

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по учебной работе,
качеству образования – первый
проректор



подпись

Т.А. Хагуров

« 2 »

марта

2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Б1.В.ДВ.05.02 ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ МАТРИЧНЫХ ИГР

Направление
подготовки/специальность

02.03.01 Математика и компьютерные
науки

Направленность (профиль) /
специализация

Современная алгебра и криптография

Форма обучения

Очная

Квалификация

Бакалавр

Краснодар 2025

Рабочая программа дисциплины Б1.В.ДВ.05.02 Введение в теорию матричных игр составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Программу составил(и):

И.В. Сухан, ст. препод. кафедры вычислительной математики и информатики


подпись

Рабочая программа дисциплины Б1.В.ДВ.05.02 Введение в теорию матричных игр утверждена на заседании кафедры вычислительной математики и информатики

протокол № 15 «13» мая 2025 г.

Заведующий кафедрой вычислительной математики и информатики

Наумова Н.А.

фамилия, инициалы


подпись

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета Математики и компьютерных наук

протокол № 4 «14» мая 2025 г.

Председатель УМК факультета

Шмалько С.П.

фамилия, инициалы


подпись

Рецензенты:

Уртенев М.Х., д.-р. физ.-мат.н., профессор кафедры прикладной математики Кубанского государственного университета

Луценко Е.В., д.-р. э.н., канд. тех.н., профессор кафедры компьютерных технологий и систем Кубанского государственного аграрного университета

1 Цели и задачи изучения дисциплины (модуля).

1.1 Цель освоения дисциплины.

Целью преподавания дисциплины "Введение в теорию матричных игр" является формирование у студентов теоретических знаний и практических навыков по вопросам, касающимся принятия управленческих решений в конфликтных ситуациях; обучение студентов основам процесса принятия управленческих решений, нахождению оптимальных стратегий в процессе подготовки и принятия управленческих решений в организационно-экономических и производственных системах.

1.2 Задачи дисциплины.

Изучение теории матричных игр помогает освоить методы анализа ситуации стратегического взаимодействия, когда индивидуумы принимают решения, сознавая, что их действия влияют друг на друга, и когда каждый индивидум учитывает это. Именно взаимодействие между принимающими решение участниками, все из которых ведут себя целенаправленно и чьи решения влияют на других участников, делает стратегические решения отличными от других решений. Изучение теории игр существенно расширит понимание проблем, возникающих в различных областях деятельности человека, поскольку дает ясный и точный язык исследования поставленных задач; дает возможность подвергать интуитивные представления проверке на логическую согласованность; помогает проследить путь от наблюдений до основополагающих предположений и обнаружить, какие из предположений действительно лежат в центре частных выводов.

Задачи дисциплины:

- ознакомление с основными понятиями теории матричных игр;
- обучение теории и практике принятия решений, математическими методами для обоснования решений в различных областях целенаправленной человеческой деятельности;
- формирование у студентов умения формализовать реальную ситуацию, создавать правильную математическую модель;
- рассмотрение широкого круга задач, возникающих в практике менеджмента и связанных с принятием решений, относящихся ко всем областям и уровням управления.

1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы.

Дисциплина «Введение в теорию матричных игр» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений, Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана.

Список дисциплин, знание которых необходимо для изучения курса данной дисциплины:

1. «Математический анализ»,
2. «Линейная алгебра»,
3. «Методы оптимизации»,
4. «Теория вероятностей».

В соответствии с рабочим учебным планом дисциплина изучается на 4 курсе по очной форме обучения. Вид промежуточной аттестации: экзамен.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся общекультурных/общепрофессиональных/профессиональных компетенций (УК/ОПК/ПК):

Код и наименование индикатора* достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
ПК-3 Способен математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики	
ПК-3.3 Демонстрирует навыки исследования вычислительной устойчивости решений алгебраических систем и дискретных аналогов дифференциальных задач	Знает содержательную сторону задач, требующих принятия экономических решений, возникающих в практике менеджмента и маркетинга, т.е. уметь идентифицировать проблему – сформулировать ее на языке теории игр с целью применения изучаемых методов на практике.
	Умеет использовать полученные знания для осуществления анализа управленческих ситуаций; уточнять совместно с лицом, принимающим решения (ЛПР) постановку задачи
	Владеет математическими методами принятия решений, с помощью которых в современных условиях формируются и анализируются варианты управленческих решений
ПК-5 Способен использовать современные методы разработки и реализации конкретных алгоритмов математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ моделирования	
ПК-5.1 Анализирует поставленные задачи и выбирает эффективные математические методы при создании алгоритмов и вычислительных программ для решения современных задач математики и механики	Знает основные понятия теории игр, формулировки основных математических утверждений курса, основы построения моделей, основные методы решения задач курса.
	Умеет использовать полученные знания для осуществления анализа управленческих ситуаций; уточнять совместно с лицом, принимающим решения (ЛПР) постановку задачи; выбирать метод принятия решений; собирать необходимую информацию; строить модель задачи
	Владеет навыками обосновывать и оценивать логические ходы в математических рассуждениях и конструкциях оценивать строгость математических текстов; обосновывать и оценивать логические ходы в математических рассуждениях и конструкциях
ПК-5.2 Описывает математические модели, формулирует, теоретически обосновывает и реализует программно численные методы для решения поставленных задач	Знает содержательную сторону задач, требующих принятия экономических решений, возникающих в практике менеджмента и маркетинга
	Умеет выбирать адекватные методы решения задачи; интерпретировать полученные результаты и представлять их ЛПР
	Владеет навыками программирования подготовленных алгоритмов решения вычислительных задач
ПК-5.3 Применяет в профессиональной деятельности методику исследования и создания новых моделей, методов и технологий в математике, механике и естественных науках	Знает методы решения практических задач; основы построения игровых моделей; критерии и модели описания и оценки эффективности решения задач системного анализа, оптимизации, управления, принятия решений и обработки информации
	Умеет идентифицировать проблему – сформулировать ее на языке теории игр с целью применения изучаемых методов на практике
	Владеет навыками решения практических задач теории графов с видоизмененным условием; навыками критического анализа учебной информации
ПК-5.4 Обладает навыками математического и алгоритмического моделирования социальных процессов	Знает теоретическое содержание курса; методы решения практических задач; основы построения игровых моделей; критерии и модели описания и оценки эффективности решения задач системного анализа, оптимизации, управления, принятия решений и обработки информации
	Умеет сравнивать, оценивать и выбирать методы решения заданий, применять методы и алгоритмы теории игр

Код и наименование индикатора* достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
	при принятии решений в экономических, социальных системах; работать целенаправленно, используя связанные между собой формы представления информации
	Владеет методами обобщения и оценивания информации, полученной на основе исследования нестандартной ситуации; навыками использования сведений из различных источников, успешно соотнося их с предложенной ситуацией

Результаты обучения по дисциплине достигаются в рамках осуществления всех видов контактной и самостоятельной работы обучающихся в соответствии с утвержденным учебным планом.

Индикаторы достижения компетенций считаются сформированными при достижении соответствующих им результатов обучения.

2. Структура и содержание дисциплины.

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единицы (108 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице

Виды работ		Всего часов	Форма обучения
			очная
			7 семестр (часы)
Контактная работа, в том числе:		44,3	44,3
Аудиторные занятия (всего):		40	40
занятия лекционного типа		14	14
лабораторные занятия		26	26
Иная контактная работа:		4,3	4,3
Контроль самостоятельной работы (КСР)		4	4
Промежуточная аттестация (ИКР)		0,3	0,3
Самостоятельная работа, в том числе:		37	37
Контрольная работа		2	2
Самостоятельное изучение разделов, самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным и т.д.)		20	20
Подготовка к текущему контролю		15	15
Контроль:		26,7	26,7
Подготовка к экзамену		26,7	26,7
Общая трудоемкость	час.	108	108
	в том числе контактная работа	44,3	44,3
	зач. ед	3	3

2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины

№	Наименование разделов	Количество часов			
		Всего	Аудиторная работа		Внеаудиторная работа
			Л	ЛР	
1	Основные понятия.	8	2	2	4
2	Игры с противоположными интересами.	8	2	2	4
3	Статические игры с полной информацией.	8	2	2	4
4	Динамические игры с полной информацией.	8	2	2	4
5	Бесконечно повторяемые игры.	14	2	6	6
6	Статические игры с неполной информацией.	14	2	6	6
7	Динамические игры с неполной и несовершенной информацией.	17	2	6	9
	ИТОГО по разделам дисциплины	77	14	26	37
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	4			
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,3			
	Подготовка к экзамену	26,7			
	Общая трудоемкость по дисциплине	108			

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

2.3 Содержание разделов дисциплины.

2.3.1 Занятия лекционного типа.

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Форма текущего контроля
1	Основные понятия	Цель игры. Стратегия. Исход (профиль стратегий). Доминирование стратегии. Классификация игр. Седловая точка. Равновесие Нэша.	Опрос
2	Игры с противоположными интересами.	Минимаксные и максиминные стратегии. Верхняя и нижняя цена игры. Цена игры. Смешанные стратегии и теорема о минимаксе для матричных антагонистических игр. Решение игр 2×1 и 1×2 . Сведение конечной матричной игры к задаче линейного программирования	Опрос
3	Статические игры с полной информацией.	Биматричные игры. Итерационная процедура исключения строго доминируемых стратегий. Равновесие Нэша в смешанных стратегиях. Доминирование по Парето и Парето оптимальное множество.	Опрос
4	Динамические игры с полной информацией	Метод обратной индукции. Равновесие Нэша, совершенное в подыграх.	Опрос
5	Бесконечно повторяемые игры.	Дисконт-фактор и платеж в бесконечно повторяемых играх. Стратегии переключения.	Опрос
6	Статические игры с неполной информацией.	Байесовские игры. Байесовское равновесие Нэша	Опрос
7	Динамические игры с неполной и несовершенной информацией.	Информационное множество. Нормализация игры. Понятие веры. Слабое секвенциальное равновесие Нэша. Сигнализирующие игры. Примеры последовательных игр с определением слабого секвенциального равновесия.	Опрос

2.3.2 Занятия семинарского типа (практические / семинарские занятия/ лабораторные работы)

№	Наименование раздела (темы)	Тематика занятий/работ	Форма текущего контроля
1.	Основные понятия	Основные понятия теории игр. Классификация игр. Матрица	ЛР

		выигрышей	
2.	Игры с противоположными интересами.	Максиминные и минимаксные стратегии. Нижняя и верхняя цена игры в чистых стратегиях. Решение игры с седловыми точками	ЛР
3.	Статические игры с полной информацией.	Смешанные стратегии. Функция выигрыша в смешанных стратегиях. Решение игры в смешанных стратегиях	ЛР
4.	Динамические игры с полной информацией	Критерии и свойства оптимальных стратегий. Принцип доминирования. Разбиение матрицы игры на подматрицы	ЛР
5.	Бесконечно повторяемые игры.	Аналитическое решение игры 2×2	ЛР
6.		Графическое решение игры 2×2	ЛР
7.		Решение игры $2 \times n$. Решение игры $m \times 2$	ЛР
8.	Статические игры с неполной информацией.	Решение игры $m \times n$ приближенным методом	ЛР
9.		Взаимосвязь матричных игр и задач линейного программирования	ЛР
10.		Игры с природой (статистические игры)	ЛР
11.	Динамические игры с неполной и несовершенной информацией.	Принятие решений в условиях риска Принятие решений в условиях неопределенности.	ЛР
12.		Планирование эксперимента в играх с природой	ЛР
13.		Контрольная работа	

Защита лабораторной работы (ЛР), выполнение курсового проекта (КП), курсовой работы (КР), расчетно-графического задания (РГЗ), написание реферата (Р), эссе (Э), коллоквиум (К), тестирование (Т) и т.д.

При изучении дисциплины могут применяться электронное обучение, дистанционные образовательные технологии в соответствии с ФГОС ВО.

2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов).

Курсовые работы не предусмотрены.

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю).

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	Работа с лекционным материалом, поиск и анализ литературы и электронных источников информации по заданной проблеме	Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов, утвержденные кафедрой вычислительной математики и информатики, протокол № 14 от 14.06.2017 г. Методические указания к изучению курса «Теория игр», утвержденные кафедрой вычислительной математики и информатики, протокол № 11 от 01.03.2016 г
2	Изучение теоретического материала к лабораторным занятиям	Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов, утвержденные кафедрой вычислительной математики и информатики, протокол № 14 от 14.06.2017 г. Методические указания к изучению курса «Теория игр», утвержденные кафедрой вычислительной математики и информатики, протокол № 11 от 01.03.2016 г
3	Подготовка к зачету/экзамену	Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов, утвержденные кафедрой вычислительной математики и информатики, протокол № 14 от 14.06.2017 г. Методические указания к изучению курса «Теория игр», утвержденные кафедрой вычислительной математики и информатики, протокол № 11 от 01.03.2016 г

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,

- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,

- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины (модуля)

В ходе изучения дисциплины предусмотрено использование следующих образовательных технологий: лекции, лабораторные занятия, проблемное обучение, модульная технология, подготовка письменных аналитических работ, самостоятельная работа студентов.

Компетентностный подход в рамках преподавания дисциплины реализуется в использовании интерактивных технологий и активных методов (проектных методик, мозгового штурма, разбора конкретных ситуаций, анализа педагогических задач, педагогического эксперимента, иных форм) в сочетании с внеаудиторной работой.

Информационные технологии, применяемые при изучении дисциплины: использование ОСМДО КубГУ; использование информационных ресурсов, доступных в информационно-телекоммуникационной сети Интернет.

Адаптивные образовательные технологии, применяемые при изучении дисциплины – для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Введение в теорию матричных игр».

Оценочные средства включает контрольные материалы для проведения **текущего контроля** в форме перечня вопросов для устного опроса, типовых заданий к контрольной работе, и **промежуточной аттестации** в форме вопросов и заданий к зачету/экзамену.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

- при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

- при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

- при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,

- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

№ п/п	Код и наименование индикатора (в соответствии с п. 1.4)	Результаты обучения (в соответствии с п. 1.4)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1	ИПК-3.3 Демонстрирует навыки исследования вычислительной устойчивости решений алгебраических систем и дискретных аналогов дифференциальных задач	Знает содержательную сторону задач, требующих принятия экономических решений, возникающих в практике менеджмента и маркетинга, т.е. уметь идентифицировать проблему – сформулировать ее на языке теории игр с целью применения изучаемых методов на практике. Умеет использовать полученные знания для осуществления анализа управленческих ситуаций; уточнять совместно с лицом, принимающим решения (ЛПР) постановку задачи Владеет математическими методами принятия решений, с помощью которых в современных условиях формируются и анализируются варианты управленческих решений	Вопросы для устного (письменного) опроса по теме, разделу Контрольная работа	Вопросы и задания к экзамену
2	ИПК-5.1 Анализирует поставленные задачи и выбирает эффективные математические методы при создании алгоритмов и вычислительных программ для решения современных задач математики и механики	Знает основные понятия теории игр, формулировки основных математических утверждений курса, основы построения моделей, основные методы решения задач курса. Умеет использовать полученные знания для осуществления анализа управленческих ситуаций; уточнять совместно с лицом, принимающим решения (ЛПР) постановку задачи; выбирать метод принятия реше-		

		ний; собирать необходимую информацию; строить модель задачи Владеет навыками обосновывать и оценивать логические ходы в математических рассуждениях и конструкциях оценивать строгость математических текстов; обосновывать и оценивать логические ходы в математических рассуждениях и конструкциях		
3	ИПК-5.2 Описывает математические модели, формулирует, теоретически обосновывает и реализует программно численные методы для решения поставленных задач	Знает содержательную сторону задач, требующих принятия экономических решений, возникающих в практике менеджмента и маркетинга Умеет выбирать адекватные методы решения задачи; интерпретировать полученные результаты и представлять их ЛПР Владеет навыками программирования подготовленных алгоритмов решения вычислительных задач		
4	ИПК-5.3 Применяет в профессиональной деятельности методику исследования и создания новых моделей, методов и технологий в математике, механике и естественных науках	Знает методы решения практических задач; основы построения игровых моделей; критерии и модели описания и оценки эффективности решения задач системного анализа, оптимизации, управления, принятия решений и обработки информации Умеет идентифицировать проблему – сформулировать ее на языке теории игр с целью применения изучаемых методов на практике Владеет навыками решения практических задач теории графов с видоизмененным условием; навыками критического анализа учебной информации		
5	ИПК-5.4 Обладает навыками математического и алгоритмического моделирования	Знает теоретическое содержание курса; методы решения практических задач; основы построе-		

	социальных процессов	ния игровых моделей; критерии и модели описания и оценки эффективности решения задач системного анализа, оптимизации, управления, принятия решений и обработки информации Умеет сравнивать, оценивать и выбирать методы решения заданий, применять методы и алгоритмы теории игр при принятии решений в экономических, социальных системах; работать целенаправленно, используя связанные между собой формы представления информации Владеет методами обобщения и оценивания информации, полученной на основе исследования нестандартной ситуации; навыками использования сведений из различных источников, успешно соотнося их с предложенной ситуацией		
--	----------------------	---	--	--

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Вопросы для устного опроса

- 1 Сформулируйте цели и задачи принятия решений в области экономики, бизнеса и финансов.
- 2 Что означает принятие решений в условиях риска, неопределенности и полуопределенности?
- 3 Опишите кратко основные понятия и определения антагонистической игры.
- 4 Какова методика построения теоретико-игровой антагонистической модели?
- 5 Перечислите игровые модели разных классов.
- 6 Как формируется матрица выигрышей?
- 7 Опишите методику построения игровой модели.
- 8 Опишите методику построения и анализа антагонистической игровой модели.
- 9 Дайте определение и перечислите свойства седловых точек выигрыш-функции и матрицы выигрышей.
- 10 Сформулируйте общие положения решения игр с седловыми точками.
- 11 Дайте определения чистой и смешанной стратегий.
- 12 Как определяется оптимальная стратегия во множестве чистых стратегий?
- 13 Какое действие называется смешанной стратегией? Перечислите свойства смешанных стратегий. Как определяется решение игры в смешанных стратегиях?

- 14 Что собой представляет смешанное расширение игры и решение игры в смешанных стратегиях?
- 15 Какие существуют методы решения игры в смешанных стратегиях?
- 16 Что такое минимаксный и максиминный принцип игры?
- 17 Сформулируйте теорему об эквивалентности решения матричной игры и пары двойственных задач линейного программирования.
- 18 Как решается игра 2×2 с седловыми точками?
- 19 Опишите геометрический метод решения игры $2 \times n$.
- 20 Опишите геометрический метод решения игры $m \times 2$.
- 21 Опишите алгоритм итераций.
- 22 Как применяется линейное программирование для решения игр?
- 23 Какие программные продукты можно использовать при решении задач с помощью игровых моделей?
- 24 Что называют статическими играми с полной информацией?
- 25 Что такое биматричные игры?
- 26 В чем состоит итерационная процедура исключения строго доминируемых стратегий?
- 27 Как определяется равновесие Нэша в смешанных стратегиях?
- 28 Что представляют динамические игры с полной информацией?
- 29 В чем состоит метод обратной индукции?
- 30 Что представляют бесконечно повторяемые игры?
- 31 Что такое дисконт-фактор и платеж в бесконечно повторяемых играх? В чем состоят стратегии переключения?
- 32 Что представляют статические игры с неполной информацией?
- 33 Что представляют динамические игры с неполной и несовершенной информацией?

Задачи для контрольных работ

Вопросы для проверки в контрольной работе

1. Формальное описание игры. Платежная матрица, примеры.
2. Нижняя и верхняя цена игры. Принцип минимакса. Решение антагонистической игры 2×2 .
3. Решение антагонистической игры $2 \times n$ и $m \times 2$. Геометрическая интерпретация.
4. Приближенные методы решения матричных игр.
5. Игра с "природой". Критерии Лапласа, Вальда, Сэвиджа, Гурвица.

Образец контрольной работы

ЗАДАНИЕ 1. Зная платежную матрицу

8 5 4 7 3

7 6 10 8 11

3 4 6 7 6

4 5 6 7 9

определить нижнюю и верхнюю цены игры и найти решение игры.

РЕШЕНИЕ. Найдем наилучшую стратегию первого игрока: минимальное число в каждой строке обозначим i

α . Получаем: $4 \ 1 \ \alpha = , 3 \ 2 \ \alpha = , 6 \ 3 \ \alpha = , 3 \ 4 \ \alpha =$. Выберем максимальное из этих значений $\alpha = 6$ - нижняя цена игры.

Аналогично для второго игрока. Найдем максимальные значения выигрыша по столбцам: $8 \text{ } 1 \beta = , 6 \text{ } 2 \beta = , 10 \text{ } 3 \beta = , 8 \text{ } 4 \beta = , 11 \text{ } 5 \beta =$ и минимальное из этих чисел $\beta = 6$ - верхняя цена игры.

Так как $\alpha = \beta$, в игре есть седловая точка, оптимальные стратегии игроков $A3$ и $B2$, цена игры $v = 6$

ЗАДАНИЕ2. Найти стратегии игроков A , B и цену игры, заданной матрицей (с помощью формул и графически)

3 5 2 0

6 1 3 5

РЕШЕНИЕ. Найдем наилучшую стратегию первого игрока: минимальное число в каждой строке обозначим $i\alpha$. Получаем: $1 \alpha = 0, 2 \alpha = -1$. Выберем максимальное из этих значений $\alpha = 0$ - нижняя цена игры.

Аналогично для второго игрока. Найдем максимальные значения выигрыша по столбцам: $1 \beta = 6, 2 \beta = 5, 3 \beta = 3, 4 \beta = 5$ и минимальное из этих чисел $\beta = 3$ - верхняя цена игры.

Так как верхняя и нижняя цены игры различны, игра не имеет решения в чистых стратегиях, цена игры находится в промежутке от 0 до 3 (между нижней и верхней ценой игры).

Игра имеет большую размерность, попробуем ее уменьшить, выделив невыгодные стратегии и вычеркнув их из матрицы: все элементы столбца $B1$ больше элементов столбца $B3$, поэтому вычеркиваем столбец $B1$.

5 2 0

1 3 5

Получили матрицу ($A1, A2, B2, B3, B4$):

5 2 0

1 3 5

Теперь найдем решение игры, заданной данной платежной матрицей в смешанных стратегиях.

Найдем две активные стратегии игрока B . Для этого определим оптимальные смешанные стратегии игрока A .

Игрок B имеет три чистые стратегии, им будут соответствовать три прямые в геометрическом решении игры.

Вычислим средний выигрыш первого игрока, при условии, что он применяет свою смешанную стратегию, а второй – свою чистую j -ю стратегию:

$$M_j(x_1) = (a_{1j} - a_{2j})x_1 + a_{2j}.$$

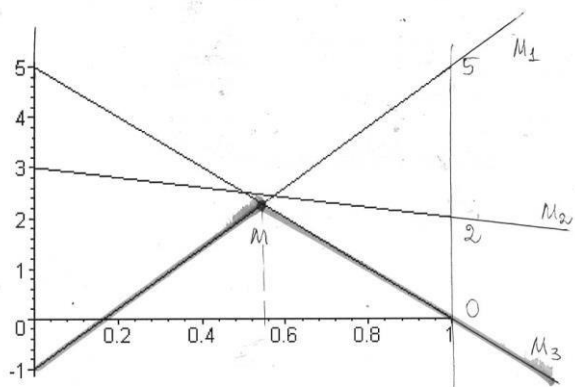
Получаем:

$$M_1(x_1) = (a_{11} - a_{21})x_1 + a_{21} = 6x_1 - 1,$$

$$M_2(x_1) = (a_{12} - a_{22})x_1 + a_{22} = -x_1 + 3,$$

$$M_3(x_1) = (a_{13} - a_{23})x_1 + a_{23} = -5x_1 + 5.$$

Строим соответствующие прямые линии в прямоугольной системе координат:



Цель второго игрока – минимизировать выигрыш первого за счет выбора своих стратегий, поэтому берем самые нижние отрезки. Цель первого игрока – максимизировать выигрыш за счет выбора 1 х , поэтому берем самую высокую точку М (см. чертеж).

Те линии стратегии, пересечением которых образована точка М , являются активными стратегиями игрока В , в нашем случае это 1 В и 3 В . Таким образом, игра сводится к игре 2×2 с матрицей

5 0
1 5

Находим оптимальные стратегии:

$$6x - 1 = -5x + 5 = v,$$

$$x + x_2 = 1.$$

Откуда

$$x = 6/11, x_2 = 5/11, v = 25/11.$$

Теперь найдем стратегии второго игрока:

$$5q_1 + 0q_2 = v = 25/11 \Rightarrow q_1 = 5/11, q_2 = 6/11.$$

Получили

$$P = (6/11, 5/11)$$

$$Q = (0,5/11, 0,6/11)$$

$v = 25/11$ - цена игры.

ЗАДАНИЕ3. Найти оптимальный вариант электростанции по критериям Лапласа, Вальда, Гурвица с показателями 0,8 и 0,3 и Сэвиджа по заданной таблице эффективности:

	B1	B2	B3	B4
A1	10	8	4	11
A2	9	9	5	10
A3	8	10	3	14
A4	7	7	8	12

РЕШЕНИЕ.

Критерий Лапласа. В основе критерия лежит предположение: поскольку о состояниях обстановки ничего не известно, то их можно считать равновероятными. Исходя из этого действуют формулы:

$$n = \sum_{i=1}^m \max_{j=1, \dots, n} \{ a_{ij} \} \text{ on } i \in K = K A i = m /$$

Получаем:

$$() () 1 K A = 0,25 \cdot 10 + 8 + 4 + 11 = 8,25,$$

$$() () 2 K A = 0,25 \cdot 9 + 9 + 5 + 10 = 8,25,$$

$$() () 3 K A = 0,25 \cdot 8 + 10 + 3 + 14 = 8,75,$$

$$() () 4 K A = 0,25 \cdot 7 + 7 + 8 + 12 = 8,5 .$$

Лучшая стратегия по этому критерию 3 А .

Критерий Вальда. Это *максиминный критерий*, он гарантирует определенный выигрыш при наихудших условиях. Критерий основывается на том, что, если состояние обстановки неизвестно, нужно поступать самым осторожным образом, ориентируясь на минимальное значение эффективности каждой системы.

В каждой строке матрицы эффективности находится минимальная из оценок систем по различным состояниям обстановки $() \min_{j} i j$

$$K A = k, i = 1, \dots, m .$$

Оптимальной считается система из строки с максимальным значением эффективности:

$$\max\{(), 1, \dots, m\} \text{ on } i K = K A i = m$$

$$\text{Вычисляем: } () 1 K A = 4, () 2 K A = 5, () 3 K A = 3, () 4 K A = 7 .$$

Лучшая стратегия по этому критерию 4 А .

Критерий Гурвица с показателями 0,8 и 0,3. Это *критерий обобщенного максимина*.

Согласно данному критерию при оценке и выборе систем неразумно проявлять как осторожность, так и азарт, а следует, учитывая самое высокое и самое низкое значения эффективности, занимать промежуточную позицию (взвешиваются наихудшие и наилучшие условия). Для этого вводится коэффициент оптимизма α ($0 \leq \alpha \leq 1$),

характеризующий отношение к риску лица, принимающего решение. Эффективность систем находится как взвешенная с помощью коэффициента α сумма максимальной и минимальной оценок: $() \max (1) \min_{j} i j$

$$K A = \alpha k + (1 - \alpha) k, i = 1, \dots, m .$$

Условие оптимальности стандартное: $\max\{(), 1, \dots, m\} \text{ on } i K = K A i = m .$

1) Пусть $\alpha = 0,8$. Вычисляем:

$$() 1 K A = 0,8 \cdot 11 + 0,2 \cdot 4 = 9,6 ,$$

$$() 2 K A = 0,8 \cdot 10 + 0,2 \cdot 5 = 9,0 ,$$

$$() 3 K A = 0,8 \cdot 14 + 0,2 \cdot 3 = 11,8 ,$$

$$() 4 K A = 0,8 \cdot 12 + 0,2 \cdot 7 = 11,0 .$$

Лучшая стратегия по этому критерию 3 А .

2) Пусть $\alpha = 0,3$. Вычисляем:

$$() 1 K A = 0,3 \cdot 11 + 0,7 \cdot 4 = 6,1,$$

$$() 2 K A = 0,3 \cdot 10 + 0,7 \cdot 5 = 6,5 ,$$

$$() 3 K A = 0,3 \cdot 14 + 0,7 \cdot 3 = 6,3 ,$$

$$() 4 K A = 0,3 \cdot 12 + 0,7 \cdot 7 = 8,5 .$$

Лучшая стратегия по этому критерию 4 А .

Критерий Сэвиджа. Минимизирует потери эффективности при наихудших условиях. Для оценки систем на основе данного критерия матрица эффективности должна быть преобразована в матрицу потерь (риска). Каждый элемент матрицы потерь определяется как разность между максимальным и текущим значениями оценок эффективности в столбце: $\max_{ij} i j$

$$\Delta k = k - k .$$

После преобразования матрицы используется критерий минимакса:

$$() \max_{j} i j$$

$$K A = \Delta k, i = 1, \dots, m, \min\{(), 1, \dots, m\} \text{ on } i K = K A i = m$$

Матрице эффективности будет соответствовать матрица потерь:

$$B1 \ B2 \ B3 \ B4$$

$$A1 \ 0 \ 2 \ 4 \ 3$$

$$A2 \ 1 \ 1 \ 3 \ 4$$

$$A3 \ 2 \ 0 \ 5 \ 0$$

$$A4 \ 3 \ 3 \ 0 \ 2$$

Вычисляем теперь:

$$() 1 K A = 4, () 2 K A = 4, () 3 K A = 5, () 4 K A = 3$$

Лучшая стратегия по этому критерию 4 А .

Зачетно-экзаменационные материалы для промежуточной аттестации (экзамен)

Вопросы к экзамену

1. Основные понятия. Цель игры. Формальное описание игры. Платежная матрица.
2. Стратегия. Исход (профиль стратегий). Доминирование стратегий.
3. Классификация игр.
4. Седловая точка. Равновесие Нэша.
5. Игры с противоположными интересами.
6. Минимаксные и максиминные стратегии. Верхняя и нижняя цена игры. Цена игры.
7. Решение антагонистических игр. Принцип минимакса. Нижняя и верхняя цена игры. Игра с седловой точкой. Чистые стратегии.
8. Смешанные стратегии. Теорема о существовании решения игры.
9. Решение антагонистической игры 2×2 . Геометрическая интерпретация.
10. Решение антагонистической игры $2 \times n$. Геометрическая интерпретация.
11. Решение антагонистической игры $m \times 2$. Геометрическая интерпретация.
12. Формальная постановка задачи линейного программирования.
13. Решение конечных антагонистических игр методами линейного программирования.
14. Решение игры $m \times n$ приближенным методом.
15. Игры с природой (статистические игры). Планирование эксперимента в играх с природой. Критерии Вальда, Сэвиджа, Гурвица.
16. Статические игры с полной информацией. Биматричные игры.
17. Динамические игры с полной информацией.
18. Бесконечно повторяемые игры.
19. Статические игры с неполной информацией
20. Динамические игры с неполной и несовершенной информацией.

Билеты для экзамена

БИЛЕТ №1

по дисциплине «Теория игр»

1. Основные понятия. Цель игры. Формальное описание игры. Платежная матрица.
2. Решение антагонистической игры $m \times 2$. Геометрическая интерпретация.
3. Задача.

Заведующий КВМИ

Гайденок С.В.

БИЛЕТ №2

по дисциплине «Теория игр»

1. Стратегия. Исход (профиль стратегий). Доминирование стратегии.
2. Формальная постановка задачи линейного программирования.
3. Задача.

Заведующий КВМИ

Гайденко С.В.

БИЛЕТ №3

по дисциплине «Теория игр»

для направления подготовки 02.04.01 Математика и компьютерные науки

1. Классификация игр.
2. Решение конечных антагонистических игр методами линейного программирования.
3. Задача.

Заведующий КВМИ

Гайденко С.В.

БИЛЕТ №4

по дисциплине «Теория игр»

1. Седловая точка. Равновесие Нэша.
2. Решение игры mxn приближенным методом.
3. Задача.

Заведующий КВМИ

Гайденко С.В.

БИЛЕТ №5

по дисциплине «Теория игр»

1. Игры с противоположными интересами.
2. Игры с природой (статистические игры). Планирование эксперимента в играх с природой. Критерии Вальда, Сэвиджа, Гурвица.
3. Задача.

Заведующий КВМИ

Гайденко С.В.

БИЛЕТ №6
по дисциплине «Теория игр»

1. Минимаксные и максиминные стратегии. Верхняя и нижняя цена игры. Цена игры.
2. Статические игры с полной информацией. Биматричные игры.
3. Задача.

Заведующий КВМИ

Гайденко С.В.

БИЛЕТ №7
по дисциплине «Теория игр»

1. Решение антагонистических игр. Принцип минимакса. Нижняя и верхняя цена игры. Игра с седловой точкой. Чистые стратегии.
2. Динамические игры с полной информацией.
3. Задача.

Заведующий КВМИ

Гайденко С.В.

БИЛЕТ №8
по дисциплине «Теория игр»

1. Смешанные стратегии. Теорема о существовании решения игры.
2. Бесконечно повторяемые игры.
3. Задача.

Заведующий КВМИ

Гайденко С.В.

БИЛЕТ №9
по дисциплине «Теория игр»

1. Решение антагонистической игры 2×2 . Геометрическая интерпретация.
2. Статические игры с неполной информацией
3. Задача.

Заведующий КВМИ

Гайденко С.В.

БИЛЕТ №10
по дисциплине «Теория игр»

1. Решение антагонистической игры 2х1. Геометрическая интерпретация.
2. Динамические игры с неполной и несовершенной информацией.
3. Задача.

Заведующий КВМИ

Гайденко С.В.

**Критерии оценивания результатов обучения в соответствии
с уровнем освоения дисциплины**

Критерии оценки качества освоения студентами дисциплины:

- пороговый (оценка «удовлетворительно»)
- стандартный (оценка «хорошо»)
- эталонный (оценка «отлично»)

Критерий	В рамках формируемых компетенций студент демонстрирует
пороговый	Знание и понимание теоретического содержания курса с незначительными пробелами; отсутствие некоторых практических умений при решении задач.
стандартный	Полное знание и понимание теоретического содержания курса, без пробелов; недостаточную сформированность некоторых практических умений при применении знаний в конкретных ситуациях; достаточное качество выполнения всех предусмотренных программой обучения учебных заданий.
эталонный	Полное знание и понимание теоретического содержания курса, без пробелов; сформированность необходимых практических умений при применении знаний в конкретных ситуациях; высокое качество выполнения всех предусмотренных программой обучения учебных заданий.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

5. Перечень учебной литературы, информационных ресурсов и технологий

1. Благодатских, А. И. Сборник задач и упражнений по теории игр : учебное пособие / А. И. Благодатских, Н. Н. Петров. — 2-е изд., испр. и доп. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 304 с. — ISBN 978-5-8114-1665-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/211583>

2. Болотский, А. В. Математическое программирование и теория игр : учебное пособие для вузов / А. В. Болотский. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 116 с. — ISBN 978-5-507-44192-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/217433>

3. Гетманчук, А. В. Экономико-математические методы и модели : учебное пособие / А. В. Гетманчук, М. М. Ермилов. — Москва : Дашков и К, 2017. — 186 с. — ISBN 978-5-394-01575-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/93509>

4. Глухов, В. В. Математические модели менеджмента : учебное пособие / В. В. Глухов, М. Д. Медников. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 500 с. — ISBN 978-5-8114-2654-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/212558>

5. Горлач, Б. А. Исследование операций : учебное пособие / Б. А. Горлач. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 448 с. — ISBN 978-5-8114-1430-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/211085>

6. Дегтерев, Д. А. Теоретико-игровой анализ международных отношений : учебник / Д. А. Дегтерев. — Москва : Аспект Пресс, 2017. — 352 с. — ISBN 978-5-7567-0901-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/102839>

7. Есипов, Б. А. Методы исследования операций : учебное пособие / Б. А. Есипов. — 2-е изд., испр. и доп. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 304 с. — ISBN 978-5-8114-0917-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/212204>

8. Колокольцов, В. Н. Математическое моделирование многоагентных систем конкуренции и кооперации (Теория игр для всех) : учебное пособие / В. Н. Колокольцов, О. А. Малафеев. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 624 с. — ISBN 978-5-8114-1276-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210860>

9. Кундышева, Е. С. Математические методы и модели в экономике : учебник / Е. С. Кундышева. — Москва : Дашков и К, 2017. — 286 с. — ISBN 978-5-394-02488-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/91232>

10. Мазалов, В. В. Математическая теория игр и приложения : учебное пособие для вузов / В. В. Мазалов. — 6-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2024. — 500 с. — ISBN 978-5-507-49481-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/393059>

11. Ржевский, С. В. Исследование операций : учебное пособие / С. В. Ржевский. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 480 с. — ISBN 978-5-8114-1480-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/213248>

12. Флегонтов, А. В. Моделирование задач принятия решений при нечетких исходных данных / А. В. Флегонтов, В. Б. Вилков, А. К. Черных. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 332 с. — ISBN 978-5-507-47841-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/329102>

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах «Лань»

и «Университетская библиотека ONLINE».

Собственные электронные образовательные и информационные ресурсы КубГУ:
Среда модульного динамического обучения <http://moodle.kubsu.ru>

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля).

Текущая самостоятельная работа студента, направленная на углубление и закрепление знаний студента, развитие практических умений, осуществляется при проработке материалов лекций и соответствующей литературы, подготовке к промежуточному и итоговому контролю, подготовке к выполнению лабораторных работ и написанию отчетов.

Для улучшения качества и эффективности самостоятельной работы студентов предлагаются методические указания к лабораторным работам, списки основной и дополнительной литературы. Все методические материалы предоставляются как в печатном, так и в электронном видах.

Текущая и опережающая СРС заключается в:

- работе студентов с лекционным материалом, поиске и анализе литературы и электронных источников информации по заданной проблеме;
- изучение теоретического материала к лабораторным занятиям;

- подготовке к промежуточному контролю.

Оценка результатов самостоятельной работы организуется как единство двух форм: самоконтроль и контроль со стороны преподавателей.

Формы контроля со стороны преподавателя включают:

- проверочные работы по результатам изучения некоторых разделов курса;
- отчет по лабораторным занятиям;
- экзамен.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

Для подготовки к экзамену необходимо использовать указания и рекомендации, данные преподавателем в ходе занятий. Если студент испытывает какие-либо затруднения с пониманием материала, он всегда может получить консультацию преподавателя.

7. Материально-техническое обеспечение по дисциплине (модулю)

Наименование специальных помещений	Оснащенность специальных помещений	Перечень лицензионного программного обеспечения
Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер	1. Microsoft Windows 10 2. Microsoft Office PowerPoint Professional Plus.
Учебные аудитории для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Мебель: учебная мебель	
Учебные аудитории для проведения лабораторных работ.	Мебель: учебная мебель	

Для самостоятельной работы обучающихся предусмотрены помещения, укомплектованные специализированной мебелью, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Наименование помещений для самостоятельной работы обучающихся	Оснащенность помещений для самостоятельной работы обучающихся	Перечень лицензионного программного обеспечения
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (читальный зал Научной библиотеки)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-	1. Microsoft Windows 10 2. Microsoft Office PowerPoint Professional Plus.

	камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (ауд.)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	1. Microsoft Windows 10 2. Microsoft Office PowerPoint Professional Plus.