

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебной работе  
качеству образования – первый  
проректор

Кагуров Т.А.

27 мая 2022 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**Б1.О.26 ТЕОРИЯ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ**

Направление  
подготовки /специальность 01.05.01 ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ  
МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА

Направленность (профиль) /  
специализация МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Форма обучения ОЧНАЯ

Квалификация МАТЕМАТИК. МЕХАНИК. ПРЕПОДАВАТЕЛЬ

Краснодар 2024

Рабочая программа дисциплины ТЕОРИЯ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 01.05.01 ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА (уровень высшего образования: специалитет)

Программу составил:

Л. К. Янковская, доцент кафедры МКМ, к.ф.-м.н, доц.



Рабочая программа дисциплины «Теория случайных процессов» утверждена на заседании кафедры (разработчика) математических и компьютерных методов

протокол № 10 от 07.05.2024.

Заведующий кафедрой (разработчика) Лежнев А. В



Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук

протокол № 3 от 14.05.2024.

Председатель УМК факультета

Шмалько С. П.



Рецензенты:

Савенко И.В., коммерческий директор ООО "РосГлавВино"

Никитин Ю.Г., доцент кафедры теоретической физики и компьютерных технологий ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет»

## **1 Цели и задачи изучения дисциплины (модуля).**

### **1.1 Цель освоения дисциплины.**

Развитие профессиональных компетентностей в области применения методов теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов при анализе реальных процессов и объектов с целью нахождения эффективных решений общенаучных и прикладных задач широкого профиля.

### **1.2 Задачи дисциплины.**

Задачей изучения дисциплины является развитие способности находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики, использовать фундаментальные знания в области теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов в будущей профессиональной деятельности.

### **1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы.**

Дисциплина «Теория случайных процессов» относится к обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана. В соответствии с рабочим учебным планом дисциплина изучается на 3 курсе по очной форме обучения. Вид промежуточной аттестации: зачет. Для ее изучения требуется освоение следующих предшествующих дисциплин: «Теория вероятностей и математическая статистика», «Математический анализ» и «Дифференциальные уравнения». Кроме того, данная дисциплина в соответствии с учебным планом является предшествующей для изучения дисциплины «Многомерный статистический анализ».

### **1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся компетенций:

Код и наименование индикатора* достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
<b>ОПК-1</b> Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики	
ИОПК-1.1 Знает актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики	ИОПК-1.1. 3-1 Знает основные принципы математического моделирования случайных процессов
	ИОПК-1.1. У-1 Умеет оценить основные характеристики случайных процессов
ИОПК-1.2 Осуществляет выбор методов решения задач фундаментальной математики	ИОПК-1.2. 3-1 Знает методы исследования случайных процессов
	ИОПК-1.2. У-1 Умеет модифицировать существующие методы исследования случайных процессов
	ИОПК-1.2. У-2 Умеет разрабатывать новые методы исследования случайных процессов
ИОПК-1.3 Владеет навыками формализации актуальных задач фундаментальной математики и применения подходящих методов их решения	ИОПК-1.3. 3-1 Знает принципы постановки задач исследования статистических процессов
	ИОПК-1.3. У-1 Умеет интерпретировать полученные результаты и представлять итоги проделанной работы

Код и наименование индикатора* достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
<b>ПК-1</b> Способен формулировать и решать актуальные и значимые задачи фундаментальной и прикладной математики	
ИПК-1.1 Знает основные понятия, идеи и методы фундаментальных математических дисциплин для решения базовых задач	ИПК-1.1. 3-1 Знает основные понятия и идеи теории случайных процессов
	ИПК-1.1. У-1 Умеет рассчитывать характеристики случайных процессов
	ИПК-1.1. У-2 Владеет навыком вывода соотношений и доказательства теорем теории случайных процессов
ИПК-1.2 Умеет передавать результаты проведенных теоретических и прикладных исследований в виде конкретных предметных рекомендаций в терминах предметной области	ИПК-1.2. 3-1 Знает направление развития и области применения теории случайных процессов
	ИПК-1.2. У-1 Умеет передавать результаты проведенных теоретических и прикладных исследований в виде конкретных предметных рекомендаций
ИПК-1.3 Самостоятельно и корректно решает стандартные задачи фундаментальной и прикладной математики	ИПК-1.3. 3-1 Знает методы решения стандартных задач теории случайных процессов
	ИПК-1.3. У-1 Умеет самостоятельно осуществлять решение прикладных задач теории случайных процессов
ИПК-1.4 Имеет навыки решения математических задач, соответствующих квалификации, возникающих при проведении научных и прикладных исследований	ИПК-1.4. 3-1 Знает основные принципы корректной постановки задач, возникающих при исследовании случайных процессов
	ИПК-1.4. У-1 Умеет осуществлять сбор и обработку данных экспериментов
	ИПК-1.4. У-2 Владеет навыком построения математических моделей реальных случайных процессов

Результаты обучения по дисциплине достигаются в рамках осуществления всех видов контактной и самостоятельной работы обучающихся в соответствии с утвержденным учебным планом.

Индикаторы достижения компетенций считаются сформированными при достижении соответствующих им результатов обучения.

## 2. Структура и содержание дисциплины.

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 зач.ед. (108 часа), их распределение по видам работ представлено в таблице.

Виды работ	Всего часов	Форма обучения
		очная б семестр (часы)
<b>Контактная работа, в том числе:</b>	<b>58,2</b>	<b>58,2</b>
<b>Аудиторные занятия (всего):</b>	52	52
Занятия лекционного типа	18	18
Лабораторные занятия	34	34
Практические занятия	-	-
Семинарские занятия	-	-
<b>Иная контактная работа:</b>		
Контроль самостоятельной работы (КСР)	6	6
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,2	0,2
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>	<b>49,8</b>	<b>49,8</b>
Контрольная работа	13	13
Самостоятельное изучение разделов, самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным занятиям)	20	20
Подготовка к текущему контролю	16,8	16,8
<b>Контроль:</b>		
Подготовка к экзамену	-	-
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>час.</b>	108
	<b>в том числе контактная работа</b>	<b>58,2</b>
	<b>зач. ед</b>	<b>3</b>

## 2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы (темы) дисциплины, изучаемые в 6 семестре (3 курсе) (очная форма обучения)

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	СРС
1.	Основы и концепции теории случайных процессов	27	6	-	10	11
2.	Стационарные случайные функции	29	6	-	12	11
3.	Приложения теории случайных процессов в экономике	29	6	-	12	11
<i>ИТОГО по разделам дисциплины:</i>		85	18	-	34	33
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	6	-	-	-	6
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,2	-	-	-	0,2
	Подготовка к текущему контролю	16,8	-	-	-	16,8
	Общая трудоемкость по дисциплине	108	18	-	34	56

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

## 2.3 Содержание разделов (тем) дисциплины

### 2.3.1 Занятия лекционного типа

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Форма текущего контроля
1.	Основы и концепции теории случайных процессов	Понятие случайной функции, классификация случайных процессов и основные характеристики случайных функций. Линейные преобразования случайных функций и сложение случайных функций. Каноническое разложение случайных функций.	У
2.	Стационарные случайные функции	Стационарный случайный процесс в узком и широком смысле. Эргодическое свойство стационарных случайных функций. Спектральное разложение стационарной случайной функции и ее характеристики. Преобразование стационарной случайной функции стационарной линейной системой.	У
3.	Приложения теории случайных процессов в экономике	Дискретный и непрерывный Марковский процесс. Основы теории массового обслуживания. Различные системы массового обслуживания.	У

### 2.3.2 Занятия семинарского типа (практические / семинарские занятия/ лабораторные работы)

№	Наименование раздела (темы)	Тематика занятий/работ	Форма текущего контроля
1.	Основы и концепции теории случайных процессов	Определение основных характеристик случайных функций и исследование их свойств.	ЛР
		Определение характеристик случайной функции из опыта.	ЛР
		Нахождение сигнала на выходе линейной динамической системы и определение его характеристик.	ЛР
		Определение реакции линейной системы на суммарный входной сигнал с определением взаимной корреляционной функции.	ЛР
		Приведение случайной функции и ее характеристик к каноническому виду.	ЛР
2.	Стационарные случайные функции	Определение характеристик стационарной случайной функции опытным путем.	ЛР
		Определение корреляционной функции и спектральной плотности стационарной случайной функции по взаимнообратным преобразованиям Фурье в действительной форме.	ЛР
		Определение корреляционной функции и спектральной плотности стационарной случайной функции по взаимнообратным преобразованиям Фурье в комплексной форме.	ЛР
		Определение частотной характеристики и передаточной функции стационарной динамической системы.	ЛР
		Исследование преобразований стационарных случайных функций линейными динамическими системами.	ЛР
		Практическое определение характеристик эргодической стационарной случайной функции по одной реализации.	ЛР
		Исследование специальных видов случайных процессов.	ЛР
3.	Приложения теории случайных процессов в экономике	Построение графа состояний системы и исследование дискретных марковских процессов на основе уравнений Колмогорова.	ЛР
		Исследование систем массового обслуживания с отказами на основе уравнений Эрланга.	ЛР
		Исследование систем массового обслуживания с ожиданием с ограничением на время ожидания.	ЛР
		Исследование систем массового обслуживания с ожиданием с ограничением на длину очереди.	
		Исследование чистых систем с ожиданием и систем смешанного типа.	ЛР

В данном подразделе, в табличной форме приводится описание содержания дисциплины, структурированное по разделам, с указанием по каждому разделу формы текущего контроля: устный опрос (У), выполнение индивидуального задания (ИЗ), защита лабораторной работы (ЛР), выполнение курсового проекта (КП), контрольной работы (КР), расчетно-графического задания (РГЗ), написание реферата (Р), эссе (Э), коллоквиум (К), тестирование (Т), устного опроса (У), контрольной работы (К) и т.д.

При изучении дисциплины могут применяться электронное обучение, дистанционные образовательные технологии в соответствии с ФГОС ВО.

### 2.3.3 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы - не предусмотрены.

## 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	Контрольная работа	Методические указания для подготовки к занятиям лекционного и семинарского типа. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.
2	Самостоятельное изучение разделов, самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным занятиям)	Методические указания для подготовки к занятиям лекционного и семинарского типа. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г. Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г. Методические указания по использованию интерактивных методов обучения. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.
3	Подготовка к текущему контролю	Методические указания по выполнению лабораторных работ. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## 3. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины (модуля)

В ходе изучения дисциплины предусмотрено использование следующих образовательных технологий: лекции, лабораторные занятия, проблемное обучение, разбор практических задач, самостоятельная работа студентов.

Компетентностный подход в рамках преподавания дисциплины реализуется в использовании интерактивных технологий и активных методов (разбора конкретных ситуаций, компьютерного эксперимента, аналитических работ в пакете Excel) в сочетании с внеаудиторной работой.

Информационные технологии, применяемые при изучении дисциплины: использование информационных ресурсов, доступных в информационно-телекоммуникационной сети Интернет.

Адаптивные образовательные технологии, применяемые при изучении дисциплины – для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

#### 4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Теория случайных процессов».

Оценочные средства включают контрольные материалы для проведения **текущего контроля** в форме вопросов для устного опроса и защиты лабораторных работ, разноуровневых заданий и **промежуточной аттестации** в форме вопросов и заданий к зачету.

##### Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

№ п/п	Код и наименование индикатора (в соответствии с п. 1.4)	Результаты обучения (в соответствии с п. 1.4)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1	ИОПК-1.1 Знает актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики	З-1 Знает основные принципы математического моделирования случайных процессов У-1 Умеет оценить основные характеристики случайных процессов	Вопросы для устного опроса по разделу 1 Контрольная работа №1- по разделу 1	Вопрос на зачете 21-24
2	ИОПК-1.2 Осуществляет выбор методов решения задач фундаментальной математики	З-1 Знает методы исследования случайных процессов У-1 Умеет модифицировать существующие методы исследования случайных процессов У-2 Умеет разрабатывать новые методы исследования случайных процессов	Вопросы для устного опроса по разделам 1, 2 Лабораторная работа Лабораторная работа	Вопрос на зачете 14-16
3	ИОПК-1.3 Владеет навыками формализации актуальных задач фундаментальной математики и применения подходящих методов их решения	З-1 Знает принципы постановки задач исследования статистических процессов У-1 Умеет интерпретировать полученные результаты и представлять итоги проделанной работы	Вопросы для устного опроса по разделам 1,2 Лабораторная работа	Вопрос на зачете 6, 7, 25
4	ИПК-1.1 Знает основные понятия, идеи и методы фундаментальных математических дисциплин для решения базовых задач	З-1 Знает основные понятия и идеи теории случайных процессов У-1 Умеет рассчитывать характеристики случайных процессов У-2 Владеет навыком вывода соотношений и доказательства теорем теории случайных процессов	Вопросы для устного опроса по разделу 1 Контрольная работа №2- по разделу 2 Вопросы для устного опроса по разделу 2	Вопрос на зачете 1-5; 17-20
5	ИПК-1.2 Умеет передавать результаты проведенных теоретических и прикладных исследований в виде конкретных предметных рекомендаций в терминах предметной области	З-1 Знает направление развития и области применения теории случайных процессов У-1 Умеет передавать результаты проведенных теоретических и прикладных исследований в виде конкретных предметных рекомендаций	Вопросы для устного опроса по разделу 3 Лабораторная работа	Вопрос на зачете 35-37



№ п/п	Код и наименование индикатора (в соответствии с п. 1.4)	Результаты обучения (в соответствии с п. 1.4)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
6	ИПК-1.3 Самостоятельно и корректно решает стандартные задачи фундаментальной и прикладной математики	З-1 Знает методы решения стандартных задач теории случайных процессов У-1 Умеет самостоятельно осуществлять решение прикладных задач теории случайных процессов	Вопросы для устного опроса по разделу 3 Лабораторная работа	Вопрос на зачете 8-13;
7	ИПК-1.4 Имеет навыки решения математических задач, соответствующих квалификации, возникающих при проведении научных и прикладных исследований	З-1 Знает основные принципы корректной постановки задач, возникающих при исследовании случайных процессов У-1 Умеет осуществлять сбор и обработку данных экспериментов У-2 Владеет навыком построения математических моделей реальных случайных процессов	Вопросы для устного опроса по разделам 1-3 Лабораторная работа Лабораторная работа	Вопрос на зачете 26-33

**Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**  
***Примерный перечень вопросов и заданий***

- 1) Основные характеристики случайных функций и их свойства.
- 2) Сигнал на выходе линейной динамической системы и его характеристики.
- 3) Реакция линейной системы на суммарный входной сигнал и взаимная корреляционная функция.
- 4) Канонический вид случайной функции и ее характеристик.
- 5) Корреляционная функция и спектральная плотность стационарной случайной функции по взаимнообратным преобразованиям Фурье в действительной форме.
- 6) Корреляционная функция и спектральная плотность стационарной случайной функции по взаимнообратным преобразованиям Фурье в комплексной форме.
- 7) Частотная характеристика и передаточная функция стационарной динамической системы.
- 8) Преобразования стационарных случайных функций линейными динамическими системами.
- 9) Характеристики эргодической стационарной случайной функции по одной реализации.
- 10) Специальные виды случайных процессов.
- 11) Граф состояний системы и дискретные марковские процессы на основе уравнений Колмогорова
- 12) Системы массового обслуживания с отказами на основе уравнений Эрланга.
- 13) Системы массового обслуживания с ожиданием с ограничением на время ожидания или на длину очереди.
- 14) Чистые системы с ожиданием и системы смешанного типа.

### ***Контрольная работа***

#### ***Вариант 1***

1. Дано:  $X(t) = V \cos \omega t + U \sin \omega t$ ,  $K_{VV} = K_{UU} = 0$ ; где  $V, U$  - случайные величины с  $m_v = 9$ ;  $m_u = -9$ ;  $D_v = 1$ ;  $D_u = 1$ . Найти:  $m_x(t)$ ;  $K_x(t, t')$ ;  $D_x(t)$ ;
2. Дано:  $Y(t) = X(t)t^2 + t$ , где  $X(t)$  - случайная функция с  $m_x(t) = 1$ ;  $K_x(t, t') = e^{-t-t'}$ ;  
Найти:  $m_y(t)$ ;  $K_y(t, t')$ ;  $D_y(t)$ ;

3. Дано:  $Y(t) = t^2 \frac{dX(t)}{dt} - 2$ , где  $X(t)$  - случайная функция с  $m_x(t) = t^2 - t$ ;  
 $K_x(t, t') = t^3 t'^2$ ; Найти:  $m_y(t)$ ;  $K_y(t, t')$ ;  $D_y(t)$ ;
4. Дано:  $Y(t) = \int_0^t X(\tau) d\tau$ , где  $X(t)$  - случайная функция с  $m_x(t) = t^2 + 1$ ;  $K_x(t, t') = tt'$ ;  
 Найти:  $m_y(t)$ ;  $K_y(t, t')$ ;  $D_y(t)$ ;
5. Дано:  $Z(t) = X(t) + tY(t)$ , где  $X(t), Y(t)$  - случайные функции с  $m_x(t) = t + 1$ ;  
 $K_x(t, t') = e^{\alpha(t'+t)}$ ;  $m_y(t) = a + bt$ ;  $K_y(t, t') = at + bt'$ ;  $R_{xy}(t, t') = e^{-\alpha_1(t'-t)^2}$ ;  
 Найти:  $m_z(t)$ ;  $K_z(t, t')$ ;  $D_z(t)$ ;
6. Дано:  $Z(t) = X(t) + iY(t)$ , где  $X(t), Y(t)$  - случайные функции с  $m_x(t) = 2t^2 + t - 3$ ;  
 $K_x(t, t') = e^{-\beta(t'+t)^2}$ ;  $m_y(t) = t^2 \sin \omega t$ ;  $K_y(t, t') = t \cos \omega t'$ ;  $R_{xy}(t, t') = ae^{b|t'-t|}$ ;  
 Найти:  $m_z(t)$ ;  $K_z(t, t')$ ;  $D_z(t)$ ;

*Вариант 2*

1. Дано:  $X(t) = 2t - 1 + U_1 e^{\varphi_1 t} + U_2 e^{\varphi_2 t}$ , где  $U_1, U_2$  - случайные величины с  $K12=0$   
 $m_{u1} = m_{u2} = 0$ ;  $D_{u1} = 2$ ;  $D_{u2} = 1$ . Найти:  $m_x(t)$ ;  $K_x(t, t')$ ;  $D_x(t)$ ;

2. Дано:  $X(t)$  - стационарная случайная функция с  $k_x(\tau) = \begin{cases} D_x \cos \omega \tau, & 0 < \tau < \frac{\pi}{2}; \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$

Найти:  $S_x(\omega)$ ;

3. Дано:  $X(t)$  - стационарная случайная функция с  $S^*_x(\omega) = \begin{cases} 0, & 0 < |\omega| < \omega_0 \\ c^2, & \omega_0 \leq |\omega| \leq 2\omega_0; \\ 0, & |\omega| > 2\omega_0 \end{cases}$

Найти:  $k_x(\tau)$ ;

4. Дано:  $y'(t) + 4y(t) = x'(t) - 2x(t)$ , где  $X(t)$  - случайная функция с

$$S^*_x(\omega) = \begin{cases} \frac{D_x}{\omega_1 - \omega_0}, & \omega_0 < \omega < \omega_1; \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}; \text{Найти: } D_y;$$

5. Дано:  $k_x(\tau) = D \left( \frac{\alpha^2}{3} \tau^2 + \alpha |\tau| + 1 \right)$

Найти: корреляционную функцию случайной функции  $Y(t) = X(t) + X'(t)$

6. Дано: цепь Маркова с двумя состояниями  $s_1$  и  $s_2$  задана матрицей переходов:

$$P_1 = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,2 \\ 0,2 & 0,8 \end{pmatrix};$$

В качестве начального состояния процесса устройство выбирает состояние  $s_1$  с вероятностью  $2/3$  и  $s_2$  с вероятностью  $1/3$ . Найти: вероятность того, что после 1-го шага процесс перейдет в состояние  $s_2$ , предварительно построив граф системы.

**Зачетно-экзаменационные материалы для промежуточной аттестации (экзамен/зачет)**

1. Понятие о случайной функции (случайном процессе), ее реализации и сечении.
2. Законы распределения случайной функции.
3. Характеристики случайных функций: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение.
4. Корреляционная (автокорреляционная) функция случайного процесса и ее связь с дисперсией. Нормированная корреляционная функция.
5. Свойства математического ожидания и корреляционной функции. Центрирование и нормирование случайной функции.
6. Определение характеристик случайной функции из опыта.

7. Методы определения характеристик преобразованных случайных функций по характеристикам исходных случайных функций.
8. Линейные и нелинейные операторы динамических систем.
9. Линейные преобразования случайных функций.
10. Интеграл от случайной функции.
11. Производная от случайной функции.
12. Сложение случайных функций. Понятие о взаимной корреляционной функции.
13. Комплексные случайные функции.
14. Идея метода канонических разложений. Разложение случайной функции по координатным функциям.
15. Каноническое разложение случайной функции и ее корреляционной функции.
16. Линейные преобразования случайных функций, заданных каноническими разложениями.
17. Понятие о стационарном случайном процессе в узком и широком смысле.
18. Спектральное разложение стационарной случайной функции на конечном участке времени. Спектр дисперсий.
19. Спектральное разложение стационарной случайной функции на бесконечном участке времени. Спектральная плотность стационарной случайной функции. Теорема Винера-Хинчина.
20. Спектральное разложение случайной функции в комплексной форме.
21. Частотная характеристика стационарной линейной системы.
22. Реакция стационарной линейной системы на случайное воздействие.
23. Определение основных характеристик стационарной случайной функции на выходе стационарной линейной системы.
24. Передаточная функция линейной динамической системы
25. Понятие эргодического свойства стационарных случайных функций.
26. Понятие Марковского случайного процесса.
27. Дискретный марковский процесс. Цепь Маркова.
28. Понятие о непрерывном марковском процессе. Уравнения Колмогорова.
29. Предмет теории массового обслуживания.
30. Простейший поток событий и его свойства.
31. Нестационарный пуассоновский поток.
32. Поток с ограниченным последствием и потоки Эрланга различных порядков.
33. Время обслуживания.
34. Уравнения Эрланга. Установившийся режим обслуживания и формулы Эрланга.
35. Система массового обслуживания смешанного типа с ограничением на время ожидания заявки в очереди.
36. Чистая система с ожиданием.
37. Система смешанного типа с ограничением по длине очереди.

### **Критерии оценивания результатов обучения**

Критерии оценивания по зачету:

«зачтено»: студент владеет теоретическими знаниями по курсу «Теория случайных процессов», знает вывод основных формул и доказательства теорем, допускает незначительные ошибки при расчете характеристик случайных функций; студент умеет правильно объяснять освоенный на лабораторных работах практический материал, иллюстрируя его примерами применения теории случайных процессов в экономике.

«не зачтено»: материал не усвоен или усвоен частично, студент затрудняется привести примеры по практическому использованию методов исследования случайных

процессов, довольно ограниченный объем знаний программного теоретического материала.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей:

- при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;
- при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;
- при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме с увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме.
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## **5. Перечень учебной литературы, информационных ресурсов и технологий**

### **5.1 Учебная литература**

1. Круглов, В. М. Случайные процессы в 2 ч. Часть 1. Основы общей теории: учебник для академического бакалавриата / В. М. Круглов. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Издательство Юрайт, 2018. — 276 с. — (Серия: Авторский учебник). — ISBN 978-5-534-01748-9. — Режим доступа: [www.biblio-online.ru/book/6961A84E-3B4E-46CE-AE75-2DDCDE788763](http://www.biblio-online.ru/book/6961A84E-3B4E-46CE-AE75-2DDCDE788763).

2. Круглов, В. М. Случайные процессы в 2 ч. Часть 2. Основы стохастического анализа: учебник для академического бакалавриата / В. М. Круглов. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Издательство Юрайт, 2018. — 280 с. — (Серия: Авторский учебник). — ISBN 978-5-534-02086-1. — Режим доступа: [www.biblio-online.ru/book/0D8F2766-F866-4CEA-AE63-0B1F39288BF3](http://www.biblio-online.ru/book/0D8F2766-F866-4CEA-AE63-0B1F39288BF3).

3. Каштанов, В. А. Случайные процессы: учебник и практикум для прикладного бакалавриата / В. А. Каштанов, Н. Ю. Энатская. — М.: Издательство Юрайт, 2018. — 156 с. — (Серия: Бакалавр. Прикладной курс). — ISBN 978-5-534-04482-9. — Режим доступа: [www.biblio-online.ru/book/CDD9B4A8-9C08-4147-83D1-433AEE395EE3](http://www.biblio-online.ru/book/CDD9B4A8-9C08-4147-83D1-433AEE395EE3).

4. Модели массового обслуживания в информационных системах: учебное пособие / авт.-сост. В. П. Мочалов, Н. Ю. Братченко. — Ставрополь: СКФУ, 2016. — 126 с. — [Электронный ресурс]. — URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=459106> (06.04.2018).

5. Энатская, Н. Ю. Математическая статистика и случайные процессы: учебное пособие для прикладного бакалавриата / Н. Ю. Энатская. — М.: Издательство Юрайт, 2018. — 201 с. — (Серия: Бакалавр. Прикладной курс). — ISBN 978-5-9916-9808-5. — Режим доступа: [www.biblio-online.ru/book/E7144E93-751A-44FD-A63F-B50F18195681](http://www.biblio-online.ru/book/E7144E93-751A-44FD-A63F-B50F18195681).

6. Кацман, Ю. Я. Теория вероятностей и математическая статистика. Примеры с решениями: учебник для СПО / Ю. Я. Кацман. — М.: Издательство Юрайт, 2018. — 130 с. — (Серия: Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-00511-0. — Режим доступа: [www.biblio-online.ru/book/ED5006D2-69C9-4681-A3D4-774E483A3A80](http://www.biblio-online.ru/book/ED5006D2-69C9-4681-A3D4-774E483A3A80).

## 5.2. Периодическая литература

1. Вестник Московского университета. Серия 15. Вычислительная математика и кибернетика; учред. Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Факультет вычислительной математики и кибернетики МГУ. — Москва: Московский Государственный Университет, 2021. — Режим доступа: по подписке. — URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=610694>. — ISSN 0137-0782. — Текст : электронный.

2. Инженерно-технические решения и инновации / гл. ред. А. С. Бажин ; учред. А. С. Бажин. — Владивосток : Эксперт-Наука. — Режим доступа: по подписке. — URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=498330>. — Текст : электронный.

## 5.3. Интернет-ресурсы, в том числе современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

### Электронно-библиотечные системы (ЭБС):

1. ЭБС «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
2. ЭБС «УНИВЕРСИТЕТСКАЯ БИБЛИОТЕКА ОНЛАЙН» [www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)
3. ЭБС «BOOK.ru» <https://www.book.ru>
4. ЭБС «ZNANIUM.COM» [www.znanium.com](http://www.znanium.com)
5. ЭБС «ЛАНЬ» <https://e.lanbook.com>

### Профессиональные базы данных:

1. Web of Science (WoS) <http://webofscience.com/>
2. Scopus <http://www.scopus.com/>
3. ScienceDirect [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com)
4. Журналы издательства Wiley <https://onlinelibrary.wiley.com/>
5. Научная электронная библиотека (НЭБ) <http://www.elibrary.ru/>
6. Полнотекстовые архивы ведущих западных научных журналов на Российской платформе научных журналов НЭИКОН <http://archive.neicon.ru>
7. Национальная электронная библиотека (доступ к Электронной библиотеке диссертаций Российской государственной библиотеки (РГБ) <https://rusneb.ru/>
8. Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина <https://www.prlib.ru/>
9. Электронная коллекция Оксфордского Российского Фонда <https://ebookcentral.proquest.com/lib/kubanstate/home.action>
10. Springer Journals <https://link.springer.com/>
11. Nature Journals <https://www.nature.com/siteindex/index.html>
12. Springer Nature Protocols and Methods <https://experiments.springernature.com/sources/springer-protocols>
13. Springer Materials <http://materials.springer.com/>
14. zbMath <https://zbmath.org/>
15. Nano Database <https://nano.nature.com/>
16. Springer eBooks: <https://link.springer.com/>
17. "Лекториум ТВ" <http://www.lektorium.tv/>
18. Университетская информационная система РОССИЯ <http://uisrussia.msu.ru>

### **Информационные справочные системы:**

1. Консультант Плюс - справочная правовая система (доступ по локальной сети с компьютеров библиотеки)

### **Ресурсы свободного доступа:**

1. Американская патентная база данных <http://www.uspto.gov/patft/>
2. Полные тексты канадских диссертаций <http://www.nlc-bnc.ca/thesescanada/>
3. КиберЛенинка (<http://cyberleninka.ru/>);
4. Министерство науки и высшего образования Российской Федерации <https://www.minobrnauki.gov.ru/>;
5. Федеральный портал "Российское образование" <http://www.edu.ru/>;
6. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" <http://window.edu.ru/>;
7. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов <http://school-collection.edu.ru/> .
8. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (<http://fcior.edu.ru/>);
9. Проект Государственного института русского языка имени А.С. Пушкина "Образование на русском" <https://pushkininstitute.ru/>;
10. Справочно-информационный портал "Русский язык" <http://gramota.ru/>;
11. Служба тематических толковых словарей <http://www.glossary.ru/>;
12. Словари и энциклопедии <http://dic.academic.ru/>;
13. Образовательный портал "Учеба" <http://www.ucheba.com/>;
14. Законопроект "Об образовании в Российской Федерации". Вопросы и ответы [http://xn--273--84d1f.xn--plai/voprosy\\_i\\_otvety](http://xn--273--84d1f.xn--plai/voprosy_i_otvety)

### **Собственные электронные образовательные и информационные ресурсы**

#### **КубГУ:**

1. Среда модульного динамического обучения <http://moodle.kubsu.ru>
2. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций <http://mschool.kubsu.ru/>
3. Библиотека информационных ресурсов кафедры информационных образовательных технологий <http://mschool.kubsu.ru/>;
4. Электронный архив документов КубГУ <http://docspace.kubsu.ru/>
5. Электронные образовательные ресурсы кафедры информационных систем и технологий в образовании КубГУ и научно-методического журнала "ШКОЛЬНЫЕ ГОДЫ" <http://icdau.kubsu.ru/>

#### **6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

##### ***Варианты методических указаний***

1. Методические указания для подготовки к занятиям лекционного и семинарского типа. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.
2. Методические указания по выполнению лабораторных работ. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

## 7. Материально-техническое обеспечение по дисциплине (модулю)

Наименование специальных помещений	Оснащенность специальных помещений	Перечень лицензионного программного обеспечения
Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа (302Н, 303Н, 308Н, 309Н, 505А, 507А)	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер	Microsoft Office
Учебные аудитории для проведения лабораторных работ, групповых и индивидуальных консультаций (301Н, 309Н, 316Н, 320Н)	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер	Microsoft Office
Учебные аудитории для проведения текущей и промежуточной аттестации (301Н, 302Н, 303Н, 307Н, 308Н, 308На, 309Н, 310Н, 312Н, 314Н, 316Н, 318Н, 320Н)	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: компьютер	Microsoft Office

Для самостоятельной работы обучающихся предусмотрены помещения, укомплектованные специализированной мебелью, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Наименование помещений для самостоятельной работы обучающихся	Оснащенность помещений для самостоятельной работы обучающихся	Перечень лицензионного программного обеспечения
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (читальный зал Научной библиотеки)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	Интернет-браузеры для просмотра сайтов в сети Интернет;  средство подготовки презентаций MS PowerPoint
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (301Н, 302Н, 303Н, 307Н, 308Н, 308На, 309Н, 310Н, 312Н, 314Н, 316Н, 318Н, 320Н)	Мебель: учебная мебель. Подключение к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации	Интернет-браузеры для просмотра сайтов в сети Интернет;  средство подготовки презентаций MS PowerPoint