

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Кубанский государственный университет»  
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе,  
качеству образования – первый  
проректор

Хагуров Т.А.

подпись

« 31 » \_\_\_\_\_ мая \_\_\_\_\_ 2024г

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### Б1.В.ДВ.01.01 ОСНОВЫ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Направление подготовки: 01.04.02 Прикладная математика и информа-  
тика

Профиль: Математические и информационные технологии в цифровой  
экономике

Программа подготовки \_\_\_\_\_ академическая \_\_\_\_\_

Форма обучения \_\_\_\_\_ очная \_\_\_\_\_

Квалификация (степень) выпускника \_\_\_\_\_ магистр \_\_\_\_\_

Краснодар 2024

Рабочая программа дисциплины «Основы метода конечных элементов» составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль Математические и информационные технологии в цифровой экономике

Программу составил:

С.И. Фоменко, к.ф.-м.н., доцент



подпись

Рабочая программа дисциплины Б1.В.ДВ.01.01 утверждена на заседании кафедры прикладной математики, протокол № 10 от «20» мая 2024 г.  
И.о. заведующего кафедрой (разработчика)  
Письменский А.В.



подпись

Рабочая программа дисциплины обсуждена на заседании кафедр(ы):  
математического моделирования, протокол № 11 от 17.05.2024 г.  
Заведующий кафедрой (выпускающей)  
акад. РАН, д.ф.-м.н., профессор В.А. Бабешко



Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета компьютерных технологий и прикладной математики  
протокол № 3 «21» мая 2024г.

Председатель УМК факультета Коваленко А.В.



подпись

Рецензенты:

Голуб М.В., доктор. физ.-мат. наук, зав. кафедры теории функций  
ФГБОУ ВПО «КубГУ»

Марков Виталий Николаевич, доктор технических наук. Профессор кафедры информационных систем и программирования института компьютерных систем и информационной безопасности (ИКСИБ) ФГБОУ ВО «КубГТУ».

## **1 Цели и задачи изучения дисциплины .**

### **1.1 Цель освоения дисциплины.**

**Целью** изучения дисциплины «Введение в метод конечных элементов» является развитие профессиональных компетентностей и приобретение практических навыков решения инженерных задач и задач математической физики современными численными методами. Цели дисциплины соответствуют формируемой компетенции ПК-2 и ПК-3 и позволяют подготовить обучающихся к успешной работе в различных сферах, применяющих математические методы, математическое и компьютерное моделирование, а также информационные технологии и развить способности самостоятельно приобретать и применять новые знания и умения.

### **1.2 Задачи дисциплины**

**Задачи** освоения дисциплины.

- освоить конечно-элементные и сеточные методы аппроксимации решений физико-математических задач;
- изучить приемы программирования, визуализации и анализа численного решения задач математической физики численными методами.
- поднять общий уровень исследовательской, математической и программистской культуры обучающихся.
- выработать умения использовать справочные материалы и пособия в своей профессиональной деятельности.

### **1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы.**

Дисциплина «Введение в метод конечных элементов» относится к вариативной части профессионального цикла и является естественным продолжением читаемых ранее курсов по программированию и современному анализу.

Для освоения дисциплины студент должен владеть знаниями, умениями и навыками по дисциплинам «Математический анализ» (Б1.О.04), «Алгебра и аналитическая геометрия» (Б1.О.05), «Дифференциальные уравнения»(Б1.О.09), «Уравнения математической физики» (Б1.О.25), «Численные методы» (Б1.О.13), Методы программирования (Б1.О.08) (специальность 01.03.02 Прикладная математика и информатика, бакалавриат)

### **1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине , соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.**

Программа определяет общий объем знаний, позволяющий сформировать у студента культуру решения как простых вспомогательных задач, так и умения программировать и решать задачи математического моделирования сложных физических явлений, владение общими принципами построения вычислительных алгоритмов, написания и отладки компьютерных программ.

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины «Введение в метод конечных элементов»:

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
<b>ПК-2 Способен активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках</b>	
ИПК-2.1 (06.016 А/30.6 Зн.3) Предметная область и методы математического моделирования в естественных науках	Знает основные методы математического и компьютерного моделирования, особенности работы с конечно-элементными пакетами, справочными пособиями и технической и математической литературой по численным и сеточным методам
	Умеет использовать знания современного математического аппарата для решения математических и прикладных задач, составлять на высоком уровне соответствующие технические описания и инструкции; подготавливать справочные материалы и описания программных комплексов для численного анализа с помощью сеточных методов.
	Владеет навыками применения знаний по современному математическому аппарату для решения математических задач, способностями эффективно планировать необходимые ресурсы для проектирования и организации вычислений; навыками подготовки отчетов о результатах исследовательских и профессиональных работ.
<b>ПК-3 Способен ориентироваться в современных алгоритмах компьютерной математики; обладать способностями к эффективному применению и реализации математически сложных алгоритмов</b>	
ИПК-3.4 (06.001 D/03.06 У.1) Использовать существующие типовые решения и шаблоны проектирования программного обеспечения эффективно реализующих математически сложные алгоритмы  ИПК-3.8 (40.001 А/02.5 Тд.1) Проведение экспериментов по оценке эффективности реализации математически сложных алгоритмов	Знает основные понятия, положения и приемы метода конечных элементов как одного из самых эффективных методов моделирования и численного анализа
	Умеет реализовывать элементы алгоритмов или математических моделей для метода конечных элементов в виде компьютерных программ, а также использовать существующие конечно-элементные программные продукты для создания компьютерных моделей и проведения расчетов
	Владеет навыками анализа программного кода с точки зрения его адекватности той математической модели, которую он реализует и его вычислительной сложности, вывода, интерпретации и анализа численных результатов.

## 2. Структура и содержание дисциплины.

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 зач.ед. (108 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры (часы)
		3 семестр
<b>Контактная работа (всего), в том числе:</b>		
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	28	28
В том числе:		
Занятия лекционного типа	14	14
Лабораторные занятия	14	14
<b>Иная контактная работа</b>		
В том числе:		

Промежуточная аттестация (ИКР)		0,2	0,2
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>			
Проработка учебного материала		15	15
Выполнение индивидуальных заданий		54	54
Подготовка к текущему контролю		10,8	10,8
<b>Контроль</b>			
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>час.</b>	<b>108</b>	<b>108</b>
	<b>в том числе контактная работа</b>	<b>28,3</b>	<b>28,3</b>
	<b>зач. ед</b>	<b>3</b>	<b>3</b>

## 2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины, разделы дисциплины, изучаемые в 3 семестре (*очная форма*)

№	Наименование разделов	Количество часов			
		Всего	Аудиторная работа		Внеаудиторная работа
			Л	ЛР	
1	2	3	4	6	7
1.	Вариационные и проекционные методы аппроксимации	8,4	2	2	4,4
2.	Метод конечных элементов для решения одномерных задач	26	3	3	20,0
3.	Конечно-элементные пакеты	24	2	2	20
4.	Метод конечных элементов решения двумерных и трехмерных задач математической физики	25	4	4	17,0
5.	Метод конечных элементов с полиномиальной аппроксимацией высокого порядка.	24,4	3	3	18,4
	<b>Всего по разделам дисциплины:</b>	<b>107,8</b>	<b>14</b>	<b>14</b>	<b>79,8</b>
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,2			
	<b>Итого по дисциплине:</b>	<b>108</b>	<b>14</b>	<b>14</b>	<b>79,8</b>

Примечание: Л – лекции, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента; ИКР – иная контактная работа

## 2.3 Содержание разделов дисциплины:

### 2.3.1 Занятия лекционного типа.

№ раздела	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1	Вариационные и проекционные методы аппроксимации	Задача минимизации невязки; слабая постановка задачи и обобщенные решения; вариация, функционал энергии, метод Рунца, метод наименьших квадратов; проекционные методы Галеркина, метод коллокаций.	Устный опрос
2	Метод конечных элементов для решения одномерных задач	Понятие о конечном элементе, функции формы; слабая постановка; одномерный элемент с кусочно-линейными базисными функциями; элементная матрица, ансамблирование, матрица жёсткости; решение систем уравнений ленточного типа.	Устный опрос
3	Конечно-элементные пакеты	Разработка конечно-элементных моделей в специализированных пакетах программ	Устный опрос
4	Метод конечных элементов решения двумерных и трехмерных задач математической физики	Триангуляция, линейный треугольный элемент и применение четырехугольных элементов в задачах аппроксимации; решение двумерных задач теплопроводности и волновых задач упругости.	Устный опрос
5	Метод конечных элементов с полиномиальной аппроксимацией высокого порядка.	Полиномы Гаусса-Лобатто; аппроксимация на конечных элементах, квадратурные формулы и элементная матрица жёсткости одномерного спектрального элемента.	Устный опрос

Примечание: защита лабораторной работы (ЛР), выполнение курсового проекта (КП), курсовой работы (КР), расчетно-графического задания (РГЗ), написание реферата (Р), эссе (Э), коллоквиум (К), тестирование (Т), устный опрос по знанию теоретического материала (О) и т.д.

**2.3.2 Занятия семинарского типа (практические / семинарские занятия/ лабораторные работы)**

№	№ раздела дисциплины	Наименование лабораторных работ	Форма текущего контроля
1		3	4
1.	1	Вариационные методы аппроксимации и Проекционные методы Галеркина	ЛР
2.	2	Одномерный конечный элемент с кусочно-линейными базисными функциями	ЛР, РГЗ
3.	2	Программирование элементных матриц и матриц жесткости для краевых задач одномерного уравнения Гельмгольца	ЛР, РГЗ
4.	2	Программная реализация и решение разрешающих уравнений	ЛР, РГЗ
5.	2	Анализ сходимости решения краевых задач методом конечных элементов	ЛР, РГЗ
6.	5	Разработка проектов в пакетах программ, реализующих конечно-элементные методы	ЛР
7.	5	Решение одномерных задач в конечно-элементных пакетах	ЛР
8.	5	Решение двумерных и трехмерных задач в конечно-элементных пакетах	ЛР

9.	3	Триангуляция и линейный треугольный конечный элемент; Элементные матрицы и матрица жесткости для краевых задач на плоскости.	ЛР
10	3	Программная реализация и приемы решения разрешающих систем линейных уравнений для конечных элементов на плоскости	ЛР
11	3	Анализ сходимости метода конечных элементов на треугольных сетках.	ЛР
12	4	Аппроксимация функций ортогональными полиномами Лежандра и Лобатто; полиномы Гаусса-Лобатто и квадратурные формулы Гаусса-Лежандра-Лобатто	ЛР, РГЗ
13	4	Одномерный конечный элемент высокого порядка точности в глобальных и локальных координатах	ЛР, РГЗ
14	4	Программная реализация и численный анализ решения одномерных задач с кусочно-линейной и полиномиальной аппроксимацией	ЛР, РГЗ

Примечание: Защита лабораторной работы (ЛР), выполнение курсового проекта (КП), курсовой работы (КР), расчетно-графического задания (РГЗ), написание реферата (Р), эссе (Э), коллоквиум (К), тестирование (Т) и т.д.

#### 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

№	Вид самостоятельной работы	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Проработка и повторение лекционного материала, материала учебной и научной литературы	Методические указания для подготовки к лекционным и семинарским занятиям, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 18.04.2018 г.
2	Подготовка к лабораторным	Методические указания по выполнению лабораторных работ, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики



	занятиям	факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 18.04.2018 г.
3	Подготовка к решению задач	Методические указания по выполнению самостоятельной работы, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 18.04.2018 г.
4	Подготовка к текущему контролю	Методические указания по выполнению самостоятельной работы, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 18.04.2018 г.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### 3. Образовательные технологии.

С точки зрения применяемых методов используются как традиционные информационно-объяснительные *лекции*, так и интерактивная подача материала с мультимедийной системой и др. Такое сочетание позволяет оптимально использовать отведенное время и раскрывать логику и содержание дисциплины.

Лекции представляют собой систематический обзор понятий и методов Комплексного анализа с подачей материала в форме презентаций и с использованием других интерактивных технологий: проблемное обучение, моделирование, дискуссия.

#### Занятия, проводимые с использованием интерактивных технологий

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов	
		всего ауд. часов	интерактивные часы
1	2	3	4
1.	Вариационные и проекционные методы аппроксимации	8,4	1
2	Конечно-элементные пакеты	24	2
3.	Метод конечных элементов для решения одномерных задач	26	3

4.	Метод конечных элементов решения двумерных и трехмерных задач математической физики	25	4
5.	Метод конечных элементов с полиномиальной аппроксимацией высокого порядка.	24,4	3
	<i>Итого по дисциплине:</i>	107,8	14

Лабораторное занятие позволяет научить студента применять теоретические знания при решении и исследовании конкретных задач, развить математическую интуицию и творческое мышление. Разбор конкретных ситуаций, математическое моделирование задач, встречающихся на практике (проблемное обучение), командная работа, визуализация и обсуждение результатов анализа широко используется при проведении лабораторных, а также самостоятельных работ.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием возможностей средств удаленного доступа (электронная почта, видеоконференция).

#### 4. Оценочные и методические материалы

##### 4.1 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Фонд оценочных средств дисциплины состоит из средств текущего контроля выполнения заданий, лабораторных работ, средств для промежуточной аттестации (зачета)

Оценка успеваемости осуществляется по результатам:

- выполнения лабораторных работ;
- оценки, выставяемой при сдаче индивидуальных заданий;

Зачет выставляется по результатам выполненных индивидуальных заданий и текущей работы на лабораторных и лекционных занятиях.

Оценочные средства включает контрольные материалы для проведения **текущего контроля** в форме:

- лабораторных работ
- расчетно-графического задания.

и **промежуточной аттестации** в форме вопросов и заданий к зачету.

##### Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

№ п/п	Код и наименование индикатора (в соответствии с п. 1.4)	Результаты обучения (в соответствии с п. 1.4)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1	ИПК-2.1 (06.016 А/30.6 Зн.3) Предметная область и методы математического моделирования в естественных науках	Знает основные методы математического и компьютерного моделирования, особенности работы с конечно-элементными пакетами, справочными пособиями и технической и математической литературой по численным и сеточным методам	<i>Текущие опросы на лекциях и лабораторных занятиях</i>	<i>Теоретические вопросы на зачете</i>
2	ИПК-2.1 (06.016 А/30.6 Зн.3) Предметная область и методы математического моделирования в естественных науках	Умеет использовать знания современного математического аппарата для решения математических и прикладных задач, составлять на высоком уровне соответству-	<i>Отчеты о проведении лабораторных работ</i>	<i>Отчеты о выполнении расчетно-графического задания</i>

		ющие технические описания и инструкции; подготавливать справочные материалы и описания программных комплексов для численного анализа с помощью сеточных методов.		
3	ИПК-2.1 (06.016 А/30.6 Зн.3) Предметная область и методы математического моделирования в естественных науках	Владеет навыками применения знаний по современному математическому аппарату для решения математических задач, способностями эффективно планировать необходимые ресурсы для проектирования и организации вычислений; навыками подготовки отчетов о результатах исследовательских и профессиональных работ.	<i>Отчеты о проведении лабораторных работ</i>	<i>Расчетно-графическое задание к зачету</i>
4	ИПК-3.4 (06.001 D/03.06 У.1) Использовать существующие типовые решения и шаблоны проектирования программного обеспечения эффективно реализующих математически сложные алгоритмы	Знает основные понятия, положения и приемы метода конечных элементов как одного из самых эффективных методов моделирования и численного анализа	<i>Текущие опросы на лекциях и лабораторных занятиях</i>	<i>Теоретические вопросы на зачете</i>
5	ИПК-3.4 (06.001 D/03.06 У.1) Использовать существующие типовые решения и шаблоны проектирования программного обеспечения эффективно реализующих математически сложные алгоритмы	Умеет реализовывать элементы алгоритмов или математических моделей для метода конечных элементов в виде компьютерных программ, а также использовать существующие конечно-элементные программные продукты для создания компьютерных моделей и проведения расчетов	<i>Отчеты о проведении лабораторных работ</i>	<i>Расчетно-графическое задание к зачету</i>
6	ИПК-3.4 (06.001 D/03.06 У.1) Использовать существующие типовые решения и шаблоны проектирования программного обеспечения эффективно реализующих математически сложные алгоритмы	Владеет навыками анализа программного кода с точки зрения его адекватности той математической модели, которую он реализует и его вычислительной сложности, вывода, интерпретации и анализа численных результатов.	<i>Задания для лабораторных работ</i>	<i>Расчетно-графическое задание к зачету</i>

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### Показатели, критерии и шкала оценки сформированных компетенций

Код и наименование компетенций	Соответствие уровней освоения компетенции планируемым результатам обучения и критериям их оценивания		
	пороговый	базовый	продвинутый
	Оценка		
	Удовлетворительно /зачтено	Хорошо/зачтено	Отлично /зачтено
ПК-2: Способен эффективно планировать необходимые ресурсы и этапы выполнения работ в области математического моделирования и информационно-коммуникационных технологий, составлять на высоком уровне соответствующие технические описания и инструкции	<i>Знает</i> – базовые понятия и методы дисциплины, возможные сферы их связи и приложения в других областях математического знания и дисциплинах естественно-научного и профессионального цикла;	<i>Знает</i> – основные методы и понятия, изучаемые в дисциплине, возможные сферы их связи и приложения в других областях математического знания и дисциплинах естественно-научного и профессионального цикла;	<i>Знает</i> - основные методы, понятия, изучаемые в дисциплине, сферы их связи и приложения в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного и профессионального цикла;

	<p><i>Умеет</i> – решать базовые задачи, встречающиеся в практике профессиональной деятельности, сформулированные в терминах данной математической дисциплины, применять основные методы решения; использовать графические и текстовые редакторы, а также составлять научно-технические отчеты, инструкции и описание разработанных программ по ГОСТ</p>	<p><i>Умеет</i> - решать основные задачи, встречающиеся в практике профессиональной деятельности, сформулированные в терминах данной математической дисциплины, применять основные и продвинутые методы решения; использовать графические и текстовые редакторы, а также визуализировать полученные результаты, составлять научно-технические отчеты, инструкции и описание разработанных программ по ГОСТ</p>	<p><i>Умеет</i> – формулировать в терминах данной математической дисциплины задачи, встречающиеся в практике профессиональной деятельности, решать их с помощью основных и продвинутых методов; использовать графические и текстовые редакторы, а также визуализировать полученные результаты, составлять на высоком уровне научно-технические отчеты, инструкции и описание разработанных программ по ГОСТ</p>
	<p><i>Владеет</i> отдельными методами применения математических методов, рассмотренных в рамках дисциплины, для решения профессиональных задач; навыками составления технических описаний и инструкций</p>	<p><i>Владеет</i> основными методами применения математических методов, рассмотренных в рамках дисциплины, для решения профессиональных задач; навыками составления научно-технических описаний и инструкций</p>	<p><i>Владеет</i> методами применения полученных знаний в постановке и решении прикладных задач; навыками составления научно-технических описаний и инструкций</p>
<p>ПК-3: Способен эффективно применять алгоритмические и программные решения в области информационно-коммуникационных технологий, а также участвовать в их проектировании и разработке</p>	<p><i>Знает</i> – базовые методы, понятия, определения и свойства математических объектов, изучаемых в дисциплине, формулировки и утверждений; методы алгоритмизации математической модели</p>	<p><i>Знает</i> – основные методы, основные понятия, определения и свойства математических объектов, изучаемых в дисциплине; методы алгоритмизации математической модели, разработки соответствующих компьютерных программ на высоком уровне</p>	<p><i>Знает</i> - основные методы, основные понятия, определения и свойства математических объектов, изучаемых в дисциплине, формулировки утверждений, методы их доказательства; знаком с нестандартными подходами к решению задач; методы алгоритмизации математической модели, разработки соответствующих компьютерных программ на высоком уровне</p>

<p><i>Умеет</i> – формулировать базовые утверждения, решать базовые задачи дисциплины; программировать разработанные алгоритмы на языках высокого уровня, проводить расчеты</p>	<p><i>Умеет</i> - формулировать и доказывать базовые утверждения дисциплины, решать основные задачи дисциплины, применять полученные навыки в других областях и дисциплинах естественно-научного цикла; программировать разработанные алгоритмы на языках высокого уровня, проводить расчеты.</p>	<p><i>Умеет</i> - формулировать и доказывать основные утверждения дисциплины, решать основные и продвинутые задачи, применять полученные навыки в других областях и дисциплинах естественнонаучного цикла; проводить доказательства нестандартным путем; программировать разработанные алгоритмы на языках высокого уровня, проводить расчеты и анализировать полученные результаты</p>
<p><i>Владеет</i> – методами решения базовых задач и базовыми понятиями, рассматриваемые в дисциплине, а также методами разработки программных проектов. Способен работать в команде разработчиков.</p>	<p><i>Владеет</i> - методами решения задач, а также методами разработки программных комплексов, навыками применения этого в других областях и дисциплинах естественно-научного цикла. Способен работать в команде разработчиков.</p>	<p><i>Владеет</i> - методами решения задач, а также методами разработки программных комплексов, навыками применения этого в других областях и дисциплинах естественнонаучного цикла. Способен работать в команде разработчиков в качестве лидера. Демонстрирует дополнительные знания и эрудицию.</p>

**Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

**4.1.1. Методические рекомендации к выполнению лабораторных работ**

Для успешного выполнения лабораторной работы обучающемуся следует ознакомиться с теоретической частью дисциплины по теме лабораторной работы, изложенной в лекциях. Для углубленного понимания теоретического материала могут быть использованы источники, указанные в списке основной литературы [1-4], дополнительной [5-7].

Критерием должной подготовки студентов к выполнению лабораторных работ являются приобретенные знания, позволяющие безошибочно ответить на вопросы, сформулированные по каждой теме лабораторных работ. Для приобретения должных навыков к решению задач предполагается решение задач на лабораторных занятиях в учебных аудиториях под руководством преподавателя. Закрепление приобретенных навыков осуществляется внеаудиторным самостоятельным решением студентом задач. Номера задач для решения в аудитории и дома указаны к каждой лабораторной работе.

**4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации.**

Промежуточный контроль осуществляется в конце семестра в форме зачета.

**Образцы расчетно-графических заданий к лабораторным работам**

- 1) Разработать алгоритм и компьютерную вычислительную программу для решения краевой задачи для гармонических колебаний струны методом конечных элементов с кусочно-линейной аппроксимацией; найти точное аналитическое решение, сравнить его с приближенным, исследовать сходимость решения в зависимости от частоты колебаний  $\omega$ :

- В 1.  $u''(x) + k^2u(x) = x^2, \quad u(0) = 1, u'(1) = 0, \quad k = \omega/2$   
 В 2.  $u''(x) + k^2u(x) = 2x, \quad u'(0) = 1, u(1) = 0, \quad k = \omega/3$   
 В 3.  $u''(x) + k^2u(x) = 2x-1, \quad u(0) = 2, u'(1) = 0, \quad k = \omega/3$   
 В 4.  $u''(x) + k^2u(x) = \frac{x^2}{2}, \quad u'(0) = 1, u(1) = 0, \quad k = \omega/4$   
 В 5.  $u''(x) + k^2u(x) = e^x, \quad u(0) = 1, u(1) = 0, \quad k = \omega$   
 В 6.  $u''(x) + k^2u(x) = e^{-x}, \quad u'(0) = 1, u(1) = 0, \quad k = \omega/2$   
 В 7.  $u''(x) + k^2u(x) = x(1-x), \quad u'(0) = 1, u(1) = 0, \quad k = \omega/2$   
 В 8.  $u''(x) + k^2u(x) = x(1-x^2), \quad u(0) = 1, u'(1) = 0, \quad k = \omega$   
 В 9.  $u''(x) + k^2u(x) = x^3, \quad u'(0) = 2, u'(1) = 0, \quad k = \omega$   
 В 10.  $u''(x) + k^2u(x) = \cos x, \quad u(0) = 1, u'(1) = 0, \quad k = \omega$

2) Разработать алгоритм и компьютерную программу для численного решения уравнения Гельмгольца  $\Delta u(x, y) + k^2u(x, y) = 0$  в области  $\Omega$  (ограниченная линиями  $\Gamma_k$ ) методом конечных элементов с триангуляцией кусочно-линейными функциями; исследовать численную сходимость решения. Граничные условия и волновые числа даны в соответствии с вариантом:

В 1.

$$\frac{\partial u}{\partial n} = \begin{cases} 1 & (x, y) \in \Gamma_1 \\ 0 & (x, y) \in \Gamma_2 \cup \Gamma_4 \cup \Gamma_5 \end{cases} ; u|_{\Gamma_3} = 0$$

$k = \omega;$

В 2.

$$\frac{\partial u}{\partial n} = \begin{cases} 1 & (x, y) \in \Gamma_4 \\ 0 & (x, y) \in \Gamma_1 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_5 \end{cases} ; u|_{\Gamma_3} = 0$$

$k = 2\omega;$

В 3.

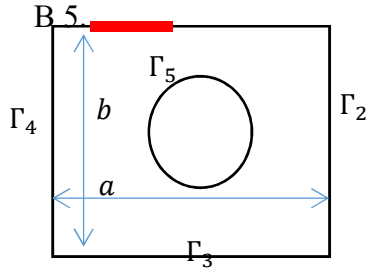
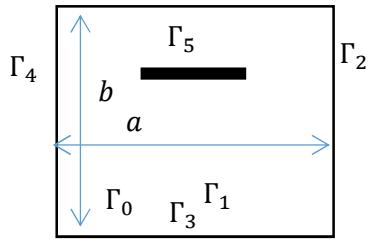
$$\frac{\partial u}{\partial n} = \begin{cases} 1 & (x, y) \in \Gamma_0 \\ 0 & (x, y) \in \Gamma_1/\Gamma_5 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_4 \end{cases} ; u|_{\Gamma_3} = 0$$

непрерывность  $u$  и  $\frac{\partial u}{\partial n}$

В 4.

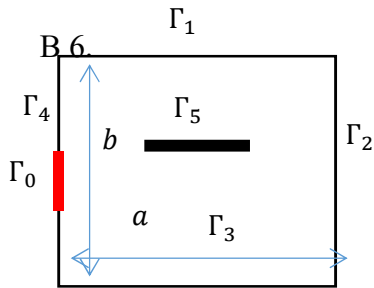
$$\frac{\partial u}{\partial n} = \begin{cases} 1 & (x, y) \in \Gamma_0 \\ 0 & (x, y) \in \Gamma_1/\Gamma_0 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_4 \end{cases} ; u|_{\Gamma_3} = 0$$

$k = \omega;$



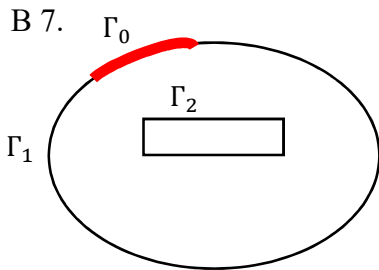
$$\frac{\partial u}{\partial n} = \begin{cases} 1 & (x,y) \in \Gamma_0 \\ 0 & (x,y) \in \Gamma_1/\Gamma_0 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_3 \end{cases} ; u|_{\Gamma_3} = 0$$

$k = 2\omega;$



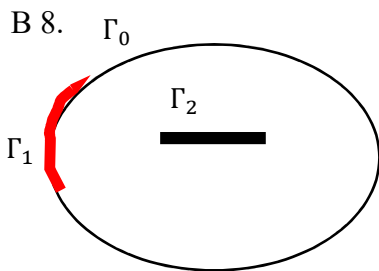
$$\frac{\partial u}{\partial n} = \begin{cases} 1 & (x,y) \in \Gamma_0 \\ 0 & (x,y) \in \Gamma_1 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_4/\Gamma_0 \end{cases} ; u|_{\Gamma_3} = 0$$

$k = 0.5\omega;$



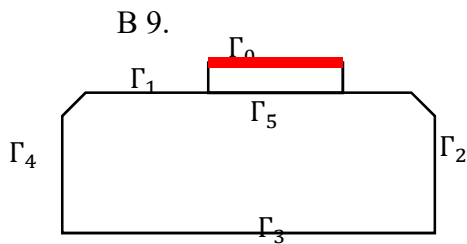
$$\frac{\partial u}{\partial n} = \begin{cases} 1 & (x,y) \in \Gamma_0 \\ 0 & (x,y) \in \Gamma_1/\Gamma_0 \cup \Gamma_2 \end{cases}$$

$k = 0.5\omega;$



$$\frac{\partial u}{\partial n} = \begin{cases} 1 & (x,y) \in \Gamma_0 \\ 0 & (x,y) \in \Gamma_1/\Gamma_0 \cup \Gamma_2 \end{cases}$$

$k = 2\omega;$



$$\frac{\partial u}{\partial n} = \begin{cases} 1 & (x,y) \in \Gamma_0 \\ 0 & (x,y) \in \Gamma_1/\Gamma_5 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_4 \end{cases} ; u|_{\Gamma_3} = 0$$

непрерывность  $u$  и  $\partial u / \partial y$



3) Разработать алгоритм и компьютерную вычислительную программу для решения краевой задачи для гармонических колебаний струны методом конечных элементов с аппроксимацией полиномами Гаусса-Лежандра-Лобатто, параметры задач см. в соответствующем варианте задания 1.

4) В среде конечно-элементного пакета разработать проекты решения задач из задания 1 и 2. Сравнить результаты работы собственной программы и конечно-элементного пакета.

По результатам работы необходимо подготовить итоговый отчет, включающий в себя описания постановки задачи, метода решения, а также и анализа численного анализа и выводы по результатам выполнения лабораторной работы

### **Критерии выставления оценок.**

Зачет по практике выставляется по результатам выполненных лабораторных и расчетно-графических работ (индивидуальных заданий) и текущей работы на лабораторных занятиях. Отметка «зачтено» выставляется при более, чем 80% выполнении индивидуальных заданий

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в печатной форме увеличенным шрифтом,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## **5. Перечень учебной литературы, информационных ресурсов и технологий**

### **5.1. Учебная литература**

1. Бахвалов, Н.С. Численные методы в задачах и упражнениях: учеб. пособие / Н.С. Бахвалов, А.В. Лапин, Е.В. Чижонков. — Электрон. дан. — Москва : Издательство "Лаборатория знаний", 2015. — 243 с. — ISBN 978-5-9963-2980-9 - [Электронный ресурс]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/70743> (06.04.2018).

2. Зализняк, В. Е. Численные методы. Основы научных вычислений : учебник и практикум для академического бакалавриата / В. Е. Зализняк. — 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 356 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-02714-3. — URL: <https://biblio-online.ru/book/9D9516CB-A065-4497-9062-5D8C77D8E644/chislennyye-metody-osnovy-nauchnyh-vychisleniy>

3. Голуб М. В., Фоменко С. И., Шпак А. Н. Метод спектральных конечных элементов в задачах математической физики и механики: учеб. пособие. Краснодар: Кубанский гос. ун-т, 2022.

4. Срочко, В.А. Численные методы. Курс лекций: учебник / В.А. Срочко.— М : Издательство "Лань", 2010. — 208 с. — ISBN 978-5-8114-1014-9. — [Электронный ресурс]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/378> (06.04.2018).

5. Ю.А. Сагдеева, С.П. Копысов, А.К. Новико. Введение в метод конечных элементов: метод. пособие. Ижевск: Изд-во "Удмуртский университет". 2011. 44с

6. Попонин В. Метод спектральных элементов на неструктурированной сетке в вычислительной механике. Томск.: Изд-во Томского государственного университета, 2009.— С. 143.

7. Огородников А.С. Моделирование в среде MatLab - COMSOL 3.5a. Часть 1. Учебное пособие.-Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2012.— 104 с.

## 5.2. Периодическая литература

1. Журнал "Вычислительная механика сплошных сред"  
<http://www2.icmm.ru/journal/>

## 5.3. Интернет-ресурсы, в том числе современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

### Электронно-библиотечные системы (ЭБС):

1. ЭБС «УНИВЕРСИТЕТСКАЯ БИБЛИОТЕКА ОНЛАЙН» [www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)

2. ЭБС «ZNANIUM.COM» [www.znanium.com](http://www.znanium.com)

3. ЭБС «ЛАНЬ» <https://e.lanbook.com>

### Профессиональные базы данных:

1. Web of Science (WoS) <http://webofscience.com/>

2. Scopus <http://www.scopus.com/>

3. ScienceDirect [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com)

4. Springer eBooks: <https://link.springer.com/>

5. Общероссийский портал Math-Net.Ru: <http://www.mathnet.ru>

### Ресурсы свободного доступа:

1. Федеральный портал "Российское образование" <http://www.edu.ru/>;

2. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов <http://school-collection.edu.ru/> .

3. Образовательный портал "Учеба" <http://www.uceba.com/>;

### Собственные электронные образовательные и информационные ресурсы КубГУ:

1. Среда модульного динамического обучения <http://moodle.kubsu.ru>

2. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций  
<http://mschool.kubsu.ru/>

## **6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.**

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной теоретический материал, лабораторных занятий, позволяющих студентам в полной мере ознакомиться с понятиями и методами Комплексного анализа и навыками их применением в решении практических задач.

Важнейшим этапом является самостоятельная работа по дисциплине. Целью самостоятельной работы магистранта является углубление знаний, полученных в результате аудиторных занятий. Вырабатываются навыки самостоятельной работы. Закрепляются опыт и знания, полученные во время лабораторных занятий.

Самостоятельная работа в ходе изучения дисциплины состоит в выполнении индивидуальных заданий, даваемых преподавателем, ведущим лабораторные занятия, подготовки теоретического материала к лабораторным занятиям, на основе конспектов лекций и учебной литературы, согласно календарному плану и подготовки теоретического материала к тестовому опросу, зачету и экзамену, согласно вопросам к экзамену.

### **Указания по оформлению работ:**

Отчет по выполнению лабораторной работы и индивидуальных расчетно-графических заданий должен быть подготовлен в соответствии с ГОСТ 7.32-2001 и содержать:

- титульный лист;
- введение;
- постановку задачи;
- краткое описание последовательного алгоритма;
- подробное описание параллельного алгоритма;
- текст разработанной программы на выбранном языке программирования;
- тестовые примеры и результаты тестирования программы: оценка ускорения и эффективности разработанного параллельного алгоритма, оптимальные размеры входных данных на которых достигается максимум ускорения при различном числе узлов вычислительной системы и др.;
- заключение
- список использованной литературы.

Проверка индивидуальных заданий по темам, разобранным на лабораторных занятиях, осуществляется через неделю на текущем лабораторном занятии, либо в течение недели после этого занятия на консультации.

Для разъяснения непонятных вопросов лектором и ассистентом еженедельно проводятся консультации, о времени которых группы извещаются заранее.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

Учебная деятельность проходит в соответствии с графиком учебного процесса. Процесс самостоятельной работы контролируется во время аудиторных занятий и индивидуальных консультаций. Самостоятельная работа студентов проводится в форме изучения отдельных теоретических вопросов по предлагаемой литературе и выполнении практических заданий по разобранным во время аудиторных занятий примерам.

Фонд оценочных средств дисциплины состоит из средств текущего контроля (см. список задач и вопросов коллоквиума) и итоговой аттестации (зачета, экзамена).

В качестве оценочных средств, используемых для текущего контроля успеваемости, предлагается перечень вопросов, которые прорабатываются в процессе освоения курса. Данный перечень охватывает все основные разделы курса, включая знания, получаемые во время самостоятельной работы. Кроме того, важным элементом технологии является самостоятельное решение студентами и сдача заданий. Это полностью индивидуальная форма обучения. Студент рассказывает свое решение преподавателю, отвечает на дополнительные вопросы

#### 7. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Наименование специальных помещений	Оснащенность специальных помещений	Перечень лицензионного программного обеспечения
Учебные аудитории А305, А307, 133, 129. для проведения занятий лекционного типа	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер	MS Windows, MS Word, MS PowerPoint
Учебные аудитории для проведения лабораторных работ: 133, 149, 150.	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: не требуются	Не предусмотрено
Аудитории А305, 133, 150, 148, для групповых (индивидуальных) консультаций	учебная мебель (столы, стулья, доска), презентационная техника	MS Windows, MS Word, MS PowerPoint
Аудитории А305, 133. для текущего контроля, промежуточная аттестация	учебная мебель (столы, стулья, доска)	Не предусмотрено
Самостоятельная работа: 102-А, а также студенческий читальный зал библиотеки КубГУ (к.109С) и зал доступа к электронным ресурсам и каталогам (к. А213).	Кабинеты для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета:	MS Windows, MS Internet Explorer, Microsoft Edge