

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по учебной работе,  
качеству образования – первый  
проректор

Т. А. Хагуров

подпись

« 31 » \_\_\_\_\_ 2024 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### Б1.О.13 ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

Направление подготовки/специальность	01.03.01 Математика
Направленность (профиль) / специализация	Математическое моделирование; Преподавание математики и информатики
Форма обучения	Очная
Квалификация	Бакалавр

Краснодар 2024

Рабочая программа дисциплины Б1.О.13 Численные методы составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 01.03.01 Математика

Программу составил(и):

С.В. Гайденко, заведующий кафедрой вычислительной математики и информатики, канд. физ.-мат. н., доц.



подпись

Рабочая программа дисциплины Б1.О.13 Численные методы утверждена на заседании кафедры вычислительной математики и информатики протокол № 16 « 7 » мая 2024 г.

Заведующий кафедрой вычислительной математики и информатики

Гайденко С.В.  
фамилия, инициалы



подпись

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета Математики и компьютерных наук протокол № 3 « 14 » мая 2024 г.

Председатель УМК факультета

Шмалько С.П.  
фамилия, инициалы



подпись

Рецензенты:

Уртенев М.Х., д.-р. физ.-мат.н., профессор, заведующий кафедрой прикладной математики Кубанского государственного университета

Луценко Е.В., д.-р. э.н., канд. тех.н., профессор кафедры компьютерных технологий и систем Кубанского государственного Аграрного университета

## 1 Цели и задачи изучения дисциплины (модуля)

**1.1 Цель освоения дисциплины:** сформировать у студентов представления о численных методах решения основных математических задач на ЭВМ.

**1.2 Задачи дисциплины:** показать приемы и методы построения дискретных моделей основных задач анализа и дифференциальных уравнений, привить навыки контроля погрешностей и оценки скорости сходимости итерационных методов. Воспитательная задача курса состоит в демонстрации возможностей доведенных до численного результата математических моделей реальных явлений.

### 1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Численные методы» относится к обязательной части Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана по направлению подготовки «Математика». Вид промежуточной аттестации: экзамен в 6–м и в 7–м семестрах.

Для полноценного понимания курса «Численные методы» необходимы знания, умения и навыки, заложенные в курсах математического анализа, алгебры, функционального анализа, комплексного анализа, аналитической геометрии, дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных, дискретной математики и математической логики. Студенты должны быть готовы использовать полученные в этой области знания, как при изучении смежных дисциплин, так и в профессиональной деятельности.

### 1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций: ОПК-5; ПК-1; ПК-4.

Код и наименование индикатора* достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
<b>ОПК-5</b> Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения	
ИОПК-5.1. Алгоритмизирует задачи на основе существующих методов и стандартных решений при разработке компьютерных программ	<b>Знает</b> место численных методов в структуре вычислительного эксперимента, источники погрешностей, приемы минимизации и оценивания погрешностей, постановки задач вычислительной математики.
	<b>Умеет</b> разрабатывать численные методы и алгоритмы
	<b>Владеет</b> навыками программирования математических вычислений
ИОПК-5.2. Способен кодировать на языках программирования и создавать программные продукты и программные комплексы	<b>Знает</b> идеи построения и области применения изучаемых численных методов приближенного решения математических задач.
	<b>Умеет</b> реализовывать алгоритмы численных методов на языке программирования высокого уровня.
	<b>Владеет</b> навыками тестирования алгоритмов и программ поиска приближенных решений математических задач

Код и наименование индикатора* достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
<b>ПК-1</b> Способен решать актуальные и важные задачи фундаментальной и прикладной математики	
ИПК-1.1. Знает основные понятия, идеи и методы фундаментальных математических дисциплин для решения базовых задач	<p><b>Знает</b> основные численные методы и алгоритмы решения математических задач из разделов: теория аппроксимации, численное интегрирование, линейная алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения, уравнения математической физики, имеет представление о существующих пакетах прикладных программ.</p> <p><b>Умеет</b> находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы</p> <p><b>Владеет</b> методами и технологиями разработки численных методов для задач из указанных разделов.</p>
ИПК-2.2 Умеет передавать результаты проведенных теоретических и прикладных исследований в виде конкретных предметных рекомендаций в терминах предметной области	<p><b>Знает</b> математические алгоритмы численного решения типичных задач алгебры, анализа, дифференциальных уравнений, интегральных уравнений</p> <p><b>Умеет</b> разрабатывать и реализовывать программно алгоритмы математических моделей и их дискретных аналогов</p> <p><b>Владеет</b> коммуникационными навыками передачи научной информации</p>
ИПК-2.3 Имеет навыки решения математических задач, соответствующих квалификации, возникающих при проведении научных и прикладных исследований	<p><b>Знает</b> основные численные методы и алгоритмы решения математических задач</p> <p><b>Умеет</b> строить математические модели и их дискретные аналоги, использовать на практике математические алгоритмы</p> <p><b>Владеет</b> навыками численного решения дискретных аналогов математических моделей.</p>
<b>ПК-4</b> Способен разрабатывать программное обеспечение для решения прикладных задач в сфере профессиональной деятельности	
ИПК-4.1. Имеет навыки использования современных языков программирования для разработки программного обеспечения	<p><b>Знает</b> численные методы построения приближенных решений задач из основных разделов современной математики</p> <p><b>Умеет</b> строить алгоритмы численного решения дискретных аналогов типичных математических задач</p> <p><b>Владеет</b> технологиями программной реализации математических алгоритмов</p>
ИПК-4.2. Разрабатывает численные методы и алгоритмы для реализации вычислительных экспериментов, основанных на математических моделях явлений и процессов в	<p><b>Знает</b> основные этапы вычислительного эксперимента, роль и место численных методов в математическом моделировании</p> <p><b>Умеет</b> строить дискретные аналоги типичных математических задач, разрабатывать алгоритмы их программной реализации</p>

Код и наименование индикатора* достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
областях естественных и гуманитарных наук	<b>Владеет</b> информацией о возможной вычислительной неустойчивости математически корректно поставленных задач
ИПК-4.3. Знает стандартные решения, библиотеки программных модулей, шаблоны, классы объектов, используемые при разработке прикладного программного обеспечения	<b>Знает</b> методику разработки вычислительных алгоритмов на базе языков высокого уровня
	<b>Умеет</b> программно реализовывать вычислительные алгоритмы на базе языков высокого уровня
	<b>Владеет</b> технологией применения пакетов прикладных программ моделирования
ИПК-4.4 Ориентируется в современных алгоритмах компьютерной математики и имеет практический опыт разработки программных модулей на основе математических моделей	<b>Знает</b> структурные особенности языка программирования при реализации математических конструкций.
	<b>Умеет</b> выбирать рациональные и наиболее точные численные методы для создания алгоритмов решения научных и практических задач
	<b>Владеет</b> технологией разработки программных модулей на основе математических моделей
ИПК-4.5 Способен внедрять результаты математических исследований и разработок прикладного программного обеспечения в соответствии с установленными требованиями	<b>Знает</b> о математической и вычислительной корректности основных методов решения задач вычислительной математики
	<b>Умеет</b> представлять результаты математических исследований в профессиональной аудитории
	<b>Владеет</b> навыками оформления отчетов о проведенных вычислительных экспериментах

Результаты обучения по дисциплине достигаются в рамках осуществления всех видов контактной и самостоятельной работы обучающихся в соответствии с утвержденным учебным планом.

Индикаторы достижения компетенций считаются сформированными при достижении соответствующих им результатов обучения.

## 2. Структура и содержание дисциплины

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 5 зач. ед. (180 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице

(для студентов ОФО)

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры (часы)			
		6	7		
<b>Контактная работа, в том числе:</b>					
<b>Аудиторные занятия (всего):</b>	<b>88</b>	<b>48</b>	<b>40</b>		
Занятия лекционного типа	32	16	14		
Лабораторные занятия	58	32	26		
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)	-	-	-		
<b>Иная контактная работа:</b>	<b>10,5</b>	<b>6,2</b>	<b>4,3</b>		
Контроль самостоятельной работы (КСР)	10	6	4		

Промежуточная аттестация (ИКР)	0,5	0,2	0,3		
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>	<b>81,8</b>	<b>53,8</b>	<b>28</b>		
Проработка учебного (теоретического) материала	53,8	37,8	16		
Выполнение индивидуальных заданий (составление алгоритма, написание, отладка программы, подбор тестовых примеров)	21	13	8		
Подготовка к текущему контролю	7	3	4		
<b>Контроль:</b>					
Подготовка к экзамену	35,7		35,7		
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>час.</b>	<b>180</b>	<b>72</b>	<b>108</b>	
	<b>в том числе контактная работа</b>	<b>98,5</b>	<b>54,2</b>	<b>44,3</b>	
	<b>зач. ед</b>	<b>6</b>	<b>3</b>	<b>3</b>	

## 2.2 Содержание дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы (темы) дисциплины, изучаемые в 6 семестре (очная форма)

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	2	3	4	5	6	7
1.	Схема вычислительного эксперимента. Классификация погрешностей.	2	2	-	0	0
2.	Интерполяция и наилучшее приближение; многочлены Чебышева.	16	2	-	12	2
3.	Методы решения нелинейных уравнений и систем уравнений.	15,8	4	-	6	5,8
4.	Численное интегрирование.	17	4	-	6	7
5.	Численные методы линейной алгебры.	19	4	-	8	7
	<b>ИТОГО по разделам дисциплины</b>	<b>69,8</b>	<b>16</b>	<b>-</b>	<b>32</b>	<b>21,8</b>
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	2				
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,2				
	Подготовка к текущему контролю					
	Общая трудоемкость по дисциплине	72				

Разделы (темы) дисциплины, изучаемые в 7 семестре (очная форма)

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	СРС
1	2	3	4	5	6	7
1	Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.	28	6	-	10	12
2	Численные методы решения основных уравнений математической физики.	30	6	-	12	12
3	Численные методы решения интегральных уравнений	10	2	-	4	4
<i>ИТОГО по разделам дисциплины</i>		68	14	-	26	28
Контроль самостоятельной работы (КСР)		4				
Промежуточная аттестация (ИКР)		0,3				
Подготовка к текущему контролю		35,7				
Общая трудоемкость по дисциплине		108				

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

## 2.3 Содержание разделов (тем) дисциплины

### 2.3.1 Занятия лекционного типа

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Схема вычислительного эксперимента. Классификация погрешностей.	Численные методы как составляющая часть вычислительного эксперимента. Источники возникновения и классификация погрешностей. Погрешности арифметических операций.	ЛР Отчет по лабораторной работе: студенты обязаны провести анализ погрешностей в реализованном алгоритме.
2.	Интерполяция и наилучшее приближение; многочлены Чебышева.	Понятие об аппроксимации функций. Задача интерполяции. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа и его остаточный член. Разделенные разности и их свойства. Интерполяционный многочлен в форме Ньютона. Остаточный член интерполяции в форме Ньютона. Интерполяционные многочлены на равномерных сетках. Многочлены Чебышева. Минимизация погрешности интерполяции. Сходимость интерполяционного процесса. Разделенные разности с кратными узлами. Интерполирование по значениям функции и ее производных в узлах. Понятие о сплайнах. Построение кубического интерполяционного сплайна методом	ЛР Отчет по лабораторной работе: по каждому методу студенты разрабатывают алгоритм решения определенного класса задач, реализуют этот алгоритм на языке высокого уровня, тестируют его работу и

		<p>моментов. Метод прогонки решения алгебраической системы с трехдиагональной матрицей. Элемент наилучшего приближения в линейном нормированном пространстве. Теорема существования. Единственность в строго нормированном пространстве. Линейная аппроксимация в гильбертовом пространстве. Аппроксимация многочленом в среднем квадратичном. Приближение функции, заданной таблицей своих значений, по методу наименьших квадратов. Наилучшее равномерное приближение многочленом.</p>	<p>представляют отчет преподавателю.</p>
3.	<p>Методы решения нелинейных уравнений и систем уравнений.</p>	<p>Задача отыскания корней нелинейного уравнения. Способы отделения корней. Метод деления отрезка пополам. Метод простой итерации: условия и скорость сходимости. Метод Ньютона решения нелинейного уравнения: геометрическая интерпретация, условия сходимости и оценка погрешности. Модификации метода Ньютона. Интерполяционные методы решения нелинейных уравнений: метод парабол и обратная интерполяция. Итерационные методы решения систем нелинейных уравнений.</p>	<p>ЛР Отчет по лабораторной работе: по каждому методу студенты разрабатывают алгоритм решения определенного класса задач, реализуют этот алгоритм на языке высокого уровня, тестируют его работу и представляют отчет преподавателю</p>
4.	<p>Численное интегрирование.</p>	<p>Постановка задачи численного интегрирования. Цели, определяющие выбор квадратурных узлов и коэффициентов. Интерполяционные квадратуры и их степень точности. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Составные формулы трапеций, Симпсона и «трех восьмых», их погрешности. Главный член погрешности, правило Рунге практической оценки погрешности и увеличения точности квадратуры. Квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности, их существование при знакопостоянной весовой функции; связь с ортогональными системами многочленов, примеры квадратур для часто встречающихся весовых функций.</p>	<p>ЛР Отчет по лабораторной работе: по каждому методу студенты разрабатывают алгоритм решения определенного класса задач, реализуют этот алгоритм на языке высокого уровня, тестируют его работу и представляют</p>



		Сходимость квадратурного процесса. Методы вычисления кратных интегралов. Понятие о методе Монте-Карло.	отчет преподавателю
5.	Численные методы линейной алгебры.	Точные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Схемы реализации метода Гаусса с выбором ведущего элемента. Метод квадратного корня. Обращение матрицы и уточнение приближенной обратной матрицы. Сходимость матричной геометрической прогрессии. Методы простой итерации и Зейделя, условия сходимости. Сведение линейной системы к задаче минимизации квадратичного функционала. Решение вариационной задачи методами покоординатного и градиентного спуска. Понятие о методе сопряженных градиентов. Погрешность приближенного решения алгебраической системы и мера обусловленности. Методы регуляризации плохо обусловленных систем. Частичная проблема собственных значений: оценка спектрального радиуса матрицы, теорема Гершгорина. Спектральные свойства подобных матриц. Обзор методов решения полной проблемы собственных значений, основанных на построении характеристического полинома. Решение полной проблемы собственных значений для симметричной матрицы методом вращений. Преобразование отражения, приведение матрицы к форме Хессенберга. QR -алгоритм.	ЛР Отчет по лабораторной работе: по каждому методу студенты разрабатывают алгоритм решения определенного класса задач, реализуют этот алгоритм на языке высокого уровня, тестируют его работу и представляют отчет преподавателю
6.	Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.	Понятие о многошаговых и одношаговых методах решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка. Одношаговый вариант метода рядов: вывод методов Эйлера и предиктор-корректор с оценками погрешностей. Способ Рунге-Кутты построения одношаговых методов. Примеры методов второго-четвертого порядков точности. Распространение этих методов на системы уравнений первого порядка. Правило Рунге практической оценки погрешности и увеличения точности одношаговых методов. Метод стрельбы решения краевой задачи для нелинейного обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка и для системы двух нелинейных	ЛР Отчет по лабораторной работе: по каждому методу студенты разрабатывают алгоритм решения определенного класса задач, реализуют этот алгоритм на языке высокого уровня, тестируют его работу и представляют

		<p>обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.</p> <p>Разностная аппроксимация первых и вторых производных гладкой функции.</p> <p>Вычислительная неустойчивость формул численного дифференцирования.</p> <p>Метод конечных разностей решения краевой задачи для линейного обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка: построение разностной схемы и ее однозначная разрешимость, оценка погрешности и сходимость метода сеток.</p>	<p>отчет преподавателю</p>
7.	<p>Численные методы решения основных уравнений математической физики.</p>	<p>Основные понятия теории разностных схем: нормы в пространствах сеточных функций, аппроксимация дифференциальной задачи на решении, сходимость и устойчивость разностной схемы. Связь аппроксимации и устойчивости со сходимостью.</p> <p>Разностные схемы решения задачи Коши для одномерного уравнения теплопроводности: построение и исследование аппроксимации и устойчивости двухслойных схем.</p> <p>Спектральное условие Неймана, неустойчивость трехслойной схемы.</p> <p>Разностные схемы смешанных краевых задач для уравнения теплопроводности.</p> <p>Разностные схемы задачи Коши и смешанных краевых задач для уравнения колебаний струны.</p> <p>Разностная аппроксимация оператора Лапласа. Аппроксимация граничных условий в области, ограниченной криволинейным контуром. Сходимость разностной схемы задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольнике.</p> <p>Представление о вариационных и проекционных методах решения краевых задач для линейных дифференциальных уравнений в частных производных.</p>	<p>ЛР</p> <p>Отчет по лабораторной работе: по каждому методу студенты разрабатывают алгоритм решения определенного класса задач, реализуют этот алгоритм на языке высокого уровня, тестируют его работу и представляют отчет преподавателю</p>
8.	<p>Методы решения интегральных уравнений.</p>	<p>Численные методы решения интегральных уравнений Фредгольма второго рода: метод механических квадратур, метод замены ядра на вырожденное. Некорректность интегральных уравнений первого рода.</p> <p>Метод коллокаций численного решения сингулярного интегрального уравнения первого рода.</p>	<p>ЛР</p> <p>Отчет по лабораторной работе: по каждому методу студенты разрабатывают алгоритм решения определенного класса задач, реализуют этот алгоритм на</p>

			языке высокого уровня, тестируют его работу и представляют отчет преподавателю
--	--	--	--

### 2.3.2 Занятия семинарского типа не предусмотрены.

### 2.3.3 Лабораторные занятия

№	Наименование раздела	Тематика практических занятий (семинаров)	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Схема вычислительного эксперимента. Классификация погрешностей.	Вопрос теоретический. Отдельное лабораторное занятие не предусмотрено.	ЛР При выполнении лабораторных заданий в своем отчете студенты обязаны провести анализ погрешностей в реализованном алгоритме.
2.	Интерполяция наилучшее приближение; многочлены Чебышева.	Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа. Интерполяционный многочлен в форме Ньютона. Схема Эйткена вычисления значений интерполяционного многочлена. Интерполяция на равномерной сетке (вперед, назад, с центральными разностями). Интерполяция многочленами Чебышева. Дробно-рациональная интерполяция. Интерполяция кубическими сплайнами. Приближение функции многочленом по методу наименьших квадратов. Приближение функции многочленом в среднем квадратичном.	ЛР В отчете по задачам аппроксимации должна быть указана форма задания приближаемой функции, вид приближающей функции, способ определения расстояния между функциями, анализ погрешностей.
3.	Методы решения нелинейных уравнений и систем уравнений.	Методы решения нелинейных уравнений: дихотомии, простой итерации, Ньютона, секущих, хорд, парабол, обратной интерполяции. Методы Ньютона и простой итерации для нелинейных систем двух уравнений с двумя неизвестными.	ЛР В отчете по методам решения нелинейных уравнений и систем таких уравнений указываются условия на класс функций, задающих уравнения, скорость сходимости метода, условия на выбор начального

			приближения, контроль точности найденного приближения.
4.	Численное интегрирование.	Методы численного интегрирования: методы Ньютона – Котеса с контролем погрешности по правилу Рунге; методы наивысшей алгебраической степени точности с конкретными весовыми функциями; метод Монте-Карло.	ЛР В отчете по формулам Ньютона-Котеса указывается алгебраическая степень точности квадратуры, порядок погрешности относительно шага у составной квадратуры. Контроль погрешности по правилу Рунге предполагает знание определения главного члена погрешности.
5.	Численные методы линейной алгебры.	Численные методы решения систем алгебраических уравнений. Метод вращений решения проблемы собственных значений для симметричной матрицы.	ЛР В отчете по методу Гаусса объясняется смысл выбора главного элемента и алгоритм реализации выбора. В итерационных методах решения алгебраических систем для тестовых задач должна быть обоснована сходимость метода.
6.	Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.	Решение задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка методом Рунге – Кутта 2-4 порядка с контролем погрешности и автоматическим выбором шага по правилу Рунге. Решение задачи Коши для системы двух дифференциальных уравнений первого порядка тем же методом, что и в предыдущем задании. Решение краевой задачи для системы двух дифференциальных уравнений первого порядка методом стрельбы. Решение линейной краевой задачи для обыкновенного дифференциального	ЛР В отчете по задаче Коши обязательно указание порядка точности выбранного метода с формулировкой определений локальной погрешности и порядка точности одношагового метода. В методе стрельбы должен быть указан

		уравнения методом конечных разностей;	пристреливаемый параметр и его точное значение для предложенного студентом тестового примера. В разностной схеме указывается порядок аппроксимации на решении дифференциальной задачи.
7.	Численные методы решения основных уравнений математической физики.	Решение конечно-разностным методом одной из краевых задач в частных производных с двумя независимыми переменными для уравнения Пуассона, волнового уравнения или уравнения теплопроводности.	ЛР В отчете по разностным схемам для уравнений в частных производных приводится корректная постановка дифференциальной задачи, постановка ее разностного аналога с указанием порядка аппроксимации на решении и условий сходимости разностной схемы. Данное задание относится к контролируемой самостоятельной работе.
8.	Методы решения интегральных уравнений.	Численное решение линейного интегрального уравнения Фредгольма или Вольтерра второго рода методом механических квадратур.	ЛР В отчете должен быть описан способ построения дискретного аналога интегрального уравнения.

Защита лабораторной работы (ЛР), выполнение курсового проекта (КП), курсовой работы (КР), расчетно-графического задания (РГЗ), написание реферата (Р), эссе (Э), коллоквиум (К), тестирование (Т) и т.д.

#### 2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы не предусмотрены.

#### 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	Изучение лекционного материала; Подготовка отчета по лабораторной работе; Подготовка к экзаменам.	Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов утвержденные кафедрой вычислительной математики и информатики, протокол № 14 от 14.06.2017 г.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме аудиофайла;
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме аудиофайла;
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

Подробные постановки задач для самостоятельной работы студенты получают в очном индивидуальном общении с преподавателем. Очные консультации не составляют проблемы: еженедельно преподаватель работает в аудитории со студентами в среднем по пять часов.

Для лиц с ограниченными возможностями восприятия информации (нарушения зрения либо слуха, а также с нарушениями опорно-двигательного аппарата) возможна видео и аудио запись лекций: лектор имеет привычку все произнесенные слова записывать на доске, а записанные на доске формулы повторять устно.

### **3. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины (модуля)**

Интерактивные технологии в 6-м семестре предусмотрены во всех лабораторных занятиях в объеме 32 часов.

Используемые интерактивные образовательные технологии	Количество часов
Тренинг на тему: «Интерполяция полиномами элементарных функций» с презентациями кодов программ и тестовых примеров, демонстрирующих влияние неустранимых погрешностей и погрешностей метода.	2
Дискуссия на тему: «Сравнение интерполяционных полиномов в формах Лагранжа и Ньютона» с демонстрацией преимуществ ньютонова представления. Эксперименты по интерполированию вперед и назад.	2

Групповые дискуссии по способам задания аппроксимируемых функций, формам представления аппроксимирующих функций видам метрик, определяющих близость функций.	2
Дискуссия по вопросу минимизации накопления вычислительных погрешностей в методе Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений. Идея выбора ведущего элемента и возможность контроля невырожденности матрицы.	2
Компьютерная симуляция выявления вырожденных матриц, возможные неудачи из-за вычислительных погрешностей.	2
Анализ постановки задачи дробно-рациональной интерполяции, поиск причины нарушения единственности решения. Мозговой штурм по корректировке постановки задачи. Анализ алгебраической системы, рационализация алгоритма заполнения матрицы. Компьютерная симуляция поиска решения для тестового примера.	2
Проблемы использования аппроксимирующих полиномов высоких степеней, идея кусочно-полиномиальных приближений. Дискуссия по обеспечению гладкости интерполирующих кубических сплайнов, подсчет параметров и условий. Мозговой штурм по достижению баланса, идеи задания дополнительных условий.	2
Математическое моделирование кубической интерполяции сплайнами, первое знакомство с трехдиагональной матрицей. Идеи метода прогонки, тренинг по реализации алгоритма и тестированию метода прогонки.	2
Дискуссия об аппроксимации элементов пространств, наделенных скалярным произведением. Аналогия со школьной теоремой о перпендикулярности прямой и плоскости. Обеспечение условий теоремы об ортогональности, анализ свойств матрицы Грамма.	2
Компьютерная симуляция аппроксимации в среднем квадратичном тригонометрических функций полиномами.	2
Компьютерная симуляция аппроксимации сеточных функций полиномами по методу наименьших квадратов. Вычислительный эксперимент с весовыми коэффициентами.	2
Тренинг по поиску корней скалярных уравнений методами вложенных отрезков: дихотомия и метод секущих.	2
Дискуссия «Идеи Ньютона и Лейбница выделения линейной части приращения функции–основа итерационных методов решения нелинейных задач»	2
Компьютерные симуляции итерационных методов решения скалярных уравнений и систем таких уравнений.	2
Дискуссия «Интеграл Римана и его дискретный аналог, учет особенностей подынтегральной функции».	2
Тренинг по численному интегрированию с практическим контролем главного члена погрешности.	2
Тренинг «Эффективность метода Монте-Карло в приближенном вычислении двукратных интегралов»	2

Интерактивные технологии в 7-м семестре предусмотрены во всех лабораторных занятиях в объеме 26 часов.

Используемые интерактивные образовательные технологии	Количество часов
---	------------------

Дебаты «Дифференциальные задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений, принципы поиска приближенных решений»	2
Дискуссия «Одношаговые и многошаговые методы приближенного решения задачи Коши, достоинства и недостатки».	2
Защита индивидуальных проектов приближенного решения задачи Коши для одного уравнения и для системы уравнений с обеспечением заданной точности на основе правила Рунге.	2
Дискуссия «Метод стрельбы сведения краевой задачи к задаче Коши, идея задания параметра и принцип определения его значения».	2
Защита индивидуальных проектов решения краевых задач для систем обыкновенных дифференциальных уравнений методом стрельбы.	2
Дискуссия «Приближение производных разностными отношениями, погрешность метода и вычислительная неустойчивость».	2
Защита индивидуальных проектов программной реализации метода сеток для линейного обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка с краевыми условиями второго рода: двухточечная и трехточечная аппроксимация производных в граничных точках.	2
Дискуссия «Основные понятия теории разностных схем. Связь аппроксимации, устойчивости и сходимости».	2
Защита индивидуальных проектов численного решения задачи Коши для одномерного уравнения теплопроводности либо для уравнения колебаний струны, исследование необходимого спектрального условия устойчивости Неймана.	2
Защита индивидуальных проектов решения нестационарных смешанных задач с помощью неявных разностных схем.	2
Дискуссия «Вариационные и проекционные методы построения дискретных аналогов дифференциальных задач. Как понимать обобщенное решение?»	2
Разбор конкретных ситуаций кусочно-линейных аппроксимаций в методе Рунге, суть метода конечных элементов.	2
Анализ дискретных аналогов интегральных уравнений. Защита индивидуальных проектов реализации метода механических квадратур для одномерных уравнений Вольтерра и Фредгольма первого и второго родов.	2

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций со студентом при помощи электронной информационно-образовательной среды ВУЗа.

#### **4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации**

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Численные методы».

Оценочные средства включает контрольные материалы для проведения **текущего контроля** в форме отчетов по выполненным лабораторным заданиям и **промежуточной аттестации** в форме вопросов и заданий к экзамену.

Текущий контроль качества подготовки осуществляется путем проверки теоретических знаний и практических навыков посредством

1) Проверки и приема текущих семестровых заданий и лабораторных работ. Непосредственно на лабораторных занятиях студенты получают от преподавателя индивидуальное задание по конкретному численному методу, пишут программу,



отлаживают и тестируют ее под контролем преподавателя. Большая часть лабораторных заданий приходится на самостоятельную работу: изучение теоретического материала по конспектам лекций и по основным источникам литературы, разработка алгоритма программной реализации метода, отладка программы на каком-либо языке высокого уровня (подбор тестовых примеров также входит в самостоятельную работу).

2) В конце шестого семестра предусмотрено комплексное лабораторное задание – индивидуальное для каждого студента. Оно состоит в решении нелинейного уравнения, заданного интегралом, зависящим от параметра, а также в условии задачи присутствует значение функции, аппроксимирующей этот интеграл по параметру. То есть в этом задании используются программы, ранее написанные по методам трех разделов курса.

Пример комплексного задания: «С заданной точностью  $\varepsilon$  найти корень уравнения

$F(x) = L_n(\hat{x})$ , где по определению  $F(x) = \int_1^x \cos(x + y^2) dy$ ,  $L_n(\hat{x})$  значение в точке  $\hat{x}$  многочлена, интерполирующего функцию  $F(x)$  по заданной системе узлов  $x_0, \dots, x_n$ ».

Комплексное задание относится к контролируемой самостоятельной работе.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

№ п/п	Код и наименование индикатора (в соответствии с п. 1.4)	Результаты обучения (в соответствии с п. 1.4)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1	ИОПК-5.1. Алгоритмизирует	<b>Знает</b> место численных методов в	<i>Лабораторные работы по темам:</i>	<i>Вопросы на экзамене 1-42</i>

	задачи на основе существующих методов и стандартных решений при разработке компьютерных программ	структуре вычислительного эксперимента, источники погрешностей, приемы минимизации и оценивания погрешностей, постановки задач вычислительной математики. <b>Умеет</b> разрабатывать численные методы и алгоритмы <b>Владет</b> навыками программирования математических вычислений	<i>Интерполяция и наилучшее приближение; многочлены Чебышева; Методы решения нелинейных уравнений и систем уравнений; Численное интегрирование; Численные методы линейной алгебры</i>	<i>Задания к экзаменационным билетам 1-9.</i>
2	ИОПК-5.2. Способен кодировать на языках программирования и создавать программные продукты и программные комплексы	<b>Знает</b> идеи построения и области применения изучаемых численных методов приближенного решения математических задач. <b>Умеет</b> реализовывать алгоритмы численных методов на языке программирования высокого уровня. <b>Владет</b> навыками тестирования алгоритмов и программ поиска приближенных решений математических задач	<i>Лабораторные работы по темам: Интерполяция и наилучшее приближение; многочлены Чебышева; Методы решения нелинейных уравнений и систем уравнений; Численное интегрирование; Численные методы линейной алгебры</i>	<i>Вопросы на экзамене 1-42 Задания к экзаменационным билетам 1-9.</i>
3	ИПК-1.1. Знает основные понятия, идеи и методы фундаментальных математических дисциплин для решения базовых задач	<b>Знает</b> основные численные методы и алгоритмы решения математических задач из разделов: теория аппроксимации, численное интегрирование,	<i>Лабораторные работы по темам: Интерполяция и наилучшее приближение; многочлены Чебышева; Методы решения нелинейных</i>	<i>Вопрос на экзамене 3;5;8;12;14;20;21;25;28;44-51;53;55;56.</i>

		<p>линейная алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения, уравнения математической физики, иметь представление о существующих пакетах прикладных программ.</p> <p><b>Умеет</b> находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы</p> <p><b>Владеет</b> методами и технологиями разработки численных методов для задач из указанных разделов.</p>	<p><i>уравнений и систем уравнений;</i>  <i>Численное интегрирование;</i>  <i>Численные методы линейной алгебры;</i>  <i>Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений;</i>  <i>Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.</i></p>	
4	<p>ИПК-2.2 Умеет передавать результаты проведенных теоретических и прикладных исследований в виде конкретных предметных рекомендаций в терминах предметной области</p>	<p><b>Знает</b> математические алгоритмы численного решения типичных задач алгебры, анализа, дифференциальных уравнений, интегральных уравнений</p> <p><b>Умеет</b> разрабатывать и реализовывать программно алгоритмы математических моделей и их дискретных аналогов</p> <p><b>Владеет</b> коммуникационными навыками передачи научной информации</p>	<p><i>Лабораторные работы по темам:</i>  <i>Интерполяция и наилучшее приближение;</i>  <i>многочлены Чебышева;</i>  <i>Методы решения нелинейных уравнений и систем уравнений;</i>  <i>Численное интегрирование;</i>  <i>Численные методы линейной алгебры;</i>  <i>Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений;</i>  <i>Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.</i></p>	<p><i>Вопросы на экзамене</i>  3;5;8;12;14;20;21;25;28;44;51;53;55;56.</p>

5	ИПК-2.3 Имеет навыки решения математических задач, соответствующих квалификации, возникающих при проведении научных и прикладных исследований	<p><b>Знает</b> основные численные методы и алгоритмы решения математических задач</p> <p><b>Умеет</b> строить математические модели и их дискретные аналоги, использовать на практике математические алгоритмы</p> <p><b>Владеет</b> навыками численного решения дискретных аналогов математических моделей.</p>	<p><i>Вопросы об оценке погрешности реализуемого программно численного метода.</i></p> <p><i>Лабораторные задания по темам:</i></p> <p><i>Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений;</i></p> <p><i>Численные методы решения основных уравнений математической физики;</i></p> <p><i>Методы решения интегральных уравнений.</i></p>	<p><i>Вопросы на экзамене: 1;34;35;43-56.</i></p> <p><i>Задания к экзаменационным билетам 10-11.</i></p>
6	ИПК-4.1. Имеет навыки использования современных языков программирования для разработки программного обеспечения	<p><b>Знает</b> численные методы построения приближенных решений задач из основных разделов современной математики</p> <p><b>Умеет</b> строить алгоритмы численного решения дискретных аналогов типичных математических задач</p> <p><b>Владеет</b> технологиями программной реализации математических алгоритмов</p>	<p><i>Вопросы об оценке погрешности реализуемого программно численного метода.</i></p> <p><i>Лабораторные задания по темам:</i></p> <p><i>Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений;</i></p> <p><i>Численные методы решения основных уравнений математической физики;</i></p> <p><i>Методы решения интегральных уравнений.</i></p>	<p><i>Вопросы на экзамене: 1;34;35;43-56.</i></p> <p><i>Задания к экзаменационным билетам 10-11.</i></p>
7	ИПК-4.2. Разрабатывает численные методы и алгоритмы для реализации вычислительных экспериментов, основанных на	<p><b>Знает</b> основные этапы вычислительного эксперимента, роль и место численных методов в</p>	<p><i>Вопросы об оценке погрешности реализуемого программно численного метода.</i></p> <p><i>Лабораторные задания по темам:</i></p>	<p><i>Вопросы на экзамене: 1;34;35;43-56.</i></p> <p><i>Задания к экзаменационным билетам 10-11.</i></p>

	<p>математических моделях явлений и процессов в областях естественных и гуманитарных наук</p>	<p>математическом моделировании</p> <p><b>Умеет</b> строить дискретные аналоги типичных математических задач, разрабатывать алгоритмы их программной реализации</p> <p><b>Владеет</b> информацией о возможной вычислительной неустойчивости математически корректно поставленных задач</p>	<p><i>Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений;</i></p> <p><i>Численные методы решения основных уравнений математической физики;</i></p> <p><i>Методы решения интегральных уравнений.</i></p>	
8	<p>ИПК-4.3. Знает стандартные решения, библиотеки программных модулей, шаблоны, классы объектов, используемые при разработке прикладного программного обеспечения</p>	<p><b>Знает</b> методику разработки вычислительных алгоритмов на базе языков высокого уровня</p> <p><b>Умеет</b> программно реализовывать вычислительные алгоритмы на базе языков высокого уровня</p> <p><b>Владеет</b> технологией применения пакетов прикладных программ моделирования</p>	<p><i>Лабораторные работы по темам: Интерполяция и наилучшее приближение; многочлены Чебышева; Методы решения нелинейных уравнений и систем уравнений; Численное интегрирование; Численные методы линейной алгебры; Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений; Численные методы решения обыкновенных дифференциальных</i></p>	<p><i>Вопросы на экзамене 3;5;8;12;14;20;21;25;28;44;51;53;55;56.</i></p>
9	<p>ИПК-4.4 Ориентируется в современных алгоритмах компьютерной математики и имеет</p>	<p><b>Знает</b> структурные особенности языка программирования при реализации</p>	<p><i>Лабораторные работы по темам: Интерполяция и наилучшее приближение; многочлены Чебышева;</i></p>	<p><i>Вопросы на экзамене 3;5;8;12;14;20;21;25;28;44;51;53;55;56.</i></p>

	практический опыт разработки программных модулей на основе математических моделей	математических конструкций. <b>Умеет</b> выбирать рациональные и наиболее точные численные методы для создания алгоритмов решения научных и практических задач <b>Владеет</b> технологией разработки программных модулей на основе математических моделей	<i>Методы решения нелинейных уравнений и систем уравнений; Численное интегрирование; Численные методы линейной алгебры; Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений; Численные методы решения обыкновенных дифференциальных</i>	
10	ИПК-4.5 Способен внедрять результаты математических исследований и разработок прикладного программного обеспечения в соответствии с установленными требованиями	<b>Знает</b> о математической и вычислительной корректности основных методов решения задач вычислительной математики <b>Умеет</b> представлять результаты математических исследований в профессиональной аудитории <b>Владеет</b> навыками оформления отчетов о проведенных вычислительных экспериментах	<i>Лабораторные работы по темам: Интерполяция и наилучшее приближение; многочлены Чебышева; Методы решения нелинейных уравнений и систем уравнений; Численное интегрирование; Численные методы линейной алгебры; Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений; Численные методы решения обыкновенных дифференциальных</i>	<i>Вопросы на экзамене 3;5;8;12;14;20;21;25;28;44; 51;53;55;56.</i>

**Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

Все контрольные вопросы и темы текущих лабораторных заданий указаны выше в таблице «Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации»

**Экзаменационные материалы для промежуточной аттестации  
Вопросы для подготовки к экзамену**

1. Источники возникновения и классификация погрешностей. Абсолютная и относительная погрешности. Погрешности функций и арифметических операций.
2. Постановка задачи аппроксимации.
3. Интерполяционный многочлен Лагранжа и его погрешность.
4. Минимизация погрешности интерполирования.
5. Разделенные разности и их свойства. Интерполяционный многочлен в форме Ньютона и его погрешность.
6. Сходимость интерполяционного процесса.
7. Интерполирование с кратными узлами.
8. Аппроксимация функций сплайнами.
9. Элемент наилучшего приближения в линейном нормированном пространстве: определение, существование и единственность.
10. Многочлен наилучшего равномерного приближения.
11. Линейная аппроксимация в гильбертовом пространстве.
12. Приближение функций в среднем квадратичном и по методу наименьших квадратов.
13. Отделение корней и метод простой итерации для нелинейного уравнения.
14. Метод Ньютона решения нелинейного уравнения, сходимость метода.
15. Модификации метода Ньютона решения нелинейного уравнения.
16. Интерполяционные методы решения нелинейного уравнения.
17. Постановка задачи численного интегрирования.
18. Общая интерполяционная квадратура.
19. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Составная формула трапеций.
20. Квадратурные формулы Симпсона и "трех восьмых".
21. Главный член погрешности, правило Рунге практической оценки погрешности и увеличения точности квадратуры.
22. Квадратуры наивысшей алгебраической степени точности: необходимые и достаточные условия. Существование квадратуры при знакопостоянной весовой функции.
23. Связь квадратур наивысшей алгебраической степени точности с ортогональными системами многочленов.
24. Сходимость квадратурного процесса.
25. Вычисление многомерных интегралов.
26. Схемы метода Гаусса и метод прогонки решения алгебраических систем.
27. Векторные и матричные нормы. Сходимость матричной геометрической прогрессии.
28. Метод простой итерации для систем линейных алгебраических уравнений.
29. Схемы метода Зейделя решения алгебраических систем уравнений.
30. Лемма о доминировании. Сходимость стационарного метода Зейделя.
31. Обращение матрицы и уточнение приближенной обратной матрицы.
32. Сведение алгебраических систем к задачам минимизации.
33. Методы минимизации функций нескольких переменных.
34. Мера обусловленности алгебраических систем и матриц.
35. Методы регуляризации плохо обусловленных систем.
36. Определение границ спектра матрицы.
37. Интерполяционный метод разветвления характеристического определителя.
38. Метод Данилевского решения проблемы собственных значений.
39. Метод Крылова разветвления характеристического определителя.
40. Метод вращений для решения полной проблемы собственных значений симметричной матрицы.
41. Преобразование отражения. Приведение матрицы к почти треугольному виду.
42. QR-алгоритм решения полной проблемы собственных значений.
43. Задача Коши для обыкновенного дифференциального уравнения. Классификация

- методов. Примеры аналитических методов.
44. Способ Рунге-Кутты построения одношаговых методов решения задачи Коши. Примеры методов.
  45. Правило Рунге практической оценки погрешности и увеличения точности одношаговых методов.
  46. Метод стрельбы решения краевых задач для систем обыкновенных дифференциальных уравнений.
  47. Основные понятия теории разностных схем. Связь сходимости, аппроксимации и устойчивости разностных схем.
  48. Разностная аппроксимация производных. Вычислительная неустойчивость операции численного дифференцирования.
  49. Разностная схема для линейного обыкновенного дифференциального уравнения.
  50. Явная разностная схема для уравнения теплопроводности, ее аппроксимация и устойчивость.
  51. Неявная разностная схема для уравнения теплопроводности, ее аппроксимация и устойчивость.
  52. Необходимое спектральное условие устойчивости Неймана.
  53. Разностная схема задачи Коши для уравнения колебания струны.
  54. Разностные схемы для эллиптических краевых задач: аппроксимация уравнения.
  55. Разностные схемы для эллиптических краевых задач: аппроксимация граничных условий.
  56. Численное решение линейного интегрального уравнения Фредгольма или Вольтерра второго рода методом механических квадратур.

**Все экзаменационные вопросы оценивают компетенции ОПК-1, ОПК-4, ПК-6.**

### **Примерные задания к экзаменационным билетам**

1. Для конкретной функции по заданным узлам выписать интерполяционный многочлен в форме Лагранжа или в форме Ньютона. Оценить погрешность в заданной точке.
2. Для конкретной функции по заданным узлам построить линейный двучлен или квадратный трехчлен, приближающий эту функцию методом наименьших квадратов.
3. Для конкретной функции  $f(x) \in L_2(a; b)$  построить линейный двучлен или квадратный трехчлен, приближающий эту функцию в среднем квадратичном.
4. Для конкретного уравнения вида  $x = \varphi(x)$  отделить корень и обосновать сходимость или расходимость метода простой итерации.
5. Применить метод Ньютона решения нелинейного уравнения для приближенного вычисления корня арифметического из заданного числа. Указать начальное приближение, для которого метод Ньютона сходится.
6. По целым узлам промежутка интегрирования найти приближенные значения интеграла от конкретной функции с помощью квадратурных формул трапеций и Симпсона. Вычислить погрешность используемых квадратур.
7. Решить методом Гаусса с выбором ведущего элемента заданную линейную алгебраическую систему трех уравнений.
8. Для конкретной системы двух линейных алгебраических уравнений обосновать сходимость или расходимость метода простой итерации.
9. Оценить спектральный радиус конкретной матрицы. На комплексной плоскости изобразить круги Гершгорина для той же матрицы.
10. Способ Рунге – Кутты решения задачи Коши для одного обыкновенного уравнения первого порядка. Примеры: метод Эйлера или любой метод выше первого порядка точности (по выбору студента).
11. Определения локальной погрешности, порядка точности, главного члена погрешности одношагового метода.



### Критерии оценивания результатов обучения

<i>Оценка</i>	<i>Критерии оценивания по экзамену</i>
<i>Высокий уровень «5» (отлично)</i>	<i>оценку «отлично» заслуживает студент, освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал без пробелов; выполнивший все задания, предусмотренные учебным планом на высоком качественном уровне; практические навыки профессионального применения освоенных знаний сформированы.</i>
<i>Средний уровень «4» (хорошо)</i>	<i>оценку «хорошо» заслуживает студент, практически полностью освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не оценены максимальным числом баллов, в основном сформировал практические навыки.</i>
<i>Пороговый уровень «3» (удовлетворительно)</i>	<i>оценку «удовлетворительно» заслуживает студент, частично с пробелами освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, многие учебные задания либо не выполнил, либо они оценены числом баллов близким к минимальному, некоторые практические навыки не сформированы.</i>
<i>Минимальный уровень «2» (неудовлетворительно)</i>	<i>оценку «неудовлетворительно» заслуживает студент, не освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не выполнил, практические навыки не сформированы.</i>

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## 5. Перечень учебной литературы, информационных ресурсов и технологий

### 5.1 Основная литература:

1. Бахвалов, Н.С. Численные методы учебное пособие / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков.— Москва : Издательство "Лаборатория знаний", 2015. — 639 с. <https://e.lanbook.com/book/70767>.

2. Волков, Е.А. Численные методы учебник / Е.А. Волков. — Санкт-Петербург : Лань, 2008. — 256 с. <https://e.lanbook.com/book/54>.

3. Демидович, Б.П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения учебное пособие / Б.П. Демидович, И.А. Марон, Э.З. Шувалова.— Санкт-Петербург : Лань, 2010. — 400 с. <https://e.lanbook.com/book/537>.

4. Турчак, Л.И. Основы численных методов учебное пособие / Л.И. Турчак, П.В. Плотников.. — Москва : Физматлит, 2002. — 304 с. <https://e.lanbook.com/book/2351>.

5. Рябенский, В.С. Введение в вычислительную математику учебное пособие / В.С. Рябенский. — Москва : Физматлит, 2008. — 288 с. <https://e.lanbook.com/book/2297>.

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах «Лань» и «Университетская библиотека ONLINE».

### **5.2 Дополнительная литература:**

1. Методы вычислительной математики учебное пособие / Г.И. Марчук. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 608 с. <https://e.lanbook.com/book/255>.

2. Функциональный анализ и вычислительная математика учебное пособие / В.И. Лебедев. — Москва : Физматлит, 2000. — 296 с. <https://e.lanbook.com/book/2243>.

3. Численные методы. Решения задач и упражнения учебное пособие / Н.С. Бахвалов, А.А. Корнев, Е.В. Чижонков. — Москва : Издательство "Лаборатория знаний", 2016. — 355 с. <https://e.lanbook.com/book/90239>.

4. Математическое программирование в примерах и задачах учебное пособие / И.Л. Акулич. — Санкт-Петербург : Лань, 2011. — 352 с. <https://e.lanbook.com/book/2027>.

5. Численные методы. Курс лекций учебное пособие / В.А. Срочко. — Санкт-Петербург Лань, 2010. — 208 с. <https://e.lanbook.com/book/378>.

6. Фаддеев, Д.К. Вычислительные методы линейной алгебры учебник / Д.К. Фаддеев, В.Н. Фаддеева.. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 736 с. <https://e.lanbook.com/book/400>.

### **5.2. Периодическая литература**

Использование периодической литературы не предусмотрено

### **5.3. Интернет-ресурсы, в том числе современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

#### **Электронно-библиотечные системы (ЭБС):**

1. ЭБС «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>

2. ЭБС «УНИВЕРСИТЕТСКАЯ БИБЛИОТЕКА ОНЛАЙН» [www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)

3. ЭБС «BOOK.ru» <https://www.book.ru>

4. ЭБС «ZNANIUM.COM» [www.znanium.com](http://www.znanium.com)

5. ЭБС «ЛАНЬ» <https://e.lanbook.com>

#### **Профессиональные базы данных:**

1. Web of Science (WoS) <http://webofscience.com/>

2. Scopus <http://www.scopus.com/>

3. ScienceDirect [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com)

4. Журналы издательства Wiley <https://onlinelibrary.wiley.com/>

5. Научная электронная библиотека (НЭБ) <http://www.elibrary.ru/>

6. Полнотекстовые архивы ведущих западных научных журналов на Российской платформе научных журналов НЭИКОН <http://archive.neicon.ru>

7. Национальная электронная библиотека (доступ к Электронной библиотеке диссертаций Российской государственной библиотеки (РГБ) <https://rusneb.ru/>

8. Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина <https://www.prilib.ru/>
9. Электронная коллекция Оксфордского Российского Фонда <https://ebookcentral.proquest.com/lib/kubanstate/home.action>
10. Springer Journals <https://link.springer.com/>
11. Nature Journals <https://www.nature.com/siteindex/index.html>
12. Springer Nature Protocols and Methods <https://experiments.springernature.com/sources/springer-protocols>
13. Springer Materials <http://materials.springer.com/>
14. zbMath <https://zbmath.org/>
15. Nano Database <https://nano.nature.com/>
16. Springer eBooks: <https://link.springer.com/>
17. "Лекториум ТВ" <http://www.lektorium.tv/>
18. Университетская информационная система РОССИЯ <http://uisrussia.msu.ru>

#### **Информационные справочные системы:**

1. Консультант Плюс - справочная правовая система (доступ по локальной сети с компьютеров библиотеки)

#### **Ресурсы свободного доступа:**

1. Американская патентная база данных <http://www.uspto.gov/patft/>
2. Полные тексты канадских диссертаций <http://www.nlc-bnc.ca/thesescanada/>
3. КиберЛенинка (<http://cyberleninka.ru/>);
4. Министерство науки и высшего образования Российской Федерации <https://www.minobrnauki.gov.ru/>;
5. Федеральный портал "Российское образование" <http://www.edu.ru/>;
6. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" <http://window.edu.ru/>;
7. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов <http://school-collection.edu.ru/> .
8. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (<http://fcior.edu.ru/>);
9. Проект Государственного института русского языка имени А.С. Пушкина "Образование на русском" <https://pushkininstitute.ru/>;
10. Справочно-информационный портал "Русский язык" <http://gramota.ru/>;
11. Служба тематических толковых словарей <http://www.glossary.ru/>;
12. Словари и энциклопедии <http://dic.academic.ru/>;
13. Образовательный портал "Учеба" <http://www.uceba.com/>;
14. Законопроект "Об образовании в Российской Федерации". Вопросы и ответы [http://xn--273--84d1f.xn--plai/voprosy\\_i\\_otvety](http://xn--273--84d1f.xn--plai/voprosy_i_otvety)

#### **Собственные электронные образовательные и информационные ресурсы КубГУ:**

1. Среда модульного динамического обучения <http://moodle.kubsu.ru>
2. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций <http://mschool.kubsu.ru/>
3. Электронный архив документов КубГУ <http://docspace.kubsu.ru/>

#### **6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

**Методические рекомендации преподавателям и студентам по составлению и выполнению лабораторных заданий по темам**

Все лабораторные задания предполагают написание, отладку и тестирование программы на одном из языков высокого уровня. Требования к программе: информация о решаемой задаче запрашивается в диалоговом режиме, программа должна быть оптимальна по объему вычислений (повторные вычисления полученных ранее величин недопустимы) и по объему памяти (например, в итерационных методах в памяти сохраняются только те члены последовательности, которые необходимы для ее продолжения). Требования к подбору тестовых примеров: простота, отсутствие заметных вычислительных погрешностей и, если возможно, отсутствие погрешности метода, в то же время тестовые примеры должны обладать общностью, достаточной для проверки алгоритма во всех возможных ситуациях.

Непосредственно на лабораторных занятиях студенты получают от преподавателя индивидуальное задание по конкретному численному методу, пишут программу, отлаживают и тестируют ее под контролем преподавателя. Большая часть лабораторных заданий приходится на самостоятельную работу: изучение теоретического материала по конспектам лекций и по основным источникам литературы, разработка алгоритма программной реализации метода, отладка программы на каком-либо языке высокого уровня (подбор тестовых примеров также входит в самостоятельную работу).

### **Требования к студентам при отчете по лабораторному заданию**

**1) Аппроксимация функций.** По материалам лекционного курса и по литературным источникам сформулировать постановку задачи: исходная информация о приближаемой функции, вид аппроксимирующей функции, понятие близости в выбранном методе аппроксимации, аргументация единственности решения задачи, теоретическая оценка погрешности, возможность практического контроля погрешности. Указать достоинства и недостатки выбранного метода аппроксимации в сравнении с другими методами при том же способе задания приближаемой функции.

**2) Численные методы решения скалярных уравнений.** Указать вид уравнения и требования к функции, необходимые для применения выбранного метода. Достаточные условия сходимости метода, его теоретическая оценка погрешности, возможность практического контроля сходимости и точности приближенного решения. Сравнение по скорости сходимости выбранного метода с аналогичными методами. В тестовом примере указать способ отделения корней.

**3) Методы численного интегрирования.** Знание алгебраической степени точности выбранного метода и скорости сходимости как функции количества узлов квадратуры. Указание класса функций, на котором квадратурный процесс сходится. Практическая оценка погрешности выбранного метода на соответствующем классе функций.

**4) Численные методы алгебры.** Задание одного из двух типов: метод решения алгебраической системы или полная проблема собственных значений.

По алгебраическим системам. В случае точного метода – знание количества арифметических операций, как функции числа уравнений. Способы уменьшения влияния вычислительных погрешностей. Контроль невырожденности матрицы. В случае итерационных методов – знание достаточных условий сходимости метода, возможность их проверки в алгоритме, практическая оценка погрешности.

По проблеме собственных значений в лекционном курсе излагаются как классические методы, основанные на построении характеристического полинома, так и современные методы приведения матрицы преобразованиями подобия к диагональному или треугольному виду. В лабораторных заданиях предлагаются к реализации метод вращений для симметричных матриц и QR-алгоритм для матриц общего вида. Программа должна контролировать погрешность итерационного метода для собственных значений, а также находить соответствующие приближенные собственные векторы.

**5) Способ Рунге – Кутты решения задачи Коши для одного обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка.** К реализации предлагаются методы

второго – четвертого порядков точности. В отчете каждый студент должен сформулировать определение понятия локальной погрешности и определение порядка точности одношагового метода, объяснить идею способа Рунге – Кутта построения одношаговых методов. Алгоритм предполагает задание оценки точности метода на шаге, основываясь на которой программа сама формирует сетку по правилу Рунге практической оценки погрешности. Обязательное требование – правый конец отрезка, на котором поставлена задача Коши, должен быть узловой точкой. Это необходимо для последующего применения метода решения задачи Коши к решению краевой задачи методом стрельбы.

**6) Метод Рунге – Кутта решения задачи Коши для системы двух уравнений первого порядка.** Модификация предыдущей программы с обобщением расчетных формул на случай системы уравнений первого порядка общего вида.

**7) Метод стрельбы решения краевой задачи для системы двух обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка с краевыми условиями общего вида.** В отчете студент должен пояснить идею применения метода решения задачи Коши к решению краевой задачи, в основе которой непрерывная зависимость решения системы от начальных данных. Программа в диалоговом режиме должна помочь пользователю подобрать начальные значения пристреливаемого параметра. Результат работы программы – две сеточные функции решения задачи Коши со значением пристрелянного с заданной точностью параметра.

**8) Метод сеток решения дифференциальных задач в частных производных.** Данное задание относится к контролируемой самостоятельной работе.

В качестве лабораторных заданий предлагаются задачи Коши или смешанные краевые задачи для уравнения теплопроводности или волнового уравнения с одной пространственной переменной. Желающие могут разработать алгоритм решения краевой задачи для уравнения Пуассона в прямоугольнике. В отчете о выполнении задания обязательно знание определений основных понятий теории разностных схем: аппроксимации, устойчивости, сходимости. Для реализованного метода должны быть указаны условия устойчивости и порядок аппроксимации.

**9) Численные методы решения интегральных уравнений.** Численные методы решения интегральных уравнений Фредгольма или Вольтерра второго рода: метод механических квадратур, метод замены ядра на вырожденное, Линейная аппроксимация решений кусочно-постоянными либо кусочно-линейными функциями, определение коэффициентов методом коллокаций.

Содержание самостоятельной работы описано выше. Форма контроля – устный отчет преподавателю с демонстрацией работы программы на собственных тестовых примерах и на примерах, предлагаемых преподавателем.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

## 7. Материально-техническое обеспечение по дисциплине (модулю)

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, специально оборудованная мультимедийными демонстрационными комплексами, учебной мебелью

2.	Лабораторные занятия	Помещение для проведения лабораторных занятий оснащенное учебной мебелью, персональными компьютерами с доступом к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации
3.	Групповые (индивидуальные) консультации	Помещение для проведения групповых (индивидуальных) консультаций, учебной мебелью, оснащенное презентационной техникой (проектор, экран, ноутбук) и соответствующим программным обеспечением
4.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Помещение для проведения текущей и промежуточной аттестации, оснащенное учебной мебелью, персональными компьютерами с доступом к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации
5.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета