

**Порядок реализации.**

Задача №1 Обеспечение студентов структурированными лабораторными работами.

- 1) Определение тем:
  - Вычисление пределов функций
  - Исследование функций на непрерывность и точки разрыва.
  - Исследование функций с помощью первой и второй производной
  - Применение производной для решения оптимизационных задач.
  - Построение графиков функций с помощью производной
  - Приложения интегралов: вычисление площадей, объемов, длины кривой
  - Численные методы интегрирования.
  - Применение рядов для приближенных вычислений.
  - Использование математического анализа в инженерных и научных задачах
- 2) Разработка заданий:

- Пошаговые инструкции.
- Контрольные вопросы.

### **Разработка заданий для лабораторной работы «Построение графиков функций с помощью производной».**

*Цель: освоить исследование функций с помощью производных и научиться строить графики функций*

#### Пошаговые инструкции

Шаг 1 Найти область определения функции

Шаг 2 Вычислить первую производную и определить интервалы возрастания/убывания, точки экстремума

Шаг 3 Вычислить вторую производную и определить интервалы выпуклости/вогнутости и точки перегиба

Шаг 4 На основе данных построить график функции с отметками (точки экстремума, точки перегиба, асимптот), а также используя Python.

Шаг 5 Сделать анализ.

#### **Варианты вопросов**

1. Как определить является ли точка максимумом или минимумом
2. Как вторая производная влияет на форму графика
3. В чем преимущество использования Python и инструментов ИИ для построения графиков.

#### Критерии оценки

*Отлично:* Полное выполнение всех шагов, проведение анализа и ответы на все вопросы.

*Хорошо:* Полное выполнение всех шагов, но несколько из них допускают небольшие ошибки, при ответах на вопросы получены незначительные замечания.

*Удовлетворительно:* Выполнены все шаги, но несколько шагов имеют значительные ошибки, устраняемыми в процессе приема задачи, при ответах на вопросы получен ряд замечаний.

*Неудовлетворительно:* Невыполнение ключевых этапов.

3) Генерация индивидуальных задач при необходимости.

Задача №2: Предоставление доступа к необходимому программному обеспечению.

1. Установка ПО:

языки программирования: Python

Задача №3: Организация проверки и обратной связи по выполненным работам.

1. Автоматизированная проверка:

Юнит-тесты для оценки корректности кода.

2. Ручная проверка:

Анализ отчетов и выводов студентов.

3. Обратная связь:

Разбор ошибок и рекомендации по улучшению.

#### **4. Порядок проверки корректности**

Чек-лист для проверки лабораторных работ:

1. Выполнение заданий:

График построен верно

2. Отчет:

Описание полного исследования функции

Анализ результатов

3. Своевременность

Работа сделана в установленный срок

Критерии оценки:

*Отлично:* Полное выполнение всех заданий, качественный график и исследование, отчет.

*Хорошо:* Незначительные недочеты в исследовании или отчете.

*Удовлетворительно:* Выполнены базовые задания, но с ошибками.

*Неудовлетворительно:* Критические ошибки или невыполнение работы.

#### 4.5. Методические указания по проведению типовых расчетов

##### Цель типовых расчетов

Типовые расчеты направлены на закрепление теоретических знаний, развитие навыков решения практических задач и подготовку к применению математического анализа в профессиональной деятельности, включая задачи искусственного интеллекта и анализа данных.

---

##### 1. Общие рекомендации

###### 1. Организация работы:

- Расчеты выполняются индивидуально.
- Решения оформляются в тетради или в электронном виде (Jupyter Notebook, LaTeX).
- Для графиков и сложных вычислений рекомендуется использовать Python (библиотеки: `numpy`, `matplotlib`, `sympy`).

###### 2. Этапы выполнения:

- Изучение теоретического материала (лекции, учебники).
- Решение задач по образцу (разобранные на семинарах примеры).
- Проверка результатов с помощью программных инструментов.
- Анализ и интерпретация результатов.

###### 3. Критерии оценки:

- Правильность решения.
  - Полнота и логичность изложения.
  - Грамотное применение математического аппарата.
  - Использование вычислительных инструментов (если требуется).
- 

##### 2. Темы и задания для типовых расчетов

###### Тема 1: Пределы и непрерывность

###### Задания:

###### 1. Вычислить пределы функций:

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{5x}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^{3x}$

###### 2. Исследовать функцию на непрерывность:

- $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$  в точке  $x = 2$ .

###### 3. Построить график функции с указанием точек разрыва (используя Python или вручную).

###### Методические указания:

- Для вычисления пределов использовать:
    - Замену на эквивалентные бесконечно малые.
    - Правило Лопиталя.
  - Для исследования непрерывности проверить выполнение условий:
    - Существование предела.
    - Совпадение предела со значением функции.
- 

## Тема 2: Производные и их приложения

### Задания:

1. Найти производные функций:
  - $y = \ln(x^2 + 1)$
  - $y = e^{2x} \cdot \cos x$
2. Исследовать функцию на монотонность и экстремумы:
  - $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$ .
3. Решить задачу оптимизации:
  - Найти размеры прямоугольника с максимальной площадью при заданном периметре  $P$ .

### Методические указания:

- Применять правила дифференцирования (сумма, произведение, сложная функция).
  - Для исследования функции:
    - Найти критические точки ( $f'(x) = 0$ ).
    - Определить знак производной на интервалах.
  - Для задач оптимизации составить целевую функцию и ограничения.
- 

## Тема 3: Интегралы и их приложения

### Задания:

1. Вычислить интегралы:
  - $\int \frac{2x}{x^2 + 1} dx$
  - $\int_0^{\pi} \sin^2 x \, dx$
2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:
  - $y = x^2$ ,  $y = 2 - x$ .
3. Применить интеграл для вычисления объема тела вращения (например,  $y = \sqrt{x}$  вокруг оси  $Ox$ ).

### Методические указания:

- Для неопределенных интегралов использовать:
  - Замену переменной.
  - Интегрирование по частям.
- Для вычисления площадей:

- Найти точки пересечения графиков.
  - Определить верхнюю и нижнюю функции на интервале.
- 

## Тема 4: Функции многих переменных

### Задания:

1. Найти частные производные:
  - $z = x^2 y + \sin(xy)$ .
2. Исследовать функцию на экстремум:
  - $f(x, y) = x^2 + y^2 - 2x - 4y$ .
3. Построить линии уровня и градиентное поле для  $z = x^2 - y^2$  (используя Python).

### Методические указания:

- Для частных производных фиксировать одну переменную, дифференцировать по другой.
  - Для поиска экстремумов:
    - Найти стационарные точки ( $\frac{\partial f}{\partial x} = 0$ ,  $\frac{\partial f}{\partial y} = 0$ ).
    - Проверить знак определителя Гессе.
- 

## Тема 5: Ряды и их приложения

### Задания:

1. Исследовать сходимость ряда:
  - $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$ .
2. Разложить функцию в ряд Тейлора:
  - $f(x) = e^{2x}$  в точке  $x = 0$ .
3. Применить ряды Фурье для аппроксимации сигнала (например, прямоугольного импульса).

### Методические указания:

- Для исследования рядов использовать:
    - Признак Даламбера.
    - Интегральный признак Коши.
  - Для рядов Тейлора вычислить производные в точке разложения.
- 

### 3. Использование программных инструментов

- **Python:** Для вычислений и визуализации (пример кода для построения графика):

python

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
x = np.linspace(-5, 5, 100)
y = x**2 - 3*x + 2
plt.plot(x, y)
plt.xlabel('x')
plt.ylabel('y')
plt.title('График функции y = x^2 - 3x + 2')
plt.grid()
plt.show()
```

- **WolframAlpha:** Для проверки результатов (например, вычисления пределов).

**Примечание:** Для студентов с ОВЗ предусмотрены адаптированные задания и консультации.

## Критерии правильности решений и сравнение с аналитическими вычислениями

### 1. Общие принципы проверки

#### 1. Аналитическая корректность

Решение должно строго соответствовать математическим законам (правила дифференцирования, интегрирования, предельные переходы и т.д.).

Проверяется **логика рассуждений**, а не только итоговый ответ.

#### 2. Сравнение с эталонным решением

Для каждого задания существует **аналитически выверенный ответ** (например, вычисленный вручную или через WolframAlpha).

Допустимая погрешность для численных методов:  $\leq 1\%$  (для задач с точным ответом — строгое совпадение).

#### 3. Автоматизированная проверка

Если студент использовал Python/Matlab, его код запускается для проверки **совпадения с аналитическим решением**.

Пример для Python:

```
import sympy as sp
x = sp.symbols('x')
derivative = sp.diff(sp.sin(x**2), x) # Проверка производной
assert derivative == 2*x*sp.cos(x**2) # Сравнение с эталоном
```

### Инструкция для преподавателей

#### 1. Эталонные решения:

Для каждой задачи подготовить **аналитическое решение** (например, в LaTeX или SymPy).

#### 2. Проверка кода:

Запустить студенческий код и сравнить вывод с эталоном.

Критерий:

python

```
assert np.isclose(student_result, reference_result, rtol=0.01) # Допуск 1%
```

#### 3. Ручная проверка:

Если ответ совпадает с эталоном, но решение неверное (например, «угадал»), ставится **0 баллов**.

## 4.6 Методические указания по организации проектной деятельности

### Условия применения:

- Курс рассчитан на студентов 1-го года обучения,
- Общее время на проект – не более 16 часов на каждого студента.

- Имеется доступ к кейсам промышленных партнеров; есть возможность адаптации кейсов для студентов первого курса.

### **Цели, задачи и ожидаемые результаты**

Цели организации вычислительной инфраструктуры:

- дать начальное представление о реальных задачах, решаемых с помощью математического анализа и возникающих проблемах.

Задачи преподавателя:

- сбор кейсов промышленных партнеров;
- сбор кейсов преподавателей практиков и лабораторий в вузе;
- формирование ТЗ на проект на основе кейсов;
- разработка системы учёта результатов проекта в итоговой экзаменационной оценке

Ожидаемые результаты студентов:

- начальное представление о реальных задачах, решаемых с помощью математического анализа и возникающих проблемах, готовое решение с обоснованием выбора метода, презентация результатов.

### **Порядок реализации:**

#### **1. Пример проекта:**

**Тема: Оптимизация уклонов кровли через анализ производных.**

**Задание:**

- Разработать алгоритм поиска оптимального угла наклона кровли путем вычисления производной функции суммарных затрат и нахождения точек минимума.
- **Критерии оценки:**
- Эффективность решения.
- Качество кода и отчетности.

### **Порядок проверки корректности:**

Чек-лист:

- Набор кейсов промышленных партнеров – 3 шт
- Наличие репозитория с кодом.
- Защита проекта (презентация, ответы на вопросы).

## **5. Перечень учебной литературы, информационных ресурсов и технологий**

### **5.1 Учебная литература:**

1. Кудрявцев, Л. Д. Курс математического анализа [Электронный ресурс] : учебник для бакалавров : в 3 т. Т. 1 / Л. Д. Кудрявцев. - 6-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт, 2024. - 703 с. - <https://urait.ru/book/kurs-matematicheskogo-analiza-v-3-t-tom-2-v-2-knigah-kniga-1-537699>
2. Кудрявцев, Лев Дмитриевич. Курс математического анализа : учебник для бакалавров : учебник для студентов вузов, обучающихся по естественнонаучным и техническим направлениям и специальностям. Т. 1 / Кудрявцев, Лев Дмитриевич ; Л. Д. Кудрявцев ; Моск. физико-техн. ин-т (Гос. ун-т). - 6-е изд. - Москва : Юрайт, 2019. - 703 с. - (Бакалавр. Базовый курс). - ISBN 9785991618076. 50 шт.
3. Кудрявцев, Л. Д. Курс математического анализа [Электронный ресурс] : учебник для бакалавров : в 3 т. Т. 2, кн. 2 / Л. Д. Кудрявцев. - 6-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт, 2024. - 323 с. - <https://biblio-online.ru/book/085ABC9E-507F-4FC7-BCD7-661681AA3382>.
4. Кудрявцев, Л. Д. Курс математического анализа [Электронный ресурс] : учебник для бакалавров : в 3 т. Т. 2, кн. 1 / Л. Д. Кудрявцев. - 6-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт,

2024. - 396 с. <https://urait.ru/book/kurs-matematicheskogo-analiza-v-3-t-tom-1-509733>
- Кудрявцев, Лев Дмитриевич. Курс математического анализа : учебник для бакалавров : учебник для студентов вузов, обучающихся по естественнонаучным и техническим направлениям и специальностям. Т. 2 / Кудрявцев, Лев Дмитриевич ; Л. Д. Кудрявцев ; Моск. физико-техн. ин-т (Гос. ун-т). - 6-е изд. - Москва : Юрайт, 2019. - 720 с. - (Бакалавр. Базовый курс). - ISBN 9785991618939. 50 шт.
5. Калайдина, Галина Вениаминовна (КубГУ). Математический анализ. Пределы. Непрерывность: учебное пособие / Г. В. Калайдина, Н. М. Сеидова ; М-во образования и науки Рос. Федерации, Кубанский гос. ун-т. - Краснодар : [Кубанский государственный университет], 2018. - 114 с. : ил. - Библиогр.: с. 113. - ISBN 978-5-8209-1495-9 :70 шт.
  6. Сборник задач по математическому анализу [Электронный ресурс] : учебное пособие. Т. 1 : Предел. Непрерывность. Дифференцируемость / Л. Д. Кудрявцев [и др.]. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 496 с. - [https://e.lanbook.com/book/2226#book\\_name](https://e.lanbook.com/book/2226#book_name).
  7. Сборник задач по математическому анализу [Электронный ресурс] : учебное пособие. Том 2 : Интегралы. Ряды / Л.Д. Кудрявцев [и др.]. - Москва : Физматлит, 2009. - 504 с. - [https://e.lanbook.com/book/2227#book\\_name](https://e.lanbook.com/book/2227#book_name).
  8. Сборник задач по математическому анализу [Электронный ресурс] : учебное пособие. Том 3 : Функции нескольких переменных / Л.Д. Кудрявцев [и др.]. - Москва : Физматлит, 2003. - 472 с. - [https://e.lanbook.com/book/2220#book\\_name](https://e.lanbook.com/book/2220#book_name).
  9. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления [Электронный ресурс] : учебник : в 3 т. Т. 1 / Фихтенгольц Г. М. - СПб. : Лань, 2018. - 608 с. - <https://e.lanbook.com/book/100938#authors>.
  10. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления [Электронный ресурс] : учебник : в 3 т. Т. 2 / Фихтенгольц Г. М. - СПб. : Лань, 2018. - 800 с. - <https://e.lanbook.com/book/104963#authors>.
  11. Kirillova, E.; Kovalenko, A.; Urtenov, M. Study of the current–voltage characteristics of membrane systems using neural networks. AppliedMath 2025, 5, 10. <https://doi.org/10.3390/appliedmath5010010>,
  12. Anand Subramoney, et al. Efficient recurrent architectures through activity sparsity and sparse back-propagation through time / Published as a conference paper at ICLR 2023, Конференции A\* <https://openreview.net/forum?id=ElUrNM9U8c#discussion>

## 5.2. Периодические издания:

1. Базы данных компании «Ист Вью» <http://dlib.eastview.com>
2. Электронная библиотека GREBENNIKON.RU <https://grebennikon.ru/>

## 5.3 Интернет-ресурсы, в том числе современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

### Электронно-библиотечные системы (ЭБС):

1. ЭБС «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
2. ЭБС «УНИВЕРСИТЕТСКАЯ БИБЛИОТЕКА ОНЛАЙН» [www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)
3. ЭБС «BOOK.ru» <https://www.book.ru>
4. ЭБС «ZNANIUM.COM» [www.znanium.com](http://www.znanium.com)



5. ЭБС «ЛАНБ» <https://e.lanbook.com>

**Профессиональные базы данных:**

1. Web of Science (WoS) <http://webofscience.com/>
2. Scopus <http://www.scopus.com/>
3. ScienceDirect [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com)
4. Журналы издательства Wiley <https://onlinelibrary.wiley.com/>
5. Научная электронная библиотека (НЭБ) <http://www.elibrary.ru/>
6. Полнотекстовые архивы ведущих западных научных журналов на Российской платформе научных журналов НЭИКОН <http://archive.neicon.ru>
7. Национальная электронная библиотека (доступ к Электронной библиотеке диссертаций Российской государственной библиотеки (РГБ) <https://rusneb.ru/>
8. Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина <https://www.prlib.ru/>
9. Springer Journals <https://link.springer.com/>
10. Nature Journals <https://www.nature.com/siteindex/index.html>
11. Springer Nature Protocols and Methods  
<https://experiments.springernature.com/sources/springer-protocols>
12. Springer Materials <http://materials.springer.com/>
13. zbMath <https://zbmath.org/>
14. Nano Database <https://nano.nature.com/>
15. Springer eBooks: <https://link.springer.com/>
16. "Лекториум ТВ" <http://www.lektorium.tv/>
17. Университетская информационная система РОССИЯ <http://uisrussia.msu.ru>

**Информационные справочные системы:**

1. Консультант Плюс - справочная правовая система (доступ по локальной сети с компьютеров библиотеки)

**Ресурсы свободного доступа:**

1. КиберЛенинка (<http://cyberleninka.ru/>);
2. Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
<https://www.minobrnauki.gov.ru/>;
3. Федеральный портал "Российское образование" <http://www.edu.ru/>;
4. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"  
<http://window.edu.ru/>;
5. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов <http://school-collection.edu.ru/> .
6. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (<http://fcior.edu.ru/>);
7. Словари и энциклопедии <http://dic.academic.ru/>;
8. Образовательный портал "Учеба" <http://www.ucheba.com/>;
9. Законопроект "Об образовании в Российской Федерации". Вопросы и ответы [http://xn--273--84d1f.xn--p1ai/voprosy\\_i\\_otvety](http://xn--273--84d1f.xn--p1ai/voprosy_i_otvety)

**Собственные электронные образовательные и информационные ресурсы КубГУ:**

1. Среда модульного динамического обучения <http://moodle.kubsu.ru>
2. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций  
<http://mschool.kubsu.ru/>
3. Электронный архив документов КубГУ <http://docspace.kubsu.ru/>

**5.4 Перечень информационно-коммуникационных технологий**

1. Облачные платформы и сервисы  
cloud.ru, YandexCloud, AWS/GCP/Azure – облачные вычисления
2. Системы управления версиями и коллаборации  
Git/GitHub/GitLab – контроль версий кода и совместная разработка
3. Система управления обучением Moodle – сдача работ
4. Проверка индивидуальных заданий и консультирование посредством электронной почты.

5. Использование электронных презентаций при проведении лекционных и лабораторных занятий.
6. Использование математических пакетов при выполнении индивидуальных заданий.
7. Справочно-правовая система «Консультант Плюс» <http://www.consultant.ru>
8. Портал открытых данных Российской Федерации <https://data.gov.ru>
9. База открытых данных Министерства труда и социальной защиты РФ <https://rosmintrud.ru/opendata>
10. База данных Научной электронной библиотеки eLIBRARY.RU <https://elibrary.ru/>
11. База данных Всероссийского института научной и технической информации (ВИНИТИ) РАН <http://www2.viniti.ru/>
12. Базы данных и аналитические публикации «Университетская информационная система РОССИЯ» <https://uisrussia.msu.ru/>
13. Полная математическая база данных zbMATH <https://zbmath.org/>
14. [www.statlab.kubsu.ru](http://www.statlab.kubsu.ru)
15. <http://www.statsoft.ru/home/textbook/default.htm>
16. <http://statsoft.ru/solutions/>

### **5.5 Перечень необходимого программного обеспечения.**

1. Операционная система MS Windows.
2. Интегрированное офисное приложение MS Office.
3. Программное обеспечение для организации управляемого коллективного и безопасного доступа в Интернет.
4. Языки программирования: Python
5. Google Colab – облачная среда для выполнения кода на Python с GPU/TPU

### **6 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной теоретический материал, лабораторных занятий, позволяющих студентам в полной мере ознакомиться с понятием теории функций вещественной переменной и освоиться в решении практических задач.

Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине «теория функций вещественной переменной».

Целью самостоятельной работы бакалавра является углубление знаний, полученных в результате аудиторных занятий. Вырабатываются навыки самостоятельной работы. Закрепляются опыт и знания, полученные во время лабораторных занятий.

Самостоятельная работа студентов в ходе изучения дисциплины состоит в выполнении индивидуальных заданий, задаваемых преподавателем, ведущим лабораторные занятия, подготовки теоретического материала к лабораторным занятиям, на основе конспектов лекций и учебной литературы, согласно календарному плану и подготовки теоретического материала к тестовому опросу, зачету и экзамену, согласно вопросам к экзамену.

Указания по оформлению работ:

- работа на лабораторных занятиях и конспекты лекций могут выполняться на отдельных листах либо непосредственно в рабочей тетради;
- оформление индивидуальных заданий желательно на отдельных листах.

Проверка индивидуальных заданий по темам, разобранным на лабораторных занятиях, осуществляется через неделю на текущем лабораторном занятии, либо в течение недели после этого занятия на консультации.

Для разъяснения непонятных вопросов лектором и ассистентом еженедельно проводятся консультации, о времени которых группы извещаются заранее.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующими индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

Проверка индивидуальных заданий по темам, разобранным на лабораторных занятиях, осуществляется через неделю на текущем лабораторном занятии, либо в течение недели после этого занятия на консультации.

Для разъяснения непонятных вопросов лектором и ассистентом еженедельно проводятся консультации, о времени которых группы извещаются заранее.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

### **Примеры кейсов от индустриального партнера**

#### **Кейс №1. Классификация строительных материалов на основе теории множеств**

##### **Описание:**

При планировании строительства необходимо систематизировать разнообразные материалы по их свойствам и назначению. Задача заключается в создании системы автоматической классификации материалов, где каждый материал принадлежит определенным множествам (по прочности, водостойкости, огнестойкости) с возможностью пересечения и объединения этих множеств.

##### **Цель:**

Разработать простой алгоритм машинного обучения для группировки строительных материалов с использованием операций над множествами и логических условий принадлежности.

##### **Ожидаемый результат:**

Программа-классификатор, определяющая категорию материала по его характеристикам и показывающая принадлежность к различным функциональным группам.

#### **Кейс №2. Предельный анализ несущей способности конструкций с помощью нейронных сетей**

##### **Описание:**

Определение максимальной нагрузки, которую может выдержать строительная конструкция, является критически важной задачей. При увеличении нагрузки система приближается к предельному состоянию, после которого происходит разрушение. Необходимо создать простую модель для прогнозирования этого предела.

##### **Цель:**

Построить нейронную сеть, которая на основе геометрических параметров балки и свойств материала предсказывает предельную нагрузку с анализом поведения функции при стремлении к критическим значениям.

**Ожидаемый****результат:**

Модель предсказания предельных состояний с визуализацией приближения к границам безопасной эксплуатации конструкций.

**Кейс №3. Оптимизация уклонов кровли через анализ производных****Описание:**

Угол наклона кровли влияет на снеговую нагрузку, эффективность водоотвода и расход материалов. Существует оптимальный уклон, минимизирующий общие затраты на строительство и эксплуатацию. Задача требует поиска экстремума функции затрат.

**Цель:**

Разработать алгоритм поиска оптимального угла наклона кровли путем вычисления производной функции суммарных затрат и нахождения точек минимума.

**Ожидаемый результат:**

Система расчета, автоматически определяющая оптимальный уклон кровли для заданных климатических условий с объяснением через анализ скорости изменения затрат.

**Кейс №3 Оптимизация гиперпараметров нейронной сети с использованием методов оптимизации, основанных на производных и поиске экстремумов**

Описание: гиперпараметры нейронной сети (скорость обучения, коэффициенты регуляризации) существенно влияют на качество модели. Ручной подбор требует больших вычислительных ресурсов. Автоматическая оптимизация гиперпараметров с использованием градиентных методов (основанных на производных) может ускорить процесс.

**Цель:**

Реализовать алгоритм оптимизации гиперпараметров на основе градиентной информации (например, методом наискорейшего спуска) для нейронной сети, обученной на наборе данных MNIST.

Математический инструментарий:

- Производные (градиент по гиперпараметрам)
- Пределы (сходимость алгоритма оптимизации)
- Последовательности (последовательность значений гиперпараметров и функции потерь)

**Ожидаемый результат:**

интерактивный скрипт на Python, который обучает простую нейронную сеть на MNIST, оптимизирует скорость обучения ( $\alpha$ ) и коэффициент L2-регуляризации ( $\lambda$ ) с помощью градиентного спуска, визуализирует процесс оптимизации (изменение гиперпараметров и функции потерь).

Для студентов с ограниченными возможностями здоровья предусмотрены дополнительные индивидуальные консультации, на которых преподаватель подробно разъясняет сложные аспекты дисциплины, помогает адаптировать практические задания и обеспечивает специальные условия для освоения методов работы с системами искусственного интеллекта. Индивидуальный подход позволяет таким студентам полноценно участвовать в учебном процессе и достигать требуемых результатов обучения.

**7. Материально-техническое обеспечение по дисциплине (модулю)**

Виртуальные машины, кластер Managed Kubernetes и ресурсы GPU в облаке предоставляется индустриальным партнером ПАО «Сбербанк»:

№	Продукт	Параметры продукта	Кол-во	Кол-во конфигураций	Ед. изм.
1	Виртуальная машина	Виртуальная машина 10% vCPU 2 vCPU 4 RAM	1	60	Шт
		ОС Ubuntu 22.04	1		Шт
		Системный диск SSD	1		Шт
			10		Гб
		Аренда публичного IP	1		Шт
2	Виртуальная машина с GPU	Виртуальная машина с GPU NVIDIA® Tesla® V100 2 GPU 8 vCPU 128 Гб RAM	1	1	Шт
		ОС Ubuntu_24.04	1		Шт
		Системный диск SSD	1		Шт
			2000		Гб
		Диск SSD	1		Шт
			4096		Гб
		Диск SSD	1		Шт
			4096		Гб
		Аренда публичного IP	1		Шт
3	K8S	Master node 8 vCPU 16 RAM	1	1	Шт
		Worker node 10% доля 4 vCPU 32 RAM	5		Шт
		Worker node SSD-NVME	64		Гб
		Аренда публичного IP	1		Шт
4	ML Inference Instance Type GPU	Время работы в месяц	40	1	Ч
		Инстанс 8 x NVIDIA® H100 NVLink PCIe 160 vCPU 1520 GB RAM	1		Шт
		Количество запросов к ML-моделям	1		Млн. Шт
		Кэш ML-моделей	160		Гб
5	LLM	Токены GigaChat 2 Max	50		Млн. Шт
		Токены Embeddings	400		Млн. Шт

Дополнительные облачные ресурсы предоставляются технологическим партнером Yandex Cloud.

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) и соответствующим программным обеспечением (ПО), доска Ауд. 129, 131, 301б, 305, 307
2.	Лабораторные занятия	Лаборатория, укомплектованная техническими средствами обучения – компьютерами с соответствующим программным обеспечением, маркерная доска. Ауд. 101, 106, 106а
3.	Групповые (индивидуальные) консультации	Аудитория, укомплектованная маркерной доской и оснащенная компьютером. Ауд. 129
4.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Аудитория, укомплектованная маркерной доской и оснащенная компьютером. Ауд. 129
5.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета. 102-А и читальный зал

Примечание: Конкретизация аудиторий и их оснащение определяется ОПОП.