

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по учебной работе,
качеству образования – первый
проректор

Т.А. Хагуров

подпись

«31» мая 2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.25 Теория функций комплексного переменного

Направление подготовки: 01.03.01 Математика

Направленность (профиль): Математическое моделирование; Преподавание
математики и информатики

Форма обучения: очная

Квалификация: бакалавр

Краснодар 2024

Рабочая программа дисциплины Б1.О.25 Теория функций комплексного переменного составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 01.03.01 Математика

Программу составил(и):

Яременко Л.А. , доцент , кандидат физ.-мат. наук



Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры теории функций

протокол № 12 от 07.05.2024 г.

Заведующий кафедрой Голуб М. В.



Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук

протокол № 3 от 14.05.2024 г.

Председатель УМК факультета/института Шмалько С. П.



Рецензенты:

Засядко Ольга Владимировна, канд. физ. - мат. наук, доцент
доцент кафедры информационных образовательных технологий

Анопко Михаил Викторович,
генеральный директор ООО «VK АЙСТРИМ»

1 Цели и задачи изучения дисциплины (модуля)

1.1 **Цель освоения дисциплины «Теория функций комплексного переменного»** является освоение студентами теоретических основ и научного обоснования основополагающих понятий теории функций комплексного переменного и методов практического их использования, овладение системой математических знаний, умений и навыков, обеспечивающих развитие универсальных компетенций студентов.

1.2 Задачи дисциплины:

– обобщить и систематизировать знания о свойствах и особенностях голоморфных (аналитических) функций, их аналитическом продолжении, рядах голоморфных функций, теории интеграла Коши, гармонических функциях, геометрических принципах конформных отображений и возможностях применений этих знаний;

– сформировать навыки построения конформных отображений с помощью элементарных функций и применения принципа симметрии, определения характера особенностей функции, применения теории вычетов к вычислению некоторых типов определенных интегралов.

– научить применять методы комплексного анализа для решения прикладных задач.

1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Теория функций комплексного переменного» относится к обязательной части Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана. В соответствии с рабочим учебным планом направления 44.03.05 «Математика» дисциплина изучается на 3 курсе в 5 семестре по очной форме обучения. Вид промежуточной аттестации: зачет.

Знания, полученные в этом курсе, используются в математическом анализе, функциональном анализе, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнениях, уравнениях математической физики, теории чисел, методах оптимизации и др. Слушатели должны владеть математическими знаниями в рамках разделов программы учебного курса по математическому анализу.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

Код и наименование индикатора* достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине (знает, умеет, владеет (навыки и/или опыт деятельности))
ПКО-6 Способен поддерживать самостоятельность, инициативность обучающихся, способствовать развитию их творческих способностей в рамках учебно-исследовательской деятельности	
ИПКО-6.3. Демонстрирует умения по организации творческой деятельности обучающихся при изучении математики и информатики в основной школе; технологиями развития интереса у школьников к учебно-исследовательской работе по математике и информатике	Знает связь теоретических основ и технологических приёмов теории функций комплексного переменного с содержанием преподаваемых учебных предметов.
	Умеет ставить познавательные цели учебной деятельности; осуществлять самоконтроль и самооценку своих учебных достижений; применять навыки владения ИКТ, проектной и исследовательской деятельностью в процессе изучения теории функций комплексного переменного.
	Владеет конструктивными умениями как одним из главных аспектов профессиональной культуры будущего учителя-предметника; материалом теории функций комплексного переменного на уровне, позволяющем формулировать и решать задачи, возникающие в ходе учебной деятельности по преподаваемым предметам, а также в практической

Код и наименование индикатора* достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине (знает, умеет, владеет (навыки и/или опыт деятельности))
	деятельности, требующие углубленных профессиональных знаний.

Результаты обучения по дисциплине достигаются в рамках осуществления всех видов контактной и самостоятельной работы обучающихся в соответствии с утвержденным учебным планом.

Индикаторы достижения компетенций считаются сформированными при достижении соответствующих им результатов обучения.

2. Структура и содержание дисциплины

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 2 зачетных единиц (72 часа), их распределение по видам работ представлено в таблице

Виды работ	Всего часов	Форма обучения			
		очная		очно-заочная	заочная
		5 семестр (часы)	х семестр (часы)	- семестр (часы)	- курс (часы)
Контактная работа, в том числе:	36,2	36,2			
Аудиторные занятия (всего):	34	34			
занятия лекционного типа	16	16			
лабораторные занятия	18	18			
практические занятия					
семинарские занятия					
Иная контактная работа:	2,2	2,2			
Контроль самостоятельной работы (КСР)	2	2			
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,2	0,2			
Самостоятельная работа, в том числе:	35,8	35,8			
<i>Самостоятельное изучение разделов, самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным и практическим занятиям, коллоквиумам и т.д.)</i>	35,8	35,8			
Подготовка к текущему контролю					
Контроль:					
Подготовка к экзамену					
Общая трудоёмкость	час.	72	72		
	в том числе контактная работа	36,2	36,2		
	зач. ед	2	2		

2.2 Содержание дисциплины

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

Разделы (темы) дисциплины, изучаемые в 5 семестре (3 курс) (очная форма обучения)

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1.	Комплексные числа и действия над ними. Геометрия и топология комплексной плоскости	12	2		2	5
2.	Комплексная дифференцируемость. Регулярные функции.	10	2		2	6
3.	Интегрирование функций комплексного переменного	10	2		2	4
4.	Ряды регулярных функций. Степенные ряды.	14	2		2	5
5.	Ряды Лорана. Изолированные особые точки.	16	2		2	4
6.	Теория вычетов и ее приложения.	22	4		6	6
7.	Конформные отображения	18,8	2		2	5,8
	<i>ИТОГО по разделам дисциплины</i>	102,8	16		18	35,8
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	5	–	–		–
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,2				
	Подготовка к текущему контролю	–	–	–		–
	Общая трудоемкость по дисциплине	108				

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

2.3 Содержание разделов (тем) дисциплины

2.3.1 Занятия лекционного типа

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Форма текущего контроля
1.	Комплексные числа. Геометрия и топология комплексной плоскости.	Комплексные числа и арифметические операции над ними. Геометрическая интерпретация. Тригонометрическая и показательная формы представления комплексного числа. Формулы Эйлера и Муавра. Извлечение корня n -ой степени из комплексного числа. Предел последовательности комплексных чисел. Понятие стереографической проекции, расширенная комплексная плоскость. Множества и кривые на комплексной плоскости. Понятие n -связной области. Числовые ряды в комплексной плоскости. Свойства сходящихся рядов. Абсолютная сходимость.	Р
2.	Комплексная дифференцируемость. Регулярные функции.	Производная функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Дифференцируемость элементарных функций комплексного переменного. Геометрический смысл модуля и аргумента производной голоморфной функции. Восстановление голоморфной функции по ее вещественной (или мнимой) части. Функции комплексного переменного; предел, непрерывность, однолиственность. Производная функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции в точке в комплексном смысле. Понятие регулярной функции. Сопряженные гармонические функции. Восстановление регулярной функции по ее вещественной части. Геометрический смысл модуля и аргумента производной функции. Понятие конформного отображения, общие свойства. Критерий конформности отображения. Гидродинамический смысл комплексной дифференцируемости.	Письменный опрос

3.	Интегрирование функций комплексного переменного.	Определение и свойства криволинейного интеграла от функций комплексного переменного. Интегральная теорема Коши для односвязных и многосвязных областей. Первообразная функция, формула Ньютона-Лейбница, другое определение логарифмической функции. Интегральная формула Коши. Теорема о среднем значении. Интеграл типа Коши. Бесконечная дифференцируемость голоморфных функций, формулы Коши для производных.	Письменный опрос
4.	Ряды регулярных функций. Степенные ряды.	Ряды регулярных функций в комплексной области, теорема Вейерштрасса о равномерной сходимости. Степенные ряды в комплексной области, теорема Абеля, радиус сходимости, формула Коши-Адамара. Ряды Тейлора. Теорема Тейлора, единственность разложения регулярной функции в степенной ряд. Степенные ряды элементарных функций: $w = e^z$, $w = \sin z$, $w = \cos z$, $w = \frac{1}{1-z}$, $w = \frac{1}{1+z}$, $w = sh z$, $w = chz$.	К
5.	Ряды Лорана. Изолированные особые точки.	Ряды Лорана, область его сходимости. Разложение регулярной функции в ряд Лорана, единственность разложения. Изолированные особые точки однозначного характера; классификация изолированных особых точек. Полюсы регулярной функции, порядок полюса, связь между нулями и полюсами. Ряд Лорана в окрестности изолированной особой точки.	А
6.	Теория вычетов и ее приложения.	Вычеты. Теорема Коши о вычетах. Приемы вычисления вычетов. Теорема о полной сумме вычетов. Вычисление с помощью вычетов определенных и несобственных интегралов вида $\int_0^{2\pi} R(\cos \phi, \sin \phi) d\phi$, $\int_{-\infty}^{+\infty} R(x) dx$, $\int_{-\infty}^{+\infty} R(x) e^{iax} dx$.	Устный опрос
7.	Конформные отображения.	Отображения посредством линейной $w = az + b$ и показательной $w = e^z$ функций. Дробно-линейные отображения: непрерывность, однолиственность, конформность. Круговое свойство, свойство сохранения симметричных точек, свойство сохранения сложного (ангармонического) отношения. Дробно-линейные изоморфизмы и автоморфизмы (общий вид дробно-линейного отображения круга на себя и верхней полуплоскости на круг). Функция Жуковского. Тригонометрические и гиперболические функции. Выделение однозначной ветви многозначной функции. Функция $w = \sqrt[n]{z}$, логарифмическая, общие степенная и показательная функции.	Письменный опрос

2.3.2 Занятия семинарского типа (практические / семинарские занятия/ лабораторные работы)

№	Наименование раздела (темы)	Тематика занятий/разбор	Форма текущего контроля
1.	Комплексные числа. Геометрия и топология комплексной плоскости.	Комплексные числа и арифметические операции над ними. Геометрическая интерпретация. Предел последовательности комплексных и числовые ряды в комплексной плоскости. Свойства сходящихся рядов. Абсолютная сходимости.	Решение задач.
2.	Комплексная дифференцируемость. Регулярные функции.	Производная функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Дифференцируемость элементарных функций комплексного переменного. Геометрический смысл модуля и аргумента производной голоморфной функции. Восстановление голоморфной функции по ее вещественной (или мнимой) части.	Проверка выполнения домашних заданий Решение задач.

3.	Интегрирование функций комплексного переменного.	Интегрирование функций комплексного переменного. Применение интегральной теоремы Коши. Первообразная функция, формула Ньютона-Лейбница. Интегральная формула Коши, формула Коши для производных.	Решение задач.
4.	Ряды регулярных функций. Степенные ряды.	Ряды регулярных функций в комплексной области, теорема Вейерштрасса о равномерной сходимости. Степенные ряды в комплексной области, радиус сходимости, формула Коши-Адамара. Разложение функций в ряды Тейлора. Степенные ряды элементарных функций: $w = e^z$, $w = \sin z$, $w = \cos z$, $w = 1$, $w = \frac{1}{1+z}$, $w = \ln z$, $w = chz$.	Решение задач.
5.	Ряды Лорана. Изолированные особые точки.	Разложение регулярной функции в ряд Лорана. Изолированные особые точки однозначного характера. Классификация изолированных особых точек. Разложение функции в ряд Лорана в окрестности изолированной особой точки.	Решение задач.
6.	Теория вычетов и ее приложения.	Вычеты. Теорема Коши о вычетах. Приемы вычисления вычетов. Теорема о полной сумме вычетов. Вычисление с помощью вычетов определенных и несобственных интегралов вида $\int_0^{2\pi} R(\cos \phi, \sin \phi) d\phi$, $\int_{-\infty}^{+\infty} R(x) dx$, $\int_{-\infty}^{+\infty} R(x) e^{iax} dx$.	Решение задач.
7.	Конформные отображения.	Отображения посредством линейной $w = az + bi$ показательной $w = e^z$ функций. Дробно-линейные отображения: непрерывность, однолиственность, конформность. Круговое свойство, свойство сохранения симметричных точек, свойство сохранения сложного (ангармонического) отношения. Дробно-линейные изоморфизмы и автоморфизмы (общий вид дробно-линейного отображения круга на себя и верхней полуплоскости на круг). Функция Жуковского. Тригонометрические и гиперболические функции. Выделение однозначной ветви многозначной функции. Функция $w = \sqrt[n]{z}$, логарифмическая, общие степенная и показательная функции.	Построение конформных отображений

Защита лабораторной работы (ЛР), выполнение курсового проекта (КП), курсовой работы (КР), расчетно-графического задания (РГЗ), написание реферата (Р), эссе (Э), коллоквиум (К), тестирование (Т) и т.д.

При изучении дисциплины могут применяться электронное обучение, дистанционные образовательные технологии в соответствии с ФГОС ВО.

2.3.3 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы не предусмотрены учебным планом.

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	Проработка и повторение лекционного материала и материала учебников по теме «Комплексные числа и действия над ними. Геометрия и топология комплексной плоскости».	Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного, Лань, стереотипное издание, 2009, 432с. (см. http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&p11_id=322) Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ, ч. 1, Лань, 2010. 336 с. Волков-Висский И.М., Луниц Г.Л., Араманович И.Г. Сборник задач по

		теории функций комплексного переменного. ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 312 с. (см. http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&p11_id=2763).
2	Проработка и повторение лекционного материала и материала учебников по теме «Комплексная дифференцируемость. Голоморфные и конформные отображения».	Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного, Лань, стереотипное издание, 2009, 432с. (см. http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&p11_id=322) Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ, ч. 1, Лань, 2010.336 с. Волковысский И.М., Лунц Г.Л., Араманович И.Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 312 с. (см. http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&p11_id=2763).
3	Проработка и повторение лекционного материала и материала учебников по теме «Теория интеграла Коши».	Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного, Лань, стереотипное издание, 2009, 432с. (см. http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&p11_id=322) Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ, ч. 1, Лань, 2010.336 с. Волковысский И.М., Лунц Г.Л., Араманович И.Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 312 с. (см. http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&p11_id=2763).
4	Проработка и повторение лекционного материала и материала учебников по теме «Степенные ряды и ряды голоморфных функций».	Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного, Лань, стереотипное издание, 2009, 432с. (см. http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&p11_id=322) Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ, ч. 1, Лань, 2010.336 с. Волковысский И.М., Лунц Г.Л., Араманович И.Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 312 с. (см. http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&p11_id=2763).
5	Проработка и повторение лекционного материала и материала учебников по теме «Теория вычетов».	Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного, Лань, стереотипное издание, 2009, 432с. (см. http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&p11_id=322) Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ, ч. 1, Лань, 2010.336 с. Волковысский И.М., Лунц Г.Л., Араманович И.Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 312 с. (см. http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&p11_id=2763).
6	Проработка и повторение лекционного материала и материала учебников по теме «Аналитическое продолжение».	Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного, Лань, стереотипное издание, 2009, 432с. (см. http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&p11_id=322) Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ, ч. 1, Лань, 2010.336 с. Волковысский И.М., Лунц Г.Л., Араманович И.Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 312 с. (см. http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&p11_id=2763).
7	Проработка и повторение лекционного материала и материала учебников по теме «Комплексные числа и действия над ними. Геометрия и топология комплексной плоскости».	Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного, Лань, стереотипное издание, 2009, 432с. (см. http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&p11_id=322) Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ, ч. 1, Лань, 2010.336 с. Волковысский И.М., Лунц Г.Л., Араманович И.Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 312 с. (см. http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&p11_id=2763).

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

- в форме аудиофайла,
- в печатной форме на языке Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины (модуля)

В ходе изучения дисциплины предусмотрено использование следующих образовательных технологий: лекции, практические занятия, подготовка письменных аналитических работ, самостоятельная работа студентов.

Компетентностный подход в рамках преподавания дисциплины реализуется в использовании интерактивных технологий и активных методов (проектных методик, мозгового штурма, разбора конкретных ситуаций, анализа педагогических задач, педагогического эксперимента, иных форм) в сочетании с внеаудиторной работой.

Информационные технологии, применяемые при изучении дисциплины: использование информационных ресурсов, доступных в информационно-телекоммуникационной сети Интернет.

Адаптивные образовательные технологии, применяемые при изучении дисциплины – для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Теория функций комплексного переменного».

Оценочные средства включает контрольные материалы для проведения **текущего контроля** в форме тестовых заданий, разноуровневых заданий и **промежуточной аттестации** в форме вопросов и заданий к зачёту и экзамену.

Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

№ п/п	Код и наименование индикатора (в соответствии с п. 1.4)	Результаты обучения (в соответствии с п. 1.4)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1	ИПКО-6.3. Демонстрирует умения по организации творческой деятельности обучающихся при изучении математики и информатики в основной школе; технологиями развития интереса у школьников к учебно-исследовательской	Знает связь теоретических основ и технологических приёмов теории функций комплексного переменного с содержанием преподаваемых учебных предметов.	<i>Вопросы на коллоквиуме 1-6 КР-1,</i>	<i>Вопрос на зачете 1-7;</i>

	работе по математике и информатике			
2	ИПКО-6.3. Демонстрирует умения по организации творческой деятельности обучающихся при изучении математики и информатики в основной школе; технологиями развития интереса у школьников к учебно-исследовательской работе по математике и информатике	Умеет ставить познавательные цели учебной деятельности; осуществлять самоконтроль и самооценку своих учебных достижений; применять навыки владения ИКТ, проектной и исследовательской деятельностью в процессе изучения теории функций комплексного переменного.	КР.2, Вопросы на коллоквиуме 7-11	Вопрос на зачете 8-12; 35-40.
3	ИПКО-6.3. Демонстрирует умения по организации творческой деятельности обучающихся при изучении математики и информатики в основной школе; технологиями развития интереса у школьников к учебно-исследовательской работе по математике и информатике	Владеет конструктивными умениями как одним из главных аспектов профессиональной культуры будущего учителя-предметника; материалом теории функций комплексного переменного на уровне, позволяющем формулировать и решать задачи, возникающие в ходе учебной деятельности по преподаваемым предметам, а также в практической деятельности, требующие углубленных профессиональных знаний.	Вопросы на коллоквиуме 12-25 КР-3,	Вопрос на зачете 13-21

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Примерный перечень вопросов и заданий

Контрольная работа №1

1. Представить в алгебраической форме $(1 + i)^{1-3i}$.
2. Представить в алгебраической форме $\cos (2i - 1)$.
3. Найти все значения корня и построить их на плоскости $\sqrt[4]{-16i}$.
4. Изобразить на плоскости множество точек, заданное неравенствами $\{|z - 2 - i| \geq 1, 1 \leq \operatorname{Re} z < 3\}$.
5. Выяснить, какие множества z комплексной плоскости удовлетворяют неравенствам

$$|z| = 2 + \operatorname{Re} z.$$

Контрольная работа №2

1. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по данной кривой

$$\int_L (z^2 + z \cdot \bar{z}) dz, \text{ где } L - \text{полуокружность } |z| = 1, 0 \leq \arg z \leq \pi.$$

2. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по данной кривой.

$$\int_{ABC} (z - 1) \cos z dz, \text{ где } ABC - \text{ломаная, } z_A = 0, z_B = 1 + i, z_C = i.$$

3. С помощью интегральной формулы Коши вычислить интеграл

$$\oint_{|z|=1} \frac{2 + \sin z}{z(z + 2i)} dz.$$

4. С помощью интегральной формулы Коши вычислить интеграл.

$$\oint_{|z-i|=1} \frac{e^{\frac{\pi}{2}z}}{(z^2 + 1)^2} dz.$$

Контрольная работа №3

1. Разложить в ряд Тейлора в окрестности точки $z = 0$ функцию

$$f(z) = \frac{z + 1}{z^2 + 4z - 5}$$

2. Вычислить интеграл, считая, что обход замкнутого контура происходит в положительном направлении:

$$\oint_{|z|=1} \frac{dz}{(z - 2)(z^4 - 1)}.$$

3. Вычислить с помощью теории вычетов несобственный интеграл вида:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x + 1) dx}{(x^2 + 1)(x^2 + 24)}.$$

4. Вычислить с помощью теории вычетов несобственный интеграл вида:

несобственный интеграл вида $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \cos x}{x^2 - 2x + 10} dx.$

5. Вычислить с помощью теории вычетов следующий определенный интеграл:

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\phi}{3 + 2 \cos \phi}.$$

Вопросы для подготовки к коллоквиуму

Определения и формулировки теорем.

1. Комплексные числа. Действия над ними. Геометрическая интерпретация.
2. Тригонометрическая и показательная форма представления комплексного числа.
3. Формулы Эйлера и Муавра.
4. Извлечение корня n-ой степени из комплексного числа.
5. Предел последовательности комплексных чисел.
6. Понятие стереографической проекции, расширенная комплексная плоскость.
7. Функции комплексного переменного. Предел, непрерывность.
8. Дифференцируемые функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана.
9. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции в точке в комплексном смысле.
10. Понятие регулярной функции.
11. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Понятие конформного отображения.
12. Интегрирование функции комплексного переменного. Свойства интегралов.

13. Интегральная теорема Коши для односвязной области
14. Теорема о существовании первообразной для непрерывной функции.
15. Неопределенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.
16. Интегральная формула Коши.
17. Интегральная формула Коши для производных регулярных функций.
18. Сопряженные гармонические функции.
19. Восстановление регулярной функции по ее вещественной (мнимой) части.
20. Интеграл типа Коши.
21. Числовые ряды в комплексной плоскости. Свойства сходящихся рядов. Абсолютная сходимость.
22. Функциональные ряды. Теорема Вейерштрасса.
23. Степенные ряды в комплексной области. Теорема Абеля. Радиус сходимости степенного ряда.
24. Разложение регулярной функции в ряд Тейлора.
25. Разложение в степенной ряд элементарных функций:
 $w = e^z, w = \sin z, w = \cos z, w = \frac{1}{1-z}, w = \frac{1}{1+z}, w = sh z, w = ch z.$

Доказательства утверждений

1. Извлечение корня n-ой степени из комплексного числа.
2. Теорема о существовании предела последовательности комплексных чисел.
3. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции в точке в комплексном смысле. Условия Коши-Римана.
4. Интегральная теорема Коши для односвязной области
5. Интегральная формула Коши для односвязной области.
6. Интегральная формула Коши для производных регулярных функций
7. Гармонические функции. Сопряженные гармонические функции.
8. Восстановление регулярной функции по ее вещественной (мнимой) части.
9. Степенные ряды. Теорема Абеля.

Вопросы для подготовки к зачету

1. Комплексные числа. Действия над ними. Геометрическая интерпретация.
2. Тригонометрическая и показательная форма представления комплексного числа.
3. Формулы Эйлера и Муавра.
4. Извлечение корня n-ой степени из комплексного числа.
5. Предел последовательности комплексных чисел.
6. Числовые ряды в комплексной плоскости. Свойства сходящихся рядов. Абсолютная сходимость.
7. Понятие стереографической проекции, расширенная комплексная плоскость.
8. Функции комплексной переменного. Предел, непрерывность.
9. Дифференцируемые функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана.
10. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции в точке в комплексном смысле.
11. Понятие регулярной функции.
12. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Понятие конформного отображения.
13. Интегрирование функции комплексной переменного. Свойства интегралов.
14. Интегральная теорема Коши для односвязной области
15. Теорема о существовании первообразной для непрерывной функции.
16. Неопределенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.
17. Интегральная формула Коши.
18. Интегральная формула Коши для производных регулярных функций.
19. Сопряженные гармонические функции.
20. Восстановление регулярной функции по ее вещественной (мнимой) части.

21. Интеграл типа Коши.
22. Функциональные ряды. Теорема Вейерштрасса.
23. Степенные ряды в комплексной области. Теорема Абеля. Радиус сходимости степенного ряда.
24. Разложение регулярной функции в ряд Тейлора.
25. Разложение в степенной ряд элементарных функций:
 $w = e^z, w = \sin z, w = \cos z, w = \frac{1}{1-z}, w = \frac{1}{1+z}, w = \operatorname{sh} z, w = \operatorname{ch} z.$
26. Ряды Лорана. Область сходимости ряда Лорана. Разложение функций в ряды Лорана.
27. Изолированные особые точки и их классификация.
28. Ряд Лорана в окрестности изолированной особой точки.
29. Полюсы регулярной функции, порядок полюса, связь между нулями и полюсами.
30. Определение вычета в конечной изолированной особой точке, формулы для его вычисления.
31. Основная теорема о вычетах. Вычет в бесконечности.
32. Теорема о полной сумме вычетов.
33. Вычисление с помощью вычетов определенных интегралов вида $\int_0^{2\pi} R(\cos \phi, \sin \phi) d\phi$
34. Вычисление с помощью вычетов несобственных интегралов вида

$$\int_{-\infty}^{+\infty} R(x) dx, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} R(x) e^{i\alpha x} dx$$
35. Показательная функция $w = e^z$ и её свойства.
36. Отображение $w = \frac{1}{z}$ и его свойства. Понятие инверсии, свойства.
37. Дробно-линейные отображения: непрерывность, однолиственность, конформность. Круговое свойство, свойство сохранения симметричных точек, свойство сохранения сложного (ангармонического) отношения.
38. Дробно-линейные изоморфизмы и автоморфизмы (общий вид дробно-линейного отображения круга на себя и верхней полуплоскости на круг).
39. Функция Жуковского.
40. Тригонометрические и гиперболические функции.

Критерии оценивания результатов обучения

Оценка	Критерии оценивания по экзамену
Высокий уровень «5» (отлично)	оценку «отлично» заслуживает студент, освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал без пробелов; выполнивший все задания, предусмотренные учебным планом на высоком качественном уровне; практические навыки профессионального применения освоенных знаний сформированы.
Средний уровень «4» (хорошо)	оценку «хорошо» заслуживает студент, практически полностью освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не оценены максимальным числом баллов, в основном сформировал практические навыки.
Пороговый уровень «3» (удовлетворительно)	оценку «удовлетворительно» заслуживает студент, частично с пробелами освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, многие учебные задания либо не выполнил, либо они оценены числом баллов близким к минимальному, некоторые практические навыки не сформированы.

<i>Минимальный уровень «2» (неудовлетворительно)</i>	<i>оценку «неудовлетворительно» заслуживает студент, не освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не выполнил, практические навыки не сформированы.</i>
--	---

Критерии оценивания по зачету:

«зачтено»: студент владеет теоретическими знаниями по данному разделу, знает основные формулы, допускает незначительные ошибки; студент умеет правильно объяснять изложенный в курсе материал, иллюстрируя его примерами.

«не зачтено»: материал не усвоен или усвоен частично, студент затрудняется привести примеры по основным понятиям курса, довольно ограниченный объем изученного материала.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

5. Перечень учебной литературы, информационных ресурсов и технологий

5.1. Учебная литература

1. Привалов, И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного: учебник / И. И. Привалов. — 15-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 432 с. — ISBN 978-5-8114-0913-6. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/167779>

2. Волковыский, Л. И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного: учебное пособие / Л. И. Волковыский, Г. Л. Лунц, И. Г. Араманович. — 4-е изд., перераб. — Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2006. — 312 с. — ISBN 5-9221-0264-

8. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/2763>
3. Шабунин, М. И. Теория функций комплексного переменного: учебное пособие / М. И. Шабунин, Ю. В. Сидоров. — 5-е изд. — Москва: Лаборатория знаний, 2020. — 303 с. — ISBN 978-5-00101-916-9. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/151505>

5.2. Периодические издания:

Не используются при изучении данного курса.

5.3. Интернет-ресурсы, в том числе современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Электронно-библиотечные системы (ЭБС):

1. ЭБС «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
2. ЭБС «УНИВЕРСИТЕТСКАЯ БИБЛИОТЕКА ОНЛАЙН» www.biblioclub.ru
3. ЭБС «BOOK.ru» <https://www.book.ru>
4. ЭБС «ZNANIUM.COM» www.znanium.com
5. ЭБС «ЛАНЬ» <https://e.lanbook.com>

Профессиональные базы данных:

1. Web of Science (WoS) <http://webofscience.com/>
2. Scopus <http://www.scopus.com/>
3. ScienceDirect www.sciencedirect.com
4. Журналы издательства Wiley <https://onlinelibrary.wiley.com/>
5. Научная электронная библиотека (НЭБ) <http://www.elibrary.ru/>
6. Полнотекстовые архивы ведущих западных научных журналов на Российской платформе научных журналов НЭИКОН <http://archive.neicon.ru>
7. Национальная электронная библиотека (доступ к Электронной библиотеке диссертаций Российской государственной библиотеки (РГБ) <https://rusneb.ru/>
8. Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина <https://www.prlib.ru/>
9. Электронная коллекция Оксфордского Российского Фонда <https://ebookcentral.proquest.com/lib/kubanstate/home.action>
10. Springer Journals <https://link.springer.com/>
11. Springer eBooks: <https://link.springer.com/>
12. "Лекториум ТВ" <http://www.lektorium.tv/>
13. Университетская информационная система РОССИЯ <http://uisrussia.msu.ru>

Ресурсы свободного доступа:

1. Американская патентная база данных <http://www.uspto.gov/patft/>
2. Полные тексты канадских диссертаций <http://www.nlc-bnc.ca/thesescanada/>
3. КиберЛенинка (<http://cyberleninka.ru/>);
4. Министерство науки и высшего образования Российской Федерации <https://www.minobrnauki.gov.ru/>;
5. Федеральный портал "Российское образование" <http://www.edu.ru/>;
6. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" <http://window.edu.ru/>;
7. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов <http://school-collection.edu.ru/> .
8. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (<http://fcior.edu.ru/>);
9. Проект Государственного института русского языка имени А.С. Пушкина "Образование на русском" <https://pushkininstitute.ru/>;

10. Справочно-информационный портал "Русский язык" <http://gramota.ru/>;
11. Служба тематических толковых словарей <http://www.glossary.ru/>;
12. Словари и энциклопедии <http://dic.academic.ru/>;
13. Образовательный портал "Учеба" <http://www.ucheba.com/>;
14. Законопроект "Об образовании в Российской Федерации". Вопросы и ответы http://xn--273--84d1f.xn--plai/voprosy_i_otvety

Собственные электронные образовательные и информационные ресурсы КубГУ:

1. Среда модульного динамического обучения <http://moodle.kubsu.ru>
2. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций <http://mschool.kubsu.ru/>
3. Библиотека информационных ресурсов кафедры информационных образовательных технологий <http://mschool.kubsu.ru/>;
4. Электронный архив документов КубГУ <http://docspace.kubsu.ru/>
5. Электронные образовательные ресурсы кафедры информационных систем и технологий в образовании КубГУ и научно-методического журнала "ШКОЛЬНЫЕ ГОДЫ" <http://icdau.kubsu.ru/>

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной систематизированный материал и поднимаются проблемные вопросы; практических занятий, на которых широко используются активные и интерактивные образовательные технологии; лабораторных, в процессе проведения которых обучающиеся отработывают навыки решения конкретных научных задач.

Важнейшими составляющими курса являются такие виды занятий, как самостоятельная работа студентов, такая как разбор лекций, работа с литературой, отработка навыков решения практических задач, подготовка реферата. В процессе самостоятельной работы обучающимися активно используются информационные справочные системы.

Текущий контроль осуществляется преподавателем, ведущим практические занятия на основе дискуссии со студентами, дающей представление о динамике роста знаний студентов и их научном потенциале; учета активности студента на занятиях и оценке выступления обучающегося при изложении реферата. Контроль также осуществляется путем проведения контрольных работ. Итоговый контроль осуществляется в форме зачета в 4 семестре и экзамена – в 5.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

7. Материально-техническое обеспечение по дисциплине (модулю)

Наименование специальных помещений	Оснащенность специальных помещений	Перечень лицензионного программного обеспечения
Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер	Microsoft Windows Microsoft Office Professional Plus
Учебные аудитории для проведения занятий	Мебель: учебная мебель	

семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации		
--	--	--

Для самостоятельной работы обучающихся предусмотрены помещения, укомплектованные специализированной мебелью, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Наименование помещений для самостоятельной работы обучающихся	Оснащенность помещений для самостоятельной работы обучающихся	Перечень лицензионного программного обеспечения
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (читальный зал Научной библиотеки)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	
Помещение для самостоятельной работы обучающихся	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	