МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по учебной работе, качеству образования – первый проректор
__________________ Т.А. Хагуров
подпись

«30» мая 2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Б1.О.18 ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ И КОМПЬЮТЕРНАЯ АЛГЕБРА

Направление подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль) Вычислительные, программные, информационные системы и компьютерные технологии
Математическое и компьютерное моделирование
Современная алгебра и криптография

Форма обучения очная

Квалификация бакалавр

Краснодар 2025

Рабочая программа дисциплины «ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ И КОМПЬЮТЕРНАЯ АЛГЕБРА» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Программу составили:
Г.Н. Титов, канд. физ.-мат. наук, доцент Титов

Рабочая программа дисциплины «ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ И КОМПЬЮТЕРНАЯ АЛГЕБРА» утверждена на заседании кафедры функционального анализа и алгебры «13» мая 2025 г., протокол № 11
Заведующая кафедрой Барсукова В.Ю.

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук «14» мая 2025 г, протокол № 4.

Председатель УМК факультета Шмалько С.П.

Рецензенты:
Сергеев А.Э., доцент кафедры компьютерных технологий и систем ФГБОУ ВО «Кубанский государственный аграрный университет», кандидат физ.–мат. наук, доцент;
Гаркуша О.В., доцент кафедры информационных технологий ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет», кандидат физ.-мат. наук, доцент.

1. Цели и задачи изучения дисциплины.

1.1. Цель освоения дисциплины

Формирование у студентов факультета математики и компьютерных наук (направления 02.03.01) базовых знаний по фундаментальной и компьютерной алгебре в течение первых четырех семестров.

1.2. Задачи дисциплины

Получение основных теоретических сведений, развитие познавательной деятельности и приобретение практических навыков работы с понятиями по следующим разделам алгебры: системы линейных уравнений, матрицы и действия над ними, определители, комплексные числа, многочлены, алгебраические системы (группы, кольца, векторные пространства, алгебры), конечномерные векторные пространства, линейные отображения векторных пространств, инвариантные подпространства линейных операторов, жорданова нормальная форма матрицы линейного оператора, сопряженное отображение, канонический вид матриц линейных (нормального, самосопряженного, ортогонального или унитарного) операторов, квадратичные формы, элементы теории чисел, и теории конечных полей, основы теории групп, действия групп на множествах, факторгруппы и гомоморфизмы групп.

1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина (Б1.О.18) «Фундаментальная и компьютерная алгебра» по направлению 02.03.01 Математика и компьютерные науки (уровень бакалавриата) относится к обязательной части первого блока учебного плана, являющегося структурным элементом ООП ВО. Дисциплина изучается с 1-го по 4-й семестры, знания, полученные в процессе ее изучения, используются в аналитической геометрии, математическом анализе, функциональном анализе, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнениях, дискретной математике и математической логике, теории чисел, методах оптимизации и др.. Слушатели в первом семестре должны владеть математическими знаниями в рамках программы средней школы, а слушатели во 2-м, 3-м и 4-м семестрах – знаниями, полученными по данной дисциплине, в предыдущих семестрах.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

При освоении дисциплины «Фундаментальная и компьютерная алгебра» вырабатывается общематематическая культура: умение логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями, применять полученные знания для решения алгебраических задач и задач, связанных с компьютерными приложениями алгебраических методов. Получаемые знания лежат в основе математического образования и необходимы для понимания и освоения всех курсов математики.

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций: ОПК-1, ПК-1, ПК-2.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
ОПК-1. Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
ИОПКБ-1.1 Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых математических и естественнонаучных дисциплин.	ИОПКБ-1.1.З-1. Знает основные понятия и теоремы курса в достаточной мере, чтобы их использовать для решения типовых задач по дисциплине.
	ИОПКБ-1.1У-1. Умеет использовать приобретенные знания в процессе изучения дисциплины для выработки плана пошагового решения задач разного уровня.
	ИОПКБ-1.1У-2. Владеет навыками выполнения стандартных действий, позволяющих сводить решение сложной задачи по дисциплине к решению простейших типовых задач.
ИОПКБ-1.2. Владеет фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.	ИОПКБ-1.2. З-1. Знает определённые понятия и утверждения курса в объёме, достаточном для успешного прохождения текущей и промежуточной аттестаций по дисциплине.
	ИОПКБ-1.2. У-1. Умеет приобретать и использовать фундаментальные знания по дисциплине в процессе решении практических заданий.
	ИОПКБ-1.2.У-2. Владеет фундаментальными знаниями, полученными в рамках изучаемой дисциплины.
ПК-1. Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий.	
ИПКБ-1.1. Способен решать актуальные и важные задачи фундаментальной и прикладной математики	ИПКБ-1.1. З-1. Знает необходимые понятия и утверждения курса фундаментальной и компьютерной алгебры для решения типовых задач этого курса.
	ИПКБ-1.1. У-1. Умеет, используя специальные знания в ходе изучения дисциплины, находить подходы к решению практических заданий по этой дисциплине.
	ИПКБ-1.1. У-2. Владеет алгоритмическими навыками решения определённых практических заданий курса фундаментальной и компьютерной алгебры.
ИПКБ-1.4. Собирает и анализирует научно-техническую информацию с учётом базовых представлений, полученных в области фундаментальной математики, механики, естественных наук, программирования и информационных технологий.	ИПКБ-1.4. З-1. Знает методы сбора информации, необходимой для успешного усвоения курса фундаментальной и компьютерной алгебры.
	ИПКБ-1.4. У-1. Умеет анализировать собираемую научную и учебную информацию с учётом базовых представлений, полученных в области фундаментальной алгебры.
	ИПКБ-1.4. У-2. Владеет навыками оценивания приоритетности содержательных элементов информации, с учётом базовых представлений, полученных в ходе изучения дисциплины.
ПК-2. Способен публично представлять собственные и известные научные результаты	
ИПКБ -2.1. Демонстрирует навыки логичного и последовательного изложения материала научного исследования в устной и письменной форме.	ИПКБ – 2.1. З-1 Знает алгебраическую и компьютерную алгоритмическую терминологию в достаточной мере для изложения основных положений курса фундаментальной и компьютерной алгебры.
	ИПКБ -2.1. У-1. Умеет излагать содержательный материал дисциплины последовательно и логично.
	ИПКБ -2.1. У-2. Владеет навыками упорядочивания положений излагаемого материала таким образом, чтобы каждое новое положение являлось логическим следствием предыдущих.
ИПКБ -2.2. Конструирует предметное содержание и адаптирует его в соответствии с особенностями целевой аудитории.	ИПКБ – 2.2.З-1. Знает различные способы изложения заданного материала дисциплины в зависимости от уровня подготовки слушателей.
	ИПКБ -2.2. У-1. Умеет адаптировать предметное содержание излагаемого материала в соответствии с особенностями целевой аудитории.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
	ИПКБ -2.2. У-2. 2 Владеет навыками конструирования содержательной части материала с целью более доступного его изложения.

Результаты обучения по дисциплине достигаются в рамках осуществления всех видов контактной и самостоятельной работы обучающихся в соответствии с утвержденным учебным планом.

Индикаторы достижения компетенций считаются сформированными при достижении соответствующих им результатов обучения.

2 Структура и содержание дисциплины

2.1 Распределение трудоемкости дисциплины по видам работ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 16 зачетных единиц (576 часов, из них контактных 277,2 часа: лекционных занятий 122 часов, лабораторных занятий 140 часов, КСР 14 часов, ИКР 1,2 часа; самостоятельная работа 129 часов; подготовка к экзаменам 169,8 часа), их распределение по видам работ представлено в таблице.

Вид учебной работы		Всего часов	Семестры (часы)			
			1	2	3	4
Контактная работа, в том числе:		**277,2**	**70,3**	**78,3**	**72,3**	**56,3**
Аудиторные занятия (всего):		**262**	**68**	**72**	**68**	**54**
Занятия лекционного типа		122	34	36	34	18
Лабораторные занятия		140	34	36	34	36
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)		-	-	-	-	-
		-	-	-	-	-
Иная контактная работа:		**15,2**	**2,3**	**6,3**	**4,3**	**2,3**
Контроль самостоятельной работы (КСР)		14	2	6	4	2
Промежуточная аттестация (ИКР)		1,2	0,3	0,3	0,3	0,3
Самостоятельная работа, в том числе:		**129**	**20**	**48**	**36**	**25**
- разбор и самостоятельное изучение теоретического материала по конспектам лекций и по учебным пособиям из списка источников литературы;		40	8	14	10	8
- самостоятельное решение задач по темам лабораторных занятий;		45	8	18	12	7
- подготовка к реферативному докладу (третий и четвертый семестры)		10	0	0	4	6
Подготовка к текущему контролю (к контрольным работам и коллоквиумам)		34	4	16	10	4
Контроль:		**169,8**	**53,7**	**53,7**	**35,7**	**26,7**
Подготовка к экзамену		169,8	53,7	53,7	35,7	26,7
Общая трудоемкость	**час.**	**576**	**144**	**180**	**144**	**108**
	в том числе контактная работа	**261,2**	**70,3**	**78,3**	**56,3**	**56,3**
	зач. ед	**16**	**4**	**5**	**4**	**3**

2.2 Содержание дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

2.2.1 Разделы дисциплины, изучаемые в 1-м семестре *(очная форма)*

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеауди-торная работа
			Л	ПЗ	ЛР	СРС
1	2	3	4	5	6	7
1	Системы линейных уравнений	26	10	-	10	6
2	Матрицы	20	8	-	8	4
3	Определители	26	10	-	10	6
4	Отображения множеств	16	6	-	6	4
	ИТОГО по разделам дисциплины в 1-м семестре:	**88**	**34**	**-**	**34**	**20**
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	2				
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,3				
	Подготовка к экзамену	53,7				
	Общая трудоемкость по дисциплине в 1-м семестре	**144**				

2.2.2 Разделы дисциплины, изучаемые во 2-м семестре *(очная форма)*

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеауди-торная работа
			Л	ПЗ	ЛР	СРС
1	2	3	4	5	6	7
5	Алгебраические системы	28	8	-	8	12
6	Комплексные числа	26	8	-	8	10
7	Многочлены	34	10	-	10	14
8	Векторные пространства	32	10	-	10	12
	ИТОГО по разделам дисциплины во 2-м семестре:	**120**	**36**	**-**	**36**	**48**
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	6				
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,3				
	Подготовка к экзамену	53,7				
	Общая трудоемкость по дисциплине во 2-м семестре	**180**				

2.2.3 Разделы дисциплины, изучаемые в 3-м семестре *(очная форма)*

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	СРС
1	2	3	4	5	6	7
9	Евклидово и унитарное пространства	26	8	-	8	10
10	Линейные отображения векторных пространств	30	10	-	10	10
11	Линейные операторы евклидовых и унитарных пространств	24	8	-	8	8
12	Квадратичные формы	24	8	-	8	8
	ИТОГО по разделам дисциплины в 3-м семестре:	**104**	**34**	**-**	**34**	**36**
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	4				
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,3				
	Подготовка к экзамену	35,7				
	Общая трудоемкость по дисциплине в 3-м семестре	**144**				

2.2.4 Разделы дисциплины, изучаемые в 4-м семестре *(очная форма)*

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	СРС
1	2	3	4	5	6	7
13	Начала теории чисел и теории конечных полей, вычислительные аспекты.	23	6	-	10	7
14	Основы теории групп.	22	4	-	10	8
15	Действия групп на множествах.	16	4		8	4
16	Факторгруппы и гомоморфизмы групп.	18	4	-	8	6
	ИТОГО по разделам дисциплины в 4-м семестре:	**79**	**18**	**-**	**36**	**25**
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	2				
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,3				
	Подготовка к экзамену	26,7				
	Общая трудоемкость по дисциплине в 4-м семестре	**108**				

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

2.3 Содержание разделов дисциплины

2.3.1 Занятия лекционного типа

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	Системы линейных уравнений (СЛУ)	Элементарные преобразования над уравнениями СЛУ, эквивалентность. Метод Гаусса, исследование СЛУ ступенчатого вида. Арифметическое линейное пространство строк R^n. Линейная комбинация строк (транзитивность), линейная зависимость. База системы строк, ранг. Подпространство в R^n, его базис и размерность. Однородная СЛУ, пространство ее решений, фундаментальная совокупность решений. Связь между множествами решений СЛУ и ассоциированной с ней однородной СЛУ.	Устный опрос, коллоквиум
2	Матрицы	Матрицы с действительными элементами, их виды. Совпадение рангов матрицы по строкам и столбцам, ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Операции над матрицами: сложение и вычитание матриц, умножение матриц на числа и умножение матриц. Понятия о кольце и об алгебре. Алгебра (кольцо) матриц. Ранг произведения матриц.	Устный опрос, коллоквиум
3	Определители	Перестановки n символов, их четность. Изменение четности при транспозициях символов, количество четных и нечетных перестановок. Формальные подстановки n символов, их четность и нечетность, количество четных и нечетных подстановок. Определитель n-го порядка, простейшие свойства. Вычисление определителя с помощью элементарных преобразований над строками и столбцами. Минор матрицы, алгебраическое дополнение к элементу матрицы. Разложение определителя по строке (столбцу). Формула обратной матрицы. Правило Крамера решения определенной СЛУ. Базисный минор матрицы. Нахождение ранга матрицы методом окаймления минорами. Теорема Лапласа и следствия из нее. Определитель произведения матриц, формулировка теоремы Бине-Коши. Обобщенное правило Крамера решения произвольной СЛУ.	Устный опрос, коллоквиум

4	Отображения множеств	Отображения множеств, их виды. Равенство отображений. Умножение отображений, ассоциативность. Преобразования множества, их формальная запись, умножение преобразований. Подстановки множеств, их формальная запись, умножение подстановок. Единичная и обратная подстановки.	Устный опрос, коллоквиум
5	Алгебраические системы	Бинарные операции (алгебраические операции) на множествах. Группоиды, их виды и простейшие свойства. Таблица Кэли группоида, примеры. Симметрический моноид преобразований и симметрическая группа подстановок *n*-й степени. Кольца (в частности, поля), их виды и простейшие свойства, примеры. Кольцо многочленов над произвольным полем (взаимосвязь алгебраического и функционального взглядов на понятие «многочлен»). Векторные пространства над произвольными полями, определение и простейшие свойства, примеры. Алгебры над произвольными полями, определение и виды алгебр, примеры. Кольцо классов вычетов, критерий поля. Поле алгебраических чисел. Подгруппоиды, подкольца и подпространства, примеры. Понятие об изоморфизме алгебраических систем.	Устный опрос, коллоквиум.
6	Комплексные числа (КЧ)	Понятие о числовом поле. Построение поля комплексных чисел *C*. Алгебраическая форма записи КЧ и связанные с нею понятия, свойства сопряжения. Модуль КЧ, неравенство треугольника. Тригонометрическая форма записи КЧ, мультипликативные свойства модуля и аргумента. Действия над КЧ в комплексной плоскости с помощью циркуля и линейки. Формула Муавра. Извлечение корней из КЧ. Корни из единицы, первообразные корни. Формула Эйлера. Логарифмическая и показательная функции комплексных переменных.	Устный опрос, коллоквиум
7	Многочлены	Многочлены от одной переменной (функциональный взгляд), операции над ними. Кольца многочленов $R[x]$ и $C[x]$. Степень суммы и произведения многочленов. Деление с остатком и без остатка в кольце многочленов, свойства. НОД и НОК многочленов, алгоритм Евклида	Устный опрос, коллоквиум

		нахождения НОД. Теорема Безу, кратность корня многочлена. Схема Горнера и ее применения. Эквивалентные формулировки основной теоремы алгебры, следствия из нее: формулы Виета, интерполяционный многочлен Лагранжа, отделение кратных корней многочлена. Теорема Штурма и ее применение при отделении действительных корней многочлена из $R[x]$. Кольцо многочленов от многих переменных, лексикографическое упорядочение членов многочлена. Кольцо симметрических многочленов. Основная теорема о симметрических многочленах.	
8	Векторные пространства	Линейная зависимость и независимость системы векторов пространства над произвольным полем, свойства. Критерий подпространства, линейная оболочка. Максимальная линейно независимая подсистема (база) системы векторов, ранг. Базис векторного пространства (подпространства), размерность. Матрица перехода от одного базиса пространства к другому. Координаты вектора в данном базисе, их изменение при переходе к другому базису. Изоморфизм векторных пространств. Пересечение и сумма подпространств. Прямая сумма подпространств. Фактор-пространство. Линейные функции на векторном пространстве, их определяемость образами базиса. Сопряженное пространство, дуальный базис, естественный изоморфизм.	Устный опрос, коллоквиум
9	Евклидово и унитарное пространства	Евклидово пространство, свойства скалярного произведения. Неравенство Коши-Буняковского. Метрические соотношения в евклидовом пространстве. Ортогональная система векторов, процесс ортогонализации Грамма-Шмидта. Существование ортонормированного базиса. Ортогональное дополнение к подпространству и ортогональная проекция вектора на подпространство евклидова пространства. Евклидов изоморфизм. Ортонормированные базисы евклидовых пространств, ортогональность матрицы перехода от одного такого базиса к	Устный опрос, коллоквиум

		другому. Унитарные пространства, полуторалинейные комплексные формы. Метрические соотношения и вопросы, связанные с ортогональностью, в унитарном пространстве.	
10	Линейные отображения векторных пространств	Линейные отображения (операторы) векторных пространств над одним и тем же полем. Образ и ядро линейного отображения, ранг и дефект, их связь с размерностью области определения отображения. Матрицы линейных отображений (операторов), их изменение при переходе к другим базисам. Пространство линейных отображений, алгебра линейных операторов, полная линейная группа невырожденных линейных операторов. Изоморфизм пространств линейных отображений и прямоугольных матриц. Изоморфизм алгебр (полных линейных групп невырожденных) линейных операторов и квадратных (невырожденных) матриц. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов. Диагонализируемые операторы. Характеристический многочлен оператора. Теорема Гамильтона-Кэли. Минимальный многочлен оператора. Жорданова нормальная форма (ЖНФ) матрицы оператора. Инвариантные подпространства линейного оператора, разложение пространства в прямую сумму инвариантных подпространств. Прямая сумма линейных операторов. Корневые подпространства линейного оператора, действующего над полем *C*. Разложение пространства в прямую сумму корневых подпространств линейного оператора. Алгоритм нахождения базиса, в котором матрица линейного оператора имеет ЖНФ. Минимальный многочлен и ЖНФ. Критерий диагонализируемости линейного оператора, действующего в пространстве над полем комплексных чисел.	Устный опрос, коллоквиум, контролирование подготовки доклада
11	Линейные операторы евклидовых и унитарных пространств	Сопряженное отображение (оператор) унитарных (евклидовых) пространств, его существование и единственность для данного линейного отображения (оператора). Матрица сопряженного оператора в ортонормированном базисе, свойства. Теорема Шура для линейного	Устный опрос, коллоквиум, контролиро-

		оператора унитарного пространства. Нормальный оператор унитарного пространства, существование для него базиса из собственных векторов. Унитарный оператор унитарного пространства, критерий унитарности оператора в терминах его собственных значений; другие критерии. Эрмитов (самосопряженный) оператор унитарного пространства, критерии эрмитовости оператора. Положительно (неотрицательно) определенные эрмитовы операторы, свойства. Арифметический корень из неотрицательно определенного эрмитова оператора. Разложение унитарного (евклидова) пространства в прямую сумму ядра данного линейного оператора и образа сопряженного к нему оператора. Биортонормированные базисы унитарного (евклидова) пространства, связь между матрицами оператора и сопряженного к нему оператора. Построение сингулярных базисов для линейного отображения унитарных пространств. Разложения линейных операторов унитарного пространства.	вание подготовки доклада
12	Квадратичные формы	Квадратичная форма, ее матрица. Изменение матрицы при линейном преобразовании переменных. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Нормальный вид квадратичной формы, эквивалентность квадратичных форм. Закон инерции действительных квадратичных форм. Распадающиеся квадратичные формы. Положительно и отрицательно определенные квадратичные формы, критерий Сильвестра. Приведение квадратичной формы к каноническому виду с помощью ортогонального преобразования переменных. Понятие о полилинейной функции на векторном пространстве. Представление полилинейной функции в виде полилинейной формы в фиксированном базисе пространства. Линейные, билинейные и полуторалинейные функции, их формы. Симметрические формы и их связь с квадратичными формами.	Устный опрос, коллоквиум, контролирование подготовки доклада

13	Начала теории чисел и теории конечных полей, вычислительные аспекты.	Компьютерная алгебра. Деление с остатком и без остатка в кольце целых чисел. Алгоритм Евклида. Основная теорема Арифметики. Функция Эйлера, её свойства. Теория сравнений целых чисел. Теоремы Ферма, Эйлера, Вильсона. Греко-китайская теорема об остатках. Некоторые теоретико-числовые алгоритмы. Кольцо классов вычетов, критерий поля. Количество элементов конечного поля. Существование и единственность конечных полей. Поля Галуа. Мультипликативная группа конечного поля. Конечное поле, алгоритм его построения.	Устный опрос, контроль подготовки доклада.
14	Основы теории групп.	Группоиды, их виды и примеры., алгоритм определения вида группоида по его таблице Кэли. Подстановки n-й степени, их умножение и различные виды записи. Симметрическая и знакопеременная группы подстановок. Подгруппа группы, критерий подгруппы, диаграмма подгрупп конечной группы, алгоритм нахождения подгрупп конечной группы по её таблице Кэди. Порождающее множество элементов группы. Теорема о виде элементов группы, порождённой данным множеством элементов. Алгоритм описания элементов группы, порождённой данными подстановками. Изоморфизм групп, алгоритм Кэли нахождения группы подстановок, изоморфной данной конечной группе. Смежные классы группы по подгруппе, свойства и примеры. Теорема Лагранжа для конечных групп. Порядок элемента группы. Циклические группы и их подгруппы. Прямое произведение групп. Утверждения об инвариантах конечных абелевых групп. Алгоритм описания с точностью до изоморфизма всех конечных абелевых групп заданного порядка.	Устный опрос, контроль подготовки доклада.
15	Действия групп на множествах.	Действие группы на множестве (действие группы подстановок на множестве символов, действия сдвигами и сопряжениями на множестве элементов группы). Орбиты при действии группы на множестве, свойства и примеры. Ста-	Устный опрос, контроль подготовки доклада.

		билизатор символа, мощность орбиты. Количество орбит при действии конечной группы на конечном множестве. Сопряжение элементов группы, свойства сопряжения, классы сопряжённости, централизатор элемента группы. Сопряжение подстановок. Центр группы. Вычислительные алгоритмы, связанные с действиями конечных групп на конечных множествах. Сопряжение подгрупп группы, классы сопряжённых подгрупп, нормализатор подгруппы в группе. Теорема Силова для конечных групп. Иллюстрация теоремы Силова на группах малых порядков и алгоритмы, свзанные с этой теоремой.	
16	Факторгруппы и гомоморфизмы групп.	Нормальная подгруппа группы, эквивалентные определения. Фактор группа, определение и примеры. Коммутант группы, критерий его вложения в подгруппу. Гомоморфизмы групп, свойства. Ядро и образ гомоморфизма. Основная теорема о гомоморфизмах групп. Некоторые вычислительные алгоритмы, связанные с нормальностью подгрупп и гомоморфизмами групп. Свободная группа F_n. Группа, заданная порождающими элементами и определяющими соотношениями, алгоритм нахождения порождающих элементов изоморфной к ней группы подстановок.	Устный опрос, контроль подготовки доклада.

2.3.2 Занятия семинарского типа

Не предусмотрены.

2.3.3 Лабораторные занятия

№ п/п	**Наименование раздела**	**Содержание раздела**	**Форма текущего контроля**
1	Системы линейных уравнений (СЛУ)	Метод Гаусса решения системы линейных уравнений (СЛУ). Алгоритм нахождения фундаментальной совокупности решений системы линейных однородных уравнений (СЛОУ). Алгоритм нахождения основной системы решений СЛУ.	Проверка домашнего задания, контрольная работа.

2	Матрицы	Нахождение ранга матрицы с помощью элементарных преобразований над ее рядами. Операции над матрицами: сложение и вычитание матриц, умножение матриц на числа и умножение матриц.	Проверка домашнего задания, контрольная работа.
3	Определители	Перестановки *n* символов, их четность. Подстановки *n* символов, их четность и нечетность. Вычисление определителя с помощью элементарных преобразований над его рядами. Разложение определителя по строке (столбцу). Применение формулы обратной матрицы. Применение теоремы Лапласа. Правило Крамера решения определенной СЛУ. Метод окаймления миноров нахождения ранга матрицы и базисного минора. Обобщенное правило Крамера решения произвольной СЛУ.	Проверка домашнего задания, контрольная работа.
4	Отображения множеств	Преобразования множества, их формальная запись и умножение. Подстановки множеств, их формальная запись, умножение подстановок. Единичная и обратная подстановки.	Проверка домашнего задания, контрольная работа.
5	Алгебраические системы	Задачи на классификацию группоидов. Таблица Кэли группоида, примеры. Операции в симметрическом моноиде преобразований и в симметрической группе подстановок *n*-элементного множества. Классификация колец. Примеры векторных пространств и алгебр над произвольными полями.	Проверка домашнего задания, контрольная работа.
6	Комплексные числа (КЧ)	Действия над КЧ в алгебраической форме и в тригонометрической форме. Возведение КЧ в степень с использованием формулы Муавра. Действия над КЧ в комплексной плоскости с помощью циркуля и линейки. Извлечение корней из КЧ. Отыскание первообразных корней из единицы.	Проверка домашнего задания, контрольная работа.
7	Многочлены	Операции над многочленами с одной переменной. Деление с остатком в кольце многочленов. Алгоритм Евклида нахождения НОД многочленов. Схема Горнера и ее применения. Задачи на применение формул Виета и построение интерполяционного многочлена Лагранжа. Алгоритм отделения кратных корней многочлена.	Проверка домашнего задания, контрольная работа.

8	Векторные пространства	Задачи на применение критерия подпространства векторного пространства. Отыскание максимальной линейно независимой подсистемы (базы) системы векторов и линейных выражений векторов системы через векторы найденной базы. Отыскание базиса линейной оболочки и координат вектора в заданном базисе. Построение матрицы перехода от одного базиса пространства к другому. Нахождение координат вектора в различных базисах. Нахождение базиса суммы и пересечения подпространств арифметического пространства строк.	Проверка домашнего задания, контрольная работа.
9	Евклидово и унитарное пространства	Процесс ортогонализации Грамма-Шмидта. Нахождение ортонормированного базиса линейной оболочки. Отыскание базиса ортогональное дополнение к линейной оболочке. Нахождение ортогональной проекции и ортогональной составляющей вектора на подпространство.	Проверка домашнего задания, контрольная работа, контроль подготовки доклада.
10	Линейные отображения векторных пространств	Построение матрицы линейных отображений (операторов). Изменение матрицы отображения (оператора) при переходе к другим базисам. Отыскание собственных значений и собственных векторов линейных операторов. Нахождение характеристический многочлена матрицы (оператора). Теорема Гамильтона-Кэли и ее применение для нахождения обратной матрицы. Отыскание минимального многочлена матрицы (оператора). Корневые подпространства относительно линейного оператора. Определение вида жордановой нормальной формы матрицы оператора.	Проверка домашнего задания, контрольная работа, слушание доклада.
11	Линейные операторы евклидовых и унитарных пространств	Построение матрицы сопряженного оператора в заданном базисе унитарного или евклидова пространства. Отыскание базиса из собственных векторов для нормального оператора унитарного пространства. Классификация операторов унитарного (эрмитов и унитарный) и евклидова (симметрический и ортогональный).	Проверка домашнего задания, контрольная работа, контроль подготовки доклада.
12	Квадратичные формы	Приведение квадратичной формы к каноническому, а затем и к нормальному виду методом Лагранжа. Отыскание индексов инерции и сигнатуры действительной квадратичной формы.	Проверка домашнего задания, контрольная

		Разложение квадратичной формы в произведение двух линейных форм. Применение критерия Сильвестра для положительно и отрицательно определенных действительных квадратичных форм. Приведение действительной квадратичной формы к каноническому виду с помощью ортогонального преобразования переменных.	работа, контроль подготовки доклада.
13	Начала теории чисел и теории конечных полей, вычислительные аспекты.	Деление с остатком и без остатка в кольце целых чисел. Алгоритм Евклида нахождения НОД и его линейного выражения. Основная теорема арифметики, алгоритм представления натурального числа в каноническом виде. Нахождение значений функции Эйлера для данных натуральных чисел, алгоритмическая реализация. Сравнимость целых чисел по натуральному модулю. Решение линейных сравнений. Применение теоремы Эйлера (малой теоремы Ферма). Применение критерия Вильсона для проверки простоты натурального числа. Решение системы линейных сравнений с одной неизвестной с помощью греко-китайской теоремы об остатках, алгоритмическая реализация. Решение алгебраических уравнений над кольцом (полем) классов вычетов. Неприводимые многочлены над полем классов вычетов, построение неприводимого многочлена заданной степени. Алгоритм построения конечного поля заданного порядка. Описание и компьютерная реализация алгоритмов сложения и умножения элементов заданного конечного поля.	Проверка домашнего задания, контрольная работа, контроль подготовки доклада.
14	Основы теории групп.	Определение вида группоида по его таблице Кэли. Умножение, возведение в степень и сопряжение подстановок n-й степени. Алгоритм нахождения подгрупп группы, заданной таблицей Кэли. Изображение диаграмм подгрупп некоторых групп малых порядков. Применение алгоритма построения диаграммы подгрупп циклической группы заданного порядка. Алгоритм нахождения подгруппы, порождённой заданным множеством элементов группы с известной диаграммой подгрупп. Разбиение группы на левые и правые смежные классы по данной подгруппе.	Проверка домашнего задания, контрольная работа, контроль подготовки доклада.

		Определение системы инвариантов прямого произведения конечных циклических групп. Алгоритм описания с точностью до изоморфизма всех конечных абелевых групп заданного порядка	
15	Действия групп на множествах.	Действие заданной группы подстановок на множестве символов, описание орбит при таком действии и стабилизаторов некоторых символов, иллюстрация теоремы о мощности орбиты и леммы Бернсайда о количестве орбит. Действие заданной группы на множестве её элементов сдвигами (справа и слева), описание орбит при таком действии и стабилизаторов некоторых символов, иллюстрация теоремы о мощности орбиты и леммы о количестве орбит. Действие заданной группы подстановок на множестве её элементов сопряжениями, описание классов сопряжённости и централизаторов некоторых элементов группы, иллюстрация теоремы о мощности класса сопряжённости и леммы о количестве классов сопряжённости. Нахождение центра заданной группы. Действие заданной группы (подстановок) сопряжениями на множестве её подгрупп, описание классов сопряжённых подгрупп при таком действии и нормализаторов некоторых подгрупп, иллюстрация теоремы о мощности класса сопряжённых подгрупп и леммы Бернсайда о количестве таких классов. Нахождение элементов силовских p-подгрупп в данных группах (конечных абелевых группах и группах подстановок малых порядков). Иллюстрация всех положений теоремы Силова. Алгоритм нахождения примарных силовских подгрупп группы заданной таблицей Кэли.	Проверка домашнего задания, контрольная работа, контроль подготовки доклада.
16	Факторгруппы и гомоморфизмы групп.	Нахождение нормальных подгрупп заданных групп. Построение факторгрупп. Нахождение коммутанта группы. Проверка данного отображения групп на гомоморфизм, нахождение образа и ядра этого гомоморфизма. Некоторые вычислительные алгоритмы, связанные с нормальностью подгрупп и гомоморфизмами групп.	Проверка домашнего задания, контроль подготовки доклада.

		В группе, заданной порождающими элементами и определяющими соотношениями, найти центр и коммутант, а также найти систему порождающих элементов группы подстановок, изоморфной исходной группе.	

2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы не предусмотрены.

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Вид самостоятельной работы	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1.	Подготовка к текущему контролю	1. Методические указания для подготовки к занятиям лекционного и семинарского типа. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 11 от 13 мая 2025 г. 2. Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 11 от 13 мая 2025 г. 3. Методические указания по подготовке эссе, рефератов, курсовых работ. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 11 от 13 мая 2025 г.
2.	Выполнение лабораторных работ	Методические указания по выполнению лабораторных работ. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 11 от 13 мая 2025 г.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в печатной форме увеличенным шрифтом,

– в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3 Образовательные технологии

К образовательным технологиям относятся лекции, лабораторные занятия, контрольные работы, коллоквиумы и экзамены. В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому практическому занятию. В каждом из первых трех семестров проводится коллоквиум по теоретическому материалу и контрольные работы по практическому материалу. Экзамен сдается студентом только после решения заданий контрольных работ и выполнения работы по самостоятельному изучению предложенных преподавателем разделов курса. В ходе лекционных и практических занятий предполагается использование компьютерных технологий (презентации по некоторым темам курса). Студенты второго курса (в третьем и четвертом семестре) более активно начинают работать с современной научной математической литературой по алгебре и ее приложениям, самостоятельно готовя доклады по определенной тематике (указанной в пункте 2.3 во втором абзаце содержания темы) как на практические занятиях, так и в форме письменного отчета.

К образовательным технологиям также относятся интерактивные методы обучения. Интерактивность подачи материала по дисциплине «Фундаментальная и компьютерная алгебра» предполагает не только взаимодействия вида «преподаватель - студент» и «студент - преподаватель», но и «студент - студент». Все эти виды взаимодействия хорошо достигаются при изложении материала, как на лекционных и на практических занятиях в ходе дискуссий или же в процессе докладов с использованием компьютерных технологий.

3.1. Дискуссия

Возможность дискуссии предполагает умение высказать собственную идею, предложить свой путь решения, аргументировано отстаивать свою точку зрения, связно излагать мысли. Полезны следующие задания: составление плана решения задачи, поиск другого способа решения, сравнение различных способов решения, проведение выкладок для решения задачи и выкладок для проверки правильности полученного решения, рассмотрение задач с лишними и недостающими данными, творческие доклады. Студентам предлагается проанализировать варианты решения, обсудить доклад, высказать своё мнение. Основной объем использования интерактивных методов обучения реализуется именно в ходе дискуссий, как на лекционных, так и на практических занятиях.

Общие вопросы, которые выносятся на дискуссию:

1. Составления плана доказательства утверждения или решения задачи.
2. Определение возможных способов доказательства утверждения или поиск различных способов решений задачи.
3. Выбор среди рассматриваемых способов наиболее рационального.
4. Обсуждение логической составляющей в формулировке той или иной теоремы, а также обсуждение возможности построения иллюстрирующих ее примеров и контр-примеров.
5. Самостоятельное составление студентами опорных заданий по теме, характеризующих глубину понимания студентами соответствующего материала.

3.2. Доклад (презентация)

Применение на занятии компьютерных технологий позволяет студентам при рассмотрении определенных тем курса фундаментальной и компьютерной алгебры более глубоко освоить некоторые понятия и доказательства утверждений. В этой связи определенные лекционные и практические занятия преподавателю целесообразно проводить в виде презентации. Также в таком виде на практических занятиях по некоторым темам студенты 2-го курса могут представлять и свои доклады.

Семестр	Вид занятия (Л, ЛЗ)	**Используемые интерактивные образовательные технологии**	**Количество часов**
1 1	*Л*	«Метод окаймления миноров нахождения ранга матрицы и базисного минора.» (раздел 3) − *лекция в виде презентации.*	2
	ЛЗ	«Метод Гаусса решения системы линейных уравнений» (раздел 1) − *лабораторное занятие, демонстрируемое с помощью проектора.*	2
2	*Л*	«Основная теорема алгебры» (раздел 7) – *лекция в виде презентации.*	2
2	*ЛЗ*	«Координаты вектора, их изменение при переходе к другому базису»» (раздел 8) – *лабораторное занятие, демонстрируемое с помощью проектора в режиме слайд-шоу.*	2
3	*Л*	«Собственные векторы и собственные значения линейного оператора» (раздел 10) – *лекция в виде презентации.*	2
3	*ЛЗ*	«Алгоритм приведения вещественной квадратичной формы к каноническому виду с помощью ортогонального преобразования переменных» (раздел 12) – *лабораторное занятие, демонстрируемое с помощью проектора.*	2
4	*Л*	«Смежные классы группы по подгруппе, свойства и примеры. Теорема Лагранжа для конечных групп» (раздел 14) – *лекция в виде презентации.*	2
4	*ЛЗ*	«Действие заданной группы подстановок сопряжениями на множестве её элементов, описание классов сопряжённости и централизаторов некоторых элементов группы, вычислительная иллюстрация утверждений о мощности класса сопряжённости и о количестве классов сопряжённости» (раздел 15) – *лабораторное занятие, демонстрируемое с помощью проектора в режиме слайд-шоу.*	2
Итого:			16

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущей аттестации

4.1.1 Примерные контрольные работы

В первом семестре перед контрольными работами сначала проводится самостоятельная (проверочная) работа (октябрь), которая длится 45 минут (5 заданий, каждое из которых оценивается в 3 балла; нижний порог – 6 баллов, на высшую оценку надо набрать 13 баллов; разрешается использовать конспекты практических занятий). Цель самостоятельной работы состоит в ознакомлении студентов первого курса с требованиями, предъявляемыми к написанию и оцениванию преподавателем контрольных работ.

Самостоятельная (проверочная) работа в первом семестре

1. С помощью элементарных преобразований над уравнениями приведите систему линейных уравнений (*) к ступенчатому виду и затем выразите главные неизвестные через свободные неизвестные.
2. Найдите фундаментальную систему решений системы линейных однородных уравнений, ассоциированной с системой (*).
3. Опишите множество решений системы линейных однородных уравнений, ассоциированной с системой (*).
4. Найдите общее решение системы (*).
5. Найдите основные решения системы (*).

$$\begin{cases} x_1 - x_3 - x_5 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + x_5 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + x_4 + 2x_5 = 2 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 + x_5 = 3 \end{cases} \qquad (*)$$

Контрольная работа в первом семестре

(темы разделов 1 – 3 из таблицы пункта 2.3.3)

1. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.
2. Найти фундаментальную систему решений системы линейных однородных уравнений.
3. Произвести действия над матрицами.
4. Вычислить определитель с помощью элементарных преобразований.
5. Вычислить определитель разложением по данной системе строк (столбцов) с использованием теоремы Лапласа.
6. Найти обратную матрицу с помощью элементарных преобразований над строками и по формуле.
7. Решить систему линейных уравнений матричным методом.
8. Вычислить ранг матрицы методом окаймления минорами.
9. Показать, что данная система строк образует базис арифметического пространства

R^3 и найти координаты данной строки в этом базисе.

10. Решить систему линейных уравнений по обобщенному правилу Крамера.

Контрольная работа №1 во втором семестре

(темы разделов 6 – 7 из таблицы пункта 2.3.3)

1. Произвести действия над комплексными числами в алгебраической форме.
2. Найти комплексные корни квадратного уравнения и записать их в алгебраической форме.
3. Представить комплексное число в тригонометрической форме.
4. Вычислить степень комплексного числа по формуле Муавра.
5. Извлечь корень заданной степени из комплексного числа.
6. Найти наибольший общий делитель (НОД) многочленов.
7. Выразить линейно НОД через многочлены.
8. Разложить многочлен по степеням данного бинома.
9. Отделить кратные корни многочлена.
10. Используя интерполяционную формулу Лагранжа, найти по заданным значениям многочлен.

Контрольная работа №2 во втором семестре

(темы разделов 8 – 9 из таблицы пункта 2.3.3)

1. Найти максимальную независимую подсистему системы векторов и выразить линейно все векторы системы через векторы найденной подсистемы.
2. Найти базис линейной оболочки и выяснить лежит ли данный вектор в этой оболочке.
3. Даны два базиса пространства. Зная координаты вектора в одном базисе, найти его координаты в другом.
4. Найти базис суммы подпространств и определить размерность их пересечения.
5. Найти базис пересечения подпространств и определить размерность их суммы.
6. Выяснить является ли сумма данных подпространств некоторого пространства прямой суммой.
7. Ортогонализовать систему векторов данного евклидова пространства.
8. Найти базис ортогонального дополнения к данному подпространству евклидова пространства.
9. Найти ортогональную проекцию и ортогональную составляющую вектора на подпространство евклидова пространства.
10. В унитарном пространстве найти длины двух данных векторов и угол между ними.

Контрольная работа № 1 в третьем семестре

(темы разделов 10 – 11 из таблицы пункта 2.3.3)

1. Найти базисы образа и ядра линейного оператора, заданного своей матрицей в стандартном базисе пространства R^n.
2. Зная матрицу оператора в одном базисе, найти его матрицу в другом базисе этого же пространства.

3. Найти характеристический и минимальный многочлены оператора, заданного своей матрицей в некотором базисе.
4. Найти собственные значения и соответствующие им собственные векторы оператора, заданного своей матрицей в стандартном базисе.
5. Определить жорданову нормальную форму матрицы оператора, действующего в пространстве C^3.
6. Найти матрицу сопряженного оператора к сумме (разности, произведению) двух операторов, заданных матрицами в некотором ортонормированном базисе евклидова пространства.
7. Найти матрицу сопряженного оператора в данном не ортонормированном базисе, зная его матрицу в этом базисе.
8. Показать, что данный оператор унитарного пространства, заданный своей матрицей в ортонормированном базисе, является нормальным и найти ортонормированный базис из его собственных векторов.
9. Проверить, является ли оператор, заданный матрицей в некотором базисе евклидова пространства, ортогональным.
10. Показать, что оператор унитарного пространства, заданный своей матрицей в некотором базисе, является эрмитовым.

Контрольная работа № 2 в третьем семестре

(темы разделов 12 – 13 из таблицы 2.3.3)

1. Привести действительную квадратичную форму к нормальному виду, используя метод Лагранжа.
2. Найти индексы инерции и сигнатуру данной действительной квадратичной формы и показать, что она эквивалентна форме из задания 1.
3. Привести комплексную квадратичную форму к сумме квадратов.
4. Показать, что данная квадратичная форма является распадающейся.
5. Определить в данном списке действительных квадратичных форм, какие из них являются положительно или отрицательно определенными.
6. Указать ортогональное преобразование переменных, приводящее данную квадратичную форму к каноническому виду.
7. Для плоскости точечного евклидова пространства, заданной системой уравнений, указать какую-нибудь систему точек, задающих ее в общем расположении.
8. Определить угол между данной прямой и данной плоскостью евклидова точечного пространства.
9. Найти расстояние от данной точки до гиперплоскости, заданной системой точек в общем расположении в евклидовом точечном пространстве.
10. Найти угол между плоскостями в евклидовом точечном пространстве, заданными системами уравнений.

Контрольная работа в четвертом семестре

(темы разделов 13 – 16 из таблицы пункта 2.3.3)

1. Решить систему сравнений $\begin{cases} 3x & \equiv & 4 \pmod 5 \\ 7x & \equiv & 8 \pmod 9 \end{cases}$.
2. Решить систему уравнений $\begin{cases} 2x & -3y & = & 4 \\ 5x & +6y & = & 7 \end{cases}$ над полем Z_{11}.
3. По таблице Кэли группоида $\langle N_4; \circ \rangle$ определить его вид:

$\circ$	1	2	3	4
1	3	4	1	2
2	4	1	2	3
3	1	2	3	4
4	2	3	4	1

4. Даны две подстановки 9-й степени $\alpha = (135)(2684)$ и $\beta = 357649281$, записанные соответственно в цикленном виде и в виде перестановки. Запишите подстановку $\alpha^{2020} \cdot \beta^{-2021}$ в каноническом виде (умножение подстановок осуществляется в правой терминологии).
5. Перечислить все элементы подгруппы группы S_4, порождённой подстановками 4321 и 2134, записанными в виде перестановок.
6. Изобразить диаграмму подгрупп циклической группы порядка 54.
7. Разбейте группу $G = \{e, (1234), (1432), (13), (24), (12)(34), (13)(24), (14)(23)\}$ на классы сопряжённости и найдите централизатор элемента (12)(34).
8. Найдите центр группы G из задания 7.
9. Найдите коммутант группы G из задания 7.
10. Покажите, что подгруппа $H = \{e, (13)(24)\}$ группы G из задания 7 является нормальной и построить таблицу Кэли для факторгруппы G / H.

4.1.2 Примерный перечень тем докладов (отчётов)

4.1.2.1 Примерный перечень тем докладов (отчётов) в третьем семестре

Студент отчитывается перед преподавателем, ведущим лабораторные занятия. Тема отчёта может быть выбрана студентом самостоятельно и не обязательно из предложенного ниже списка, но обязательно в согласовании с преподавателем. Возможность работы нескольких студентов по одной и той же теме определяет преподаватель.

1. Базисный минор матрицы. Нахождение ранга матрицы методом окаймления минорами.
2. Теорема Лапласа и следствия из нее.
3. Определитель произведения матриц, формулировка теоремы Бине-Коши.
4. Обобщенное правило Крамера решения произвольной системы линейных уравнений.
5. Теорема Штурма и ее применение при отделении действительных корней многочлена из $R[x]$.
6. Кольцо многочленов от многих переменных, лексикографическое упорядочение членов многочлена. Кольцо симметрических многочленов.
7. Основная теорема о симметрических многочленах.

8. Фактор-пространство.
9. Линейные функции на векторном пространстве, их определяемость образами базиса.
10. Сопряженное пространство, дуальный базис, естественный изоморфизм.
11. Кольцо классов вычетов, критерий поля.
12. Поле алгебраических чисел.
13. Подгруппоиды, подкольца и подпространства, примеры. Понятие об изоморфизме алгебраических систем.
14. Формула Эйлера. Логарифмическая и показательная функции комплексных переменных.
15. Инвариантные подпространства линейного оператора, разложение пространства в прямую сумму инвариантных подпространств. Прямая сумма линейных операторов.
16. Корневые подпространства линейного оператора, действующего над полем C. Разложение пространства в прямую сумму корневых подпространств линейного оператора.
17. Алгоритм нахождения базиса, в котором матрица линейного оператора имеет ЖНФ.
18. Минимальный многочлен и ЖНФ. Критерий диагонализируемости линейного оператора, действующего в пространстве над полем C.
19. Положительно (неотрицательно) определенные эрмитовы операторы, свойства. Арифметический корень из неотрицательно определенного эрмитова оператора.
20. Разложение унитарного (евклидова) пространства в прямую сумму ядра данного линейного оператора и образа сопряженного к нему оператора.
21. Биортонормированные базисы унитарного (евклидова) пространства, связь между матрицами оператора и сопряженного к нему оператора.
22. Построение сингулярных базисов для линейного отображения унитарных пространств. Разложения линейных операторов унитарного пространства.
23. Понятие о полилинейной функции на векторном пространстве. Представление полилинейной функции в виде полилинейной формы в фиксированном базисе пространства.
24. Линейные, билинейные и полуторалинейные функции, их формы.
25. Симметрические формы и их связь с квадратичными формами.

4.2.1.2 Примерный перечень тем докладов (отчётов) в четвёртом семестре

Отчёт (доклад) студента в четвёртом семестре представляет собой компьютерную реализацию алгоритма по алгебраической тематике. Студент отчитывается перед преподавателем, ведущим лабораторные занятия. Тема отчёта может быть выбрана студентом самостоятельно и не обязательно из предложенного ниже списка, но обязательно в согласовании с преподавателем. Возможность работы нескольких студентов по одной и той же теме определяет преподаватель.

4.2.1.2.1 Примерная тематика алгоритмов, соответствующая разделам 1-13.

1. Решение системы линейных уравнений с целыми коэффициентами методом Гаусса.
2. Нахождение базисного минора ненулевой матрицы с целыми элементами методом окаймления миноров.

3. Решение системы линейных уравнений с целыми коэффициентами по обобщённому правилу Крамера
4. Нахождение НОД и его линейного представления для двух натуральных чисел.
5. Нахождение НОД и НОК нескольких натуральных чисел
6. Нахождение канонического представления натурального числа.
7. Нахождение частного и остатка при делении многочленов с целыми коэффициентами.
8. Нахождение с точностью до ассоциированности остатка при делении многочленов с целыми коэффициентами.
9. Нахождение наибольшего общего делителя двух многочленов с целыми коэффициентами по алгоритму Евклида.
10. Нахождение линейного представления наибольшего общего делителя двух многочленов с целыми коэффициентами с использованием алгоритма Евклида.
11. Нахождение рациональных корней многочлена с целыми коэффициентами с применением схемы Горнера.
12. Построение интерполяционного многочлена Лагранжа для целочисленного набора аргументов и соответствующего ему целочисленного набора значений.
13. Представление симметрического многочлена с целыми коэффициентами в виде многочлена от элементарных симметрических многочленов.
14. Нахождение методом Штурма рациональных границ действительных корней многочлена с целыми коэффициентами.
15. Нахождение базы системы целочисленных строк и нахождение линейных выражений строк системы через строки найденной базы.
16. Ортогонализация методом Грама-Шмидта системы целочисленных строк.
17. Нахождение ортогональной проекции и ортогональной составляющей строки на линейную оболочку, натянутую на данную систему строк.
18. По матрице линейного отображения в стандартных базисах пространств R^n и R^m нахождение базисов образа и ядра этого отображения.
19. Проверка на диагонализируемость линейного оператора пространства C^n, заданного в некотором базисе своей матрицей с целочисленными элементами.
20. По вводимой тройке необязательно различных целых чисел из отрезка [-4;4] построить кубический многочлен $f(\lambda)$, для которого эти числа являются корнями, а затем генерировать 15 различных матриц с целочисленными ненулевыми элементами, по модулю не превышающими 12, для которых многочлен $f(\lambda)$ является характеристическим.
21. По вводимой тройке необязательно различных целых чисел из отрезка [-4;4] построить кубический многочлен $f(\lambda)$, для которого эти числа являются корнями, а затем генерировать 15 различных симметрических матриц с рациональными ненулевыми элементами, для которых многочлен $f(\lambda)$ является характеристическим.

    Последний алгоритм можно переформулировать для квадратичных форм.
22. По вводимой тройке чисел $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in Z \cap [-4; 4]$ генерировать 15 различных действительных квадратичных форм $f(x_1,x_2,x_3)$, с рациональными коэффициентами, которые с помощью некоторого ортогонального преобразования переменных могут быть приведены к каноническому виду $\lambda_1 y_1^2 + \lambda_2 y_2^2 + \lambda_3 y_3^2$.
23. По матрице квадратичной формы с целыми коэффициентами, используя матричный метод Лагранжа, привести квадратичную форму к каноническому виду и указать матрицу соответствующего невырожденного преобразования переменных с рациональными коэффициентами.
24. По матрице квадратичной формы с целыми коэффициентами проверить, является ли эта форма распадающейся, а если является, то представить её в виде произведения рационального числа и двух линейных форм с целыми взаимно простыми коэффициентами.
25. По матрице квадратичной формы с целыми коэффициентами определить её ранг, индексы инерции и сигнатуру, а затем ответить на пять вопросов:

- является ли форма распадающейся?
- является ли форма положительно определённой?
- является ли форма отрицательно определённой?
- является ли форма неотрицательно определённой?
- является ли форма неположительно определённой?

4.2.1.2.2 Примерная тематика алгоритмов, соответствующая разделам 14-16.

Ниже рядом в скобках с номером алгоритма указаны номера алгоритмов, программы для которых, написанные другими студентами, могут быть использованы в качестве подпрограмм.

26. Определение типа группоида по его номерной таблице Кэли.
27. Нахождение элементов группы, порождённой данными подстановками.
28. (27) Найти все элементы заданного порядка в группе, порождённой данными подстановками.
29. По номерной таблице Кэли двух группоидов определить изоморфны ли они и, если да, то указать соответствующий изоморфизм.
30. По номерной таблице Кэли группоида описать все его подгруппоиды.
31. (27) Построить таблицу Кэли для группы, порождённой данными подстановками.
32. (27,31) Построить таблицы Кэли для групп: $\mathbb{A}_3,\ \mathbb{S}_3,\ \mathbb{A}_4$ и $\mathbb{S}_n$ при $4 \le n \le 7$.
33. (27,31) Построить номерную таблицу Кэли для группы, порождённой данными подстановками.
34. (27,31,32,33) Построить номерные таблицы Кэли для групп: $\mathbb{A}_3$, $\mathbb{S}_3$, $\mathbb{A}_4$, $\mathbb{S}_4$ и $\mathbb{S}_n$ при $4 \le n \le 7$.
35. По номерной таблице Кэли группы описать все её циклические подгруппы.
36. По заданному числу n описать все подгруппы аддитивной группы $\mathbb{Z}_n$.
37. По номерной таблице Кэли группы описать все неприводимые системы порождающих элементов этой группы.
38. (27,31,33,37) Для группы, порождённой данными подстановками, описать все неприводимые системы порождающих элементов.
39. (27) Разбиение группы $\mathbb{S}_n$ при $3 \le n \le 6$ на левые и на правые смежные классы по подгруппе, порождённой данными подстановками степени n.
40. Нахождение системы инвариантов прямого произведения циклических групп данных порядков.
41. Описание всех систем инвариантов абелевой группы заданного порядка.

    В следующих алгоритмах 42 - 44, при действии конкретной группы G на конкретном множестве X, требуется описать орбиты и стабилизаторы первых символов каждой из этих орбит.
42. (27) G порождена заданными подстановками из $\mathbb{S}_n$ $(3 \le n \le 7)$, X = $\mathbb{N}_n$, G действует слева на множестве символов из $\mathbb{N}_n$ естественным образом.
43. (27) G порождена заданными подстановками из $\mathbb{S}_n$ $(3 \le n \le 6)$, X =$\mathbb{Z}_{2^n}$, G действует справа на множестве символов $\mathbb{Z}_{2^n}$, по правилу: $(i)g = j$, если существуют в Z_2 числа $i_1, i_2, \dots, i_n$, для которых выполнено равенство $i = i_1 \cdot 2^{n-1} + i_2 \cdot 2^{n-2} + \dots + i_n$ и $j = i_{g(1)} \cdot 2^{n-1} + i_{g(2)} \cdot 2^{n-2} + \dots + i_{g(n)}$ (для любых $i \in \mathbb{Z}_{2^n}$ и для любых $g \in G$).
44. (27) G порождена заданными подстановками из $\mathbb{S}_n$ $(3 \le n \le 5)$, X =$\mathbb{S}_n$, G действует на $\mathbb{S}_n$ сопряжениями справа ($x^g = g^{-1}xg\ \ \forall x \in \mathbb{S}_n\ \forall g \in G$).
45. (27, 44) В группе, порождённой данными подстановками, указать классы сопряжённости и описать централизаторы первых элементов указанных классов.

46. (27) В группе, порождённой данными подстановками описать примарные силовские подгруппы.
47. (27,35) В группе, порождённой данными подстановками, описать все нормальные циклические подгруппы.
48. (27,39) В группе $\mathbb{S}_n$ $(3 \le n \le 6)$ выбираются два набора подстановок M и K, группа G порождена множеством $M \cup K$. Построить нормальное замыкание N множества K в G, пронумеровать смежные классы G по N и построить матрицу номерной таблицы Кэли факторгруппы G/N.
49. (27,39) В группе G, порождённой данными подстановками, описать элементы центра $Z(G)$, пронумеровать смежные классы G по $Z(G)$ и построить матрицу номерной таблицы Кэли факторгруппы $G/Z(G)$.
50. (27,39) В группе G, порождённой данными подстановками, описать элементы коммутанта $[G;G]$, пронумеровать смежные классы G по $[G;G]$ и построить матрицу номерной таблицы Кэли факторгруппы $G/[G;G]$.

4.1.3 Коллоквиумы

К текущей форме контроля относятся коллоквиумы. В каждом из семестров 1 – 3 проводится коллоквиум в целях закрепления студентами знаний теоретического материала. Коллоквиум может проводиться в устной и в письменной форме. При этом студент должен подготовить письменно ответ (для устной формы – тезисы ответа) на два вопроса из примерного перечня теоретических вопросов к экзамену, который приведен ниже в пункте 4.2.1. Положительный ответ студента может быть учтен при сдаче экзамена.

Коллоквиум	**1-й вопрос из перечня в пункте 4.2.1 среди вопросов под номерами**	**2-й вопрос из перечня в пункте 4.2.1 среди вопросов под номерами**	**Номера контролируемых разделов в таблице 2.3**
1-й семестр	15 – 29	30 – 39	3 – 5
2-й семестр	10 – 25	26 – 41	7 – 9
3-й семестр	1 – 14	15 – 28	10 – 11

4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация в каждом из четырех семестров проводится в форме экзамена.

4.2.1 Примерный перечень вопросов к экзаменам

Первый семестр

1. Системы линейных уравнений и связанные с ними понятия.

2. Элементарные преобразования над уравнениями системы линейных уравнений. Понятие об эквивалентности систем (иллюстрация).

3. Схема доказательства теоремы об эквивалентности систем линейных уравнений.

4. Метод Гаусса решения системы линейных уравнений.

5. Исследование системы линейных уравнений ступенчатого вида.

6. Арифметическое пространство строк $\boldsymbol{R}^{n}$, подпространство.

7. Система однородных линейных уравнений (лемма и следствие из нее).

8. Пространство решений системы однородных линейных уравнений, фундаментальная система решений.

9. Алгоритм нахождения фундаментальной системы решений системы однородных линейных уравнений (иллюстрация).

10. Связь между множествами решений неоднородной и ассоциированной с ней однородной системы линейных уравнений.

11. Алгоритм нахождения основных решений системы линейных уравнений (иллюстрация).

12. Матрицы, их виды и связанные с ними понятия.

13. Сложение (вычитание) матриц и умножение матриц на числа, свойства.

14. Умножение матриц, свойства.

15. Перестановки n символов, их число. Четность перестановки и ее изменение при транспозиции. Число четных и нечетных перестановок.

16. Подстановки n-й степени, их число. Умножение подстановок (зависимость результата от выбора терминологии).

17. Четность подстановок n-й степени, ее независимость от вида записи подстановки. Число четных и нечетных подстановок.

18. Определение определителя n-го порядка. Правила Сарриуса.

19. Свойства определителей.

20. Алгоритм вычисления определителя с помощью элементарных преобразований над строками и столбцами. Примеры. Критерий равенства определителя нулю.

21. Разложение определителя по строке (столбцу).

22. Обратная матрица, вывод ее формулы. Два способа вычисления обратной матрицы.

23. Формулировка теоремы Лапласа. Следствия из теоремы.

24. Определитель произведения матриц, формулировка теоремы Бине-Коши. Примеры.

25. Ранг системы строк пространства $\boldsymbol{R}^{n}$.

26. Приведение матрицы с помощью элементарных преобразований над её рядами к каноническому виду (иллюстрация).

27. Метод окаймления миноров (иллюстрация).

28. Правило Крамера решения системы линейных уравнений (иллюстрация).

29. Теорема Кронекера-Капелли (формулировка). Обобщенное правило Крамера решения системы линейных уравнений (иллюстрация).

30. Отображения множеств и связанные с ними понятия. Примеры.

31. Виды отображений множеств с иллюстрацией на примерах.

32. Преобразования множества, их умножение. Симметрический моноид преобразований.

33. Подстановки множества, их умножение. Симметрическая группа подстановок.

34. Группоиды, их виды и простейшие утверждения.

35. Терминология в теории группоидов. Примеры группоидов различных видов.

36. Определение кольца и определение поля. Пример поля и пример кольца, не являющегося полем.

37. Виды колец, примеры колец различных видов.

38. Определение векторного пространства над полем, примеры векторных пространств.

39. Определение алгебры над полем, примеры алгебр.

Второй семестр

1. Построение поля комплексных чисел.
2. Алгебраическая форма записи комплексного числа и связанные с нею понятия.
3. Сопряжение комплексных чисел, свойства.
4. Модуль комплексного числа, неравенство треугольника.
5. Тригонометрическая форма записи комплексного числа, мультипликативные свойства модуля и аргумента.
6. Действия над комплексными числами в комплексной плоскости с помощью циркуля и линейки.
7. Формула Муавра.
8. Извлечение корней из комплексных чисел.
9. Циклическая группа корней n-й степени из единицы.
10. Кольцо многочленов от одной переменной.
11. Деление с остатком в кольце многочленов.
12. Делимость многочленов, свойства.
13. НОД и НОК многочленов, алгоритм Евклида.
14. Первая формулировка теоремы Безу. Схема Горнера и некоторые ее применения.
15. Вторая формулировка теоремы Безу. Кратность корня многочлена. Примеры.
16. Отделение кратных корней многочлена.
17. Эквивалентные формулировки основной теоремы алгебры.
18. Формулы Виета.

19. Каноническое представление многочленов в R[x] и C[x].
20. Интерполяционная формула Лагранжа.
21. Линейная зависимость и независимость системы векторов векторного пространства, простейшие свойства.
22. Лемма о количестве векторов в линейной независимой системе, являющихся линейными комбинациями векторов другой системы.
23. Максимальная линейно независимая подсистема, ранг системы векторов.
24. Базис векторного пространства, размерность.
25. Матрица перехода от одного базиса пространства к другому, ее свойства.
26. Координаты вектора в заданном базисе и их изменение при переходе к другому базису пространства.
27. Изоморфизм векторных пространств.
28. Теорема о размерности суммы и пересечении подпространств.
29. Прямая сумма подпространств.
30. Евклидово пространство, свойства скалярного произведения.
31. Неравенство Коши – Буняковского.
32. Метрические соотношениия в евклидовом пространстве.
33. Ортогональная и ортонормированная системы векторов евклидова пространства, некоторые свойства.
34. Процесс ортогонализации Грамма – Шмидта системы векторов евклидова пространства.
35. Существование ортонормированного базиса в конечномерном евклидовом пространстве. Действия над векторами в координатной форме.
36. Ортогональное дополнение к подпространству конечномерного евклидова пространства, разложение пространства в прямую сумму подпространства и ортогонального дополнения к нему.
37. Ортогональная проекция вектора на подпространство.
38. Евклидов изоморфизм.
39. Унитарное пространство, свойства скалярного произведения.
40. Метрические соотношения в унитарном пространстве, неравенство Шварца.
41. Вопросы, связанные с ортогональностью в унитарном пространстве.

Третий семестр

1. Линейные отображения и операторы векторных пространств.
2. Матрица линейного отображения в некоторых базисах пространств. Координаты образа вектора при его линейном отображении.

3. Изменение матрицы линейного отображения (оператора) при изменении базисов пространств.
4. Образ и ядро линейного отображения.
5. Ранг и дефект линейного отображения, их сумма.
6. Пространство линейных отображений, алгебра линейных операторов.
7. Невырожденное линейное отображение. Полная линейная группа невырожденных линейных операторов.
8. Изоморфизм пространства линейных отображений пространству прямоугольных матриц.
9. Изоморфизм алгебры (группы невырожденных) операторов алгебре (группе с ненулевым определителем) квадратных матриц.
10. Инвариантные подпространства линейных операторов, инвариантность образа и ядра операторного многочлена.
11. Прямая сумма линейных операторов.
12. Собственные векторы и собственные значения линейных операторов, собственные подпространства.
13. Диагонализируемые линейные операторы.
14. Характеристический многочлен квадратной матрицы (оператора).
15. Разложение пространства в прямую сумму инвариантных подпространств относительно оператора с помощью многочленов.
16. Корневые подпространства линейного оператора.
17. Теорема Гамильтона – Кэли.
18. Минимальный многочлен оператора.
19. Понятие о жордановой нормальной форме матрицы оператора.
20. Минимальный многочлен и ЖНФ матрицы оператора, критерий диагонализируемости оператора.
21. Сопряженное отображение к линейному отображению унитарных (евклидовых) пространств, его существование и единственность.
22. Матрица сопряженного отображения в ортонормированных базисах.
23. Разложение унитарного (евклидова) пространства в прямую сумму ядра оператора и образа сопряженного оператора.
24. Теорема Шура для линейного оператора унитарного пространства.
25. Нормальный оператор унитарного пространства, существование для него ортонормированного базиса из собственных векторов.
26. Унитарный оператор унитарного пространства, критерии унитарности оператора.
27. Эрмитов оператор унитарного пространства, критерии.
28. Ортогональный и симметрический операторы евклидовых пространств, свойства.
29. Квадратичная форма, ее матрица и ранг. Изменение матрицы формы при линейном преобразовании переменных.
30. Приведение квадратичной формы методом Лагранжа к каноническому виду.

31. Нормальный вид квадратичных форм.

32. Закон инерции действительных квадратичных форм.

33. Распадающиеся квадратичные формы.

34. Положительно определенные квадратичные формы, критерий.

35. Приведение действительной квадратичной формы к каноническому виду с помощью ортогонального преобразования переменных.

Четвертый семестр

1. Деление с остатком и без остатка в кольце целых чисел. Алгоритм Евклида нахождения НОД и его линейного представления с иллюстрацией на примере.
2. Основная теорема арифметики, функция Эйлера.
3. Сравнение целых чисел по натуральному модулю, свойства.
4. Решение линейных сравнений и систем линейных сравнений.
5. Теоремы Ферма, Эйлера и Вильсона.
6. Алгебраические уравнения над кольцами классов вычетов. Неприводимые многочлены над полем Z_p, где p – простое число.
7. Алгоритм построения конечного поля $GL(p^n)$с иллюстрацией на примере.
8. Группоиды, их виды, простейшие свойства, примеры.
9. Таблица Кэли (номерная таблица Кэли) конечного группоида, изоморфизм группоидов. Примеры.
10. Группа, подгруппа. Критерии подгруппы. Диаграмма подгрупп конечной группы. Примеры (аддитивная группа кольца классов вычетов по натуральному модулю, мультипликативная группа комплексных корней из единицы заданной степени).
11. Подстановки n символов, их умножение (в левой и в правой терминологиях) и различные формы записи. Примеры.
12. Симметрическая группа подстановок S_n. Примеры групп подстановок малых порядков с диаграммами их подгрупп.
13. Порождающее множество элементов (под)группы, обозначения, свойства и примеры.
14. Теорема о виде элементов группы, порождённой данным множеством её элементов.
15. Теорема Кэли (с доказательством) об изоморфизме группы порядка n подгруппе симметрической группы подстановок S_n (представление конечной группы подстановками).
16. Смежные классы группы по подгруппе, свойства и примеры.
17. Теорема Лагранжа для конечных групп (с доказательством).
18. Порядок элемента группы. Циклическая (под)группа. Изоморфизм циклических групп равных порядков.
19. Подгруппы конечных и бесконечных циклических групп (формулировки утверждений с иллюстрациями на примерах).

20. Понятие о лево (право) стороннем действии группы на множестве. Примеры действий (действие группы подстановок n-ой степени на множестве символов N_n, действия подгруппы левыми или правыми сдвигами, а также сопряжениями на множестве элементов самой группы).
21. Орбиты при действии группы на множестве, свойства и примеры.
22. Стационарная подгруппа (стабилизатор символа) при действии группы на множестве. Примеры.
23. Количество элементов в орбите, при действии конечной группы на множестве. Примеры.
24. Лемма Бернсайда о количестве орбит при действии конечной группы на конечном множестве. Пример.
25. Сопряжение элементов группы, свойства. Сопряжение подстановок, примеры.
26. Классы сопряжённости группы, централизатор элемента группы. Порядок класса сопряжённости конечной группы. Центр группы. Примеры.
27. Сопряжение подгруппы группы, свойства. Классы сопряжённых подгрупп группы, нормализатор подгруппы. Примеры.
28. Теорема Силова (формулировка четырёх частей и доказательство *«Существования»*).
29. Иллюстрация теоремы Силова на примерах групп малых порядков.
30. Нормальная подгруппа группы, эквивалентные определения и примеры.
31. Факторгруппа, определение и примеры.
32. Гомоморфизмы групп, свойства и виды. Ядро и образ гомоморфизма, нормальность ядра.
33. Основная теорема о гомоморфизмах групп с доказательством и иллюстрацией на примере.

4.2.2 Список типовых практических заданий (для лабораторных занятий, контрольных работ и экзаменов)

1. Найдите множество решений системы линейных уравнений
$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 - x_3 + 3x_4 = -3 \\ -2x_1 + 8x_2 + 3x_3 - 8x_4 = 8 \\ -x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 5x_4 = 5 \end{cases}.$$

2. Найдите фундаментальную систему решений системы линейных однородных уравнений
$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 - x_3 + 3x_4 = 0 \\ -2x_1 + 8x_2 + 3x_3 - 8x_4 = 0 \\ -x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 5x_4 = 0 \end{cases}.$$

3. Вычислите матрицу $AB-2C$, где $A=\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} 9 & 8 \\ 4 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$.

4. С помощью элементарных преобразований найдите матрицу, обратную к матрице $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

5. По формуле найдите матрицу, обратную к матрице $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

6. Решите систему линейных уравнений $\begin{cases} 4x & -5y & = 4 \\ 5x & +2y & = 3 \end{cases}$ матричным способом.

7. Разложите определитель $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ a & b & c \\ 1 & 3 & 3 \end{vmatrix}$ по буквенному ряду.

8. Решите систему линейных уравнений $\begin{cases} 3x & -7y & = 3 \\ 4x & +3y & = 5 \end{cases}$ по правилу Крамера.

9. С помощью элементарных преобразований вычислите определитель $\begin{vmatrix} 5 & 6 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ 4 & 6 & -1 & 2 \end{vmatrix}$.

10. Методом окаймления миноров вычислите ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & -2 & 1 \\ -4 & 6 & -2 & 4 & -2 \\ 4 & -6 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.

.

11. По обобщенному правилу Крамера решите систему линейных уравнений $\begin{cases} 2x_1 & -3x_2 & +x_3 & -2x_4 & =1 \\ -4x_1 & +6x_2 & -2x_3 & +4x_4 & =-2 \\ 4x_1 & -6x_2 & +2x_3 & +x_4 & =1 \\ 2x_1 & -3x_2 & +x_3 & +3x_4 & =0 \end{cases}$.

12. Найдите какую-нибудь максимальную линейно независимую подсистему системы строк u_1, u_2, u_3, u_4, где

$u_1 = \quad (3;-2;1;-2),$
$u_2 = \quad (6;-4;2;-4),$
$u_3 = \quad (3;-2;1;-3),$
$u_4 = \quad (6;-4;2;-3).$

13. Строки u_1, u_2, u_3, u_4 выразите линейно через строки подсистемы, найденной в задании 12.

14. В линейной оболочке L (u_1, u_2, u_3, u_4) найдите такой базис, чтобы сумма компонент каждой его строки была равна 3.

15. Покажите, что система строк v_1, v_2, v_3 образует базис пространства R^3 и найдите координаты вектора v в этом базисе, где

$v_1 = \quad (2;1;2),$
$v_2 = \quad (3;1;1),$
$v_3 = \quad (2;2;1),$
$v = \quad (1;-2;1).$

16. Представьте в алгебраической форме комплексное число

$$u = \frac{3-2i+(1-i)(1+2i)}{2-i}$$

17. Решить уравнение $x^2-(4+i)x+5-i=0$ и записать его комплексные корни в алгебраической форме.

18. Представить комплексное число $z=\dfrac{\sqrt{3}i-1}{1-i}$ в тригонометрической форме.

19. Представить комплексное число $z=\left(\dfrac{\sqrt{3}-1}{1-i}\right)^{10}$ в алгебраической форме.

20. Выписать все комплексные корни пятой степени из числа $z=\dfrac{\sqrt{3}i-1}{1-i}$.

21. Найти частное и остаток при делении многочлена $x^5+5x^4+6x^3-2x^2-3x+1$ на многочлен $5x^4+20x^3+18x^2-4x-3$.

22. Разложить многочлен $2x^3-3x^2+1$ по степеням бинома $x+3$.

23. Найти рациональные корни многочлена $3x^4-8x^3+7x^2-8x+4$ и определить их кратность.

24. Найдите наибольший общий делитель $f(x) = x^4 - 2x^3 - x^2 - x + 3$ и $g(x) = x^3 - 1.$

25. Найдите линейное представление наибольшего общего делителя многочленов $f(x) = x^4 - 2x^3 - x^2 - x + 3$ и $g(x) = x^3 - 1.$

26. Данный многочлен $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 - 2x_1x_2 - 2x_1x_3 - 2x_2x_3$ представить в виде многочлена от элементарных симметрических многочленов.

27. Найти ортонормированный базис подпространства $U = L\ (a_1,\ a_2)$ евклидова пространства R^4, где a_1=(1,0,-2,2), a_2=(2,3,-4,4).

28. Найти ортогональную проекцию и ортогональную составляющую вектора b = (3,1,0,3) на подпространство L ((1,0,-2,2), (2,3,-4,4)).

29. Найти базис ортогонального дополнения в R^4 к подпространству L (a_1, a_2), где a_1= (1,0,-2,2), a_2=(2,3,-4,4).

30. Найти косинус угла между векторами $c_1 = (2+i, -2)$ и $c_2 = (1+i, 1-i)$ унитарного пространства C^2.

31. Найти какой-нибудь вектор единичной длины в унитарном пространстве C^2, который ортогонален вектору $c = (2+i, -2)$ и имеет вещественную первую компоненту.

32.Привести вещественную квадратичную форму $2x_1x_2 - x_2^2$ методом Лагранжа к каноническому, а затем и нормальному виду.

33. Определить ранг, индексы инерции и сигнатуру данной квадратичной формы $2x_1x_2 - x_2^2$.

34. Разложить в произведение двух вещественных линейных форм квадратичную форму $3x_1^2 + 4x_2^2 - x_3^2 + 8x_1x_2 + 2x_1x_3$.

35. Выяснить, какое из двух отображений R^3 в R^2, определенных по правилам $(x_1, x_2,) \mapsto (x_2-1, x_1+x_2)$ и $(x_1, x_2) \mapsto (2x_2, 2x_1-x_2)$ $\forall\, x_1,x_2 \in R$, является линейным оператором и указать его матрицу в стандартном базисе пространства R^2.

36. Линейный оператор A пространства R^2 в базисе $q_1 = (0,1)$, $q_2 = (1,1)$ имеет матрицу $[A]_q = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, а линейный оператор B того же пространства в стандартном базисе e_1,e_2 – матрицу $[B]_e = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$. Найти матрицу $[AB-2A]_q$.

37. Матрица $\begin{pmatrix} 4 & 2 & -5 \\ 6 & 4 & -9 \\ 5 & 3 & -7 \end{pmatrix}$ является матрицей линейного оператора пространства R^3 в стандартном базисе. Найдите собственные значения и все соответствующие им собственные векторы оператора.

38. Линейные оператор A пространства C^2 в базисе $q_1 =(-1,0)$, $q_2 =(1,-1)$ имеет матрицу $[A]_q = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & i \end{pmatrix}$. Найти матрицу $[A^*]_q$.

39. Выяснить, какие из следующих четырех линейных операторов пространства C^2, имеющих матрицы вида $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ в стандартном базисе, являются нормальными, унитарными или эрмитовыми.

40. Указать ортогональное преобразование переменных, приводящее вещественную квадратичную форму $5x_1^2 + 8x_2^2 + 5x_3^2 - 4x_1x_2 - 8x_1x_3 - 4x_2x_3$ к каноническому виду.

41. Линейные подпространства L_1 и L_2 пространства R^4 натянуты на системы векторов a_1, a_2, a_3 и b_1, b_2, b_3 соответственно. Найти базис суммы и размерность пересечения подпространств L_1 и L_2, где

$$a_1 = (1;1;1;1),\ a_2 = (1;1;-1;-1),\ a_3 = (1;-1;1;-1),$$
$$b_1 = (1;-1;-1;1),\ b_2 = (2;-2;0;0),\ b_3 = (3;-1;1;1)$$

42.Найти базис пересечения подпространств L_1 и L_2 из задания 41.

43. Найти жорданову нормальную форму матрицы линейного оператора пространства R^3, матрица которого в стандартном базисе имеет вид $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 5 & -3 \\ 3 & 7 & -4 \end{pmatrix}$.

44. Найти базис пространства R^3, в котором матрица оператора из задания 43 имеет жорданову нормальную форму.

45. Найти собственные подпространства оператора $A : R^3 \to R^3$, матрица которого в стандартном базисе имеет вид $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 8 \end{pmatrix}$.

46. Найти ортонормированный базис, состоящий из собственных векторов оператора A из задания 45.

47. Найти ортогональную матрицу $\boldsymbol{T}$ и диагональную матрицу $\boldsymbol{B}$, для которых выполняется равенство $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{T}^{-1}\boldsymbol{A}\boldsymbol{T}$, где $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

48. Выяснить имеет ли уравнение $\boldsymbol{X^2 = A}$ решение в кольце матриц $\boldsymbol{M_{3x3}(R)}$, где $\boldsymbol{A}$ =
$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 3 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

49. Найти ортонормированный базис подпространства U из задания 49.

50. Найти ортогональную проекцию вектора v на подпространство $U = L(v_1, v_2, v_3, v_4)$ евклидова пространства R^4, где
$$v_1 = (1;1;1;1),\ v_2 = (0;2;0;2),\ v_3 = (2;0;0;2),\ v_4 = (1;1;-1;3),$$
$$v = (2;0;-2;0)$$

51. Найти базисы образа и ядра оператора пространства R^3, у которого матрица в стандартном базисе этого пространства имеет вид
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 5 & -3 \\ 3 & 7 & -4 \end{pmatrix}.$$

54. Представить в виде произведения независимых циклов в симметрической группе $\boldsymbol{S_9}$ подстановку $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 8 & 4 & 7 & 9 & 3 & 6 & 2 & 1 \end{pmatrix}^{-2007}$ и определить ее четность.

55. Построить таблицы Кэли для мультипликативной группы $\sqrt[4]{1}$ и аддитивной группы $\boldsymbol{Z_4}$, доказать изоморфизм этих групп.

56. В аддитивной группе классов вычетов $\boldsymbol{Z_{18}}$ указать все ее подгруппы.

57. Разбить симметрическую группу подстановок $\boldsymbol{S_3}$ на левые смежные классы по подгруппе *H= {e; (23)}*.

58. Показать, что кольцо вычетов по модулю p^2 не изоморфно полю из p^2 элементов.

59. Составить таблицу умножения и деления для колец Z_4 и Z_9 и для полей *GF(4)* и *GF(9)*.

60. Для заданной матрицы размера p^2 на p^2, где $p=2$ или $p=3$, проверить, является ли она таблицей умножения в поле $GF(p^2)$ при какой-либо нумерации элементов этого поля.

61. Реализовать алгоритм деления в кольце вычетов Z_n (учитывая возможность получения неоднозначного результата).

62. Дано k взаимно простых натуральных чисел $m_i > 1$. Для любого набора k целых чисел a_i, найти целое $a < \prod_i^k m_i$, такое, что $a = a_i (\bmod m_i)$, для всех i от 1 до k .

63. Обобщить предыдущую задачу на случай, когда числа не обязательно взаимно просты.

64. Найти все неприводимые над полем Z_n многочлены степени n (n – небольшое простое число).

65. По данной таблице Кэли группоида $\langle N_4; \cdot \rangle$ ответить на вопрос: (1) коммутативно ли умножение; (2) имеется ли в группоиде единица; (3) имеется ли в группоиде к любому элементу обратный элемент; (4) является ли группоид квазигруппой; (5) является ли группоид полугруппой; (6) является ли группоид группой?

.	**1**	**2**	**3**	**4**
1	2	1	4	3
2	1	2	3	4
3	4	3	1	2
4	3	4	2	1

66. Дана группа подстановок *G* и два подмножества *H₁, H₂* множества *G*. Определить какое из этих подмножеств является, а какое не является подгруппой группы *G*. Затем разбить множество *G* на правые (левые) смежные классы по найденной подгруппе. $G = \{e, (1342), (1243), (12)(34), (13)(24), (14)(23), (14), (23)\}$, $H_1 = \{e, (1234)\}$, $H_2 = \{e, (12)(34)\}$.

67. Даны три подмножества H_1, H_2 и H_3 некоторой группы подстановок *G*. Показать, что только два из них являются подгруппами группы, а затем показать, что только одна из этих подгрупп нормальна в *G*.

$$G = \{e, (1234), (1432), (12)(34), (13)(24), (14)(23), (13), (24)\},$$

$$H_1 = \{e, (1234)\},\ H_2 = \{e, (12)(34)\},\ H_3 = \{e, (13)(24)\}.$$

68. Показать, что данное подмножество *H* некоторой группы подстановок *G* является нормальной подгруппой и построить таблицу Кэли для факторгруппы G/H.

$$G = \{e, (1423), (1324), (12)(34), (13)(24), (14)(23), (12), (34)\},\quad H = \{e, (12)(34)\}.$$

69. По данной таблице Кэли группоида $G = \{g_1, g_2, g_3, g_4\}$ построить его номерную таблицу Кэли и выяснить является ли он группой, а если является, то представить его элементы подстановками 4-й степени.

	g_1	g_2	g_3	g_4
g_1	g_2	g_1	g_4	g_3
g_2	g_1	g_2	g_3	g_4
g_3	g_4	g_3	g_1	g_2
g_4	g_3	g_4	g_2	g_1

70. Методом Лагранжа привести действительную квадратичную форму $x_2^2 - x_3^2 - 2x_1x_2 - 2x_1x_3$ к каноническому виду. В ответе указать получившийся канонический вид и матрицу приводящего к нему линейного преобразования переменных.

71. С помощью невырожденного линейного преобразования переменных с действительными коэффициентами привести действительную квадратичную форму

$4x_1^2 - x_2^2 - 9x_3^2 + x_4^2$ от четырёх переменных к нормальному виду. В ответе указать получившийся нормальный вид и матрицу приводящего к нему линейного преобразования переменных.

72. С помощью невырожденного линейного преобразования переменных с комплексными коэффициентами привести комплексную квадратичную форму $4x_1^2 - x_2^2$ от двух переменных к нормальному виду. В ответе указать получившийся нормальный вид и матрицу, приводящего к нему линейного преобразования переменных.

73. Для действительной квадратичной формы $x_2^2 - 2x_1x_2 + 2x_1x_3$ от трёх переменных, используя метод Лагранжа, определить ранг, положительный и отрицательный индексы инерции, сигнатуру.

74. Выяснить, эквивалентны ли две действительные квадратичные формы x_1x_2 и $3x_1^2 + 2x_1x_2 - x_2^2$, а если эквивалентны, то указать невырожденное линейное преобразование переменных с действительными коэффициентами, приводящее одну из них к другой.

75. Выяснить, является ли следующая действительная квадратичная форма $x_3^2 - 4x_1x_2 + 2x_1x_2 - 2x_2x_3$ распадающейся, и если является, то представить её в виде произведения двух действительных линейных форм.

76. Используя критерий Сильвестра, для данных трёх действительных квадратичных форм определить, какая из них является положительно определённой, отрицательно определённой и неопределённой: $-2x_1^2 - x_2^2 - 2x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3$,

$$2x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 2x_1x_2 - 2x_1x_3 \text{ и } x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - x_1x_2 + x_1x_3 - x_2x_3.$$

77. Привести действительную квадратичную форму $4x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 + 8x_1x_2 - {}$ $- 4x_1x_3 - 4x_2x_3$ от трёх переменных к каноническому виду с помощью ортогонального преобразования переменных. В ответе указать получившийся канонический вид и матрицу приводящего к нему ортогонального преобразования переменных.

78. Выяснить, эквивалентны ли две комплексные квадратичные формы x_1x_2 и $2x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2$, а если эквивалентны, то указать невырожденное линейное преобразование переменных с комплексными коэффициентами, приводящее одну из них к другой.

79. Найти произведение $\alpha \cdot \beta$ данных двух подстановок α и β, если подстановка $\alpha = (135)(28)(4679)$ записана в циклическом виде и подстановка $\beta = 135284679$ записана в виде перестановки. Продемонстрировать левостороннее и правостороннее умножение, причём подстановка $\alpha \cdot \beta$ в обоих случаях должна быть записана в каноническом виде.

80. Даны подстановки *4*-ой степени 3214 и 2143, записанные в виде перестановок. Выписать элементы группы (подгруппы симметрической группы S_4), порождённой этими подстановками (использовать соответствующий алгоритм).

81. Найти центр данной группы подстановок

$G = \{e, (1234), (1432), (12)(34), (13)(24), (14)(23), (13), (24)\}$.

82. Разбить данную группу подстановок G на классы сопряжённости и указать централизаторы некоторых подстановок из G (подстановки самостоятельно выбираются по одной из каждого класса сопряжённости), где

$G=\{e, (1234), (1432), (12)(34), (13)(24), (14)(23), (13), (24)\}$.

83. Дана подгруппа H некоторой группы подстановок G. Группа H действует на множестве G правыми сдвигами. Разбить множество G на орбиты при действии H на G, а также указать стабилизаторы некоторых символов из G (символы самостоятельно выбираются по одному из каждой орбиты).

$$G=\{e, (1423), (1324), (12)(34), (13)(24), (14)(23), (12), (34)\},\quad H=\{e, (13)(24)\},.$$

84. Разбить симметрическую группу S_4 на классы сопряжённости и указать централизаторы подстановок, самостоятельно выбранных по одной из каждого класса сопряжённости.

85. Дана подгруппа H некоторой группы подстановок G. Группа H действует на множестве G сопряжениями. Разбить множество G на орбиты при действии H на G, а также указать стабилизаторы заданных символов из G (символы взяты по одному из каждой орбиты):

$$G=\{e, (1423), (1324), (12)(34), (13)(24), (14)(23), (12), (34)\},\quad H=\{e, (14)(23)\}.$$

86. Выписать элементы какой-нибудь силовской 3-подгруппы данной конечной группы G, если *a)* $G=Z_{36}$, *b)* $G=A_4$.

87. Построить диаграмму подгрупп мультипликативной циклической группы $\langle g \rangle$ порядка 100.

88. Группа подстановок 5-ой степени $G=\{\begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\1&2&3&4&5\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\3&2&5&4&1\end{pmatrix},$ $\begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\5&2&1&4&3\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\1&4&3&2&5\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\3&4&5&2&1\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\5&4&1&2&3\end{pmatrix}\}$ естественно действует на множестве своих символов N_5. Разбить множество N_5 на орбиты и указать стабилизаторы некоторых символов из N_5 (символы выбираются произвольно по одному из каждой орбиты).

4.2.3 Примерные билеты к экзаменам

Первый семестр

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Кубанский государственный университет»
Кафедра функционального анализа и алгебры
Направление подготовки: 02.03.01 Математика и компьютерные науки
Билет № *
по фундаментальной и компьютерной алгебре

1. Основная система решений системы линейных уравнений, алгоритм ее нахождения с иллюстрацией на примере.
2. Формулировка теоремы Лапласа, следствие и иллюстрация на примере.
3. Вычислите $\det(A^{-1}+3BC)$, где $A=\begin{pmatrix}1&-1&2\\1&0&1\\2&-1&4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1&-1\\0&1\\-1&1\end{pmatrix}$ и $C=\begin{pmatrix}1&-1&2\\2&-2&3\end{pmatrix}$

Заведующий кафедрой

Второй семестр

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Кубанский государственный университет»
Кафедра функционального анализа и алгебры
Направление подготовки: 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Билет № *
по фундаментальной и компьютерной алгебре

1. Формула Муавра.
2. Сумма и пересечение подпространств векторного пространства.
3. Найдите наибольший общий делитель многочленов *c(x)* и *d(x)*, где

$$c(x) = x^4 + 3x^3 - 2x - 2, \quad d(x) = x^3 + x^2 - 3x + 1.$$

Заведующий кафедрой

Третий семестр

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Кубанский государственный университет»
Кафедра функционального анализа и алгебры
Направление подготовки: 02.03.01 Математика и компьютерные науки
Билет № *
по фундаментальной и компьютерной алгебре

1. Ортогональная система векторов, процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Примеры.
2. Сопряженное отображение к линейному отображению унитарных (евклидовых) пространств, его существование и единственность.
3. Привести комплексную квадратичную форму h к сумме квадратов и указать соответствующее невырожденное линейное преобразование переменных, если

$$h = x_1^2 + 3x_2^2 - 4x_1x_2.$$

Заведующий кафедрой

Четвертый семестр

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Кубанский государственный университет»
Кафедра функционального анализа и алгебры
Направление подготовки: 010200.62 Математика и компьютерные науки

Билет № *
по фундаментальной и компьютерной алгебре

1. Симметрическая группа подстановок S_n. Примеры групп подстановок малых порядков с диаграммами их подгрупп.
2. Факторгруппа, определение и примеры.
3. Даны подстановки *4*-ой степени 3214 и 2143, записанные в виде перестановок. Выписать элементы группы (подгруппы симметрической группы S_4), порождённой этими подстановками (использовать соответствующий алгоритм).

Заведующий кафедрой

4.3 Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

№ п/п	Код и наименование индикатора (в соответствии с п. 1.4)	Результаты обучения (в соответствии с п. 1.4)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1	ИОПКБ-1.1 Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых математических и естественнонаучных дисциплин.	ИОПКБ-1.1.З-1. Знает основные понятия и теоремы курса в достаточной мере, чтобы их использовать для решения типовых задач по дисциплине. ИОПКБ-1.1У-1. Умеет использовать приобретенные знания в процессе изучения дисциплины для выработки плана пошагового решения задач разного уровня. ИОПКБ-1.1У-2. Владеет навыками выполнения стандартных действий, позволяющих сводить решение сложной задачи по дисциплине к	В течение 4-х семестров: выполнение домашних заданий, опрос на лекционных и лабораторных занятиях. В 1-м семестре: Самостоятельная работа, контрольная работа, коллоквиум. Во 2-м семестре: контрольная работа №1, контрольная работа №2, коллоквиум. В 3-м семестре: контрольная работа №1, контрольная работа №2, коллоквиум, реферативный отчёт. в 4-м семестре: контрольная работа, реферативно-творческий отчёт.	Вопросы на экзамене в 1-м семестре: 1-7; во 2-м семестре: 1-8; в 3-м семестре: 1-6; в 4-м семестре: 1-5.

		решению простейших типовых задач.		
2	ИОПКБ-1.2. Владеет фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.	ИОПКБ-1.2. З-1. Знает определённые понятия и утверждения курса в объёме, достаточном для успешного прохождения текущей и промежуточной аттестаций по дисциплине. ИОПКБ-1.2. У-1. Умеет приобретать и использовать фундаментальные знания по дисциплине в процессе решении практических заданий. ИОПКБ-1.2.У-2. Владеет фундаментальными знаниями, полученными в рамках изучаемой дисциплины.	В течение 4-х семестров: выполнение домашних заданий, опрос на лекционных и лабораторных занятиях. В 1-м семестре: Самостоятельная работа, контрольная работа, коллоквиум. Во 2-м семестре: контрольная работа №1, контрольная работа №2, коллоквиум. В 3-м семестре: контрольная работа №1, контрольная работа №2, коллоквиум, реферативный отчёт. в 4-м семестре: контрольная работа, реферативно-творческий отчёт.	Вопросы на экзамене в 1-м семестре: 8-13; во 2-м семестре: 9-14; в 3-м семестре: 7-12; в 4-м семестре: 6-11.
3	ИПКБ-1.1. Способен решать актуальные и важные задачи фундаментальной и прикладной математики	ИПКБ-1.1. З-1. Знает необходимые понятия и утверждения курса фундаментальной и компьютерной алгебры для решения типовых задач этого курса. ИПКБ-1.1. У-1. Умеет, используя специальные знания в ходе изучения дисциплины, находить подходы к решению практических заданий по этой дисциплине. ИПКБ-1.1. У-2. Владеет алгоритмическими навыками решения определённых практических заданий курса фундаментальной и компьютерной алгебры.	В течение 4-х семестров: выполнение домашних заданий, опрос на лекционных и лабораторных занятиях. В 1-м семестре: Самостоятельная работа, контрольная работа, коллоквиум. Во 2-м семестре: контрольная работа №1, контрольная работа №2, коллоквиум. В 3-м семестре: контрольная работа №1, контрольная работа №2, коллоквиум, реферативный отчёт. в 4-м семестре: контрольная работа, реферативно-творческий отчёт.	Вопросы на экзамене в 1-м семестре: 14-20; во 2-м семестре: 15-19; в 3-м семестре: 13-18; в 4-м семестре: 12-16.
4	ИПКБ-1.4. Собирает и анализирует научно-техническую информацию с учётом базовых представлений, полученных в области фундаментальной математики, механики, естественных наук, программирования и информационных технологий.	ИПКБ-1.4. З-1. Знает методы сбора информации, необходимой для успешного усвоения курса фундаментальной и компьютерной алгебры. ИПКБ-1.4. У-1. Умеет анализировать собираемую научную и учебную информацию с учётом базовых представлений, полученных в области фундаментальной алгебры. ИПКБ-1.4. У-2. Владеет навыками оценивания приоритетности содержательных элементов информации, с учётом ба-	В течение 4-х семестров: выполнение домашних заданий, опрос на лекционных и лабораторных занятиях. В 1-м семестре: Самостоятельная работа, контрольная работа, коллоквиум. Во 2-м семестре: контрольная работа №1, контрольная работа №2, коллоквиум. В 3-м семестре: контрольная работа №1, контрольная работа №2, коллоквиум, реферативный отчёт. в 4-м семестре:	Вопросы на экзамене в 1-м семестре: 21-26; во 2-м семестре: 20-24; в 3-м семестре: 19-24; в 4-м семестре: 17-22.

		зовых представлений, полученных в ходе изучения дисциплины..	контрольная работа, реферативно-творческий отчёт.	
5	ИПКБ -2.1. Демонстрирует навыки логичного и последовательного изложения материала научного исследования в устной и письменной форме.	ИПКБ – 2.1. З-1 Знает алгебраическую и компьютерную алгоритмическую терминологию в достаточной мере для изложения основных положений курса фундаментальной и компьютерной алгебры. ИПКБ -2.1. У-1. Умеет излагать содержательный материал дисциплины последовательно и логично. ИПКБ -2.1. У-2. Владеет навыками упорядочивания положений излагаемого материала таким образом, чтобы каждое новое положение являлось логическим следствием предыдущих.	В течение 4-х семестров: выполнение домашних заданий, опрос на лекционных и лабораторных занятиях. В 1-м семестре: Самостоятельная работа, контрольная работа, коллоквиум Во 2-м семестре: контрольная работа №1, контрольная работа №2, коллоквиум. В 3-м семестре: контрольная работа №1, контрольная работа №2, коллоквиум, реферативный отчёт. в 4-м семестре: контрольная работа, реферативно-творческий отчёт.	Вопросы на экзамене в 1-м семестре: 27-32; во 2-м семестре: 25-28; в 3-м семестре: 25-30; в 4-м семестре: 23-28.
6	ИПКБ -2.2. Конструирует предметное содержание и адаптирует его в соответствии с особенностями целевой аудитории.	ИПКБ – 2.2.З-1. Знает различные способы изложения заданного материала дисциплины в зависимости от уровня подготовки слушателей. ИПКБ -2.2. У-1. Умеет адаптировать предметное содержание излагаемого материала в соответствии с особенностями целевой аудитории. ИПКБ -2.2. У-2. 2 Владеет навыками конструирования содержательной части материала с целью более доступного его изложения.	В течение 4-х семестров: выполнение домашних заданий, опрос на лекционных и лабораторных занятиях. В 1-м семестре: Самостоятельная работа, контрольная работа, коллоквиум. Во 2-м семестре: контрольная работа №1, контрольная работа №2, коллоквиум. В 3-м семестре: контрольная работа №1, контрольная работа №2, коллоквиум, реферативный отчёт. в 4-м семестре: контрольная работа, реферативно-творческий отчёт.	Вопросы на экзамене в 1-м семестре: 33-39; во 2-м семестре: 29-41; в 3-м семестре: 31-35; в 4-м семестре: 29-33.

4.4 Критерии оценивания результатов обучения

Оценка	*Критерии оценивания по экзамену*
Высокий уровень «5» (отлично)	Оценка **«отлично»** выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач.
Средний уровень «4» (хорошо)	Оценка **«хорошо»** выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Пороговый уровень «3» (удовлетворительно)	Оценка **«удовлетворительно»** выставляется студенту, показавшему разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы в некотором объеме, необходимом для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.
Минимальный уровень «2» (неудовлетворительно)	Оценка **«неудовлетворительно»** выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач.

Итоговая оценка выставляется с учетом работы студента в семестре: учитываются результаты контрольных работ (двух в 1-3 семестрах и одной в четвертом семестре), а также результаты ответов на коллоквиумах (в 1-3 семестрах) и результат отчета по реферативному докладу (в 3-4 семестрах).

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в печатной форме увеличенным шрифтом,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

5. Перечень учебной литературы, информационных ресурсов и технологий

5.1 Учебная литература

1. Винберг, Э.Б. Курс алгебры : учебник / Э.Б. Винберг. - Москва : МЦНМО, 2011. - 591 с. - ISBN 978-5-94057-685-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63299
2. Кострикин, А.И. Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. - Москва : МЦНМО, 2009. - Ч. 1. Основы алгебры. - 273 с. - ISBN 978-5-94057-453-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63140
3. Кострикин, А.И. Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. - Москва : МЦНМО, 2009. - Ч. 2. Линейная алгебра. - 368 с. - ISBN 978-5-94057-454-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63144
4. Кострикин, А.И. Введение в алгебру. Часть 3. Основные структуры [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2001. — 272 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/59284
5. Кострикин А.И. Сборник задач по алгебре [Электронный ресурс]. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. - URL: http://e.lanbook.com/view/book/2743/.
6. Курош, А.Г. Курс высшей алгебры [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 432 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/30198
7. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре [Электронный ресурс]. - СПб.: Лань, 2010. - URL: http://e.lanbook.com/view/book/529/
8. Фаддеев, Д.К. Лекции по алгебре [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2007. — 416 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/397.
9. Фаддеев, Д.К. Задачи по высшей алгебре [Электронный ресурс] : учеб. / Д.К. Фаддеев, И.С. Соминский. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2008. — 288 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/399.

5.2. Периодическая литература

1. Журнал “Вестник Московского университета. Серия 01. Математика. Механика”/ - Издательство Московского университета. – ISSN 0579-9368. - https://dlib.eastview.com/browse/publication/9045

2. Журнал "Известия высших учебных заведений. Математика" ISSN 0021-3446 (Print), ISSN 2076-4626 (Online) . - Учредитель и издатель: Казанский (Приволжский) федеральный университет. - https://dlib.eastview.com/browse/publication/7087

5.3. Интернет-ресурсы, в том числе современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Электронно-библиотечные системы (ЭБС):

1. ЭБС «ЮРАЙТ» https://urait.ru/
2. ЭБС «УНИВЕРСИТЕТСКАЯ БИБЛИОТЕКА ОНЛАЙН» www.biblioclub.ru
3. ЭБС «BOOK.ru» https://www.book.ru
4. ЭБС «ZNANIUM.COM» www.znanium.com
5. ЭБС «ЛАНЬ» https://e.lanbook.com

Профессиональные базы данных:

1. Web of Science (WoS) http://webofscience.com/
2. Scopus http://www.scopus.com/

3. ScienceDirect www.sciencedirect.com
4. Журналы издательства Wiley https://onlinelibrary.wiley.com/
5. Научная электронная библиотека (НЭБ) http://www.elibrary.ru/
6. Полнотекстовые архивы ведущих западных научных журналов на Российской платформе научных журналов НЭИКОН http://archive.neicon.ru
7. Национальная электронная библиотека (доступ к Электронной библиотеке диссертаций Российской государственной библиотеки (РГБ) https://rusneb.ru/
8. Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина https://www.prlib.ru/
9. Электронная коллекция Оксфордского Российского Фонда https://ebookcentral.proquest.com/lib/kubanstate/home.action
10. Springer Journals https://link.springer.com/
11. Nature Journals https://www.nature.com/siteindex/index.html
12. Springer Nature Protocols and Methods https://experiments.springernature.com/sources/springer-protocols
13. Springer Materials http://materials.springer.com/
14. zbMath https://zbmath.org/
15. Nano Database https://nano.nature.com/
16. Springer eBooks: https://link.springer.com/
17. "Лекториум ТВ" http://www.lektorium.tv/
18. Университетская информационная система РОССИЯ http://uisrussia.msu.ru

Информационные справочные системы:

1. Консультант Плюс - справочная правовая система (доступ по локальной сети с компьютеров библиотеки)

Ресурсы свободного доступа:

1. Американская патентная база данных http://www.uspto.gov/patft/
2. Полные тексты канадских диссертаций http://www.nlc-bnc.ca/thesescanada/
3. КиберЛенинка (http://cyberleninka.ru/);
4. Министерство науки и высшего образования Российской Федерации https://www.minobrnauki.gov.ru/;
5. Федеральный портал "Российское образование" http://www.edu.ru/;
6. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" http://window.edu.ru/;
7. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов http://school-collection.edu.ru/ .
8. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (http://fcior.edu.ru/);
9. Проект Государственного института русского языка имени А.С. Пушкина "Образование на русском" https://pushkininstitute.ru/;
10. Справочно-информационный портал "Русский язык" http://gramota.ru/;
11. Служба тематических толковых словарей http://www.glossary.ru/;
12. Словари и энциклопедии http://dic.academic.ru/;
13. Образовательный портал "Учеба" http://www.ucheba.com/;
14. Законопроект "Об образовании в Российской Федерации". Вопросы и ответы http://xn--273--84d1f.xn--p1ai/voprosy_i_otvety

Собственные электронные образовательные и информационные ресурсы КубГУ:

1. Среда модульного динамического обучения http://moodle.kubsu.ru
2. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций http://mschool.kubsu.ru/

3. Библиотека информационных ресурсов кафедры информационных образовательных технологий http://mschool.kubsu.ru;
4. Электронный архив документов КубГУ http://docspace.kubsu.ru/
5. Электронные образовательные ресурсы кафедры информационных систем и технологий в образовании КубГУ и научно-методического журнала "ШКОЛЬНЫЕ ГОДЫ" http://icdau.kubsu.ru/

6 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Самостоятельная работа студента включает в себя повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным занятиям, к коллоквиумам, к контрольным работам, к докладам (в 3-4 семестрах) и к экзаменам. Такой вид СР контролируется в ходе проверки домашних заданий, контрольных работ, коллоквиумов и экзаменов. Предполагается самостоятельное изучение студентами теоретического материала по темам, указанным в разделах таблицы 2.3.1 (во втором абзаце содержания раздела), а также подготовка студентами 2-го курса (в 3-ем и 4-ом семестре) докладов по самостоятельно изученным темам, причём доклад в 4-м семестре представляет собой компьютерную реализацию некоторого алгоритма по алгебраической тематике. Контроль выполнения этого вида самостоятельной работы студентов осуществляется во время консультаций (вызывных и по желанию студента), и на практических занятиях в ходе доклада (когда тема доклада соответствует теме занятия) или по письменному отчету о подготовке к докладу.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала. Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

Виды самостоятельной работы

Обязательными при изучении дисциплины «Фундаментальная и компьютерная алгебра» являются следующие виды самостоятельной работы:

- разбор и самостоятельное изучение теоретического материала по конспектам лекций и по учебным пособиям из списка источников литературы;
- самостоятельное решение задач по темам практических занятий;
- подготовка к контрольным работам;
- подготовка к докладу;
- подготовка к коллоквиумам;
- подготовка к экзаменам.

6.1 Методические указания к самостоятельному изучению студентами теоретического материала

Для подготовки к ответам на теоретические вопросы коллоквиумов и экзаменов студентам первого курса достаточно использовать материал лекций, который также содержится в источниках [1 – 9] из пункта 5.1 в списке учебной литературы. В случае затруднений, возникающих у студентов в процессе самостоятельного изучения теории, преподаватель разъясняет сложные моменты на консультациях.

6.2. Методические указания к самостоятельной подготовке студентов к выполнению заданий по темам лабораторных занятий

Для выполнения домашнего практического задания необходимо разобрать материал по соответствующей теме практического занятия. При этом используются указания, данные преподавателем в ходе занятия, а также теоретический материал, в краткой форме имеющийся в сборниках задач [5, 7, 9] в списке из пункта 5.1. Если студент не смог понять приведенный в указанных задачниках разбор типовых примеров в той степени, чтобы самостоятельно использовать предложенный алгоритм для решения задания, то он может получить консультацию преподавателя.

6.3. Методические указания к самостоятельной подготовке студентов к выполнению контрольных работ

В 1-ом семестре проводится самостоятельная работа (разрешается использование дополнительных источников информации), а затем контрольная работа (не разрешается использование таких источников), во 2-ом и в 3-ем семестрах проводится по две контрольных работы, в 4-ом семестре – одна контрольная работа. Самостоятельная работа в 1-ом семестре (45 минут) состоит из пяти заданий, а каждая контрольная работа (90 минут) – из десяти заданий (одно задание оценивается в 3 балла, нижний порог успешности составляет 9 баллов, высокая оценка ставится при получении не менее 20 баллов). Для подготовки к контрольной работе необходимо выполнять задания в ходе практических занятий, а также домашние задания. В процессе самоподготовки студенту желательно ознакомиться с разбором опорных по рассматриваемым темам задач, имеющихся, например, в сборниках [1 – 3] в списке литературы из пункта 5.1. В пункте 4.2.2 предлагается список конкретных заданий, типаж которых включает в себя все типы реальных заданий самостоятельной и контрольных работ.

6.4. Методические указания к самостоятельной подготовке студентов к докладу

Каждый студент второго курса должен подготовить два доклада: один в третьем семестре и один в четвертом. доклад по одной из тем, предназначенных для самостоятельного изучения. Общее описание таких тем, например, имеется во втором абзаце некоторых разделов содержания тем таблицы из пункта 2.3.1. Также примерная тематика докладов в третьем семестре имеется в пункте 4.1.2.1, а в четвёртом семестре – в пункте 4.1.2.2. Студент отчитывается перед преподавателем, ведущим лабораторные занятия. Тема отчёта может быть выбрана студентом самостоятельно и не обязательно из предложенного ниже списка, но обязательно в согласовании с преподавателем. Возможность работы нескольких студентов по одной и той же теме определяет преподаватель.

Для подготовки доклада в 3-м семестр кроме источников литературы пункта 5.1 возможно использование источников из их Интернет ресурса, а также самостоятельно найденных источников. Доклады могут быть представлены студентами на практических занятиях у доски или в виде презентации, если тема занятия соответствует теме доклада. О подготовке доклада по темам, пройденных ранее в 1-м и 2-м семестрах, студент может отчитаться на консультации или представить отчет в письменной форме в конце семестра. Доклад по теме 3-го семестра может быть сделан на одном из лабораторных занятий. По одной и той же теме доклад готовят не более двух студентов одной группы. Оформление письменного отчета по докладу должно удовлетворять требованиям: а) текст набирается 14 шрифтом на бумаге формата А4; б) на титульном листе кроме темы также указывается факультет, направление (бакалавриат), курс, группа, ФИО студента; в) содержание материала по объему составляет 3-4 страницы; г) список литературы содержит не менее двух источников (возможно из списка литературы в пункте 5). Более подробная информация письменного оформления доклада имеется в Методических указаниях по организации самостоятельной работы, утвержденных кафедрой функционального анализа и алгебры (протокол № 1 от 31.08.2017 г.).

Каждый студент в 4-м семестре должен подготовить отчёт (возможно в форме доклада) по компьютерной реализации (в основном, на языке Pascal ABC Net) алгоритма, связанного с алгебраической тематикой. Отчёт предоставляется как в электронной, так и в печатной форме. В электронном виде преподавателю предоставляется протестированная работающая программа. В печатном виде отчёта приводится теоретическое описание алгоритма, код программы с подробными комментариями к выполнению тех или иных шагов алгоритма, иллюстрируется работа программы на конкретном тестовом примере с необходимыми скриншотами окна вывода, а также указывается список использованных источников. Текст набирается 14 шрифтом на бумаге формата А4; на титульном листе кроме темы также указывается факультет, направление (бакалавриат), курс, группа, ФИО студента; содержание материала по объему составляет до 5-ти страниц. Работающая программа (в электронном виде) может быть отмечена хорошей оценкой. На отлично может быть оценён только полный отчёт (и в электронном виде с работающей программой и в печатном виде с соблюдением указанных выше требований). Если рассматривается достаточно сложный алгебраический алгоритм или несколько алгоритмов, связанных общей алгебраической идеей, то отчёт может быть подготовлен несколькими студентами (не более трёх человек из группы по одной теме). В случае выполнения одного отчёта (по одной алгебраической теме) несколькими студентами, объём работы, выполненной каждым из них, должен быть в отчёте кратко отмечен.

6.5 Методические указания к самостоятельной подготовке студентов к коллоквиумам

В каждом из первых трех семестров проводится коллоквиум в целях закрепления студентами знаний теоретического материала. Коллоквиум может проводиться в устной или в письменной форме. При этом студент должен подготовить письменно ответ (для устной формы – тезисы ответа) на два вопроса из примерного перечня теоретических вопросов к экзамену в пункте 4.2.1 (в соответствующем семестре). Номера вопросов из указанного списка даются в таблице пункта 4.1.3. Теоретический материал для подготовки к коллоквиуму можно найти в источниках литературы, описанных в пункте 5.1. Положительный ответ студента на коллоквиуме может быть учтен при сдаче экзамена.

6.6 Методические рекомендации для самостоятельной подготовки студентов к экзамену

В конце каждого семестра 1 - 4 формой итогового контроля знаний студентов по дисциплине «Фундаментальная и компьютерная алгебра» является экзамен. Для подготовки к экзамену студентам необходимо выполнить текущие семестровые контрольные работы (см.

пункт 4.1.1). Экзаменационный билет состоит из трех вопросов – двух теоретических и одного практического (см. пункт 4.2.3). При выставлении оценки также учитывается успеваемость студента в течение семестра: активность на лекционных и практических занятиях, качество выполняемых в течение семестра домашних практических заданий, ответы на коллоквиумах, оценки за контрольные работы, качество подготовленных докладов по темам, предназначенным для самостоятельного изучения. Каждый из трех вопросов экзамена оценивается в три балла. Также в ходе экзамена задаются два дополнительных вопроса (не обязательно по вопросам билета), в которых требуется сформулировать некоторое определение или утверждение. Дополнительный вопрос оценивается в один балл. Оценка «неудовлетворительно» на экзамене ставится, если студент набрал меньше 4 баллов; оценка «удовлетворительно», если набрал от 4 до 6 баллов; оценка «хорошо», если он набрал от 7 до 9 баллов; оценка «отлично», если студент набрал более 9 баллов.

7. Материально-техническое обеспечение по дисциплине

По всем видам учебной деятельности в рамках дисциплины используются аудитории, кабинеты и лаборатории, оснащенные необходимым специализированным и лабораторным оборудованием.

Наименование специальных помещений	Оснащенность специальных помещений	Перечень лицензионного программного обеспечения
Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа (ауд.302Н, ауд.303Н, ауд.308Н, ауд.505А, ауд.507А)	Мебель: учебная мебель. Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер. Средства обучения: доска, маркеры и мел.	Microsoft Office; Программы для демонстрации и создания презентаций («Microsoft Power Point»)
Учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций (кабинет 314Н).	Мебель: учебная мебель Средства обучения: доска, маркеры и мел.	
Учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации (ауд.302Н, ауд.303Н, ауд.308Н, ауд.505А, ауд.507А)	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер. Средства обучения: доска, маркеры и мел.	Microsoft Office; Программы для демонстрации и создания презентаций («Microsoft Power Point»)
Учебные аудитории для проведения лабораторных занятий (ауд.310Н, ауд.312Н, ауд.314Н)	Мебель: учебная мебель Средства обучения: доска, маркеры и мел.	

Для самостоятельной работы обучающихся предусмотрены помещения, укомплектованные специализированной мебелью, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Наименование помещений для самостоятельной работы обучающихся	Оснащенность помещений для самостоятельной работы обучающихся	Перечень лицензионного программного обеспечения
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (читальный зал Научной библиотеки)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ	

	к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	
Помещения для самостоятельной работы обучающихся (ауд.309Н, ауд.320Н)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	