

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе, качеству образования и первым заместитель проректора



подпись

«31» мая 2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.ДВ.04.02 ИНТЕГРАЛЬНЫЕ И ОПЕРАТОРНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

Направление подготовки 01.03.01 Математика

Направленность (профиль) Математическое моделирование

Форма обучения очная

Квалификация бакалавр

Краснодар 2024

Рабочая программа дисциплины «Интегральные и операторные уравнения и их приложения» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 01.03.01 Математика.

Программу составили:

И.Л. Ойнас, доцент, канд. физ.-мат. наук



Рабочая программа дисциплины «Интегральные и операторные уравнения и их приложения» утверждена на заседании кафедры (разработчика) функционального анализа и алгебры протокол № 12 «07» мая 2024 г.

Заведующий кафедрой (разработчика) Барсукова В.Ю.



Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук «14» мая 2024 г, протокол № 3.

Председатель УМК факультета Шмалько С. П.



Рецензенты:

Наумова Н.А., профессор кафедры высшей математики ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет», доктор технических наук, профессор

Павлова А.В., профессор кафедры математического моделирования КубГУ, доктор физико-математических наук, доцент

1 Цели и задачи изучения дисциплины (модуля)

1.1 Цель освоения дисциплины

Цели освоения дисциплины определены федеральным государственным стандартом высшего образования по направлению подготовки «Математика», в рамках которой преподается дисциплина.

Целями освоения дисциплины «Интегральные и операторные уравнения и их приложения» являются:

1. формирование у студентов представлений о понятиях курса интегральных и операторных уравнений и методах их решения;
2. формирование математической культуры, способностей к алгоритмическому и логическому мышлению;
3. формирование и развитие личности студентов;
4. овладение современным аппаратом интегральных и операторных уравнений для дальнейшего использования в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

1.2 Задачи дисциплины

Задачами изучения дисциплины являются:

1. получение студентами основных теоретических знаний (теоремы существования и единственности решения задачи Коши, теоретические основы методов решения уравнений в конечных разностях);
2. формирование представления об интегральных и операторных уравнениях и методах их решения;
3. выработать умения и навыки исследования и решения интегральных и операторных уравнений;
4. приобретение практических навыков работы с понятиями и объектами курса интегральных и операторных уравнений;
5. научить применять интегральные и операторные уравнения к решению различных прикладных задач (физических, геометрических).

1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Интегральные и операторные уравнения и их приложения» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана. В соответствии с рабочим учебным планом дисциплина изучается на 4 курсе (7 семестр) по очной форме обучения. Вид промежуточной аттестации: зачет.

Место курса в профессиональной подготовке бакалавра определяется ролью интегральных и операторных уравнений в формировании высококвалифицированного специалиста по направлению «Математика».

Для успешного освоения дисциплины обучающийся должен владеть знаниями, умениями и навыками по программе дисциплин «Математический анализ», «Алгебра» и «Аналитическая геометрия», «Дифференциальные уравнения», «Функциональный анализ». Данная дисциплина является основополагающей для дальнейшего изучения дисциплин высшей математики и механики.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

Код и наименование индикатора* достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине (знает, умеет, владеет (навыки и/или опыт деятельности))
---	--

Код и наименование индикатора* достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине (знает, умеет, владеет (навыки и/или опыт деятельности))
ПК-1 Способен решать актуальные и важные задачи фундаментальной и прикладной математики	
ИПК-1.1 Знает основные понятия, идеи и методы фундаментальных математических дисциплин для решения базовых задач	<p>Знает теоремы существования и единственности решения; теоремы Фредгольма</p> <p>Умеет применять метод последовательных приближений, решать интегральные уравнения</p> <p>Владеет навыками необходимых технических преобразований; навыками применения полученных знаний в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания</p>
ИПК-1.2 Умеет передавать результаты проведенных теоретических и прикладных исследований в виде конкретных предметных рекомендаций в терминах предметной области	<p>Знает возможные сферы приложений изученных в теории интегральных и операторных уравнений объектов и их основных свойств</p> <p>Умеет математически корректно ставить и исследовать задачи, возникающие в приложениях</p> <p>Владеет навыками необходимых технических преобразований; стандартными и нестандартными приемами решения исследовательских задач; навыками поиска нужной информации</p>
ИПК-1.3 Имеет навыки решения математических задач, соответствующих квалификации, возникающих при проведении научных и прикладных исследований	<p>Знает основные понятия, свойства изучаемых объектов, взаимосвязи между ними; постановки основных задач, структуру формулировки и доказательства утверждений</p> <p>Умеет выделять и исследовать основные объекты в отдельной предметной области математического знания</p> <p>Владеет навыками необходимых технических преобразований; стандартными и нестандартными приемами решения исследовательских задач; навыками поиска и переработки необходимого теоретического материала из различных источников</p>
ПК-3 Способен публично представлять собственные и известные научные результаты	
ИПК-3.1 Демонстрирует навыки логичного и последовательного изложения материала научного исследования в устной и письменной форме	<p>Знает основные понятия, свойства изучаемых объектов, взаимосвязи между ними; постановки основных задач, структуру формулировки и доказательства утверждений</p> <p>Умеет выделять и исследовать основные объекты в отдельной предметной области математического знания, математически корректно ставить и исследовать задачи, возникающие в приложениях</p> <p>Владеет навыками последовательного и логически обоснованного изложения материала перед аудиторией и в письменной форме</p>
ИПК-3.2 Оценивает полученные результаты и формулирует выводы по итогам проведенных исследований	<p>Знает основные понятия, свойства изучаемых объектов, взаимосвязи между ними; постановки основных задач, структуру формулировки и доказательства утверждений</p> <p>Умеет выделять и исследовать основные объекты в отдельной предметной области математического знания, математически корректно ставить и исследовать задачи, возникающие в приложениях</p> <p>Владеет навыками необходимых технических преобразований; стандартными и нестандартными приемами решения исследовательских задач; навыками последовательного и логически обоснованного изложения материала</p>
ИПК-3.3 Осуществляет сбор научной информации, участвует в научных дискуссиях, готовит обзоры, составляет рефераты, отчеты, выступает с докладами и сообщениями	<p>Знает основные понятия, свойства изучаемых объектов, взаимосвязи между ними; постановки основных задач, структуру формулировки и доказательства утверждений</p> <p>Умеет выделять и исследовать основные объекты в отдельной предметной области математического знания, математически корректно ставить и исследовать задачи, анализировать, систематизировать и представлять собранную научную информацию</p>

Код и наименование индикатора* достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине (знает, умеет, владеет (навыки и/или опыт деятельности))
	Владеет навыками поиска и анализа, систематизации научной информации, последовательного и логически обоснованного изложения материала перед аудиторией и в письменной форме

Результаты обучения по дисциплине достигаются в рамках осуществления всех видов контактной и самостоятельной работы обучающихся в соответствии с утвержденным учебным планом.

Индикаторы достижения компетенций считаются сформированными при достижении соответствующих им результатов обучения.

2. Структура и содержание дисциплины

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 2 зачетных единиц (72 часа), их распределение по видам работ представлено в таблице

Виды работ	Всего часов	Форма обучения		
		очная		
		7 семестр (часы)	8 семестр (часы)	
Контактная работа, в том числе:				
Аудиторные занятия (всего):	26	26	-	
занятия лекционного типа	12	12	-	
лабораторные занятия	14	14	-	
практические занятия	-	-	-	
семинарские занятия	-	-	-	
Иная контактная работа:				
Контроль самостоятельной работы (КСР)	4	4	-	
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,2	0,2	-	
Самостоятельная работа, в том числе:	41,8	41,8		
Курсовая работа/проект (КР/КП) (подготовка)	-	-	-	
Контрольная работа	16	16	-	
Расчётно-графическая работа (РГР) (подготовка)	-	-	-	
Реферат/эссе (подготовка)	-	-	-	
Самостоятельное изучение разделов, самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным и практическим занятиям, коллоквиумам и т.д.)	23	23	-	
Подготовка к текущему контролю	2,8	2,8	-	
Контроль:				
Подготовка к экзамену				
Общая трудоёмкость	час.	72	72	-
	в том числе контактная работа	30,2	30,2	-
	зач. ед	2	2	-

2.2 Содержание дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоёмкости по разделам дисциплины.

Разделы (темы) дисциплины, изучаемые в 7 семестре (4 курсе) (очная форма обучения)

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1.	Тема 1 Введение	6	1	-	2	3
2.	Тема 2 Интегральные операторы Фредгольма	11	1	-	2	8
3.	Тема 3 Теория Фредгольма	28	6	-	6	16
4.	Тема 4 Вполне непрерывные операторы. Симметричные интегральные уравнения	20	4	-	4	12
	<i>ИТОГО по разделам дисциплины</i>		12	-	14	39
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	4	-	-	-	-
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,2	-	-	=	-
	Подготовка к текущему контролю	2,8	-	-	-	2,8
	Общая трудоемкость по дисциплине	72	12	-	14	41,8

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

2.3 Содержание разделов (тем) дисциплины

2.3.1 Занятия лекционного типа

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Форма текущего контроля
1.	Введение	Задачи, приводящие к интегральным уравнениям. Классификация интегральных уравнений. Интегральные операторы Фредгольма и их свойства. Композиция операторов Фредгольма.	Проверка домашнего задания, устный опрос
2.	Интегральные операторы Фредгольма	Интегральные уравнения Фредгольма второго рода. Итерированные ядра, их оценка. Резольвента. Теорема существования и единственности при малых λ . Метод последовательных приближений. Интегральные соотношения для резольвенты. Теорема существования и единственности. Решение уравнений Фредгольма с помощью резольвенты	Проверка домашнего задания, устный опрос
3.	Теория Фредгольма	Метод определителей Фредгольма. Формулы Фредгольма. Теоремы Фредгольма. Интегральные уравнения с вырожденными ядрами. Теоремы Фредгольма. Решение уравнений с вырожденными ядрами. Нахождение характеристических значений и собственных функций. Применение теорем Фредгольма.	Проверка домашнего задания, устный опрос
4.	Вполне непрерывные операторы. Симметричные интегральные уравнения	Вполне непрерывные операторы и их свойства. Уравнение со вполне непрерывным самосопряженным оператором. Интегральное уравнение Фредгольма с симметричным ядром. Характеристические значения и собственные функции. Теорема Гильберта-Шмидта.	Проверка домашнего задания, устный опрос

2.3.2 Лабораторные занятия (практические / семинарские занятия/ лабораторные работы)

При изучении дисциплины могут применяться электронное обучение, дистанционные образовательные технологии в соответствии с ФГОС ВО.

№	Наименование раздела (темы)	Тематика занятий/работ	Форма текущего контроля
1.	Введение	Задачи, приводящие к интегральным уравнениям. Классификация интегральных уравнений. Интегральные операторы Фредгольма и их свойства. Композиция операторов Фредгольма.	Устный опрос
2.	Интегральные операторы Фредгольма	Интегральные уравнения Фредгольма второго рода. Итерированные ядра, их оценка. Резольвента. Теорема суще-	Проверка домашнего задания, кон-

		ствования и единственности при малых λ . Метод последовательных приближений. Интегральные соотношения для резольвенты. Теорема существования и единственности. Решение уравнений Фредгольма с помощью резольвенты	тrollная работа
3.	Теория Фредгольма	Метод определителей Фредгольма. Формулы Фредгольма. Теоремы Фредгольма. Интегральные уравнения с вырожденными ядрами. Теоремы Фредгольма. Решение уравнений с вырожденными ядрами. Нахождение характеристических значений и собственных функций. Применение теорем Фредгольма.	Проверка домашнего задания, контрольная работа
4.	Вполне непрерывные операторы. Симметричные интегральные уравнения	Вполне непрерывные операторы и их свойства. Уравнение со вполне непрерывным самосопряженным оператором. Интегральное уравнение Фредгольма с симметричным ядром. Характеристические значения и собственные функции. Теорема Гильберта-Шмидта.	

2.3.3 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы не предусмотрены.

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	Проработка учебного (теоретического) материала	Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.
2	Выполнение домашних заданий (решение задач)	Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.
3	Подготовка к текущему контролю	Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.
4	Промежуточная аттестация (зачет)	Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла,
- в печатной форме на языке Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины (модуля)

В ходе изучения дисциплины предусмотрено использование следующих образовательных технологий: лекции, лабораторные занятия, самостоятельная работа студентов.

Цель лабораторных занятий – научить студента применять полученные на лекциях теоретические знания к решению и исследованию конкретных задач. В каждом семестре проводятся контрольные работы для проверки усвоения материала студентами.

Компетентностный подход в рамках преподавания дисциплины реализуется в использовании интерактивных технологий в сочетании с внеаудиторной работой.

Информационные технологии, применяемые при изучении дисциплины: использование информационных ресурсов, доступных в информационно-телекоммуникационной сети Интернет.

Адаптивные образовательные технологии, применяемые при изучении дисциплины – для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Интегральные и операторные уравнения и их приложения».

Учебная деятельность проходит в соответствии с графиком учебного процесса. Процесс самостоятельной работы контролируется во время аудиторных занятий и индивидуальных консультаций.

Оценочными средствами дисциплины являются средства текущего контроля (коллоквиумы, контрольные работы, а также на лабораторных занятиях – ответ у доски и проверка домашних заданий) и итоговая аттестация (зачет).

Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

№ п/п	Код и наименование индикатора (в соответствии с п. 1.4)	Результаты обучения (в соответствии с п. 1.4)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1.	ИПК-1.1 Знает основные понятия, идеи и методы фундаментальных математических дисциплин для решения базовых задач	Знает задачи, приводящие к интегральным уравнениям, основные понятия и задачи теории интегральных и операторных уравнений	Устный опрос по теме «Введение»	Вопрос на зачете 1
2.	ИПК-1.1 Знает основные понятия, идеи и методы фундаментальных математических дисциплин для решения базовых задач	Знает теоремы существования и единственности; умеет решать уравнения методом последовательных приближений	Контрольная работа №1 по теме «Интегральные операторы Фредгольма»	Вопросы на зачете 2-11

3.	ИПК-1.1 Знает основные понятия, идеи и методы фундаментальных математических дисциплин для решения базовых задач	Знает теоремы Фредгольма, теорему Гильберта-Шмидта; умеет решать и исследовать на разрешимость интегральные уравнения	Контрольная работа №2 по теме «Теория Фредгольма. Вполне непрерывные операторы. Симметричные интегральные уравнения»	Вопросы на зачете 12-20
----	--	---	--	-------------------------

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Примерные задания:

1. Свести к интегральному уравнению краевую задачу

$$x'' + \lambda x = 2t + 1, \\ x(0) = x'(1), \quad x'(0) = x(1).$$

2. Найти итерированные ядра и резольвенту ядра

$$K(t, s) = t - s, \quad -1 \leq t, s \leq 1.$$

3. Найти те значения параметра λ , при которых решение уравнения

$$x(t) - \lambda \int_0^1 t s x(s) ds = 1.$$

существует. Найти решение.

4. Решить уравнение с вырожденным ядром

$$x(t) - 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 t x(s) ds = 2t - \pi.$$

5. Найти характеристические числа и собственные функции уравнения

$$x(t) - \lambda \int_0^1 (2ts - 4t^2) x(s) ds = 0.$$

6. Решить неоднородное уравнение с симметричным ядром

$$x(t) - \frac{\pi^2}{4} \int_0^1 K(t, s) x(s) ds = \frac{t}{2},$$

где

$$K(t, s) = \begin{cases} \frac{t(2-s)}{2}, & 0 \leq t \leq s, \\ \frac{s(2-t)}{2}, & s \leq t \leq 1. \end{cases}$$

7. Исследовать на разрешимость уравнение

$$x(t) - \lambda \int_{-1}^1 t e^s x(s) ds = t.$$

Зачетно-экзаменационные материалы для промежуточной аттестации (зачет/экзамен)

Примерные вопросы к зачету:

7 семестр

1. Введение. Задачи, приводящие к интегральным уравнениям.
2. Интегральные уравнения Фредгольма второго рода.

3. Интегральные операторы Фредгольма и их свойства.
4. Композиция операторов Фредгольма.
5. Итерированные ядра, их оценка. Резольвента.
6. Теорема существования и единственности при малых λ .
7. Метод последовательных приближений.
8. Интегральные соотношения для резольвенты.
9. Теорема существования и единственности.
10. Решение уравнений Фредгольма с помощью резольвенты.
11. Метод определителей Фредгольма. Формулы Фредгольма.
12. Теоремы Фредгольма.
13. Интегральные уравнения с вырожденными ядрами.
14. Нахождение характеристических значений и собственных функций.
15. Применение теорем Фредгольма.
16. Вполне непрерывные операторы и их свойства.
17. Уравнение со вполне непрерывным самосопряженным оператором.
18. Интегральное уравнение Фредгольма с симметричным ядром.
19. Характеристические значения и собственные функции.
20. Теорема Гильберта-Шмидта.

Типовые задачи, выносимые на зачет 7 семестр

1. Решить уравнение с вырожденным ядром

$$x(t) + 6 \int_0^1 (t^2 - 2ts) x(s) ds = 0.$$

2. Найти характеристические числа и собственные функции уравнения

$$x(t) - \lambda \int_0^\pi \cos(t+s) x(s) ds = 0.$$

3. Решить неоднородное уравнение с симметричным ядром

$$x(t) - \lambda \int_0^1 K(t,s) x(s) ds = t^3 - t^2,$$

где

$$K(t,s) = \begin{cases} t-s, & 0 \leq t \leq s, \\ s-t, & s \leq t \leq 1. \end{cases}$$

4. Исследовать на разрешимость уравнение

$$x(t) - \lambda \int_0^1 (5t^2 - 3) s^2 x(s) ds = e^t.$$

Критерии оценивания результатов обучения

Критерии оценивания по зачету:

«зачтено»: студент регулярно посещал занятия; выполнял домашние работы; владеет теоретическими знаниями по данному разделу; знает методы решения интегральных уравнений с различными типами ядер, допускает незначительные ошибки в ходе решения задач; студент умеет правильно объяснять изученный материал, иллюстрируя его соответствующими примерами; написал контрольные работы на положительные оценки;

«не зачтено»: студент пропустил более 60 % занятий, не выполнял домашние работы, материал не усвоен или усвоен частично, студент затрудняется привести примеры при из-

ложении изученного материала, имеет довольно ограниченный объем знаний программного материала, написал контрольные работы на неудовлетворительные оценки.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

5. Перечень учебной литературы, информационных ресурсов и технологий

5.1. Учебная литература

Основная литература:

1. Васильева, А.Б. Интегральные уравнения [Электронный ресурс] : учеб. / А.Б. Васильева, Н.А. Тихонов. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 160 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/42>.
2. Колмогоров, А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2009. — 572 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2206>.
3. Петровский, И.Г. Лекции по теории интегральных уравнений [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2009. — 136 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59553>.
4. Филимоненкова, Н.В. Сборник задач по функциональному анализу [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 240 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/65041>

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах «Лань» и «Библиоклуб».

Дополнительная литература:

- 1 Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.Б. Васильева [и др.]. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2003. — 432 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2358>.
- 2 Люстерник, Л.А. Краткий курс функционального анализа [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Л.А. Люстерник, В.И. Соболев. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 272 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/245>.
- 3 Треногин, В.А. Функциональный анализ [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2002. — 488 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2340>
- 4 Треногин, В.А. Задачи и упражнения по функциональному анализу [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.А. Треногин, Б.М. Писаревский, Т.С. Соболева. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2005. — 240 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2342>.

5.2. Периодическая литература

Указываются печатные периодические издания из «Перечня печатных периодических изданий, хранящихся в фонде Научной библиотеки КубГУ» <https://www.kubsu.ru/ru/node/15554>, и/или электронные периодические издания, с указанием адреса сайта электронной версии журнала, из баз данных, доступ к которым имеет КубГУ:

1. Базы данных компании «Ист Вью» <http://dlib.eastview.com>
2. Электронная библиотека GREBENNIKON.RU <https://grebennikon.ru/>

5.3. Интернет-ресурсы, в том числе современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Электронно-библиотечные системы (ЭБС):

1. ЭБС «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
2. ЭБС «УНИВЕРСИТЕТСКАЯ БИБЛИОТЕКА ОНЛАЙН» www.biblioclub.ru
3. ЭБС «BOOK.ru» <https://www.book.ru>
4. ЭБС «ZNANIUM.COM» www.znanium.com
5. ЭБС «ЛАНЬ» <https://e.lanbook.com>

Профессиональные базы данных:

1. Web of Science (WoS) <http://webofscience.com/>
2. Scopus <http://www.scopus.com/>
3. ScienceDirect www.sciencedirect.com
4. Журналы издательства Wiley <https://onlinelibrary.wiley.com/>
5. Научная электронная библиотека (НЭБ) <http://www.elibrary.ru/>
6. Полнотекстовые архивы ведущих западных научных журналов на Российской платформе научных журналов НЭИКОН <http://archive.neicon.ru>
7. Национальная электронная библиотека (доступ к Электронной библиотеке диссертаций Российской государственной библиотеки (РГБ) <https://rusneb.ru/>
8. Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина <https://www.prilib.ru/>
9. Электронная коллекция Оксфордского Российского Фонда <https://ebookcentral.proquest.com/lib/kubanstate/home.action>
10. Springer Journals <https://link.springer.com/>
11. Nature Journals <https://www.nature.com/siteindex/index.html>
12. Springer Nature Protocols and Methods <https://experiments.springernature.com/sources/springer-protocols>
13. Springer Materials <http://materials.springer.com/>
14. zbMath <https://zbmath.org/>

15. Nano Database <https://nano.nature.com/>
16. Springer eBooks: <https://link.springer.com/>
17. "Лекториум ТВ" <http://www.lektorium.tv/>
18. Университетская информационная система РОССИЯ <http://uisrussia.msu.ru>

Информационные справочные системы:

1. Консультант Плюс - справочная правовая система (доступ по локальной сети с компьютеров библиотеки)

Ресурсы свободного доступа:

1. Американская патентная база данных <http://www.uspto.gov/patft/>
2. Полные тексты канадских диссертаций <http://www.nlc-bnc.ca/thesescanada/>
3. КиберЛенинка (<http://cyberleninka.ru/>);
4. Министерство науки и высшего образования Российской Федерации <https://www.minobrnauki.gov.ru/>;
5. Федеральный портал "Российское образование" <http://www.edu.ru/>;
6. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" <http://window.edu.ru/>;
7. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов <http://school-collection.edu.ru/> .
8. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (<http://fcior.edu.ru/>);
9. Проект Государственного института русского языка имени А.С. Пушкина "Образование на русском" <https://pushkininstitute.ru/>;
10. Справочно-информационный портал "Русский язык" <http://gramota.ru/>;
11. Служба тематических толковых словарей <http://www.glossary.ru/>;
12. Словари и энциклопедии <http://dic.academic.ru/>;
13. Образовательный портал "Учеба" <http://www.uceba.com/>;
14. Законопроект "Об образовании в Российской Федерации". Вопросы и ответы http://xn--273--84d1f.xn--p1ai/voprosy_i_otvety

Собственные электронные образовательные и информационные ресурсы

КубГУ:

1. Среда модульного динамического обучения <http://moodle.kubsu.ru>
2. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций <http://mschool.kubsu.ru/>
3. Библиотека информационных ресурсов кафедры информационных образовательных технологий <http://mschool.kubsu.ru;>
4. Электронный архив документов КубГУ <http://docspace.kubsu.ru/>
5. Электронные образовательные ресурсы кафедры информационных систем и технологий в образовании КубГУ и научно-методического журнала "ШКОЛЬНЫЕ ГОДЫ" <http://icdau.kubsu.ru/>

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной систематизированный материал, лабораторных занятий, в ходе которых студентами приобретаются и закрепляются основные практические навыки решения различных задач, в том числе с применением полученных теоретических знаний.

Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине. Самостоятельная работа студентов является неотъемлемой частью процесса подготовки. Под самостоятельной работой понимается часть учебной планируемой работы, которая выпол-

няется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа направлена на усвоение системы научных и профессиональных знаний, формирования умений и навыков, приобретение опыта самостоятельной творческой деятельности. СРС помогает формировать культуру мышления студентов, расширять познавательную деятельность.

Виды самостоятельной работы по курсу:

а) по целям: подготовка к лекциям, к лабораторным занятиям, к контрольным работам, к коллоквиуму.

б) по характеру работы: изучение литературы, конспекта лекций; поиск литературы в библиотеке; конспектирование рекомендуемой для самостоятельного изучения научной литературы; решение задач.

Тематическое планирование самостоятельной работы студентов.

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Вид работы
1	Введение	Задачи, приводящие к интегральным уравнениям. Классификация интегральных уравнений. Интегральные операторы Фредгольма и их свойства. Композиция операторов Фредгольма.	Поиск необходимой информации. Решение задач.
2	Интегральные операторы Фредгольма	Интегральные уравнения Фредгольма второго рода. Итерированные ядра, их оценка. Резольвента. Теорема существования и единственности при малых λ . Метод последовательных приближений. Интегральные соотношения для резольвенты. Теорема существования и единственности. Решение уравнений Фредгольма с помощью резольвенты	Поиск и изучение теоретического материала. Решение задач. Конспектирование. Подготовка к контрольной работе.
3	Теория Фредгольма	Метод определителей Фредгольма. Формулы Фредгольма. Теоремы Фредгольма. Интегральные уравнения с вырожденными ядрами. Теоремы Фредгольма. Решение уравнений с вырожденными ядрами. Нахождение характеристических значений и собственных функций. Применение теорем Фредгольма.	Изучение и повторение теоретического материала. Решение задач. Подготовка к контрольной работе.
4	Вполне непрерывные операторы. Симметричные интегральные уравнения	Вполне непрерывные операторы и их свойства. Уравнение со вполне непрерывным самосопряженным оператором. Интегральное уравнение Фредгольма с симметричным ядром. Характеристические значения и собственные функции. Теорема Гильберта-Шмидта.	

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

7. Материально-техническое обеспечение по дисциплине (модулю)

Наименование специальных помещений	Оснащенность специальных помещений	Перечень лицензионного программного обеспечения
Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер/ноутбук	Программы для демонстрации и создания презентаций («Microsoft Power Point»).
Учебные аудитории для проведения лабораторных занятий	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения:	Программы для демонстрации и создания презентаций («Microsoft

	экран, проектор, компьютер/ноутбук Оборудование:	Power Point»).
Учебные аудитории для проведения групповых (индивидуальных) консультаций	Аудитория, (кабинет) 314Н	
Учебные аудитории для текущего контроля, промежуточной аттестации	Аудитории, (кабинеты) 312Н, 314Н, 307Н, 310Н	

Для самостоятельной работы обучающихся предусмотрены помещения, укомплектованные специализированной мебелью, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Наименование помещений для самостоятельной работы обучающихся	Оснащенность помещений для самостоятельной работы обучающихся	Перечень лицензионного программного обеспечения
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (читальный зал Научной библиотеки)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (http://www.elibrary.ru/)
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (ауд. 314Н)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	Программы для демонстрации и создания презентаций («Microsoft Power Point»).