

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по учебной работе  
качеству образования — первый  
проректор

подпись

« 31 »



Г.А. Хагуров

2024 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### Б1.В.ДВ.07.01 АЛГОРИТМЫ НА ОРИЕНТИРОВАННЫХ ГРАФАХ

Направление подготовки/специальность	02.03.01 Математика и компьютерные науки
Направленность (профиль) / специализация	Вычислительные, программные, информационные системы и компьютерные технологии
Форма обучения	Очная
Квалификация	Бакалавр

Рабочая программа дисциплины Б1.В.ДВ.07.01 Алгоритмы на ориентированных графах составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Программу составил(и):

И.В. Сухан, ст. препод. кафедры вычислительной математики и информатики

  
подпись

Рабочая программа дисциплины Б1.В.ДВ.07.01 Алгоритмы на ориентированных графах утверждена на заседании кафедры вычислительной математики и информатики

протокол № 16 «7» мая 2024 г.

Заведующий кафедрой вычислительной математики и информатики

Гайденко С.В.

фамилия, инициалы

  
подпись

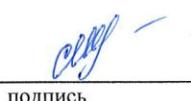
Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета  
Математики и компьютерных наук

протокол № 3 «14» мая 2024 г.

Председатель УМК факультета

Шмалько С.П.

фамилия, инициалы

  
подпись

Рецензенты:

Уртенов М.Х., д.-р. физ.-мат.н., профессор, заведующий кафедрой прикладной математики Кубанского государственного университета

Луценко Е.В., д.-р. э.н., канд. тех.н., профессор кафедры компьютерных технологий и систем Кубанского государственного аграрного университета

## **1 Цели и задачи изучения дисциплины (модуля).**

### **1.1 Цель освоения дисциплины.**

Курс посвящен изучению классических алгоритмов решения оптимизационных задач на графах и сетях с применением различных приемов программирования; построению новых и модификации и комбинации известных алгоритмов для решения конкретных задач; оценке эффективности указанных алгоритмов.

### **1.2 Задачи дисциплины.**

Задачи дисциплины — дать навыки постановки и решения задач оптимизации на графах; научить выбору адекватных алгоритмов для решения вышеуказанных задач; отработать умения по программной реализации алгоритмов на персональном компьютере.

В результате изучения данной дисциплины студенты должны овладеть навыками постановки и решения задач оптимизации на графах, предусматривающими знание адекватных алгоритмов. Кроме того, студенты должны уметь реализовать эти алгоритмы на персональном компьютере в виде программ.

### **1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы.**

Дисциплина «Алгоритмы на ориентированных графах» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений, Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана.

Курс опирается на знания, полученные студентами в рамках дисциплин «Языки и технологии программирования», «Дискретная математика», «Комбинаторные алгоритмы».

Знания, полученные в этом курсе, используются в распознавании образов, лингвистических основах информатики, интеллектуальных системах и др.

В соответствии с рабочим учебным планом дисциплина изучается на 4 курсе по очной форме обучения. Вид промежуточной аттестации: зачет.

### **1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.**

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся общекультурных/общепрофессиональных/профессиональных компетенций (УК/ОПК/ПК):

Код и наименование индикатора* достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
ПК-1 Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий	
ИПК-1.1 Способен решать актуальные и важные задачи фундаментальной и прикладной математики	Знает основные понятия теории графов и комбинаторных алгоритмов, определения и свойства математических объектов, используемых в этой области; постановки оптимизационных задач и методы их решения; формулировки основных утверждений Умеет решать задачи теоретического и прикладного характера из различных разделов комбинаторных алгоритмов Владеет математическим аппаратом комбинаторных алгоритмов
ИПК-1.2 Демонстрирует навыки программирования подготовленных алгоритмов решения вычислительных задач, разработки структуры и программирования реляционных баз данных, а также экспертных систем	Знает основные типы объектов и структур, изучаемых теорией графов Умеет осуществлять подбор эффективных алгоритмов для решения задач на графах Владеет навыками произведения отладки программы и интерпретации результатов ее работы
ИПК-1.3 Владеет сетевыми технологиями, в том числе, основами теории нейронных сетей	Знает различные свойства графов и связанных с ними объектов Умеет разработать программную реализацию выбранного алгоритма, произвести отладку программы и интерпретировать результаты ее работы

Код и наименование индикатора* достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
	Владеет навыками произведения отладки программы и интерпретации результатов ее работы
ИПК-1.4 Собирает и анализирует научно-техническую информацию с учетом базовых представлений, полученных в области фундаментальной математики, механики, естественных наук, программирования и информационных технологий	Знает типовые методы, используемые при работе с графами, орграфами, мультиграфами и сетями, постановки наиболее известных задач на графах и сетях и эффективные алгоритмы их решения Умеет формулировать прикладные и теоретические задачи на языке графов и сетей Владеет навыками разработки программной реализации выбранного алгоритма
ПК-6 Способен использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач.	
ИПК-6.1 Анализирует поставленные задачи и выбирает для их решения современные методы разработки и реализации алгоритмов математических моделей на базе языков и пакетов прикладных программ моделирования	Знает основные понятия теории графов, типовые методы, используемые при работе с графами, орграфами, Умеет осуществлять подбор эффективных алгоритмов для решения задач теоретического и прикладного характера из различных сфер применения теории графов Владеет математическим аппаратом теории графов
ИПК-6.2 Разрабатывает численные методы и алгоритмы для реализации вычислительных экспериментов, основанных на математических моделях явлений и процессов в областях естественных и гуманитарных наук	Знает формулировки основополагающих утверждений, возможные сферы их приложений Умеет разработать программную реализацию выбранного алгоритма, произвести отладку программы и интерпретировать результаты ее работы Владеет методами произведения отладки программы и интерпретации результатов ее работы
ИПК-6.3 Применяет в профессиональной деятельности методику разработки и реализации алгоритмов на базе языков высокого уровня и пакетов прикладных программ моделирования	Знает основы построения компьютерных моделей на графах. Умеет строить модели объектов и понятий на основе теории графов. Владеет навыками алгоритмизации основных задач теории графов

Результаты обучения по дисциплине достигаются в рамках осуществления всех видов контактной и самостоятельной работы обучающихся в соответствии с утвержденным учебным планом.

Индикаторы достижения компетенций считаются сформированными при достижении соответствующих им результатов обучения.

## 2. Структура и содержание дисциплины.

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных единицы (72 часа), их распределение по видам работ представлено в таблице

Виды работ	Всего часов	Форма обучения	
		очная	
		8 семестр (часы)	
<b>Контактная работа, в том числе:</b>	<b>34,2</b>	<b>34,2</b>	
<b>Аудиторные занятия (всего):</b>	<b>30</b>	<b>30</b>	
занятия лекционного типа	10	10	
лабораторные занятия	20	20	
<b>Иная контактная работа:</b>	<b>4,2</b>	<b>4,2</b>	
Контроль самостоятельной работы (КСР)	4	4	
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,2	0,2	
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>	<b>37,8</b>	<b>37,8</b>	

Контрольная работа	2	2
Самостоятельное изучение разделов, самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным и т.д.)	30	30
Подготовка к текущему контролю	5,8	5,8
<b>Контроль:</b>	-	-
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>час.</b>	<b>72</b>
	<b>в том числе контактная работа</b>	<b>34,2</b>
	<b>зач. ед</b>	<b>2</b>

## 2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины

№	Наименование разделов	Количество часов			
		Всего	Аудиторная работа		Внеаудиторная работа
			Л	ЛР	
1	Основные понятия, связанные с ориентированными графами. Достигимость и компоненты. Матрицы, ассоциированные с орграфами	10	2	2	6
2	Контуры в графах. База и ядро. Упорядочивание дуг и вершин орграфа	10	2	2	6
3	Экстремальные пути на графах	14	2	6	6
4	Потоки в сетях	14	2	6	6
5	Приложения задачи о максимальном потоке	19,8	2	4	13,8
	<i>ИТОГО по разделам дисциплины</i>	<i>67,8</i>	<i>10</i>	<i>20</i>	<i>37,8</i>
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	4			
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,2			
	Подготовка к экзамену	-			
	Общая трудоемкость по дисциплине	72			

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, CPC – самостоятельная работа студента

## 2.3 Содержание разделов дисциплины.

### 2.3.1 Занятия лекционного типа.

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Форма текущего контроля
1	Основные понятия, связанные с ориентированными графами. Достигимость и компоненты. Матрицы, ассоциированные с орграфами	Основные определения. Полустепени исхода и захода. Исток и сток. Маршруты, пути, цепи. Связность. Конденсация. Матричное представление графов. Матрицы смежности, инцидентности, достижимости, контраст достижимости. Сильные компоненты в орграфе	Опрос
2	Контуры в графах. База и ядро. Упорядочивание дуг и вершин орграфа	Эйлеровы и гамильтоновы контуры в орграфе. Понятия базы и ядра в орграфе. Упорядочивание элементов орграфов. Особенности алгоритмов теории графов	Опрос
3	Экстремальные пути на графах	Выявление маршрутов с заданным количеством ребер. Определение экстремальных путей. Метод Шимбелла. Нахождение кратчайших путей. Алгоритм Дейкстры. Алгоритм Беллмана-Мура. Алгоритм нахождения максимума	Опрос

		мального пути.	
4	Потоки в сетях	Теорема Форда-Фалкерсона. Поток минимальной стоимости. Элементы сетевого планирования. Сетевые и линейные графики.	Опрос
5	Приложения задачи о максимальном потоке	Транспортная задача по критерию времени. Задача об оптимальном назначении.	Опрос

### 2.3.2 Занятия семинарского типа (практические / семинарские занятия/ лабораторные работы)

№	Наименование раздела (темы)	Тематика занятий/работ	Форма текущего контроля
1.	Основные понятия, связанные с ориентированными графиками. Достижимость и компоненты. Матрицы, ассоциированные с орграфами	Достижимость и компоненты. Сильные компоненты в орграфе. Матричное представление графов. Матрицы смежности, инцидентности, достижимости, контраст достижимости	ЛР
2.	Контуры в графах. База и ядро. Упорядочивание дуг и вершин орграфа	Эйлеровы и гамильтоновы контуры в орграфе. Понятия базы и ядра в орграфе. Упорядочивание элементов орграфов. Выявление маршрутов с заданным количеством ребер	ЛР
3.	Экстремальные пути на графах	Определение экстремальных путей. Метод Шимбелла.	ЛР
4.		Нахождение кратчайших путей. Алгоритм Дейкстры.	ЛР
5.		Нахождение кратчайших путей. Алгоритм Беллмана-Мура.	ЛР
6.	Потоки в сетях	Алгоритм нахождения максимального пути.	ЛР
7.		Потоки в сетях. Теорема Форда-Фалкерсона.	ЛР
8.		Поток минимальной стоимости.	ЛР
9.	Приложения задачи о максимальном потоке	Транспортная задача по критерию времени.	ЛР
10.		Задача об оптимальном назначении.	ЛР

Защита лабораторной работы (ЛР), выполнение курсового проекта (КП), курсовой работы (КР), расчетно-графического задания (РГЗ), написание реферата (Р), эссе (Э), коллоквиум (К), тестирование (Т) и т.д.

При изучении дисциплины могут применяться электронное обучение, дистанционные образовательные технологии в соответствии с ФГОС ВО.

### 2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов).

Курсовые работы не предусмотрены.

## 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю).

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	Работа с лекционным материалом, поиск и анализ литературы и электронных источников информации по данной проблеме	Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов, утвержденные кафедрой вычислительной математики и информатики, протокол № 14 от 14.06.2017 г.
2	Изучение теоретического материала к лабораторным занятиям	Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов, утвержденные кафедрой вычислительной математики и информатики, протокол № 14 от 14.06.2017 г.
3	Подготовка к зачету/экзамену	Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов, утвержденные кафедрой вычислительной

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### **3. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины (модуля)**

В ходе изучения дисциплины предусмотрено использование следующих образовательных технологий: лекции, лабораторные занятия, проблемное обучение, модульная технология, подготовка письменных аналитических работ, самостоятельная работа студентов.

Компетентностный подход в рамках преподавания дисциплины реализуется в использовании интерактивных технологий и активных методов (проектных методик, мозгового штурма, разбора конкретных ситуаций, анализа педагогических задач, педагогического эксперимента, иных форм) в сочетании с внеаудиторной работой.

Информационные технологии, применяемые при изучении дисциплины: использование ОСМДО КубГУ; использование информационных ресурсов, доступных в информационно-телекоммуникационной сети Интернет.

Адаптивные образовательные технологии, применяемые при изучении дисциплины – для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

### **4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации**

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Алгоритмы на ориентированных графах».

Оценочные средства включает контрольные материалы для проведения **текущего контроля** в форме перечня вопросов для устного опроса, типовых заданий к контрольной работе, и **промежуточной аттестации** в форме вопросов и заданий к зачету/экзамену.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### **Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации**

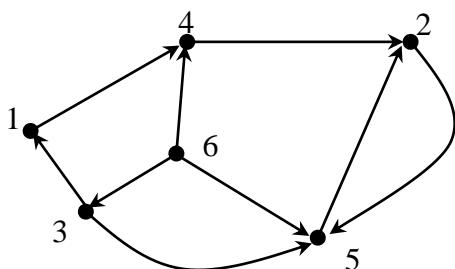
№ п/п	Код и наименование индикатора (в соответствии с п. 1.4)	Результаты обучения (в соответствии с п. 1.4)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1	ИПК-1.1 Способен решать актуальные и важные задачи фундаментальной и прикладной математики	Знает основные понятия теории графов и комбинаторных алгоритмов, определения и свойства математических объектов, используемых в этой области; постановки оптимизационных задач и методы их решения; формулировки основных утверждений Умеет решать задачи теоретического и прикладного характера из различных разделов комбинаторных алгоритмов Владеет математическим аппаратом комбинаторных алгоритмов		
2	ИПК-1.2 Демонстрирует навыки программирования подготовленных алгоритмов решения вычислительных задач, разработки структуры и программирования реляционных баз данных, а также экспертных систем	Знает основные типы объектов и структур, изучаемых теорией графов Умеет осуществлять подбор эффективных алгоритмов для решения задач на графах Владеет навыками произведения отладки программы и интерпретации результатов ее работы	Вопросы для устного (письменного) опроса по теме, разделу Контрольная работа	Вопросы и задания к зачету
3	ИПК-1.3 Владеет сетевыми технологиями, в том числе, основами теории нейронных сетей	Знает различные свойства графов и связанных с ними объектов Умеет разработать программную реализацию выбранного алгоритма, произвести отладку программы и интерпретировать результаты ее работы Владеет навыками произведения отладки про-		

		граммы и интерпретации результатов ее работы		
4	ИПК-1.4 Собирает и анализирует научно-техническую информацию с учетом базовых представлений, полученных в области фундаментальной математики, механики, естественных наук, программирования и информационных технологий	Знает типовые методы, используемые при работе с графами, орграфами, мультиграфами и сетями, постановки наиболее известных задач на графах и сетях и эффективные алгоритмы их решения Умеет формулировать прикладные и теоретические задачи на языке графов и сетей Владеет навыками разработки программной реализации выбранного алгоритма		
5	ИПК-6.1 Анализирует поставленные задачи и выбирает для их решения современные методы разработки и реализации алгоритмов математических моделей на базе языков и пакетов прикладных программ моделирования	Знает основные понятия теории графов, типовые методы, используемые при работе с графами, орграфами, Умеет осуществлять подбор эффективных алгоритмов для решения задач теоретического и прикладного характера из различных сфер применения теории графов Владеет математическим аппаратом теории графов		
6	ИПК-6.2 Разрабатывает численные методы и алгоритмы для реализации вычислительных экспериментов, основанных на математических моделях явлений и процессов в областях естественных и гуманитарных наук	Знает формулировки основополагающих утверждений, возможные сферы их приложений Умеет разработать программную реализацию выбранного алгоритма, произвести отладку программы и интерпретировать результаты ее работы Владеет методами проектирования отладки программы и интерпретации результатов ее работы		
7	ИПК-6.3 Применяет в профессиональной деятельности методику разработки и реализации алгоритмов на базе языков высокого уровня и пакетов прикладных программ моделирования	Знает основы построения компьютерных моделей на графах. Умеет строить модели объектов и понятий на основе теории графов. Владеет навыками алгоритмизации основных задач теории графов		

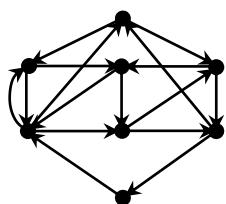
**Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

**Типовые задания для самостоятельных (контрольных) работ**

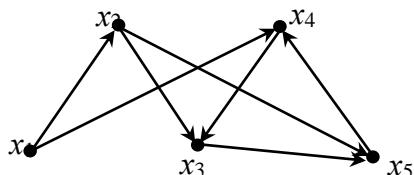
- Опишите строение орграфа порядка  $n$  без параллельных дуг, удовлетворяющих для каждой вершины одному из следующих условий: а)  $d^+(v) = 0$ ; б)  $d^-(v) = 0$ ; в)  $d^+(v) = n$ ; г)  $d^-(v) = n$ .
- Покажите, что в любом бесконтурном орграфе есть и вершина с нулевой полустепенью захода, и вершина с нулевой полустепенью исхода.
- Орграф задан рисунком, представить граф матрицей смежности вершин, смежности дуг, инцидентности, матрицы достижимости, контраст достижимости. Найдите сильные компоненты графа



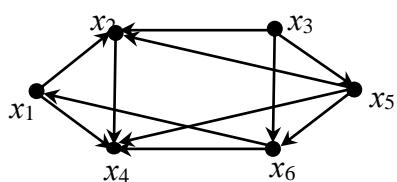
- В орграфе, изображенном на рисунке, найдите контуры длиной 2, 3, 4, 5, 6; циклическую эйлерову цепь; гамильтонов контур.



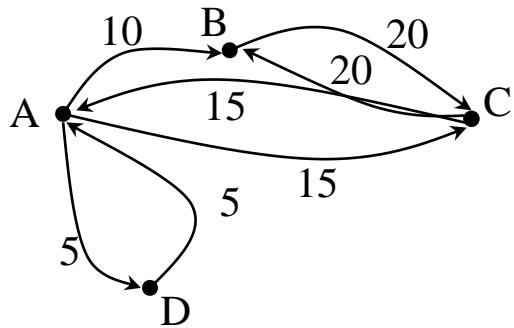
- Укажите орграф наименьшего порядка без петель, который не содержит ядра.
- Найти матрицы сильных компонент и маршрутов длины три для графа



- Упорядочьте, если это возможно, вершины и дуги орграфов графическим и матричным способом. Постройте наглядные изображения изоморфных графов



- Найдите кратчайшие и максимальные пути длины 2 и 3 в графе  $G$



9. По заданной матрице весов графа  $G$  найти величину минимального (а затем максимального) пути и сам путь от вершины  $x_1$  до вершины  $x_6$  или  $x_7$  по алгоритму Дейкстры.

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$
$x_1$	—	4	5	10	11	$\infty$
$x_2$	$\infty$	—	11	3	5	$\infty$
$x_3$	$\infty$	$\infty$	—	6	7	8
$x_4$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	—	6	$\infty$
$x_5$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	—	8
$x_6$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	—

10. По заданной матрице весов графа  $G$  найти величину минимального (а затем максимального) пути и сам путь от вершины  $x_1$  до вершины  $x_6$  или  $x_7$  по алгоритму Беллмана – Мура.

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$
$x_1$	—	7	5	$\infty$	9	$\infty$
$x_2$	$\infty$	—	-8	4	$\infty$	$\infty$
$x_3$	$\infty$	$\infty$	—	3	6	$\infty$
$x_4$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	—	$\infty$	8
$x_5$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	-4	—	6
$x_6$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	—

11. Граф задан матрицей весов. Найти длину максимального пути из вершины  $x_1$  в  $x_6$  и сам этот путь.

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$
$x_1$	—	6	11	5	$\infty$	$\infty$
$x_2$	$\infty$	—	$\infty$	6	7	6
$x_3$	$\infty$	—5	—	$\infty$	6	$\infty$
$x_4$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	—	—4	5
$x_5$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	—	7
$x_6$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	—

12. По данной матрице пропускных способностей дуг орграфа найти максимальный поток от вершины  $s = x_1$  до  $t = x_7$  и указать минимальный разрез, отделяющий  $s$  от  $t$

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$
$x_1$	—	—	15	12	—	11	—
$x_2$	—	—	—	17	12	—	14
$x_3$	—	—	—	—	17	15	21
$x_4$	—	—	—	—	16	25	—
$x_5$	—	—	—	—	—	13	—
$x_6$	—	13	—	—	—	—	10
$x_7$	—	—	—	—	—	—	—

13. В таблице указаны запасы  $a_i$  некоторого однородного груза, находящегося у поставщиков  $A_i$ . Этот груз необходимо доставить за минимальное время получателям  $B_j$ , потребности  $b_j$  которых известны. В таблице приведены и продолжительности  $t_{ij}$  доставки груза (независимо от объема поставки) каждым поставщиком  $A_i$  каждому потребителю  $B_j$ . Составьте реализуемый за минимальное время план перевозок, при котором спрос потребителей удовлетворяется полностью.

$a_i \backslash b_j$	13	5	2
$a_i$	9	3	10
	7	4	2
	4	7	4

14. Найдите оптимальное распределение работ между исполнителями с учетом их возможностей, оцениваемых элементами данной матрицы, и исходя из указанного начального распределения

	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$
$P_1$	1	0	1	0
$P_2$	0	1	1	1
$P_3$	1	0	0	1
$P_4$	1	0	0	1

Работы  $P_1, P_2, P_3$  первоначально закреплены за исполнителями  $I_1, I_2, I_4$  соответственно.

### **Вопросы для подготовки к зачету/экзамену**

1. Основные определения. Полустепени исхода и захода. Исток и сток.
2. Маршруты, пути, цепи.
3. Связность. Конденсация.
4. Матричное представление графов. Матрицы смежности, инцидентности, достижимости, контрастности.
5. Сильные компоненты в орграфе.
6. Эйлеровы и гамильтоновы контуры в орграфе.
7. Понятия базы и ядра в орграфе.
8. Упорядочивание элементов орграфов. Особенности алгоритмов теории графов
9. Выявление маршрутов с заданным количеством ребер.
10. Определение экстремальных путей. Метод Шимбелла.
11. Нахождение кратчайших путей. Алгоритм Дейкстры.
12. Алгоритм Беллмана-Мура.
13. Алгоритм нахождения максимального пути.
14. Теорема Форда-Фалкерсона. Поток минимальной стоимости.
15. Элементы сетевого планирования. Сетевые и линейные графики.
16. Транспортная задача по критерию времени.
17. Задача об оптимальном назначении.

## **Образцы задач для зачета**

**1.** Упорядочьте, если это возможно, вершины и дуги орграфов, заданных матрицами смежности вершин, графическим и матричным способом. Постройте наглядные изображения изоморфных графов

**2.** По заданной матрице весов графа  $G$  найти величину минимального (а затем максимального) пути и сам путь от вершины  $x_1$  до вершины  $x_6$  или  $x_7$  по алгоритму Дейкстры.

**3.** По заданной матрице весов графа  $G$  найти величину минимального (а затем максимального) пути и сам путь от вершины  $x_1$  до вершины  $x_6$  или  $x_7$  по алгоритму Беллмана – Мура.

**4.** На сети с истоком  $I$  и стоком  $S$  построить поток максимальной мощности. Выписать ребра, образующие разрез минимальной пропускной способности. Для удобства на рисунке пропускные способности указаны в скобках в одну и другую сторону

### **Критерии оценивания результатов обучения в соответствии с уровнем освоения дисциплины.**

Пороговый уровень (оценка «зачтено»): знание и понимание теоретического содержания курса, возможно, с незначительными пробелами; сформированность, полная или частичная, необходимых практических умений при применении знаний в конкретных ситуациях; удовлетворительное качество выполнения всех предусмотренных программой обучения учебных заданий; владение приемами решения почти всех типов практических заданий; знание формулировок основных определений и утверждений дисциплины, владение и использование основной профессиональной логико-математической лексики.

Низкий уровень (оценка «не зачтено»): недостаточные знание и понимание теоретического содержания курса, отсутствие практических умений при решении задач; недостаточное качество выполнения всех предусмотренных программой обучения учебных заданий; отсутствие владения приемами решения основных типов практических заданий; незнание формулировок основных определений и утверждений курса.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## **5. Перечень учебной литературы, информационных ресурсов и технологий**

1. Сухан И. В. Ориентированные графы: учебное пособие / И. В. Сухан. — изд.2-е, испр. — Краснодар, КубГУ, 2019. — 124 с.
2. Дзержинский, Р. И. Теория графов : учебное пособие / Р. И. Дзержинский, Б. А. Крыненцкий. — Москва : РТУ МИРЭА, 2022. — 104 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/311000> (дата обращения: 22.05.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Игнатьев, А. В. Теория графов. Лабораторные работы : учебное пособие / А. В. Игнатьев. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 64 с. — ISBN 978-5-8114-9603-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/230342> (дата обращения: 22.05.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
4. Карпов, Д. В. Теория графов : учебное пособие / Д. В. Карпов. — Москва : МЦНМО, 2022. — 555 с. — ISBN 978-5-4439-3690-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/305501> (дата обращения: 22.05.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
5. Сухан, Ирина Владимировна (КубГУ). Графы: учебное пособие / И. В. Сухан, О. В. Иванисова, Г. Г. Кравченко ; М-во образования и науки Рос. Федерации, Кубанский гос. ун-т. - Изд. 2-е, испр. и доп. - Краснодар :2015. - 172 с. : ил. - Библиог.: с. 168. - ISBN 978-5-8209-1125-5
6. Шевелев, Ю.П. Сборник задач по дискретной математике : учеб. пособие / Ю.П. Шевелев, Л.А. Писаренко, М.Ю. Шевелев.— Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 528 с. <https://e.lanbook.com/book/5251>

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах «Лань» и «Университетская библиотека ONLINE».

**Собственные электронные образовательные и информационные ресурсы КубГУ:**  
Среда модульного динамического обучения <http://moodle.kubsu.ru>

## **6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля).**

Текущая самостоятельная работа студента, направленная на углубление и закрепление знаний студента, развитие практических умений, осуществляется при проработке материалов лекций и соответствующей литературы, подготовке к промежуточному и итоговому контролю, подготовке к выполнению лабораторных работ и написанию отчетов.

Для улучшения качества и эффективности самостоятельной работы студентов предлагаются методические указания к лабораторным работам, списки основной и дополнительной литературы. Все методические материалы предоставляются как в печатном, так и в электронном видах.

Текущая и опережающая СРС заключается в:

- работе студентов с лекционным материалом, поиске и анализе литературы и электронных источников информации по заданной проблеме;
- изучение теоретического материала к лабораторным занятиям;
- подготовке к промежуточному контролю.

Оценка результатов самостоятельной работы организуется как единство двух форм: самоконтроль и контроль со стороны преподавателей.

Формы контроля со стороны преподавателя включают:

- проверочные работы по результатам изучения некоторых разделов курса;
- отчет по лабораторным занятиям;
- экзамен.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

Для подготовки к экзамену необходимо использовать указания и рекомендации, данные преподавателем в ходе занятий. Если студент испытывает какие-либо затруднения с пониманием материала, он всегда может получить консультацию преподавателя.

## **7. Материально-техническое обеспечение по дисциплине (модулю)**

Наименование специальных помещений	Оснащенность специальных помещений	Перечень лицензионного программного обеспечения
Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер	1. Microsoft Windows 10 2. Microsoft Office PowerPoint Professional Plus.
Учебные аудитории для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Мебель: учебная мебель	
Учебные аудитории для проведения лабораторных работ.	Мебель: учебная мебель	

Для самостоятельной работы обучающихся предусмотрены помещения, укомплектованные специализированной мебелью, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Наименование помещений для самостоятельной работы обучающихся	Оснащенность помещений для самостоятельной работы обучающихся	Перечень лицензионного программного обеспечения
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (читальный зал Научной библиотеки)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	1. Microsoft Windows 10 2. Microsoft Office PowerPoint Professional Plus.
Помещение для самостоятельной	Мебель: учебная мебель	1. Microsoft Windows 10

работы обучающихся (ауд.)	<p>Комплект специализированной мебели: компьютерные столы</p> <p>Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, вебкамеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)</p>	<p>2. Microsoft Office PowerPoint Professional Plus.</p>
---------------------------	--	--

## РЕЦЕНЗИЯ

на рабочую программу дисциплины (модуля)

Б1.В.ДВ.10.01 Алгоритмы на ориентированных графах

по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки,

Профиль: Вычислительные, программные, информационные системы и компьютерные технологии, квалификация выпускника – бакалавр,

подготовленную старшим преподавателем кафедры вычислительной математики и информатики КубГУ Сухан И.В.

Рабочая программа по дисциплине «Алгоритмы на ориентированных графах» разработана в соответствии с установленным образовательным стандартом и охватывает специальные разделы теории графов, относящиеся к особому классу графов – ориентированным графикам.

Рабочая программа содержит следующие разделы: цели и задачи освоения дисциплины, место дисциплины в структуре ООП ВО, требования к результатам освоения дисциплины, структура и содержание дисциплины, распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины, содержание разделов дисциплины, содержание самостоятельной работы студентов, образовательные технологии, оценочные средства для контроля успеваемости, учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.

Разработанная программа позволит студентам при изучении данной дисциплины освоить классические алгоритмы решения оптимизационных задач на графах и сетях с применением различных приемов программирования; приобрести опыт в познавательной деятельности, применять информационные ресурсы для самообразования.

Для осмыслиения разделов и тем предусмотрено выполнение практических работ, что позволяет не только закрепить теоретические знания, но и обеспечить возможность проведения промежуточного контроля знаний по теоретической и практической части дисциплины.

Преподавателем разработан список рекомендуемой основной и дополнительной литературы, который способствует более глубокому изучению дисциплины.

В целом, программа может быть использована при изучении вышеуказанной дисциплины.

Доктор экономических наук, кандидат технических наук,  
профессор кафедры компьютерных технологий  
и систем КубГАУ



Луценко Е.В.

## РЕЦЕНЗИЯ

на рабочую программу дисциплины (модуля)  
Б1.В.ДВ.10.01 АЛГОРИТМЫ НА ОРИЕНТИРОВАННЫХ ГРАФАХ  
по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки»,  
профиль: Вычислительные, программные, информационные системы и  
компьютерные технологии; (квалификация «бакалавр»),  
подготовленную старшим преподавателем кафедры вычислительной  
математики и информатики КубГУ Сухан И. В.

Рабочая программа дисциплины «АЛГОРИТМЫ НА ОРИЕНТИРОВАННЫХ ГРАФАХ» предназначена для студентов ФГБОУ ВО «КубГУ» по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» (квалификация «бакалавр») и содержит следующие разделы: цели и задачи освоения дисциплины, место дисциплины в структуре ООП ВО, компетенции обучающихся, формируемые в результате освоения дисциплины, структуру и содержание дисциплины, образовательные технологии, оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации, учебно-методическое и информационное обеспечение, программное обеспечение и материально-техническое обеспечение.

Дисциплина входит в профессиональный цикл дисциплин. Название и содержание рабочей программы дисциплины соответствует учебному плану по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» (квалификация «бакалавр»), а также ФГОС ВО по этому направлению. Программа составлена в соответствии с установленным образовательным стандартом по дисциплине, отвечает потребностям подготовки современных бакалавров и позволит реализовать формирование соответствующих компетенций (согласно ФГОС и ООП).

Считаю, что рабочая программа соответствует государственным требованиям к минимуму содержания и уровню подготовки выпускников по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» (квалификация «бакалавр») и может быть рекомендована для высших учебных заведений.

Профессор кафедры прикладной математики Кубанского  
государственного университета кандидат  
физико-математических наук доцент

 Кармазин В.Н.