

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кубанский государственный университет»

Факультет компьютерных технологий и прикладной
математики Кафедра вычислительных технологий

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе,
качеству образования – первый
проректор
Хагуров Т.А.
подпись

«31» мая 2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ Б1.О.04 «Комбинаторный анализ»

Направление

подготовки/специальность 02.03.02 **Фундаментальная информатика и информационные технологии**

(код и наименование направления подготовки/специальности)

Направленность (профиль) /специализация

Математическое и программное обеспечение компьютерных технологий

Программа подготовки академический бакалавриат

Форма обучения очная

Квалификация выпускника бакалавр

Краснодар 2024

Рабочая программа дисциплины «Комбинаторный анализ» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии

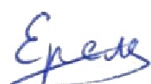
Программу составил(а):

Руденко О.В., доцент, канд.тех.наук
Ф.И.О. , должность, ученая степень, ученое звание


подпись

Рабочая программа дисциплины «Комбинаторный анализ» утверждена на заседании кафедры Вычислительных технологий протокол № 7 от «3 » мая 2024 г.

и.о.заведующего кафедрой (разработчика) Еремин А.А.
(фамилия, инициалы)


подпись

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета Компьютерных Технологий и Прикладной Математики протокол № 3 от «21» мая 2024 г

Председатель УМК факультета Коваленко А.В.

фамилия, инициалы


подпись

Рецензенты:

Гаркуша О.В., доцент кафедры информационных технологий ФБГОУ ВО «Кубанский государственный университет», кандидат физико-математических наук.

Авакимян Н.Н., доцент ККТиС КубГАУ , к.ф.-м.н., доцент

1. Цели и задачи освоения дисциплины

1.1 Цель освоения дисциплины

Учебная дисциплина «Комбинаторный анализ» предназначена для изучения классических математических дискретных моделей.

Целью преподавания и изучения дисциплины «Комбинаторный анализ» является овладение студентами математическим аппаратом, применяемым в фундаментальной математике и информатике, и служащим основой для разработки информационных технологий.

1.2 Задачи дисциплины

В результате освоения данной компетенции студент должен:

знать основные понятия, методы, алгоритмы и средства комбинаторного анализа.

уметь применять теории, методы, алгоритмы комбинаторного анализа;

владеть знаниями теории, методов, алгоритмов комбинаторного анализа для решения теоретических проблем фундаментальной информатики и практических задач информационных технологий.

1.3. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Курс «Комбинаторный анализ» относится к обязательной части блока Б1 Дисциплины (модули) и является обязательной дисциплиной.

Для изучения дисциплины студент должен владеть знаниями, умениями и навыками полученными в дисциплинах - «Дискретная математика», «Алгебра», «Основы программирования», «Дифференциальное исчисление», «Теория графов и ее приложения», «Интегральное исчисление», «Методы программирования», «Функциональные последовательности и ряды». Знания, умения и навыки, полученные студентами в дисциплине «Комбинаторный анализ» являются обязательными для изучения дисциплин «Основы теории вероятностей и статистических методов», «Основы компьютерной лингвистики», «Основы компьютерного моделирования», «Методы поисковой оптимизации», «Функциональное и логическое программирование», «Оценка сложности алгоритмов», «Криптографические протоколы».

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих **компетенций**:

Код и наименование индикатора	Результаты обучения по дисциплине (<i>знает, умеет, владеет (навыки и/или опыт деятельности)</i>)
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	
Формулировки индикаторов	
ОПК-1.1. Знает основные положения и концепции в области математических и естественных наук, Базовые теории и истории основного, теории коммуникации; знает основную терминологию.	

Код и наименование индикатора	Результаты обучения по дисциплине (<i>знает, умеет, владеет (навыки и/или опыт деятельности)</i>)
ОПК-1.2. Умеет осуществлять первичный сбор и анализ материала, интерпретировать различные математические объекты.	
ОПК-1.3. Имеет практический опыт работы с решением стандартных математических задач и применяет его в профессиональной деятельности.	

Результаты обучения по дисциплине достигаются в рамках осуществления всех видов контактной и самостоятельной работы обучающихся в соответствии с утвержденным учебным планом.

Индикаторы достижения компетенций считаются сформированными при достижении соответствующих им результатов обучения.

2. Структура и содержание дисциплины

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 5 зач.ед. (180 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице (*для студентов ОФО*)

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры (часы)			
		3			
Контактная работа в том числе:	88,5	88,5			
Аудиторные занятия (всего):	84	84			
В том числе:					
Занятия лекционного типа	34	34			
Занятия семинарского типа (семинары, практ. занятия)					
Лабораторные занятия	50	50			
Иная контрольная работа					
Контроль самостоятельной работы	4	4			
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,5	0,5			
Самостоятельная работа (всего)	55,8	55,8			
В том числе:					
Курсовая работа					
<i>Самостоятельное изучение разделов, самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий,</i>	25	25			
<i>Подготовка к лабораторным и практическим занятиям.)</i>	25	25			
<i>Подготовка к текущему контролю</i>	5,8	5,8			
Контроль:	35,7	35,7			
Подготовка к экзамену:	35,7	35,7			
Общая трудоёмкость час	180	180			
в т.ч. контактная работа	88,5	88,5			
зач. ед.	5	5			

2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоёмкости по разделам дисциплины. Разделы дисциплины, изучаемые в _3_ семестре (*очная форма*)

2.3 Содержание разделов дисциплины:

№	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	КСР	ЛР	
1	2	3	4	5	6	7
1	Раздел 1. Решение классических комбинаторных задач	26	2		14	10
2	Раздел 2. Рекуррентные соотношения и производящие функции.	32	8		12	12
3	Раздел 3. Комбинаторные объекты.	22	8		6	8
4	Раздел 4. Исчисление графов	26	8		8	10
5	Раздел 5. Комбинаторные алгоритмы	33,8	8		10	15,8
	Итого по разделам дисциплины		34		50	55,8
	Контроль самостоятельной работы(КСР)	0,5				
	Промежуточная аттестация (ИКР)	4				
	Подготовка к экзамену	35.7				
	<i>Итого по дисциплине:</i>	180				

2.3.1 Занятия лекционного типа

№ раздела	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля	Разработано с участием представителей работодателей
1	2	3	4	5
1	Раздел 1. Решение классических комбинаторных задач	1. Комбинаторные объекты. 2. Разбиение множества на части. 3. Решение комбинаторных задач пересчета. 4. Формула включений исключений.		
2	Раздел 2. Рекуррентные соотношения и производящие функции.	1. Понятие рекуррентного соотношения. 2. Линейные однородные рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами 3. Линейная независимость последовательностей. 4. Линейное пространство решений ЛОРС 5. Теорема об общем решении ЛОРС в случае различных корней 6. Теоремы об общем решении ЛОРС 7. Понятие ЛНРС. Теорема о структуре общего решения 8. Решение ЛНРС с фиксированной правой частью 9. Понятие производящей функции. Примеры. Свойства. 10. Применение производящих функций для решения ЛОРС 11. Применение производящих функций для решения ЛНРС		

		12. Применение производящих функций для решения ЛОРС с переменными коэффициентами		
3	Раздел 3. Комбинаторные объекты	1. Группа подстановок 2. Циклы 3. Индекс подстановки 4. Вектор инверсий 5. Задача о беспорядках. 6. Функция Мебиуса. Лемма. 7. Теорема об обращении Мебиуса 8. Расчет количества циклических последовательностей 9. Задача о беспорядках. 10. Задача о супружеских парах. 11. Числа Стирлинга 1 рода 12. Числа Стирлинга 2 рода 13. Числа Бэлла 14. Задачи разбиения множества 15. Задача разбиения числа 16. Числа Каталана		
4	Раздел 4. Исчисление графов	1. Количество неориентированных графов 2. Количество ориентированных графов 3. Количество связных графов 4. Количество связных графов с заданным условием 5. Количество Эйлеровых r -графов 6. Количество Эйлеровых (r,q) -графов 7. Количество блоков 8. Количество k -раскрашиваемых r -графов 9. Количество неориентированных помеченных ациклических r -графов 10. Количество ориентированных помеченных ациклических r -графов 11. Эйлеровы контуры в орграфах 12. Введение в исчисление непомеченных графов		
5.	Раздел 5. Комбинаторные алгоритмы	1. Генерация перестановок и подмножеств, размещений сочетаний с повторениями и без повторений, 2. Генерация случайных комбинаторных объектов Генерация разбиений чисел и множеств		

2.3.2. Занятия семинарского типа

Занятия семинарского типа – не предусмотрены.

2.3.3. Лабораторные занятия

№ работы	№ раздела дисциплины	Наименование лабораторных работ	Форма текущего контроля
1	1	Решение простейших комбинаторных задач	
2	1	Решение комбинаторных задач	ЛП1
3	1	Применение формулы включений исключений.	

4	1	Решение комбинаторных задач с помощью построения дерева альтернатив.	
5	1	Решение комбинаторных задач с помощью построения дерева альтернатив.	ЛП2
6	1	Решение комбинаторных задач с помощью построения дерева альтернатив.	ИЗ1
7	1	Решение классических комбинаторных задач.	КР1
8	2	ЛОРС с постоянными коэффициентами	ЛТ1
9	2	ЛНРС с постоянными коэффициентами	
10	2	ПФ. Применение ПФ для решения ЛОРС	ЛП3
11	2	ПФ. Применение для решения ЛНРС	ЛП4
12	2	ПФ. Применение для решения ЛНРС с переменными коэффициентами	ИЗ2
13	2	Решение рекуррентных соотношений и исследование свойств производящих функций	КР2
14	3	Подстановки	ЛТ2
15	3	Функция мебиуса	
16	3	Комбинаторные числа и задачи	ЛП5
17	4	Количество помеченных графов	
18	4	Количество непомеченных графов	ЛТ3
19	4	Количество непомеченных графов	ЛП6
20	4	Комбинаторные числа и исчисление графов	КР3
21	5	Генерация размещений и перестановок	ЛТ4
22	5	Генерация комбинаторных объектов	ИЗ3
23	5	Генерация слов над заданным алфавитом	ЛП7
24	5	Генерация графов	ЛТ5
25	5	Генерация графов, удовлетворяющих условиям	ИЗ4, ИЗ5

2.3.3 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Учебным планом не предусмотрены.

2.3.4 Расчетно-графические задания

Учебным планом не предусмотрены.

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Раздел 1. Решение классических комбинаторных задач	Источники основной и дополнительной литературы, ИЗ1
2	Раздел 2. Рекуррентные соотношения и производящие функции.	Источники основной и дополнительной литературы, ИЗ2

3	Раздел 3. Комбинаторные объекты.	Источники основной и дополнительной литературы, ИЗЗ
4	Раздел 4. Исчисление графов	Источники основной и дополнительной литературы, ИЗЗ
5	Раздел 5. Комбинаторные алгоритмы	Источники основной и дополнительной литературы, ИЗ4,ИЗ5

Пример варианта индивидуальных заданий по дисциплине

Индивидуальное задание
№ 1

1. В каждой задаче проверить существование комбинаторного объекта и до расчетов **привести пример** одного объекта.
2. В задачах 1, 2 и 12 **привести условия**, которым должны удовлетворять параметры, чтобы требуемый комбинаторный объект существовал.
3. В задачах 1 и 2 привести пример **трех наборов** параметров и **рассчитать итоговые значения** для этих наборов.
4. В задаче 3 перебрать все возможные альтернативы и получить **итоговое числовое значение**.
5. В задаче 4 в решении преобразовать полученную формулу расчета **до арифметических операций** и показать итоговое числовое значение.
6. В задачах 5, 6, 13, 14 и 15 построить дерево различных альтернатив и довести до конца **две ветки**, указав пояснения к каждой из альтернатив.
7. В задаче 7 получить **числовое значение**.
8. В задачах 8-11 построить **полную формулу** расчета количества вариантов, упрощения и вычисления **не** требуются.
9. В задаче 12 **максимально упростить** полученную формулу.

Вар №	Задачи
1	1. Сколько существует слов алфавита $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h, j, k\}$ длины n , в которых ровно две буквы повторяются по k раз, остальные буквы не повторяются?
	2. Сколько существует слов алфавита $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h, j, k\}$ длины n , в которых одна буква повторяется не более k раз, другая буква не менее m раз, остальные буквы не повторяются?
	3. Сколько существует слов алфавита $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h, j, k\}$ длины 12, состоящих из 5 различных букв?
	4. Сколько существует целых неотрицательных решений уравнения $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 = 37$, таких, что $x_1 \geq 3, x_2 \leq 4, x_3 \geq 5, x_4 \leq 3, x_5 < 6, x_6 > 1, x_7 > -1$?
	5. Сколько существует пар слов латинского алфавита длины 16, в которых ровно на 6 позициях повторяются символы, встречается ровно 6 общих символов и символы последних трех позиций первого слова встречаются на первых трех позициях второго?
	6. Сколько существует способов раздать трем участникам карточной игры по 6 карт из колоды в 52 так, что у первых двух игроков встречаются ровно три общих достоинства, у второго и третьего игроков есть ровно одна общая масть, а у первого и третьего игроков ни одной общей масти?
	7. Сколько существует слов русского алфавита, составленных перестановкой букв слова МАДАГАСКАР?

	8. Сколько существует слов русского алфавита, длины не меньше 7 и не больше 12, составленных из букв слова МАДАГАСКАР?
Вар №	Задачи
	9. В колоде 36 карт, наугад берут 10 карт, сколько существует вариантов взять карты только двух мастей?
	10. Сколько существует слов длины 10, в которых ровно две буквы повторяются более 3 раз?
	11. Для анализа системы безопасности организации специалист пытается получить доступ к серверу базы данных. Ему стало известно, что пароль пользователя root состоит из 12 символов, причем различных только 4 символа. Сколько различных паролей необходимо перебрать?
	12. Дано множество U из n элементов и в нем подмножество A из m элементов. Определите число подмножеств $B \subseteq U$, $ B \cap A = 2$.
	13. Сколько существует различных троек слов длины 8 латинского алфавита, в которых в первых двух словах повторяются символы на двух позициях, а во втором и третьем словах встречаются три общих символа, при этом в первом и третьем словах посимвольно буквы не повторяются?
	14. Сколько существует пар слов латинского алфавита длины 12, в которых ровно на пяти позициях совпадают символы и присутствует ровно три общих для них символа?
	15. Сколько существует перестановок из 10 элементов, в которых не меньше 3 элементов не меньше своих номеров?

Индивидуальные задания № 2.

1. Для заданных ЛОРС найти общее решение двумя способами по теоремам и с помощью производящих функций.

Вар №	№	Задача
1	1.1	$a_{n+2} = 9a_{n+1} - 20a_n$
	1.2	$a_{n+2} = 6a_{n+1} + 7a_n$
	1.3	$a_{n+2} = 8a_{n+1} - 16a_n$
	1.4	$a_{n+2} = -12a_{n+1} - 36a_n$
	1.5	$a_{n+3} = 12a_{n+2} - 48a_{n+1} + 64a_n$
	1.6	$a_{n+3} = a_{n+2} + 9a_{n+1} - 9a_n$
	1.7	$a_{n+3} = 6a_{n+2} - 32a_n$

- Для заданных ЛОРС найти частное решение двумя способами по теоремам и с помощью производящих функций.

Вар №	№	Задача
1	2.1	$a_{n+2} = 10a_{n+1} - 21a_n, a_1 = 13, a_2 = 67$
	2.2	$a_{n+2} = 12a_{n+1} - 36a_n, a_1 = 24, a_2 = 180$
	2.3	$a_{n+3} = 2a_{n+2} + 5a_{n+1} - 6a_n, a_1 = -5, a_2 = 13, a_3 = 7$

Для заданных ЛНРС найти общее решение

Вар №	№	Задача
1	3.1	$a_{n+2} = -4a_{n+1} - 15a_n + n^2 - n^3$
	3.2	$a_{n+3} = 7a_{n+2} - 16a_{n+1} + 12a_n + n2^n - n^2 3^n$
	3.3	$a_{n+3} = 15a_{n+2} - 74a_{n+1} + 120a_n - n^2(3^n + 4^n) + n(3^n - 2^n)$

4. Для заданных линейных однородных рекуррентных соотношений с переменными коэффициентами построить дифференциальное уравнение для нахождения производящей функции

Вар №	№	Задача
1	4.1	$a_{n+2} = na_{n+1} - 2^n a_n, a_0 = 1, a_1 = 5$
	4.2	$a_{n+2} = n^2 a_{n+1} + n2^n a_n, a_0 = 1, a_1 = 5$
	4.3	$a_{n+2} = (n+1)^2 a_n, a_0 = 1, a_1 = 5$

Индивидуальное задание № 3

Замечание к выполнению.

1. В каждой задаче получить число.

Вар №	Задачи
1	9.1.1. Дано множество $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h, j, k\}$. Сколько существует способов разбить его на 3 неименованных множества?
	9.1.2. Дано множество $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h, j, k\}$. Сколько существует способов разбить его на 3 именованных множества?
	9.1.3. Дано множество $A = \{a, a, a, a, a, a, a, a, a, a\}$. Сколько существует способов разбить его на 3 неименованных множества?
	9.1.4. Дано множество $A = \{a, a, a, a, a, a, a, a, a, a\}$. Сколько существует способов разбить его на 3 именованных множества?
	9.1.5. Построить все подстановки на множестве цифр, содержащих 3 независимых цикла.
	9.2.1. Сколько существует связных графов из 8 вершин?
	9.2.2. Сколько существует эйлеровых графов из 8 вершин?
	9.2.3. Сколько существует графов из 8 вершин, которые можно раскрасить в 3 цвета?
	9.2.4. Сколько существует блоков из 8 вершин?

Индивидуальная задача № 4

Замечание к выполнению.

1. Подготовить заранее 3 примера реализации для задач 1 и 2, данные примеры взять из задач 1 и 2 ИЗ № 1.
2. Подготовить расчеты для задач 3, 4, 5 сверить данные значения с задачами 3, 4 и 7 из ИЗ № 1.
3. Выгрузку данных выполнять в файл.
4. В задачах 1 и 2 обеспечить выполнимость условий, при которых комбинаторный объект будет существовать, то есть если пользователь вводит некорректные данные, ему необходимо об этом

сообщить и попросить ввести данные заново.

Вар №	Задачи
1	1. Составить программный продукт для ПЭВМ, который составляет и выводит в файл все слова алфавита $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h, j, k\}$ длины n , в которых ровно две буквы повторяются по k раз, остальные буквы не повторяются.
	2. Составить программный продукт для ПЭВМ, который составляет и выводит в файл все слова алфавита $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h, j, k\}$ длины n , в которых одна буква повторяется не более k раз, другая буква не менее m раз, остальные буквы не повторяются.
	3. Составить программный продукт для ПЭВМ, который составляет и выводит в файл все слова алфавита $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h, j, k\}$ длины 12, состоящих из 5 различных букв.
	4. Составить программный продукт для ПЭВМ, который составляет и выводит в файл все целые неотрицательные решения уравнения $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 = 37$, такие, что $x_1 \geq 3, x_2 \leq 4, x_3 \geq 5, x_4 \leq 3, x_5 < 6, x_6 > 1, x_7 > -1$.
	5. Составить программный продукт для ПЭВМ, который составляет и выводит в файл все слова русского алфавита, составленные перестановкой букв слова МАДАГАСКАР.

Индивидуальное задание № 5

Замечание к выполнению.

1. Каждую задачу необходимо реализовать на произвольно выбранном языке программирования.
2. Вывод комбинаторных объектов ОБЯЗАТЕЛЬНО осуществляется в файл. Количество комбинаторных объектов должно совпадать с числом, полученным при выполнении соответствующей задачи из ИЗ № 3.
3. Каждая задача должна быть выложена на личный git-репозиторий отдельным коммитом(можно несколькими). Каждый коммит должен быть подробно описан, код формирования комбинаторных объектов прокомментирован.
4. Если задача не выложена на git-репозиторий, она не защищается, если все задачи выложены в один коммит, задачи не принимаются, если все коммиты выполнены за один час, задачи не принимаются.

Вар №	Задачи
1	9.1.1. Дано множество $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h, j, k\}$. Построить все возможные способы разбить его на 3 неименованных множества
	9.1.2. Дано множество $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h, j, k\}$. Построить все возможные способы разбить его на 3 именованных множества
	9.1.3. Дано множество $A = \{a, a, a, a, a, a, a, a, a, a\}$. Построить все возможные способы разбить его на 3 неименованных множества
	9.1.4. Дано множество $A = \{a, a, a, a, a, a, a, a, a, a\}$. Построить все возможные способы разбить его на 3 именованных множества
	9.1.5. Построить все подстановки на множестве цифр, содержащих 3 независимых цикла.
	9.2.1. Построить все связные графы из 8 вершин
	9.2.2. Построить все эйлеровы графы из 8 вершин
	9.2.3. Построить все графы из 8 вершин, которые можно раскрасить в 3 цвета
	9.2.4. Построить все блоки из 8 вершин

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа, Для лиц с нарушениями слуха:
- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3. Образовательные технологии

Семестр	Вид занятия (Л, ПР, ЛР)	Используемые интерактивные образовательные технологии	Количество часов
7	Л	Компьютерные презентации и обсуждение	14
	ЛР	Разбор конкретных ситуаций (задач), тренинги по решению задач, компьютерные симуляции (программирование алгоритмов)	14
	КСР	Контрольная работа	4
Итого:			32

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля

Фонд оценочных средств дисциплины состоит из средств текущего контроля выполнения задач на лабораторных работах, средств итоговой аттестации (зачет и экзамен в 3 семестре).

Контроль успеваемости осуществляется в форме проверки решения задач студентами. Каждая задача относится к одной из приведенных тем и может быть одного из следующих типов.

Тип 1. Практические работы. Проводятся на лабораторных занятиях, время от 5 до 15 минут на работу. Условное обозначение ЛПЗ («летучка» практика № 3). В каждой работе от 1 до 4 заданий в зависимости от уровня сложности задач в работе и материала на соответствующем лабораторном занятии.

Тип 2. Теоретические работы. Проводятся на лабораторных занятиях, время от 10 до 25 минут на работу. Условное обозначение ЛТЗ («летучка» теория № 3). Преподаватель дисциплины самостоятельно решает, когда провести такую работу с учетом пройденного материала на лекции и сложности изучаемого материала на каждой конкретной лабораторной работе. В каждой работе от 2 до 4 вопросов. Один вопрос на одну лекцию. К завершению курса студент проходит такие опросы по всем лекциям.

Тип 3. Домашние работы. Условное обозначение ДЗ. Проверка каждого домашнего задания каждого студента не проводится, так как соответствующие задания включены в практические работы и оценивается то, как студент фактически научился их решать. Но некоторые особенно важные задачи выделяются преподавателем на проверку отдельно.

Тип 4. Индивидуальные задания. В случае, когда необходимо обеспечить выполнение каждым студентом набор типовых заданий, такие задания выделяются в индивидуальные задания для каждого

студента по вариантам. Задания выполняются дома. Каждая из задач должна быть защищена. На лабораторных работах выделяется время для защиты заданий: пять минут на студента. Комплексная защита работ осуществляется на зачетной неделе.

Тип 5. Контрольные работы. Ключевые и наиболее сложные с точки зрения понимания общего подхода к решению задачи выделяются в контрольные работы. Каждая контрольная работа содержит от 5 до 8 заданий.

Далее будут подробно разобраны каждые из указанных типов работ с тематикой задач и указанием общей темы (в скобках)

4.1.1. Практические работы

ЛП1. (зад)

Задание 1. Решение комбинаторных задач на применение правила умножения.

Задание 2. Решение игровых комбинаторных задач.

Задание 3. Расчет количества слов заданной структуры.

ЛП2. (зад)

Задание 1. Расчет количества множеств. (комб)

Задание 2. Расчет количества троек слов для одной ветви дерева альтернатив. (комб)

ЛП3.

Задание 1. Нахождение общего решения ЛОРС. (РСиПФ)

Задание 2. Нахождение частного решения ЛОРС (высокий порядок) (РСиПФ)

Задание 3. Нахождение общего решения ЛНРС (низкая степень, простая правая часть) (РСиПФ)

ЛП4.

Задание 1. Нахождение производящей функции последовательности. (РСиПФ)

Задание 2. Нахождение производящей функции последовательности, заданной ЛОРС (РСиПФ)

Задание 3. Нахождение частного решения ЛОРС с помощью производящей функции (РСиПФ)

ЛП5. (объекты)

Задание 1. Вектор инверсий

Задание 2. Операции над подстановками.

Задание 3. Разложение подстановки.

ЛП6. (графы)

Задание 1. количество циклических последовательностей

Задание 2. Решение комбинаторных задач

Задание 3. Количество графов

ЛП7. (алг)

Задание 1. Генерация всех комбинаторных последовательностей

Задание 2. Генерация всех слов

Задание 3. Построение случайного комбинаторного объекта

4.1.2. Теоретические работы.

ЛТ10.

Задание 1. Лекция 27 (зад) Введение в комбинаторику

Задание 2. Лекция 28 (РСиПФ) Рекуррентные соотношения

Задание 3. Лекция 29 (РСиПФ) Общее решение ЛРС

ЛТ11.

Задание 1. Лекция 30 (РСиПФ) Производящие функции

Задание 2. Лекция 31 (объекты) Перестановки. Алгебра подстановок

Задание 3. Лекция 32 (объекты) Формула включений исключений

ЛТ12.

- Задание 1. Задание 33. (объекты) Комбинаторные числа и задачи
- Задание 2. Лекция 34 (графы) Введение в исчисление графов
- Задание 3. Лекция 35 (графы) Исчисление связных графов

ЛТ13.

- Задание 1. Задание 36. (графы) Исчисление циклов
- Задание 2. Лекция 37. (графы) Введение в исчисление непомеченных графов
- Задание 3. Лекция 38 (алг) Алгоритмы порождения перестановок

ЛТ14.

- Задание 1. Лекция 39 (алг) Алгоритмы генерации подмножеств
- Задание 2. Лекция 40 (алг) Генерация случайных комбинаторных объектов
- Задание 3. Лекция 41 (алг) Генерация разбиений чисел и множеств

4.1.3. Домашние работы

- Домашнее задание 1. (алг) ЛР21
- Домашнее задание 2. (алг) ЛР22
- Домашнее задание 3. (алг) ЛР23
- Домашнее задание 4. (алг) ЛР24

Задание 1. Решить 6 задач. Результат записывать в файл.

Дано множество. Построить все размещения с повторениями по k элементов.

Дано множество. Построить все перестановки.

Дано множество. Построить все размещения по k элементов.

Дано множество. Построить все подмножества.

Дано множество. Построить все сочетания по k элементов.

Дано множество. Построить все сочетания с повторениями.

Задание 2. - Дано множество $\{a,b,c,d,e,f\}$. Построить все слова длины 5, в которых ровно две буквы а. Вывод в файл.

- Дано множество $\{a,b,c,d,e,f\}$. Построить все слова длины 5, в которых ровно 2 буквы а, остальные буквы не повторяются. Вывод в файл.

Задание 3. - Дано множество $\{a,b,c,d,e,f\}$. Построить все слова длины 5, в которых ровно одна буква повторяется 2 раза, остальные буквы не повторяются. Вывод в файл.

- Дано множество $\{a,b,c,d,e,f\}$. Построить все слова длины 6, в которых ровно 2 буквы повторяются 2 раза, остальные буквы не повторяются. Вывод в файл.

Задание 4. - Дано множество $\{a,b,c,d,e,f\}$. Построить все слова длины 7, в которых ровно 1 буква повторяется 2 раза, ровно одна буква повторяется 3 раза остальные буквы не повторяются. Вывод в файл.

- Дано множество $\{a,b,c,d,e,f\}$. Построить все слова длины 9, в которых ровно 2 буквы повторяются 2 раза, ровно одна буква повторяется три раза, остальные буквы не повторяются. Вывод в файл.

Задание 5. - Дано множество $\{a,b,c,d,e,f\}$. Построить все слова длины 4, в которых больше двух букв а. Вывод в файл.

- Дано множество $\{a,b,c,d,e,f\}$. Построить все слова длины 7, в которых больше двух букв а. Вывод в файл.

Задание 6. - Дано множество $\{a,b,c,d,e,f\}$. Построить все слова длины 7, в которых ровно 4 различных буквы. Минимизировать перебор*. Вывод в файл.

Задание 7. - Получить все возможные помеченные неориентированные (p,q) графы в виде таблицы смежности вершин. Параметры графа задаются пользователем.

- Получить все возможные помеченные графы порядка p в виде таблицы смежности вершин. Параметры графа задаются пользователем.

Задание 8. - Построить алгоритм проверки, является преобразование из графа 1 в граф 2 автоморфизмом. Графы вводятся в виде таблицы смежности вершин.

Задание 9. - Для заданного графа вывести в виде подстановки все возможные автоморфизмы. Граф задается таблицей смежности вершин.

Задание 10. - Для заданного графа вывести все возможные способы его пометить в виде таблицы

смежности вершин

Задание 11. - Получить все возможные помеченные ориентированные (p,q) графы в виде таблицы смежности вершин. Параметры графа задаются пользователем.

Задание 12. - Получить все возможные помеченные ориентированные графы порядка p в виде таблицы смежности вершин. Параметры графа задаются пользователем.

Каждая задача должна быть выполнена, выложена на личный гит-репозиторий и защищена.

4.1.4. Индивидуальные задания

Индивидуальное задание 1. (зад)

1. Решение комбинаторной задачи с параметрами с помощью правила умножения
2. Решение комбинаторной задачи с параметрами с помощью правила сложения.
3. Расчет количества слов заданного алфавита с заданными количествами символов.
4. Расчет количества решений уравнения
5. Расчет количества троек/пар слов с условиями на позиции символов и части слов (задача на построения двух ветвей в дереве альтернатив)
6. Расчет количества игровых ситуаций (задача на построения двух ветвей в дереве альтернатив)
7. Расчет количества перестановок с повторениями
8. Перебор альтернатив.
9. Решение комбинаторной задачи на правило сложения
10. Расчет количества игровых ситуаций
11. Расчет количества слов заданной структуры
12. Расчет количества множеств заданной структуры
13. Расчет количества пар/троек слов с условиями встречаемости символов (задача на построения двух ветвей в дереве альтернатив)
14. Расчет количества пар слов с условиями на позиции символов (задача на построения двух ветвей в дереве альтернатив)
15. Расчет количества перестановок заданной структуры (задача на построения двух ветвей в дереве альтернатив)

Индивидуальное задание 2. (РСиПФ)

1. Решение задач на построение общего решения ЛОРС с помощью теорем и производящих функций (7 примеров)
2. Решение задач на построение частного решения ЛОРС с помощью теорем и производящих функций (3 примера)
3. Решение задач на построение общего решения ЛНРС с фиксированной правой частью (3 примера)
4. Решение задач на построение дифференциального уравнения для нахождения производящей функции последовательности, заданной линейным рекуррентным соотношением второго порядка с переменными коэффициентами (3 примера)

Индивидуальное задание 3.

1. Расчет количества комбинаторных объектов заданной структуры. (объекты)
2. Расчет количества графов заданной структуры (графы)

Индивидуальное задание 4. (алг)

1. Алгоритмическое построение всех решений комбинаторной задачи с параметрами с помощью правила умножения
2. Алгоритмическое построение всех решений комбинаторной задачи с параметрами с помощью правила сложения.
3. Алгоритмическое построение всех слов заданного алфавита с заданными количествами символов.
4. Алгоритмическое построение всех решений уравнения
5. Алгоритмическое построение всех перестановок с повторениями

Индивидуальное задание 5. (алг)

1. Построение алгоритма формирования всех комбинаторных объектов заданной структуры (разбиение множества, разбиение числа, подстановки, беспорядки)
2. Построение всех графов заданной структуры.

4.1. 5 Контрольные работы

Контрольная работа № 1. (зад)

- Задание 1. Расчет количества множеств.
- Задание 2. Расчет количества целочисленных решений уравнения. (комб)
- Задание 3. Расчет количества перестановок с заданными условиями (комб)
- Задание 4. Расчет количества пар слов для одной ветви дерева альтернатив
- Задание 5. Расчет количества троек слов для одной ветви дерева альтернатив
- Задание 6. Построение дерева альтернатив решения комбинаторной задачи

Контрольная работа № 2. (РСиПФ)

- Задание 1. Нахождение общего решения ЛНРС с помощью теорем (РСиПФ)
- Задание 2. Нахождение частного решения ЛНРС с помощью теорем
- Задание 3. Свойства производящих функций
- Задание 4. Разложение рациональной функции на сумму простейших дробей
- Задание 5. Нахождение частного решения ЛНРС с помощью производящих функций
- Задание 6. Получение дифференциального уравнения для нахождения производящей функции последовательности, заданной линейным рекуррентным соотношением второго порядка с переменными коэффициентами

Контрольная работа № 3.

- Задание 1. (объект) Номер подстановки
- Задание 2. (объект) Функция Мёбиуса
- Задание 3. (объект) Вычисление комбинаторных чисел
- Задание 4. (граф) Группы автоморфизмов графа
- Задание 5. (граф) Количество графов, которые можно раскрасить в заданное количество цветов
- Задание 6. (граф) Количество Эйлеровых графов или блоков

4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Вариант работ для получения зачетаЗадание на зачет в 3 семестре по дисциплине

«Комбинаторный анализ» направления 02.03.02 ФИИТ ФКТыПМ

Вариант № 1.Практика

ЛП1.1. (комб). Пароль состоит из ПРОПИСНЫХ букв русского алфавита. Сколько существует паролей длины 10, при условии, что в пароле одна буква встречается три раза, две буквы встречаются по 2 раза и больше буквы не повторяются?

ЛП1.2. (комб). Сколько существует различных паролей длины 8, в которых ровно 4 различных символа? (Пароль состоит из прописных букв латинского алфавита).

ЛП1.3. (комб). Ключ криптограммы состоит из блоков длиной 2 слова (4 байта), записанных в 16 системе счисления (0,1,...,9,A,B,C,D,E,F). Криптоаналитику стало известно, что один из блоков состоит только из символов 6,B,C,D. Сколько подобных блоков необходимо перебрать аналитику, чтобы получить точную составляющую ключа?

ЛП2.1. (комб). Дано множество U из n элементов и в нем подмножество A из m элементов. Определите число подмножеств $B \subseteq U$, $|B \setminus A| = 3, |A \setminus B| = 4$.

ЛП2.2. (комб). Сколько натуральных неотрицательных корней имеет уравнение $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 20$, если $x_1 < 4, x_2 < 5, x_3 < 6$?

ЛП2.3. (комб). Сколько существует перестановок длины 9, где элементы 1,2 и 3 стоят не на своих

местах, а элементы 5 и 6 на своих?

ЛП3.1. (комб). Сколько существует различных троек слов длины 12 латинского алфавита, в которых в каждой паре слов есть 2 или 3 одинаковых символа?

ЛП4.1. (комб). Найти количество пар слов длины 10, в которых 5 общих букв и на 3 позициях совпадают символы.

ЛП4.2. (комб). Найти количество циклических последовательностей длины 20 периода 10.

ЛП4.3. (РСuПФ). Найти общее решение ЛОРС $a_{n+3} = -6a_{n+2} - 12a_{n+1} - 8a_n$

ЛП5.1. (РСuПФ). Найти частное решение ЛОРС $a_{n+2} = 9a_{n+1} - 18a_n$, $a_1 = 9$, $a_2 = 45$.

ЛП5.2. (РСuПФ). Найти частное решение ЛОРС $a_{n+3} = -3a_{n+2} + 9a_{n+1} + 27a_n$, $a_1 = 0$, $a_2 = 27$, $a_3 = 54$.

ЛП5.3. (РСuПФ). Найти общее решение ЛНРС $a_{n+2} = -4a_{n+1} + 21a_n - n$

ЛП6.1. (РСuПФ). Построить производящую функцию для последовательности $a_n = 3n^2 - 5n$

ЛП6.2. (РСuПФ). Найти частное решение линейного однородного рекуррентного соотношения с заданными начальными значениями с применением производящих функций $a_{n+2} = 20a_{n+1} - 100a_n$, $a_1 = 30$, $a_2 = 300$

ЛП6.3. (РСuПФ). Найти производящую функцию $a_{n+2} = 11a_{n+1} - 30a_n$, $a_1 = 11$, $a_2 = 61$

ЛП7.1. (РСuПФ). Разложить функцию $\frac{8x^2 - 13x + 6}{1 - 5x + 8x^2 - 4x^3}$ на сумму простейших дробей вида $\frac{A}{1 - bx}$ и $\frac{A}{(1 - bx)^n}$

ЛП7.2. (РСuПФ). Найти частное решение линейного неоднородного рекуррентного соотношения с постоянными коэффициентами с помощью производящих функций $a_n = 3a_{n-1} - 2a_{n-2} + 1,5 \cdot 2^n$, если $a_0 = 6$, $a_1 = 17$

ЛП8.1. (РСuПФ). Построить дифференциальное уравнение для производящей функции ЛОРС с переменными коэффициентами

$$a_n = (3n + 5)a_{n-1} - 3na_{n-2}, \text{ если } a_0 = 1, a_1 = 3$$

ЛП8.2. (комб). Возвести подстановку всех цифр в степени от 2 до 15. (2465)(309)

ЛП8.3. (комб). Подстановку из предыдущего задания представить в виде двух перестановок, найти обратную, разложить на произведение транспозиций.

ЛТ1.1. (комб). Задачи комбинаторики.

ЛТ1.2. (комб). Расчет количества циклических последовательностей.

ЛТ2.1. (РСuПФ). Свойства решений ЛОРС

ЛТ2.2. (РСuПФ). Линейное пространство решений ЛОРС.

ЛТ2.3. (РСuПФ). Теоремы о решении ЛНРС

ЛТ3.1. (РСuПФ). Понятие производящей функции. Примеры

ЛТ3.2. (РСuПФ). Применение производящих функций для решения ЛНРС

ЛТ3.3. (комб). Группа подстановок

ЛТ4.1. (комб). Задача разбиения числа

ЛТ4.2. (граф). Количество ориентированных графов

ЛТ4.3. (граф). Количество четных графов

ЛТ5.1. (граф). Количество неориентированных помеченных ациклических r-графов

ЛП6.1. (объекты). Найти количество циклических последовательностей длины 10 периода 10.

ЛП6.2. (объекты). Решить 2 задачи. Найти точное числовое значение.

- Сколькими способами можно разложить 7 одинаковых шаров по 4 одинаковым ящикам? (ящички могут быть пустыми)

- Сколько последовательностей $\{a_1, a_2, \dots, a_{12}\}$, состоящих из единиц и минус единиц, обладают тем свойством, что $a_1 + a_2 + \dots + a_{12} = 0$, а все частичные суммы $a_1, a_1 + a_2, \dots, a_1 + a_2 + \dots + a_{12}$ неотрицательны?

ЛП6.3. (графы). Найти количество эйлеровых 6-графов.

ЛП7.1. (алгоритмы). Построить все перестановки цифр от 1 до 6 в лексикографическом порядке.

ЛП7.2. (алгоритмы). Построить все слова алфавита $\{a, b, c, d, e, f\}$ длины 4 без повторов символов ис ровно 1 буквой a.

ЛП7.3. (алгоритмы). Построить случайную перестановку цифр от 1 до 7.

Теория

ЛТ1.1. (комб). Правило умножения с доказательством.

ЛТ1.2. (РСиПФ). Понятие рекуррентного соотношения. Решения РС.

ЛТ1.3. (РСиПФ). Теорема об общем решении ЛОРС в случае различных корней с доказательством.

ЛТ2.1. (РСиПФ). Понятие производящей функции. Примеры. Свойства.

ЛТ2.2. (объекты). Циклы

ЛТ2.3. (объекты). Теорема об обращении Мебиуса.

ЛТ3.1. (объекты). Задача о беспорядках. Применение рекуррентных соотношений.

ЛТ3.2. (графы). Количество неориентированных r -графов

ЛТ3.3. (графы). Количество связных графов с заданным условием.

ЛТ4.1. (графы). Количество Эйлеровых (p, q) графов

ЛТ4.2. (графы). Количество ориентированных помеченных ациклических r -графов

ЛТ4.3. (алгоритмы). Порождение перестановок через векторы

инверсий. **ЛТ5.1. (алгоритмы).** Генерация сочетаний в

лексикографическом порядке **ЛТ5.2. (алгоритмы).** Алгоритм

построения случайной перестановки **ЛТ5.3. (алгоритмы).**

Генерация разбиений числа n в словарном порядке.

Контрольные работы

КР1.1. (комб). В множестве U из n элементов найти число всех троек подмножеств (A, B, C) , удовлетворяющих условиям: $n = 10, |A \cup B| = 7, |A/C| = 4, |B/A| = 3$

КР1.2. (комб). Сколько существует различных троек слов длины 8 латинского алфавита, в которых в первых двух словах повторяются символы на трех позициях, а во втором и третьем словах встречаются два общих символа, при этом в первом и третьем словах посимвольно буквы не повторяются?

КР1.3. (комб). Вычислить сумму $\sum_{d|n} \mu^2(d) \varphi^2(d)$

КР1.4. (РСиПФ). Найти частное решение рекуррентного соотношения на основании теорем

$a_{n+2} = 10a_{n+1} - 21a_n + 28 \cdot 7^n$, если $a_0 = 2, a_1 = 17$

КР1.5. (РСиПФ). Найдите производящую функцию для последовательности $a_0 + a_1, a_1 + a_2, a_2 + a_3, \dots$, если $A(s) = a_0 + a_1s + a_2s^2 + \dots$ — производящая функция для последовательности $a_0, a_1, a_2, \dots$

КР1.6. (РСиПФ). Найти частное решение рекуррентного соотношения с помощью производящих функций $a_{n+2} = 10a_{n+1} - 21a_n + 28 \cdot 7^n$, если $a_0 = 2, a_1 = 17$

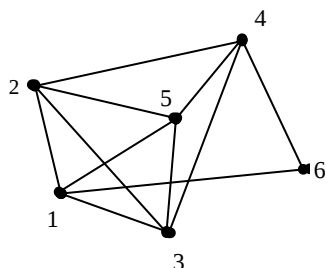
КР1.7. (РСиПФ). Построить дифференциальное уравнение для производящей функции ЛОРС с переменными коэффициентами $a_{n+2} = 2n^2 a_{n+1} + 3n2^{n+1} a_n, a_0 = 0, a_1 = 4$

КР1.8. (комб). Решить 2 задачи. Найти точное числовое значение.

- Сколькими способами можно разложить 7 одинаковых шаров по 4 одинаковым ящикам? (ящики не могут быть пустыми)

- Сколько последовательностей $\{a_1, a_2, \dots, a_{12}\}$, состоящих из единиц и минус единиц, обладают тем свойством, что $a_1 + a_2 + \dots + a_{12} = 0$, а все частичные суммы $a_1, a_1 + a_2, \dots, a_1 + a_2 + \dots + a_{12}$ неотрицательны?

КР2.1. (граф). Построить группу автоморфизмов приведенного графа и рассчитать количество способов пометить данный граф



КР2.2. (граф). Найти количество эйлеровых 6-графов.

КР2.5. (РСиПФ). Найдите производящую функцию для последовательности $a_0 + a_1, a_1 + a_2, a_2 + a_3, \dots$, если $A(s) = a_0 + a_1s + a_2s^2 + \dots$ — производящая функция для последовательности $a_0, a_1, a_2, \dots$.

КР2.6. (РСиПФ). Построить дифференциальное уравнение для производящей функции ЛОРС переменными коэффициентами $a_n = (2n + 3)a_{n-1} - 2a_{n-2}$, если $a_0 = 1, a_1 = 3$

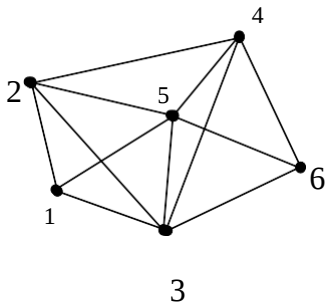
КР3.1. (объекты). 1) Для подстановки цифр 1..9, заданной произведением независимых циклов получить номер. 2) Получить исходную подстановку по номеру 1) (135)(4762)

КР3.2. (объекты). Вычислить сумму $\sum_{d|n} \mu^2(d) \varphi^2(d)$

КР3.3. (объекты). Решить 3 задачи. Найти точное числовое значение

- 1) Указать комбинаторное число и найти его значение для коэффициента при переменной третьей степени в низком факториале шестой степени
- 2) Сколько существует способов разложить 6 различных шаров в три различных ящика при условии, что ящики могут быть пустыми?
- 3) Сколько существует способов разложить семь одинаковых шаров в четыре различных ящика при условии, что ящики не могут оставаться пустыми?

КР3.4. (графы). Построить группу автоморфизмов приведенного графа и рассчитать количество способов пометить данный граф



КР3.5. (графы). Сколько существует графов из 6 вершин, которые можно раскрасить в 3 цвета?

КР3.6. (графы). Сколько существует блоков из 6 вершин?

Критерии оценивания к зачету:

Оценка “зачтено” - Задачи выполнены в срок в течении семестра или на зачетной неделе в объеме не менее 60% по каждой изученной теме. Студент демонстрирует правильные, уверенные действия по применению полученных знаний на практике, грамотное и логически стройное изложение материала при аргументации ответов на вопросы при защите индивидуальных заданий.

Оценка «не зачтено» - Практические задания не выполнены либо предоставлены не в срок в объеме менее 50%, Студент демонстрирует наличие грубых ошибок в ответе, непонимание сущности излагаемого вопроса, неумение применять знания на практике, неуверенность и неточность ответов на дополнительные и наводящие вопросы.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

— при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

— при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

— при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья

и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

Список вопросов на экзамен

1. Задачи комбинаторики.
2. Правила комбинаторики.
3. Размещения. Размещения с повторениями. Перестановки.
4. Сочетания. Сочетания с повторениями.
5. Разбиение множества на части
6. Формула включений исключений.
7. Задача о беспорядках.
8. Функция Мебиуса.
9. Расчет количества циклических последовательностей
10. Понятие рекуррентного соотношения.
11. Линейные однородные рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами
12. Линейная независимость последовательностей.
13. Свойства решений ЛОРС.
14. Линейное пространство решений ЛОРС.
15. Корни характеристического многочлена.
16. Теорема об общем решении в случае различных корней.
17. Теоремы об общем решении ЛОРС
18. Понятие ЛНРС. Теорема о структуре общего решения.
19. Решение ЛНРС с фиксированной правой частью
20. Примеры решения ЛНРС
21. Понятие производящей функции. Примеры
22. Свойства производящих функций
23. Применение производящих функций для решения ЛОРС
24. Применение производящих функций для решения ЛНРС
25. Применение производящих функций для решения ЛНРС с переменными коэффициентами
26. Группа подстановок
27. Разложение подстановок

28. Алгоритмы перемешивания массива
29. Критерии оценки качества перемешивания
30. Задача о беспорядках.
31. Задача о супружеских парах.
32. Числа Стирлинга 1 рода
33. Числа Стирлинга 2 рода
34. Числа Бэлла
35. Задачи разбиения множества
36. Задача разбиения числа
37. Числа Каталана
38. Количество неориентированных (p,q) -графов
39. Количество неориентированных p -графов
40. Количество ориентированных графов
41. Количество связных графов
42. Лемма пересчета
43. Количество связных графов с заданным условием
44. Количество четных графов
45. Количество Эйлеровых графов
46. Количество неориентированных помеченных ациклических p -графов
47. Количество ориентированных помеченных ациклических p -графов
48. Количество k -раскрашиваемых p -графов
49. Генерация перестановок
50. Генерация подмножеств,
51. Генерация размещений с повторениями
52. Генерация размещений без повторений
53. Генерация сочетаний с повторениями
54. Генерация сочетаний без повторений,
55. Генерация случайных комбинаторных объектов
56. Генерация разбиений числа
57. Генерация разбиений множеств

Критерии оценивания к экзамену

Оценка «отлично»: точные формулировки алгоритмов, теорем и правильные доказательства; точные определения математических объектов и ясные и правильные определения объектов, характеризующихся неформализованными понятиями.

Оценка «хорошо»: при ответе на один вопрос даны точные формулировки алгоритмов, теорем и правильные доказательства; точные определения математических объектов и ясные и правильные определения объектов, характеризующихся неформализованными понятиями; при ответе на второй вопрос имеются неточности формулировки алгоритмов, теорем или пробелы в правильных доказательствах; недостаточно точные определения математических объектов или неясные и не совсем правильные определения объектов, характеризующихся неформализованными понятиями.

Оценка «удовлетворительно»: при ответе на оба вопроса имеются неточности формулировки алгоритмов, теорем или пробелы в правильных доказательствах; недостаточно точные определения математических объектов или неясные и не совсем правильные определения объектов, характеризующихся неформализованными понятиями.

Оценка «неудовлетворительно»: отсутствует ответ хотя бы на один из вопросов или имеются существенные неточности в формулировках алгоритмов, теорем, приведены неправильные доказательства; неверные определения математических

объектов и неправильные определения объектов, характеризующихся неформализованными понятиями.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

- при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

- при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

- при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного

документа. Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

5.1 Основная литература:

1. Новиков, Федор Александрович. Дискретная математика : для бакалавров и магистров : учебник для студентов вузов, обучающихся по направлению подготовки "Системный анализ и управление" / Ф. А. Новиков. - 3-е изд. - Санкт-Петербург [и др.] : Питер, 2019. - 493 с. : ил. - (Стандарт третьего поколения) (Учебник для вузов). - Библиогр.: с. 479. - ISBN 978-5-4461-1341-5 : 1169 р. - Текст : непосредственный..
2. Шевелев, Ю.П. Дискретная математика: учебное пособие/Ю.П.Шевелев.-4-е изд., стер.
3. Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 592 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/206510> (дата обращения: 24.05.2024). - Режим доступа: для авториз. пользователей. - ISBN 978-5-8114-4284-3. - Текст : электронный.
4. Мальцев, И.А. Дискретная математика : учебное пособие для вузов / И.А. Мальцев. - 3-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2021. - 292 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/179040> (дата обращения: 24.05.2024). - Режим доступа: для авториз. пользователей. - ISBN 978-5-8114-8615-1. - Текст : электронный.

5.2 Дополнительная литература:

1. Гаврилов, Г. П. Задачи и упражнения по дискретной математике : учебное пособие : [16+] / Г. П. Гаврилов, А. А. Сапоженко. – 3-е изд., перераб. – Москва : Физматлит, 2009. – 416 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68128> (дата обращения: 20.06.2022). – ISBN 978-5-9221-0477-7. – Текст : электронный.
- Яблонский, Сергей Всеволодович. Введение в дискретную математику : учебное пособие для студентов вузов, обуч. по спец. "Прикладная математика" / С. В. Яблонский ; под ред. В. А. Садовниченко. 4-е изд., стер. - М. : Высшая школа, 2003. - 384 с. : ил. - (Высшая математика). - Библиогр.: с. 370-372. - ISBN 5060046818 : 100.00. - Текст : непосредственный.
2. Костенко, Константин Иванович (КубГУ). Элементы дискретной математики : [учебное пособие] / К. И. Костенко ; КубГУ. - Краснодар : [б. и.], 1999. - 269 с. - Библиогр.: с. 266. - ISBN 5820900200 : 44.00. - Текст : непосредственный.
3. СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ДИСКРЕТНОЙ МАТЕМАТИКЕ. Алексеев В.Е., Киселева Л.Г., Смирнова Т.Г. Электронное учебно-методическое пособие. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2012. – 80 с.
4. Ландо С. К. Л22 Лекции о производящих функциях. — 3-е изд., испр. — М.: МЦНМО, 2007. —144 с. ISBN 978-5-94057-042-4
5. Ф.Харари, Э.Палмер Перечисление графов – монография Academic Press, 1973, перевод с английского Г.П. Гаврилова - Издательство Мир, Москва, 1977
6. Ландо С. К. Введение в дискретную математику Электронное издание М.: МЦНМО, 2014 264 с. ISBN 978-5-4439-2019-1
7. М.Холл КОМБИНАТОРИКА ИЗДАТЕЛЬСТВО «МИР» Москва 1970
8. Ф. Г. Кораблёв, В. В. Кораблёва Дискретная математика: комбинаторика Учебное пособие Издательство Челябинского государственного университета Челябинск 2017
9. Федоряева Т. И. Комбинаторные алгоритмы: Учебное пособие / Новосиб. гос. ун-т. Новосибирск, 2011. 118 с. ISBN 978-5-4437-0019-9

5.3. Интернет-ресурсы, в том числе современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Электронно-библиотечные системы (ЭБС):

1. ЭБС «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
2. ЭБС «УНИВЕРСИТЕТСКАЯ БИБЛИОТЕКА ОНЛАЙН» <http://www.biblioclub.ru/>
3. ЭБС «BOOK.ru» <https://www.book.ru>
4. ЭБС «ZNANIUM.COM» www.znanium.com
5. ЭБС «ЛАНЬ» <https://e.lanbook.com>

Профессиональные базы данных

1. Scopus <http://www.scopus.com/>
2. ScienceDirect <https://www.sciencedirect.com/>
3. Журналы издательства Wiley <https://onlinelibrary.wiley.com/>
4. Научная электронная библиотека (НЭБ) <http://www.elibrary.ru/>
5. Полнотекстовые архивы ведущих западных научных журналов на Российской платформе научных журналов НЭИКОН <http://archive.neicon.ru>
6. Национальная электронная библиотека (доступ к Электронной библиотеке диссертаций Российской государственной библиотеки (РГБ) <https://rusneb.ru/>
7. Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина <https://www.prilib.ru/>
8. База данных CSD Кембриджского центра кристаллографических данных (CCDC) <https://www.ccdc.cam.ac.uk/structures/>
9. Springer Journals: <https://link.springer.com/>
10. Springer Journals Archive: <https://link.springer.com/>
11. Nature Journals: <https://www.nature.com/Springer> Nature Protocols and Methods: <https://experiments.springernature.com/sources/springer-protocols>

12. Springer Materials: <http://materials.springer.com/>
13. Nano Database: <https://nano.nature.com/>
14. Springer eBooks (i.e. 2020 eBook collections): <https://link.springer.com/>
15. "Лекториум ТВ" <http://www.lektorium.tv/>
16. Университетская информационная система РОССИЯ <http://uisrussia.msu.ru>

Информационные справочные системы

1. Консультант Плюс - справочная правовая система (доступ по локальной сети с компьютеров библиотеки)

Ресурсы свободного доступа

1. КиберЛенинка <http://cyberleninka.ru/>;
2. Американская патентная база данных <http://www.uspto.gov/patft/>
3. Министерство науки и высшего образования Российской Федерации <https://www.minobrnauki.gov.ru/>;
4. Федеральный портал "Российское образование" <http://www.edu.ru/>;
5. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" <http://window.edu.ru/>;
6. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов <http://school-collection.edu.ru/> .
7. Проект Государственного института русского языка имени А.С. Пушкина "Образование на русском" <https://pushkininstitute.ru/>;
8. Справочно-информационный портал "Русский язык" <http://gramota.ru/>;
9. Служба тематических толковых словарей <http://www.glossary.ru/>;
10. Словари и энциклопедии <http://dic.academic.ru/>;
11. Образовательный портал "Учеба" <http://www.ucheba.com/>;
12. Законопроект "Об образовании в Российской Федерации". Вопросы и ответы http://xn--273--84d1f.xn--p1ai/voprosy_i_otvety

Собственные электронные образовательные и информационные ресурсы КубГУ

1. Электронный каталог Научной библиотеки КубГУ <http://megapro.kubsu.ru/MegaPro/Web>
2. Электронная библиотека трудов ученых КубГУ <http://megapro.kubsu.ru/MegaPro/UserEntry?Action=ToDb&idb=6>
3. Среда модульного динамического обучения <http://moodle.kubsu.ru>
4. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций <http://infoneeds.kubsu.ru/>
5. Библиотека информационных ресурсов кафедры информационных образовательных технологий <http://mschool.kubsu.ru;>
6. Электронный архив документов КубГУ <http://docspace.kubsu.ru/>
7. Электронные образовательные ресурсы кафедры информационных систем и технологий в образовании КубГУ и научно-методического журнала "ШКОЛЬНЫЕ ГОДЫ" <http://icdau.kubsu.ru/>

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной систематизированный материал, лабораторных работ, контрольных работ, выполнение индивидуальных заданий зачета и экзамена.

Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине с использованием указанных литературных источников и методических указаний автора курса. Стоит отметить, что в рамках самостоятельной работы происходит разработка согласно Agile методологии и выполнение спринтов к четко обозначенным срокам.

Виды и формы СР, сроки выполнения, формы контроля приведены выше в данном документе.

Для лучшего освоения дисциплины при защите ЛР студент должен ответить на несколько вопросов из лекционной части курса.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

7. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

7.1 Перечень информационных технологий

Проверка домашних заданий и консультирование посредством электронной почты.

Использование электронных презентаций при проведении лекций и практических занятий.

7.2 Перечень необходимого программного обеспечения

1. OS Windows, MS Office
2. MS Visual Studio

7.3 Перечень информационных справочных систем:

1. Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (<http://www.elibrary.ru/>)

8. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Наименование специальных помещений	Оснащенность специальных помещений	Перечень лицензионного программного обеспечения
Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер	PowerPoint. ауд. 129, 131, А305.
Учебные аудитории для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер	Аудитория, (кабинет) – компьютерный класс

Учебные аудитории для проведения лабораторных работ. Лаборатория...	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: компьютер	Лаборатория, укомплектованная специализированными техническими средствами обучения – компьютерный класс, с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета (лаб. 102-106.).
---	--	--

Для самостоятельной работы обучающихся предусмотрены помещения, укомплектованные специализированной мебелью, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Наименование помещений для самостоятельной работы обучающихся	Оснащенность помещений для самостоятельной работы обучающихся	Перечень лицензионного программного обеспечения
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (читальный зал Научной библиотеки)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	1. OS Windows, MS Office 2. MS Visual Studio
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (ауд. ____)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	1. OS Windows, MS Office 2. Программы для демонстрации и создания презентаций («Microsoft Power Point»)