

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук



УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по учебной работе,
качеству образования – первый
проректор

Т.А. Хагуров

подпись

«30» мая 2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.ДВ.01.01 ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРНОЙ ТЕОРИИ ГРУПП

Направление подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль) Современная алгебра и криптография

Форма обучения очная

Квалификация бакалавр

Краснодар 2025

Рабочая программа дисциплины Элементы комбинаторной теории групп составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Программу составил(и):

Титов Г.Н., доцент, к.ф.-м.н.,

Титов

Рабочая программа дисциплины Элементы комбинаторной теории групп утверждена на заседании кафедры функционального анализа и алгебры протокол № 11 «13» мая 2025 г.

Заведующий кафедрой функционального анализа и алгебры

Барсукова В.Ю.

Барсукова В.Ю.

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук протокол № 4 «14» мая 2025 г.

Председатель УМК факультета Шмалько С.П.

фамилия, инициалы

Шмалько С.П.

подпись

Рецензенты:

Савин В.Н., к.тех.наук, доцент. и.о. заведующего кафедрой высшей математики КубГТУ

Гаркуша О. В. к.ф.-м.н., доцент кафедры информационных технологий КубГУ

1. Цели и задачи освоения дисциплины.

1.1 Цель дисциплины

Освоить методы и приемы анализа групповых структур, включая классификацию и свойства различных типов групп, дальнейшее формирование у студентов приобретенных на первых двух курсах знаний по фундаментальной и компьютерной алгебре.

1.2. Задачи дисциплины

Получение основных теоретических и алгоритмических сведений по теории групп, развитие познавательной деятельности и приобретение практических навыков работы с алгебраическими понятиями.

1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Элементы комбинаторной теории групп» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана Дисциплина читается в 5-ом семестре и продолжает начатое на первых двух курсах алгебраическое образование студентов соответствующего направления подготовки. Знания, полученные в этом курсе, могут быть использованы в дискретной математике и математической логике, теории чисел, методах оптимизации и др. Слушатели должны владеть математическими знаниями в рамках программы курса «Фундаментальная и компьютерная алгебра».

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
ПК-1 Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий	
ИПК-1.1. Способен решать актуальные и важные задачи фундаментальной и прикладной математики	Знает базовые понятия курса «Элементы комбинаторной теории групп»;
	Умеет демонстрировать с обоснованиями базовые знания, излагаемые в данной дисциплине
	Обладает навыками демонстрации материала данной дисциплины с использованием компьютерных технологий.
ПК-5 Способен использовать современные методы разработки и реализации конкретных алгоритмов математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ моделирования	
ИПК-5.1 Анализирует поставленные задачи и выбирает эффективные математические методы при создании алгоритмов и вычислительных программ для решения современных задач математики и механики	Знает основные теоретические результаты и алгоритмы курса, позволяющие компьютерную реализацию решения некоторых вопросов дисциплины;
	Умеет использовать современные методы разработки и реализации алгоритмов математических моделей, возникающих в курсе дисциплины;

	Обладает навыками исследований в современной теории групп с использованием алгоритмов с последующей их компьютерной реализацией.
--	--

2 Структура и содержание дисциплины

2.1 Распределение трудоемкости дисциплины по видам работ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетные единицы, распределение часов по видам работ представлено в таблице.

Вид учебной работы		Всего часов	Семестры (часы)			
			6			
Контактная работа, в том числе:						
Аудиторные занятия (всего):		34	34	-		
Занятия лекционного типа		16	16	-	-	-
Лабораторные занятия		18	18	-	-	-
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)		-	-	-	-	-
		-	-	-	-	-
Иная контактная работа:						
Контроль самостоятельной работы (КСР)		4	4	-	-	-
Промежуточная аттестация (ИКР)		0,2	0,2	-	-	-
Самостоятельная работа, в том числе:		33,8	33,8			
Проработка учебного (теоретического) материала		10	10		-	-
Выполнение домашних заданий		10	10		-	-
Реферативный отчет		4	4	-	-	-
Подготовка к текущему контролю		9,8	9,8	-	-	-
Контроль:						
Подготовка к зачёту		-	-	-	-	-
Общая трудоемкость	час.	72	72	-	-	-
	в том числе контактная работа	38,2	38,2	-		
	зач. ед	2	2	-		

2.2 Структура дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы дисциплины, изучаемые в 6 семестре (очная форма)

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1.	Основные понятия теории групп	28	4		4	20
2.	Гомоморфизмы групп	32	6		6	20
3.	Порождающие элементы и определяющие соотношения групп	27,8	6		8	13,8
	<i>ИТОГО по разделам дисциплины</i>	67,8	16		18	33,8
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	4				
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,2				

	Подготовка к текущему контролю					
	Общая трудоемкость по дисциплине	72				

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

2.3 Содержание разделов дисциплины

2.3.1 Занятия лекционного типа

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	Основные понятия теории групп	Алгебраические операции на множествах. Виды группоидов, примеры. Таблица Кэли. Свойства таблицы Кэли группы. Изоморфизмы группоидов, их простейшие свойства. Группа подстановок n -й степени. Умножение подстановок, записанных в цикленном или в перестановочном виде. Алгоритм нахождения изоморфизмов и автоморфизмов конечных групп, заданных таблицей Кэли. Алгоритм построения группы автоморфизмов конечной группы по ее таблице Кэли. Подгруппа, критерий подгруппы. Порядок элемента группы, свойства. Циклическая группа, изоморфизм группе Z или Z_n . Подгруппы циклической группы. Смежные классы группы по подгруппе. Равномощность смежных классов по подгруппе. Равномощность множества правых и множества левых смежных классов по подгруппе. Теорема Лагранжа для конечной группы. Алгоритм нахождения подгрупп конечной группы, заданной таблицей Кэли.	Устный опрос, контролирование подготовки доклада
2	Гомоморфизмы групп	Сопряжение элементов группы, простейшие свойства. Алгоритм сопряжения подстановок, записанных в цикленном виде. Нормальная подгруппа группы, эквивалентные	Устный опрос, контролирование подготовки доклада

		определения. Алгоритм нахождения нормальных подгрупп конечной группы по ее таблице Кэли. Прямое произведение групп (подгрупп). Теорема об инвариантах конечной абелевой группы. Факторгруппа. Алгоритм построения таблицы Кэли факторгруппы. Коммутант и центр группы. Гомоморфизмы групп, их виды. Ядро и образ гомоморфизма. Критерий мономорфизма. Естественный гомоморфизм. Основная теорема о гомоморфизмах групп. Теорема Кэли о представлении конечной группы подстановками. Алгоритм построения регулярного представления группы подстановками.	
3	Порождающие элементы и определяющие соотношения групп	Лемма о пересечении подгрупп. Порождающее множество элементов (под)группы. Теорема о виде элементов подгруппы, порожденной данным множеством элементов группы. Определение свободной группы. Теорема о том, что всякая группа является гомоморфным образом некоторой свободной группы. Понятие об определяющем множестве соотношений. Генетические коды некоторых конечных групп: абелевых групп, группы диэдра D_n, симметрической группы S_n, знакопеременной группы A_n, групп порядков pq, p, p^2 и p^3, где p, q – простые числа. Умножение элементов группы, заданной порождающими элементами и определяющими соотношениями, компьютерная реализация этого процесса. Алгоритм отыскания генетического кода конечной группы методом перечисления смежных классов.	Устный опрос, контролирование подготовки доклада

2.3.2 Занятия семинарского типа

Не предусмотрены.

2.3.3 Лабораторные занятия

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма те- кущего кон- троля
1	Основные понятия теории групп	Проверка свойств группоидов по их таблице Кэли. Алгоритм проверки на изоморфизм группоидов, заданных таблицей Кэли. Умножение подстановок, записанных в цикленном или в перестановочном виде. Алгоритм нахождения изоморфизмов и автоморфизмов конечных групп, заданных таблицей Кэли. Алгоритм построения группы автоморфизмов конечной группы по ее таблице Кэли. Классификация всех группоидов второго порядка. Описание подгрупп группы, заданной таблицей Кэли. Описание подгрупп циклической группы. Разбиение данной группы подстановок на смежные классы по подгруппе.	Проверка домашнего задания, реферативный доклад, контрольная работа
2	Гомоморфизмы групп	Доказательство простейших свойств сопряжения элементов мультипликативной группы. Алгоритм сопряжения подстановок, записанных в цикленном виде. Алгоритм нахождения нормальных подгрупп конечной группы по ее таблице Кэли. Иллюстрация построения прямого (внешнего) произведения групп и (внутреннего) прямого произведения двух подгрупп. Разложение циклической группы в прямое произведение примарных подгрупп. Определение набора инвариантов абелевых групп, заданных в виде прямого произведения циклических подгрупп. Построение таблицы Кэли факторгруппы. Отыскание коммутанта и центр группы подстановок. Построение гомоморфизмов	Проверка домашнего задания, реферативный доклад, контрольная работа

		групп различных видов с указанием их ядра и образа. Иллюстрация основной теоремы о гомоморфизмах групп. Алгоритм построения регулярного представления группы подстановками.	
3	Порождающие элементы и определяющие соотношения групп	Описание подгруппы, порожденной данным множеством элементов группы подстановок, а также группы, заданной таблицей Кэли. Умножение элементов конечно порожденной свободной группы. Понятие об определяющем множестве соотношений группы. Описание генетических кодов некоторых абелевых групп, группы диэдра D_n , симметрической группы S_n , знакопеременной группы A_n , групп порядков pq , p, p^2 и p^3 , где p, q – простые числа. Умножение элементов группы, заданной порождающими элементами и определяющими соотношениями, компьютерная реализация этого процесса. Алгоритм отыскания генетического кода конечной группы методом перечисления смежных классов.	Проверка домашнего задания, реферативный доклад, контрольная работа, зачет

2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы не предусмотрены.

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	Проработка учебного (теоретического) материала	Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 9 от 18 мая 2024 г.
2	Выполнение домашних заданий (решение задач)	Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 9 от 18 мая 2024 г.
3	Подготовка к текущему контролю	Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 9 от 18 мая 2024 г.
4	Промежуточная атте-	Методические указания по выполнению самостоятельной

	стация (зачет)	работы обучающихся. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 9 от 18 мая 2024 г.
--	----------------	---

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3 Образовательные технологии

В ходе изучения дисциплины предусмотрено использование следующих образовательных технологий: лекции, практические занятия, проблемное обучение, самостоятельная работа студентов.

Компетентностный подход в рамках преподавания дисциплины реализуется в использовании интерактивных технологий и активных методов (проектных методик, мозгового штурма, разбора конкретных ситуаций) в сочетании с внеаудиторной работой.

Информационные технологии, применяемые при изучении дисциплины: использование информационных ресурсов, доступных в информационно-телекоммуникационной сети Интернет.

Адаптивные образовательные технологии, применяемые при изучении дисциплины – для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

Вид занятия (Л, ЛЗ)	Используемые интерактивные образовательные технологии	Количество часов
Л	«Циклические группы и их подгруппы» (раздел 1) – лекция в виде презентации.	2
ЛЗ	«Алгоритм построения регулярного представления конечной группы подстановками» (раздел 2) - лабораторное занятие в виде презентации.	2
Л	«Генетический код группы» (раздел 3) – лекция в виде презентации.	2
ЛЗ	«Метод перечисления смежных классов» (раздел 3) – лабораторное занятие в виде презентации.	2

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущей аттестации

Контрольные работы и реферативно-творческие отчеты оцениваются по пятибалльной системе. На лабораторных занятиях контроль осуществляется при ответе у доски и при проверке домашних заданий.

Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

№ п/п	Код и наименование индикатора (в соответствии с п. 1.4)	Результаты обучения (в соответствии с п. 1.4)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1	ИПК-1.1. Способен решать актуальные и важные задачи фундаментальной и прикладной математики	Знает основные понятия и теоремы, применяемые при решении	Доклад	Вопросы к зачету
2		Умеет классифицировать задачи	контрольная работа	Вопросы к зачету
3		Обладает навыками построения математической теории с целью ее использования для решения задач	Доклад	Вопросы к зачету
4	ИПК-5.1 Анализирует поставленные задачи и выбирает эффективные математические методы при создании алгоритмов и программ для решения современных задач математики и механики	Знает возможные приложения задач с параметром	контрольная работа	Вопросы к зачету
5		Умеет использовать приобретенные знания в последующих научных исследованиях	Доклад	Вопросы к зачету
6		Имеет навыки решения задач с параметром	Доклад, контрольная работа	Вопросы к зачету

4.1.1 Примерные контрольные работы

Контрольная работа № 1

$a \quad a \quad b$

1. По таблице Кэли $a \quad b \quad c$ группоида $G = \{a, b, c\}$ определите его вид (группоид с единицей, коммутативный группоид, полугруппа, моноид, группа, абелева группа).
 $b \quad c \quad c$
2. Найдите вид подстановки $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 6 & 4 & 5 & 1 & 8 & 7 & 2 \end{pmatrix}^{-4321}$ в группе S_8 .
3. Группу $G = \{e, (1234), (1432), (13)(24), (14)(23), (12)(34), (13), (24)\}$ разбейте на правые смежные классы по подгруппе $H = \{e, (12)(34)\}$.
4. Подгруппа группы, критерий подгруппы (теория).

Контрольная работа №2

1. Сопрягите в группе S_9 подстановку $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 5 & 1 & 6 & 9 & 8 & 4 & 7 & 2 \end{pmatrix}$ с помощью подстановки $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 3 & 5 & 1 & 6 & 4 & 8 & 9 & 2 \end{pmatrix}$ двумя способами (по определению и по алгоритму).
2. Среди двух данных подгрупп A и B группы G выбрать являющуюся нормальной и построить таблицу Кэли факторгруппы группы G по выбранной подгруппе, где $G = S_3$, $A = \{e, (12)\}$ и $B = \{e, (123), (132)\}$.
3. Укажите регулярное представление подстановками абелевой группы, которая имеет следующую систему инвариантов: 2, 4.
4. Образ и ядро гомоморфизма групп, основные утверждения, связанные с этими понятиями (теория).

Контрольная работа №3

1. Установить генетический код из двух слов для абелевой группы, разложимой в прямое произведение циклических подгрупп порядков 6, 10 и 20.
2. В группе диэдра $D_7 = \langle a, b | a^7 = b^2 = 1, bab = a^{-1} \rangle$ для некоторых чисел $x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ и $y \in \{0, 1\}$ выполняется равенство $a^x b^y = (ba^2)^3$. Найдите пару $(x; y)$.
3. В группе $G = \langle a, b | a^9 = b^3 = 1, b^{-1}ab = a^4 \rangle$ найдите элементы центра.
4. Теорема о виде элементов подгруппы, порожденной данным множеством элементов группы (теория).

4.1.2 Примерные темы реферативно-творческих отчетов

1. Описание свойств бинарной операции по таблице Кэли группоида. Алгоритм Лайта проверки ассоциативности группоида (построение блок-схемы или написание программы).
2. Алгоритм описания таблиц Кэли всех группоидов, изоморфных данному по его табли-

- це Кэли (построение блок-схемы или написание программы).
3. Алгоритм описания всех автоморфизмов группоида по его таблице Кэли (построение блок-схемы или написание программы).
 4. Алгоритм построения таблиц Кэли симметрической группы и знакопеременной группы подстановок (построение блок-схемы или написание программы).
 5. Алгоритм нахождения подгрупп конечной группы, заданной таблицей Кэли (построение блок-схемы или написание программы).
 6. Алгоритм проверки на подгруппу и на нормальную подгруппу заданного подмножества элементов группы с известной таблицей Кэли (построение блок-схемы или написание программы).
 7. Алгоритм разбиения множества элементов группы с известной таблицей Кэли на смежные классы по заданной подгруппе (построение блок-схемы или написание программы).
 8. Алгоритм построения таблицы Кэли факторгруппы по заданной нормальной подгруппе конечной группы (построение блок-схемы или написание программы).
 9. Алгоритмы построения таблиц Кэли по генетическому коду для группы диэдра D_n и для группы порядка pq , где n – натуральное число и p, q – различные простые числа (построение блок-схемы или написание программы).
 10. Алгоритмы построения таблиц Кэли по генетическому коду для всех попарно неизоморфных групп 8-го порядка (построение блок-схемы или написание программы).
 11. Алгоритмы построения таблиц Кэли по генетическому коду для неабелевых групп порядка p^3 , где p – нечетное простое число (построение блок-схемы или написание программы).
 12. Алгоритм перечисления смежных классов группы по подгруппе (построение блок-схемы или написание программы).

4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация проводится в форме зачета.

4.2.1 Список теоретических вопросов (для контрольных работ и зачета)

1. Алгебраическая операция. Группоиды, их виды. Примеры.
2. Таблица Кэли группоида. Свойства таблицы Кэли группы.
3. Изоморфизм группоидов, примеры на группоидах, заданных таблицами Кэли.
4. Автоморфизм группоида. Нахождение автоморфизмов группоида, заданного таблицей Кэли.
5. Отображения множеств, их виды. Умножение отображений.
6. Симметрическая группа подстановок n -й степени.
7. Подгруппа группы, критерий подгруппы.
8. Порядок элемента группы, свойства.
9. Изоморфизм циклической группы одной из групп: Z или Z_n .
10. Подгруппы циклической группы.
11. Смежные классы группы по подгруппе, простейшие свойства.
12. Равномощность смежных классов группы по одной и той же подгруппе (доказательство и иллюстрация на примере).
13. Равномощность множества левых смежных классов и множества правых смежных классов по одной и той же подгруппе (доказательство).

14. Теорема Лагранжа для конечных групп.
15. Сопряжение элементов группы. Свойства. Классы сопряженности.
16. Нормальная подгруппа группы, эквивалентные определения и примеры.
17. Прямое произведение групп (подгрупп).
18. Система инвариантов конечной абелевой группы.
19. Факторгруппа.
20. Коммутант и центр группы, некоторые связанные с ними утверждения.
21. Гомоморфизмы групп, их виды.
22. Образ и ядро гомоморфизма, основные утверждения, связанные с этими понятиями.
23. Понятие об изоморфном вложении групп, критерий мономорфизма.
24. Естественный гомоморфизм группы. Основная теорема о гомоморфизмах групп.
25. Теорема Кэли о представлении конечной группы подстановками.
26. Понятие о порождающем множестве элементов (под)группы.
27. Теорема о виде элемента подгруппы, порожденной данным множеством элементов группы.
28. Понятие о свободной группе.
29. Теорема о том, что всякая группа является гомоморфным образом некоторой свободной группы.
30. Понятие об определяющем множестве соотношений группы с иллюстрацией на примерах.
31. Генетические коды следующих групп: конечной абелевой группы с заданной системой инвариантов, группы диэдра D_n .
32. Генетические коды симметрической группы подстановок S_n и знакопеременной группы подстановок A_n ($n > 2$).
33. Генетические коды всех групп восьмого порядка.
34. Генетические коды групп порядков p , p^2 и pq , где p и q – различные простые числа.
35. Генетические коды групп порядков p^3 , где p – нечетное простое число.
36. Иллюстрация метода перечисления смежных классов при нахождении кода группы кватернионов восьмого порядка.

4.2.2 Список типовых практических заданий (для лабораторных занятий, контрольных работ и зачета)

1. По таблице Кэли группоида $G = \{a, b, c\}$ определите его вид:

a	a	b	a	a	a	c	a	b			
a)	a	a	b	b)	a	b	c	c)	b	c	a
	b	b	c		b	c	b		a	b	c
2. Среди группоидов $G_1 = \{a_1, b, c_1\}$, $G_2 = \{a_2, b_2, c_2\}$ и $G_3 = \{a_3, b_3, c_3\}$ найдите два изоморфных и опишите изоморфизм одного из них на другой, если известно, что таблицы Кэли этих трех группоидов имеют вид:

$$\begin{array}{cccccccc} c_1 & a_1 & b_1 & b_2 & a_2 & c_2 & b_3 & c_3 & a_3 \\ a_1 & b_1 & c_1 & c_2 & b_2 & a_2 & \text{и} & c_3 & a_3 & b_3. \\ b_1 & c_1 & a_1 & a_2 & c_2 & b_2 & & a_3 & b_3 & c_3 \end{array}$$

3. Описать автоморфизмы группоида $G = \{a, b, c\}$, таблица Кэли которого имеет вид:

$$\begin{array}{ccc} a & b & c \\ b & c & a. \\ c & a & b \end{array}$$

4. В группе S_5 вычислите $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}^{-2013}$.
5. Доказать, что указанное множество относительно указанной операции является группой: а) множество K^* обратимых элементов ассоциативного кольца K с единицей относительно операции умножения; б) множество $Q_p = \{m/p^n \mid m, n \in \mathbb{Z}\}$ p -ичных дробей относительно операции сложения чисел.
6. Доказать, что указанное множество относительно указанной операции является группой: а) множество $GL_n(K)$ всех обратимых матриц порядка n ($n \in \mathbb{N}$) над коммутативным ассоциативным кольцом с единицей K относительно операции умножения матриц; б) множество $\sqrt[n]{1}$ всех комплексных корней n -ой степени из единицы ($n \in \mathbb{N}$) относительно операции умножения комплексных чисел.
7. Доказать, что в мультипликативной группе G а) для элементов $a, b \in G$ при условии, что порядок элемента ab конечен выполняется равенство $|ab| = |ba|$; б) если для любого $g \in G$ порядок g не более двух, то G – абелева группа.
8. Опишите все подгруппы циклической группы Z_{18} .
9. Сколько подгрупп имеет циклическая группа Z_{288} ?
10. Группу S_3 разбейте на правые смежные классы по подгруппе $H = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.
11. Разбейте группу A_4 на левые смежные классы по подгруппе $\{e, (123), (132)\}$.
12. Опишите все подгруппы группы $G = \{e, a, b, c\}$, таблица Кэли которой имеет вид:
- $$\begin{array}{cccc} e & a & b & c \\ a & e & c & b \\ b & c & e & a. \\ c & b & a & e \end{array}$$
13. Найдите двумя способами (по определению и по алгоритму) в S_5 подстановку, сопряженную к подстановке $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ с помощью подстановки $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}$.
14. Разбить группу G на классы сопряженности, если а) $G=S_4$; б) $G=A_4$.
15. В группе S_3 указать все подгруппы, которые не являются нормальными.
16. В группе A_4 указать все подгруппы, которые являются нормальными.
17. Построить таблицу Кэли прямого произведения групп $G_1 = \{a_1, b\}$ и $G_2 = \{a_2, b_2\}$, зная их таблицы Кэли
- $$\begin{array}{cc} a_1 & b_1 & a_2 & b_2 \\ b_1 & a_1 & b_2 & a_2 \end{array}.$$
18. Укажите все возможные способы разложения группы подстановок $V = \{e, (12)(34), (13)(24), (14)(23)\}$ в прямое произведение двух неединичных подгрупп.
19. Найдите инварианты абелевой группы, которая изоморфна группе вида $Z_{12} \times Z_{18} \times Z_{10}$.

20. Постройте таблицу Кэли факторгруппы группы A_4 по подгруппе $V = \{e, (12)(34), (13)(24), (14)(23)\}$.
21. Найдите центр группы D подстановок четвертой степени, где $D = \{e, (1234), (1432), (13)(24), (14)(23), (12)(34), (13), (24)\}$.
22. Укажите все элементы группы подстановок четвертой степени $D = \{e, (1234), (1432), (13)(24), (14)(23), (12)(34), (13), (24)\}$, которые являются коммутаторами.
23. Рассматриваются две мультипликативные группы S_3 и $\{-1; 1\}$. Докажите, что отображение из S_3 в $\{-1; 1\}$, ставящее в соответствие четным подстановкам число 1, а нечетным – число (-1) , является гомоморфизмом. Найдите его ядро и образ, а также определите вид этого гомоморфизма.
24. Постройте регулярное представление подстановками группы $Z_2 \times Z_4$.
25. Доказать, что для аддитивных групп Z , Z_n и Q выполняются равенства: $Z = \langle 1 \rangle$; $Z_n = \langle 1+nZ \rangle$ и $Q = \langle 1/n \mid n \in \mathbb{N} \rangle$.
26. Показать, что $S_n = \langle (12); (13); \dots; (1n) \rangle = \langle (12); (12\dots n) \rangle$ при $n > 1$.
27. Доказать, что $A_n = \langle (i j k) \mid 1 \leq i < j < k \leq n \rangle = \langle (1 2 k) \mid 3 \leq k \leq n \rangle$ при $n > 2$.
28. Доказать, что $H = \{x^2 \mid x \in A_n\}$ является подгруппой группы A_n тогда и только тогда, когда $1 \leq n \leq 3$.
29. Найдите регулярное представление подстановками матричной группы $G = \langle \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \rangle$.
30. Найти центр и коммутант группы A_5 .
31. Укажите какой-нибудь генетический код группы $Z_2 \times S_3$.
32. В группе диэдра $D_5 = \langle a, b \mid a^5 = b^2 = 1, bab = a^{-1} \rangle$ решите уравнение $a^x b^y = a^2 b^3 a^4$ с неизвестными $x \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$ и $y \in \{0, 1\}$.
33. В группе кватернионов $H_0 = \langle a, b \mid a^4 = 1, a^2 = b^2, b^{-1}ab = a^{-1} \rangle$ решите уравнение вида $a^x b^y = (ba^3)^5$ с неизвестными $x \in \{0, 1, 2, 3\}$ и $y \in \{0, 1\}$.
34. Постройте таблицу Кэли факторгруппы G/H , где $H = \langle a \rangle$ и $G = \langle a, b \mid a^7 = b^3 = 1, b^{-1}ab = a^4 \rangle$.
35. Найдите центр группы $G = \langle a, b \mid a^{25} = b^5 = 1, b^{-1}ab = a^6 \rangle$.
36. Найдите коммутант группы $G = \langle a, b \mid a^9 = b^3 = 1, b^{-1}ab = a^4 \rangle$.
37. Сколько элементов второго порядка содержит группа диэдра восьмого порядка D_4 ? А сколько группа кватернионов H_0 ?
38. Поэлементно перечислить классы сопряженности группы диэдра D_3 .
39. Методом перечисления смежных классов покажите, что соотношения $x^3 = y^2 = (xy)^3 = 1$ являются генетическим кодом группы A_4 .
40. Методом перечисления смежных классов покажите, что соотношения $x^2 = y^2 = (xy)^4 = 1$ являются генетическим кодом группы D_4 .

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

5.1 Основная литература:

1. Каргаполов, М. И. Основы теории групп / М. И. Каргаполов, Ю. И. Мерзляков. — 7-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2024. — 288 с. — ISBN 978-5-507-49012-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/367511> .
2. Ляпин, Е. С. Упражнения по теории групп : учебное пособие / Е. С. Ляпин, А. Я. Айзенштат, М. М. Лесохин. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 272 с. — ISBN 978-5-8114-1015-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210428>

5.2 Дополнительная литература:

1. Ляпин Е.С. Курс высшей алгебры [Электронный ресурс]. - СПб.: Лань, 2009. - URL: <http://e.lanbook.com/view/book/246/>
2. Биркгоф, Г. Современная прикладная алгебра / Г. Биркгоф, Т. Барти ; пер. с англ. Ю.И. Манина. - Москва : Мир, 1976. - 400 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=464046>.
3. Холл, М. Комбинаторный анализ / М. Холл ; К.А. Рыбников. - Москва : Издательство иностранной литературы, 1963. - 71 с. - (Библиотека сборника "Математика"). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454806>.
4. Холл, М. Теория групп / М. Холл ; пер. с англ. Н.В. Дюмина, З.П. Жилинского ; под ред. Л.А. Калужнина. - Москва : Издательство иностранной литературы, 1962. - 467 с. : ил. ; [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=464057>.

5.3. Интернет-ресурсы, в том числе современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Электронно-библиотечные системы (ЭБС):

1. ЭБС «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
2. ЭБС «УНИВЕРСИТЕТСКАЯ БИБЛИОТЕКА ОНЛАЙН» www.biblioclub.ru
3. ЭБС «BOOK.ru» <https://www.book.ru>
4. ЭБС «ZNANIUM.COM» www.znanium.com

5. ЭБС «ЛАНЬ» <https://e.lanbook.com>

Профессиональные базы данных:

1. Web of Science (WoS) <http://webofscience.com/>
2. Scopus <http://www.scopus.com/>
3. ScienceDirect www.sciencedirect.com
4. Журналы издательства Wiley <https://onlinelibrary.wiley.com/>
5. Научная электронная библиотека (НЭБ) <http://www.elibrary.ru/>
6. Полнотекстовые архивы ведущих западных научных журналов на Российской платформе научных журналов НЭИКОН <http://archive.neicon.ru>
7. Национальная электронная библиотека (доступ к Электронной библиотеке диссертаций Российской государственной библиотеки (РГБ) <https://rusneb.ru/>
8. Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина <https://www.prilib.ru/>
9. Электронная коллекция Оксфордского Российского Фонда <https://ebookcentral.proquest.com/lib/kubanstate/home.action>
10. Springer Journals <https://link.springer.com/>
11. Nature Journals <https://www.nature.com/siteindex/index.html>
12. Springer Nature Protocols and Methods
13. Springer Materials <http://materials.springer.com/>
14. zbMath <https://zbmath.org/>
15. Nano Database <https://nano.nature.com/>
16. Springer eBooks: <https://link.springer.com/>
17. "Лекториум ТВ" <http://www.lektorium.tv/>
18. Университетская информационная система РОССИЯ <http://uisrussia.msu.ru>

Информационные справочные системы:

1. Консультант Плюс - справочная правовая система (доступ по локальной сети с компьютеров библиотеки)

Ресурсы свободного доступа:

1. Американская патентная база данных <http://www.uspto.gov/patft/>
2. Полные тексты канадских диссертаций <http://www.nlc-bnc.ca/thesescanada/>
3. КиберЛенинка (<http://cyberleninka.ru/>);
4. Министерство науки и высшего образования Российской Федерации <https://www.minobrnauki.gov.ru/>;
5. Федеральный портал "Российское образование" <http://www.edu.ru/>;
6. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" <http://window.edu.ru/>;
7. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов <http://school-collection.edu.ru/> .
8. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (<http://fcior.edu.ru/>);
9. Проект Государственного института русского языка имени А.С. Пушкина "Образование на русском" <https://pushkininstitute.ru/>;
10. Справочно-информационный портал "Русский язык" <http://gramota.ru/>;
11. Служба тематических толковых словарей <http://www.glossary.ru/>;
12. Словари и энциклопедии <http://dic.academic.ru/>;
13. Образовательный портал "Учеба" <http://www.ucheba.com/>;
14. Законопроект "Об образовании в Российской Федерации". Вопросы и ответы http://xn--273--84d1f.xn--plai/voprosy_i_otvety

Собственные электронные образовательные и информационные ресурсы

КубГУ:

1. Среда модульного динамического обучения <http://moodle.kubsu.ru>
2. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций <http://mschool.kubsu.ru/>

3. Библиотека информационных ресурсов кафедры информационных образовательных технологий <http://mschool.kubsu.ru/>;
4. Электронный архив документов КубГУ <http://docspace.kubsu.ru/>
5. Электронные образовательные ресурсы кафедры информационных систем и технологий в образовании КубГУ и научно-методического журнала "ШКОЛЬНЫЕ ГОДЫ" <http://icdau.kubsu.ru/>

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Самостоятельная работа студента включает в себя повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным занятиям, к контрольным работам и к зачету. Такой вид СР контролируется в ходе проверки домашних заданий, заданий контрольных работ и в ходе зачета. Предполагается самостоятельное изучение студентами теоретического материала по темам реферативно-творческих отчетов, указанных в пункте 4.1.2. Контроль осуществляется во время консультаций (вызывных или по желанию студента), а также на лабораторных занятиях.

Виды самостоятельной работы

Обязательными при изучении дисциплины «Элементы комбинаторной теории групп» являются следующие виды самостоятельной работы:

- разбор и самостоятельное изучение теоретического материала по конспектам лекций и по учебным пособиям из списка источников литературы;
- самостоятельное решение задач по темам лабораторных занятий;
- подготовка к контрольным работам;
- подготовка к реферативному докладу;
- подготовка к зачету.

7.1. Методические указания к самостоятельному изучению студентами теоретического материала

Для подготовки к ответам на теоретические вопросы в ходе контрольных работ и на зачете студентам достаточно использовать материал лекций. Теоретический материал содержится в учебных пособиях из списка основной литературы 1 – 2. Для изучения теоретического материала, необходимого для подготовки реферативного доклада, кроме основных источников литературы возможно использование дополнительных источников и Интернет-ресурса. В случае затруднений, возникающих у студентов в процессе самостоятельного изучения теории, преподаватель разъясняет сложные моменты на консультациях.

7.2. Методические указания к самостоятельной подготовке студентов для выполнения практических заданий лабораторных занятий

Для выполнения домашнего практического задания необходимо разобрать материал по соответствующей теме лабораторного занятия. При этом используются указания, данные преподавателем в ходе занятия, а также теоретико-практический материал, имеющийся в источниках из списка основной литературы. Если студент не смог понять приведенный в указанных источниках разбор типовых примеров в той степени, чтобы само-

стоятельно использовать предложенный алгоритм для решения задания, то он может получить консультацию преподавателя.

7.3. Методические указания к самостоятельной подготовке студентов к выполнению контрольных работ

В течение семестра проводятся три контрольных работы, каждая из которых длится 45 минут и состоит из трех практических и одного теоретического задания. Тематика трех контрольных работ соответствует тематике трех содержательных разделов дисциплины: основные понятия теории групп, гомоморфизмы групп, порождающие элементы и определяющие соотношения групп (пункт 2.2). Каждое задание оценивается по пятибалльной шкале, высокая оценка ставится при получении не менее 16 баллов, нижний порог успешности составляет 7 баллов. Для подготовки к контрольной работе необходимо выполнять задания в ходе лабораторных занятий, а также домашние задания. В процессе самоподготовки студенту желательно ознакомиться с разбором опорных по рассматриваемым темам задач, имеющихся в пособиях из списка литературы. Выше в пункте 4.2.2 приведен список заданий, который включает в себя все типы практических заданий контрольных работ.

7.4. Методические рекомендации к самостоятельной подготовке студентов к реферативно-творческому отчету

Каждый студент должен подготовить в течение семестра реферативно-творческий отчет по одной из тем, предназначенной для самостоятельного изучения. Для подготовки отчета желательно кроме основных источников литературы использовать дополнительные источники, а также Интернет-ресурс. Отчет готовится в письменной форме и может быть представлен студентом на лабораторном занятии в виде доклада у доски или в виде презентации. Оформление письменного отчета должно удовлетворять требованиям: а) текст набирается 14 шрифтом на бумаге формата А 4; б) на титульном листе кроме темы также указывается факультет, направление (бакалавриат), курс, группа, ФИО студента; в) содержание материала по объему составляет 4-5 страниц; г) список литературы содержит не менее двух источников (возможно из списка литературы в пункте 5). Темой каждого студенческого отчета является некоторый алгоритм решения определенной задачи комбинаторной теории групп. Отчет состоит из двух частей: первой – реферативной, в которой подробно с точки зрения теории, имеющейся в источниках литературы, описывается соответствующий алгоритм; второй – творческой, в которой студент самостоятельно (возможно, консультируясь у преподавателя) строит блок-схему для алгоритма или даже на одном из языков программирования самостоятельно пишет программу. В случае написания программы, студент иллюстрирует ее работу на лабораторном занятии (с использованием ноутбука или в компьютерном классе). Отчет, состоящий только из реферативной части оценивается удовлетворительной оценкой, состоящий из реферативной части и содержащий верную блок-схему, – хорошей оценкой, имеющий самостоятельно полученную рабочую программу на одном из языков программирования, - отличной оценкой (при наличии программы объем письменного отчета может быть более 5 страниц).

7.5. Методические указания к самостоятельной подготовке студентов к зачету

Согласно учебному плану дисциплины «Элементы комбинаторной теории групп» итоговой формой контроля является зачет. Для сдачи зачета студент должен научиться на лабораторных занятиях решать практические задания по темам разделов 1-3, выполнять домашние задания, а также успешно выполнить три контрольные работы. Типы практических заданий на зачет соответствуют заданиям из пункта 4.2. Также на зачете студентам предлагаются и теоретические задания, состоящие в письменном ответе на один из вопросов, приведенных в пункте 4.2. Количество практических и теоретических заданий зависит от активности и результативности работы студента в течение семестра. Если при условии хорошей посещаемости и активной работы на занятиях студент по трем контрольным работам и реферативно-творческому отчету заслужил высокие оценки, то он автоматически получает зачет.

8 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
1	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, специально оборудованная мультимедийными демонстрационными комплексами, учебной мебелью
2	Семинарские занятия	Специальное помещение, оснащенное учебной мебелью, презентационной техникой (проектор, экран, ноутбук) и соответствующим программным обеспечением (ПО).
3	Лабораторные занятия	Помещение для проведения лабораторных занятий оснащенное учебной мебелью, доской, маркером или мелом
4	Групповые (индивидуальные) консультации	Помещение для проведения групповых (индивидуальных) консультаций, учебной мебелью, доской, маркером или мелом
5	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Помещение для проведения текущей и промежуточной аттестации, оснащенное учебной мебелью.
6	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета

РЕЦЕНЗИЯ

на рабочую программу дисциплины «Элементы комбинаторной теории групп» по направлению 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» (уровень бакалавриата) по профилю подготовки «Алгебра, теория чисел и дискретный анализ», подготовленную доцентом кафедры функционального анализа и алгебры КубГУ кандидатом физ.-мат. наук Титовым Г.Н.

Рабочая программа содержит: цели и задачи освоения дисциплины; место дисциплины в структуре ООП ВО; требования к результатам освоения содержания дисциплины; структуру и содержание дисциплины; образовательные технологии; оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов; учебно-методическое, информационное и материально-техническое обеспечение дисциплины.

Название и содержание рабочей программы дисциплины соответствует ФГОС ВО по направлению 02.03.01 Математика и компьютерные науки (квалификация (уровень бакалавриата)) по профилю подготовки «Алгебра, теория чисел и дискретный анализ».

Дисциплина базируется на знаниях, приобретенных студентами в течение четырех семестров при изучении курса «Фундаментальная и компьютерная алгебра». В процессе изучения дисциплины вырабатываются общие компетенции: способность к самоорганизации и самообразованию (ОК-7), вырабатываются обще профессиональные компетенции: готовность использовать полученные фундаментальные знания по структурной теории групп в области алгебры в будущей профессиональной деятельности (ОПК 1), а также вырабатываются профессиональные компетенции: способность математически корректно ставить естественно научные задачи, знание постановок классических задач математики (ПК-2). При освоении дисциплины кроме указанных компетенций также вырабатывается общематематическая культура: умение логически мыслить, проводить доказательства, устанавливать связи между понятиями и между утверждениями, применять полученные знания для решения задач, связанных с приложениями алгебраических методов, приобретение навыков алгоритмического мышления. Знания, полученные при изучении дисциплины, необходимы для подготовки по указанному выше профилю.

Считаю, что рабочая программа дисциплины «Элементы комбинаторной теории групп» соответствует государственным требованиям к минимуму содержания и уровню подготовки выпускников по направлению 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» (уровень бакалавриата) по профилю подготовки «Алгебра, теория чисел и дискретный анализ».

Доцент кафедры информационных технологий Куб ГУ,
кандидат физ.-мат. наук, доцент Гаркуша О.В.

