



1920

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Филиал федерального государственного бюджетного образовательного  
учреждения  
высшего образования «Кубанский государственный университет»  
в г. Геленджике

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по работе с филиалами  
А.А. Евдокимов  
\_\_\_\_\_ 2021 г.

**Рабочая программа учебной дисциплины  
ЕН.02 Дискретная математика**

Специальность 09.02.07 Информационные системы и программирование

2021

Рабочая программа учебной дисциплины ЕН.02 ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА С ОСНОВАМИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ разработана на основе требования ФГОС среднего общего образования, предъявляемых к структуре, содержанию и результатам освоения учебной дисциплины ЕН.02 ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА С ОСНОВАМИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ, в соответствии с Рекомендациями по организации получения среднего общего образования в пределах освоения образовательных программ среднего профессионального образования на базе основного общего образования, с учетом требования Федерального государственного образовательного стандарта (далее — ФГОС) по специальности среднего профессионального образования (далее СПО) 09.02.07 Информационные системы и программирование, утвержденного приказом Министерства образования и науки от 9 декабря 2016 года № 1547 (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 26 декабря 2016г., регистрационный №44936) (далее – ФГОС СПО)..

Форма обучения очная

Учебный год 2021 - 2022

3 курс 5 сем.

|                                |       |
|--------------------------------|-------|
| лекции                         | 22    |
| практические занятия           | 14    |
| самостоятельные занятия        | 2     |
| форма промежуточной аттестации | Зачёт |

Составитель: преподаватель  Е.А. Поддубная

Утверждена на заседании предметной (цикловой) комиссии профессиональных дисциплин специальностей 09.02.07 Информационная система и программирование и Информационные системы и программирование

Протокол № 10 от «20» мая 2021 г.

Председатель предметной (цикловой) комиссии профессиональных дисциплин специальностей 09.02.07 Информационная система и программирование и 09.02.07 Информационные системы и программирование



Л.А. Благова

подпись

Рецензенты:

Системный администратор  
ЗАО «Геленджикский дельфинерий»



Т.П. Кривошеенко

Директор ООО «Современные  
информационные технологии»



А.В.Сметанин

ЛИСТ

согласования рабочей учебной программы по дисциплине  
**ЕН.02 Дискретная математика с основами математической логики**

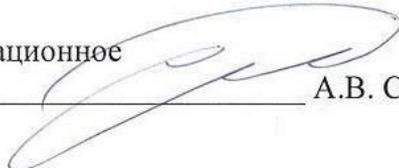
Специальность среднего профессионального образования:

**09.02.07 Информационные системы и программирование**

СОГЛАСОВАНО

Заместитель директора по УР филиала \_\_\_\_\_  Т.А. Резуненко

Заведующая сектором библиотеки филиала \_\_\_\_\_  Л.Г. Соколова

Инженер-электроник (программно-информационное  
обеспечение образовательной программы) \_\_\_\_\_  А.В. Сметанин

## СОДЕРЖАНИЕ

|  |    |
|--|----|
| 1. ПАСПОРТ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ .....  | 4  |
| 1.1. Область применения программы .....  | 4  |
| 1.2. Место учебной дисциплины в структуре программы подготовки специалистов среднего звена .....               | 4  |
| 1.3. Цели и задачи учебной дисциплины - требования к результатам освоения дисциплины .....                     | 4  |
| 1.4. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (перечень формируемых компетенций) .....          | 5  |
| 2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ .....   | 9  |
| 2.1. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы .....  | 9  |
| 2.2. Структура дисциплины: .....   | 9  |
| 2.3. Тематический план и содержание учебной дисциплины .....   | 10 |
| 2.4. Содержание разделов дисциплины .....  | 12 |
| 2.4.1. Занятия лекционного типа .....  | 12 |
| 2.4.2. Занятия семинарского типа .....   | 12 |
| 2.4.3. Практические (лабораторные) занятия .....   | 12 |
| 2.4.4. Содержание самостоятельной работы .....   | 13 |
| 3. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ .....  | 16 |
| 3.1. Образовательные технологии при проведении лекция .....  | 16 |
| 3.2. Образовательные технологии при проведении практических занятий .....                                      | 16 |
| 4. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ .....   | 18 |
| 4.1. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине ..... | 18 |
| 4.2. Информационное обеспечение реализации программы .....   | 18 |
| 5. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ .....   | 21 |
| 5.1. Критерии оценивания практических работ .....  | 21 |
| 5.2. Критерии оценивания конспектов .....  | 22 |
| 5.3. Критерии оценивания презентаций .....   | 23 |
| 6. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ .....  | 25 |
| 7. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ .....  | 30 |
| 7.1. Паспорт фонда оценочных средств .....   | 30 |
| 7.2. Критерии оценки знаний .....  | 30 |
| 7.3. Оценочные средства для проведения текущей аттестации .....  | 31 |
| 7.4. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации .....  | 32 |
| 7.4.1. Примерные вопросы для проведения промежуточной аттестации .....   | 32 |
| 7.4.2. Примерные задачи для проведения промежуточной аттестации .....  | 40 |
| 8. ДОПОЛНИТЕЛЬНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ .....   | 51 |

# 1. ПАСПОРТ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ ЕН.02 «ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА С ЭЛЕМЕНТАМИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ»

## Область применения программы

Рабочая программа ЕН.02 «ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА С ЭЛЕМЕНТАМИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ» является частью программы подготовки специалистов среднего звена в соответствии с ФГОС СПО по специальности 09.02.07. «Информационные системы и программирование»

## Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы

Учебная дисциплина «Дискретная математика с элементами математической логики» принадлежит к естественнонаучному циклу. Она обеспечивает профессиональный уровень подготовки специалиста и соответствует развитию их профессионально значимых качеств.

Для освоения дисциплины обучающиеся используют знания, умения и навыки, сформированные при изучении УДВ.01 «Информатика» и ОУД.04 «Математика».

## Цель и планируемые результаты освоения дисциплины:

| Код ПК, ОК                          | Умения   | Знания   |
|-------------------------------------|--|--|
| ОК 1, ОК 2, ОК 4, ОК 5, ОК 9, ОК 10 | Применять логические операции, формулы логики, законы алгебры логики. Формулировать задачи логического характера и применять средства математической логики для их решения | Основные принципы математической логики, теории множеств и теории алгоритмов. Формулы алгебры высказываний. Методы минимизации алгебраических преобразований. Основы языка и алгебры предикатов. Основные принципы теории множеств |

Максимальная учебная нагрузка обучающегося - 38 часов, в том числе

- обязательная аудиторная нагрузка - 36 часов;

- самостоятельная работа обучающегося - 2 часа;

### Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (перечень формируемых компетенций)

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен уметь:

- применять логические операции, формулы логики, законы алгебры логики;
- формулировать задачи логического характера и применять средства математической логики для их решения.

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен знать:

- основные принципы математической логики, теории множеств и теории

- алгоритмов;
- формулы алгебры высказываний;
- методы минимизации алгебраических преобразований;
- основы языка и алгебры предикатов;
- основные принципы теории множеств.

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся осваивает элементы общих компетенций:

| <b>Код</b> | <b>Наименование общих компетенций</b>   |
|------------|---|
| ОК 1.      | Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.                               |
| ОК2.       | Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности.            |
| ОК4.       | Работать в коллективе и команде, эффективно взаимодействовать с коллегами, руководством, клиентами.                               |
| ОК5.       | Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке с учетом особенностей социального и культурного контекста. |
| ОК9.       | Использовать информационные технологии в профессиональной деятельности.   |
| ОК10.      | Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языке.   |

**В результате освоения учебной дисциплины обучающийся осваивает элементы компетенций:**

Перечень профессиональных компетенций, элементы которых формируются в рамках учебной дисциплины

Не предусмотрено

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся осваивает элементы основных видов деятельности:

| Основной вид деятельности   | Требования к знаниям, умениям, практическим действиям   |
|---|---|
| Разработка модулей программного обеспечения для компьютерных систем | <p><b>Практический опыт:</b><br/>разрабатывать код программного продукта на основе готовой спецификации на уровне модуля.</p> <p><b>Умения:</b><br/>создавать программу по разработанному алгоритму как отдельный модуль.</p> <p><b>Знания:</b><br/>Основные этапы разработки программного обеспечения.<br/>Основные принципы технологии структурного и объектно-ориентированного программирования.</p> |

### Технологии формирования ОК

**ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.**

Предоставить обучающемуся возможность на практических занятиях для самостоятельного выбора способа решения задачи

**ОК 02. Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности.**

Предоставить обучающемуся возможность на практических занятиях для самостоятельного выбора способа подготовки информации для решения задачи

**ОК 03. Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие.**

Предоставить обучающемуся возможность на лекциях и практических занятиях для выражать свою заинтересованность в обучении и реализовывать ее

**ОК 04. Работать в коллективе и команде, эффективно взаимодействовать с коллегами, руководством, клиентами.**

Предоставить обучающемуся возможность на практических занятиях, на учебной и производственной практиках для решения задач в коллективе, помогать в случае затруднений

**ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке с учетом особенностей социального и культурного контекста.**

Предоставить обучающемуся возможность на лекциях практических занятиях для общения на государственном языке

**ОК 06. Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных общечеловеческих ценностей.**

Объяснять обучающимся, что выполнение профессиональных обязанностей на высоком уровне содействует выдвижению РФ на передовые позиции в сфере ИТ

**ОК 07. Содействовать сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях**

Знакомить обучающихся с проблемами экологии, демонстрировать технологии ресурсосбережения при профессиональной деятельности, знакомить с правилами ТБ

**ОК 08. Использовать средства физической культуры для сохранения и укрепления здоровья в процессе профессиональной деятельности и поддержания необходимого уровня физической подготовленности**

Пропагандировать здоровый образ жизни, правила охраны труда при работе с ПК, проводить производственную гимнастику во время практических занятий

**ОК 09. Использовать информационные технологии в профессиональной деятельности.**

Предоставить обучающимся возможности на практических занятиях выполнять задания средствами ИТ. Предоставлять студентам возможность самостоятельно осуществлять поиск, анализ и оценку информации при выполнении практической и самостоятельной работы

**ОК 10. Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языке**

Изучать профессиональные стандарты на государственном языке (русском) и знакомить обучающихся с международными стандартами на английском языке

**Технологии формирования ПК**

Закрепить навыки использования логических выражений при реализации разветвляющихся алгоритмов

## 2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

|   |                      |
|---|----------------------|
| <b>Вид учебной работы</b>                 | <b>Объем в часах</b> |
| <b>Объем образовательной программы</b>    | <b>38</b>            |
| в том числе:                              |                      |
| теоретическое обучение                    | 22                   |
| практические занятия (если предусмотрено) | 13                   |
| <i>Самостоятельная работа<sup>1</sup></i> | 2                    |
| <b>Промежуточная аттестация (зачёт)</b>   | <b>1</b>             |

### Структура дисциплины

| Наименование разделов и тем  | Всего     | Количество аудиторных часов |                                     | Самостоятельная работа обучающегося (час) |
|------------------------------|-----------|-----------------------------|-------------------------------------|---|
|                              |           | Теоретическое обучение      | Практические и лабораторные занятия |   |
| Основы математической логики | <b>16</b> | <b>12</b>                   | <b>4</b>                            | -   |
| Понятие множества            | 8         | 4                           | 4                                   | -   |
| Понятие и свойства предиката | 4         | 2                           | 2                                   | -   |
| Элементы теории графов       | 4         | 2                           | 2                                   | -   |
| Элементы теории алгоритмов   | <b>6</b>  | <b>2</b>                    | <b>1+1</b>                          | <b>2</b>                                  |
| <b>Всего по дисциплине</b>   | <b>38</b> | <b>22</b>                   | <b>14</b>                           | <b>2</b>                                  |

**Тематический план и содержание учебной дисциплины ЕН.02 «Дискретная математика с элементами математической логики»**

| Наименование разделов и тем               | Содержание учебного материала, практические занятия, самостоятельная работа обучающегося |   | Объем в часах | Коды компетенций, формированию которых способствует элемент программы |
|---|--|---|---------------|---|
| Основы математической логики              | Содержание учебного материала  |   |               | ОК 1, 2,4,5,9,10<br>ПК 11.1 -11.6                                     |
|   | 1  | <b>Лекция 1. Понятие высказывания. Основные логические операции</b>   | 2             |   |
|   | 2  | <b>Лекция 2. Формулы. Понятие высказывания.</b>   |               |   |
|   | 3  | <b>Лекция 3. Законы логики. Равносильные преобразования</b>   | 2             |   |
|   | 4  | <b>Лекция 4. Понятие булевой функции. Способы задания ДНФ, КНФ</b>  | 2             |   |
|   | 5  | <b>Лекция 5. Операция двоичного сложения и её свойства. Многочлен Жегалкина</b>   | 2             |   |
|   | 6  | <b>Лекция 6. Основные классы функций. Полнота множества. Теорема Поста</b>  | 2             |   |
|   | Практические работы  |   |               |   |
|   | 7  | Практическая работа 1. Формулы логики. Упрощение формул логики с помощью равносильных преобразований  | 2             |   |
|   | 8  | Практическая работа 2. Представление булевой функции в виде СДНФ и СКНФ, минимальной ДНФ и КНФ  | 2             |   |
| Самостоятельная работа - не предусмотрено |  |   |               |   |
| Понятие множества                         | Содержание учебного материала  |   |               | ОК 1, 2,4,5,9,10<br>ПК 11.1 -11.6                                     |
|   | 9  | <b>Лекция 7. Основные положения теории множеств. Мощность множеств. Графическое изображение множеств на диаграммах Эйлера-Венна. Декартово произведение множеств. Мощность множеств. Графическое изображение множеств на диаграммах Эйлера-Венна. Декартово произведение множеств</b> | 2             |   |
|   | 10   | <b>Лекция 8. Отношения. Бинарные отношения и их свойства. Теория отображений. Алгебра подстановок</b>   | 2             |   |
| Практические работы                       |  |   |               |   |

|                              |   |  |    |                                   |
|------------------------------|---|--|----|-----------------------------------|
|                              | 11  | <b>Практическая работа 3. Множества и основные операции над ними.</b><br>Графическое изображение множеств на диаграммах Эйлера-Венна                           | 2  |                                   |
|                              | 12  | <b>Практическая работа 4. Проверка булевой функции и полнота множеств</b><br>(на принадлежность к классам T0, T1, S, L, M).                                    | 2  |                                   |
|                              | Самостоятельная работа - не предусмотрено |  |    |                                   |
| Понятие и свойства предиката | Содержание учебного материала             |  |    | ОК 1, 2,4,5,9,10<br>ПК 11.1 -11.6 |
|                              | 13  | <b>Л9 Понятие предиката и его свойства</b>   | 2  |                                   |
|                              | Практические работы                       |  |    |                                   |
|                              | 14  | <b>Пр5 Исчисление высказываний</b><br>Нахождение области определения и истинности предиката. Построение отрицаний к предикатам, содержащим кванторные операции | 2  |                                   |
|                              | Самостоятельная работа - не предусмотрено |  |    |                                   |
| Элементы теории графов       | Содержание учебного материала             |  |    | ОК 1, 2,4,5,9,10<br>ПК 11.1 -11.6 |
|                              | 15  | <b>Л10 Основные понятия теории графов</b>  | 2  |                                   |
|                              | Практические работы                       |  |    |                                   |
|                              | 16  | <b>Пр6 Решение задач на представление графов и поиск кратчайшего пути</b>  | 2  |                                   |
|                              | Самостоятельная работа - не предусмотрено |  |    |                                   |
| Элементы теории алгоритмов   | Содержание учебного материала             |  |    | ОК 1, 2,4,5,9,10<br>ПК 11.1 -11.6 |
|                              | 17  | <b>Л11 Основные понятия теории алгоритмов</b>  | 2  |                                   |
|                              | Практические работы                       |  |    |                                   |
|                              | 18  | <b>Пр7 Составление алгоритмов, их проверка и оценка сложности</b>  | 2  |                                   |
|                              | Самостоятельная работа - 2 часа           |  | 2  |                                   |
| <b>Всего по дисциплине</b>   |   |  | 38 |                                   |
|                              |   |  |    |                                   |

## Содержание разделов дисциплины

### Занятия лекционного типа

| № раздела   | Наименование раздела                  | Содержание раздела  | Форма текущего контроля |
|---|---------------------------------------|---|-------------------------|
| 1   | 2                                     | 3   | 4                       |
| 1   | Основы математической логики          | <p><b>Лекция 1. Понятие высказывания. Основные логические операции</b></p> <p><b>Лекция 2. Формулы Понятие высказывания.</b> Основные логические операции логики. Таблица истинности и методика её построения</p> <p><b>Лекция 3. Законы логики. равносильные преобразования</b></p> <p><b>Лекция 4. Понятие булевой функции. Способы задания ДНФ, КНФ</b></p> <p><b>Лекция 5. Операция двоичного сложения и её свойства. Многочлен Жегалкина</b></p> <p><b>Лекция 6. Основные классы функций. Полнота множества. Теорема Поста</b></p> | Т, У                    |
| 2   | Понятие множества                     | <p><b>Лекция 7. Основные положения теории множеств</b> Мощность множеств. Графическое изображение множеств на диаграммах Эйлера-Венна. Декартово произведение множеств</p> <p>Мощность множеств. Графическое изображение множеств на диаграммах Эйлера-Венна. Декартово произведение множеств</p> <p><b>Лекция 8. Отношения. Бинарные отношения и их свойства.</b> Теория отображений. Алгебра подстановок</p>  | Т, У                    |
| 3   | Понятие и основные свойства предиката | <p><b>Лекция 9. Понятие предиката и его свойства</b></p> <p>Понятие предиката. Логические операции над предикатами. Кванторы существования и общности. Построение отрицаний к предикатам, содержащим кванторные операции</p>  | Т, У                    |
| 4   | Элементы теории графов                | <p><b>Лекция 10. Основные понятия теории графов.</b></p> <p>Виды графов: ориентированные и неориентированные графы. Способы задания графов. Матрицы смежности и инцидентности для графа. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Деревья</p>   | Т, У                    |
| 5   | Элементы теории алгоритмов            | <p><b>Лекция 11. Основные понятия теории алгоритмов.</b> Машина Тьюринга</p>  | Т, У                    |
| Примечание: Т – тестирование, Р – написание реферата, У – устный опрос, КР – контрольная работа |                                       |   |                         |

### Занятия семинарского типа

Не предусмотрено

## Практические занятия

| №                | Наименование раздела  | Наименование практических (лабораторных) работ   | Форма текущего контроля |
|------------------|---|--|-------------------------|
| <i>4 семестр</i> |   |  |                         |
| 1                | 2   | 3  | 4                       |
| 1                | Основы математической логики                                    | Практическая работа 1. Формулы логики. Упрощение формул логики с помощью равносильных преобразований<br>Практическая работа 2. Представление булевой функции в виде СДНФ и СКНФ, минимальной ДНФ и КНФ   | ПР, У                   |
| 2                | Понятие множества   | Практическая работа 3. Множества и основные операции над ними. Графическое изображение множеств на диаграммах Эйлера-Венна<br>Практическая работа 4. Проверка булевой функции на принадлежность к классам T0, T1, S, L, M. Полнота множеств. Графическое изображение множеств на диаграммах Эйлера-Венна | ПР, У                   |
| 3                | Понятие и основные свойства предиката<br>Элементы теории графов | Практическая работа 5. Нахождение области определения и истинности предиката. Построение отрицаний к предикатам, содержащим кванторные операции  | ПР, У                   |
| 4                | Элементы теории алгоритмов<br>Основы математической логики      | Практическая работам 6. Графы. Исследование отображений и свойств бинарных отношений с помощью графов  | ПР, У                   |
| 5                | Элементы теории алгоритмов                                      | Практическая работа 7. Работа машины Тьюринга  | ПР, У                   |
|                  | Итоговая аттестация   | Зачёт  |                         |

### Содержание самостоятельной работы

Подготовка к зачёту

#### Примерные задания для самостоятельного решения:

Практическое занятие № 1

Решение задач по темам: операции над множествами, сравнение множеств, разбиения и покрытия. Прямое произведение множеств. Отношения эквивалентности

1. Вопросы и упражнения для самопроверки. Ответы оформите в тетради

2. Вставьте обозначения числовых множеств:

- множество натуральных чисел;

множество целых чисел;

множество рациональных чисел;

множество действительных чисел.

3. Вставьте пропущенный знак  $\in$  или  $\notin$ :  $117 \in \mathbb{N}$ ;  $22,4 \in \mathbb{Z}$ ;  $4/3 \in \mathbb{Q}$ ;  
 $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$ ;  $\sqrt{75} \in \mathbb{R}$ ;  $\pi \in \mathbb{Z}$ .

4. Принадлежит ли множеству корней уравнения  $x^2 - 5x + 6 = 0$  число  $x = -3$  ?

5. Какими способами можно задать множество?

6. Запишите множество действительных корней уравнения  $3x + 4 = 0$ . Как записать ответ, если требуется найти множество целых корней этого уравнения?

7. Что такое подмножество данного множества? Какой символ

используется для записи “множество  $A$  является подмножеством множества  $B$ ”? Запишите его:  $A \subset B$ .

8. Вставьте пропущенный символ  $\in$  или  $\subset$ :

|   |               |           |               |
|---|---------------|-----------|---------------|
| 1 | $\{1,2,3\}$ ; | $\{1\}$   | $\{1,2,3\}$ ; |
| 0 | $\{1,2,3\}$ ; | $\{2,3\}$ | $\{1,2,3\}$   |

9. Обведите кружком номер правильного ответа:

Множество всех элементов, принадлежащих как множеству  $A$ , так и множеству  $B$ , называется:

- 1) объединением множеств  $A$  и  $B$ ;
- 2) пересечением множеств  $A$  и  $B$ ;
- 3) разностью множеств  $A$  и  $B$ .

10. Вставьте пропущенные знаки операций над множествами:

$$\{a,b,c\} \cap \{d,b,e\} = \{b\};$$

$$\{a,b,c\} \cup \{c,d\} = \{a,b,c,d\};$$

$$\{a,b,c\} \setminus \{a,d\} = \{b,c\}.$$

11. Что такое булеан множества  $X$ ?

12. Является ли булеаном множества  $\{a, b, c\}$  система подмножеств  $\{\{a\}, \{b\}, \{c\}\}$  ?

13. Является ли разбиением множества  $\{a, b, c\}$  система подмножеств  $\{\{a, b\}, \{b, c\}, \{a, c\}\}$ ? Является ли она покрытием данного множества?
14. Нарисуйте диаграмму Эйлера - Венна для множества  $A \cup (B \cap C)$ . Нарисуйте диаграмму для  $(A \cap B) \cup C$  и  $(A \cap C) \cup B$ . Сравните заштрихованную часть на обеих диаграммах. Как называется закон, который Вы проиллюстрировали?
15. Нарисуйте диаграммы Эйлера - Венна для левой и правой частей закона де Моргана. Сравните их.
16. Запишите законы алгебры множеств. Запомните их названия.

#### 1. Решение задач

#### Диаграммы Эйлера - Венна.

- Четырнадцать спортсменов участвовали в кроссе, 16 - в соревнованиях по плаванию, 10 - в велосипедных гонках. Восемь участников участвовали в кроссе и заплыве, 4 - в кроссе и велосипедных гонках, 9 - в плавании и велосипедных гонках. Во всех трех соревнованиях участвовали три человека. Сколько всего было спортсменов?
- В туристском клубе несколько раз за лето организуются походы, причем все члены клуба хотя бы раз в них участвуют. Сорок человек побывали в пеших походах, 28 - в конных, 25 - в лодочных. И в пеших, и в конных походах побывало 20 человек, в пеших и лодочных - 15, в конных и лодочных - 8, во всех видах походов побывало 6 человек. Сколько туристов в клубе?
- В отделе НИИ работают несколько человек, причем каждый из них знает хотя бы один иностранный язык. Английский язык знают шесть человек, немецкий - шесть человек, французский - семь. Четыре человека знают английский и немецкий языки, три человека - немецкий и французский, два - французский и английский, один знает все три языка. Сколько человек работает в отделе?
- Из 80 студентов занимаются баскетболом 30 человек, легкой атлетикой 25 человек, шахматами - 40 человек. Баскетболом и легкой атлетикой занимается 8 человек, шахматами и легкой атлетикой - 10 человек, шахматами и баскетболом - 5 человек. Тремя видами спорта занимаются три человека. Сколько человек занимаются спортом?
- Десять читателей взяли в библиотеке фантастику, 11 - детективы, 8 - приключения. Фантастику и приключения взяли 4 человека, фантастику и детективы - 6,

приключения и детективы - 3, двое взяли три вида книг. Сколько читателей побывало в библиотеке?

## Тема 2.2 Упорядоченные множества

Работа с карточками

|  |  |
|--|--|
| <p><b>Вариант 1</b></p> <p>1. Понятие множеств. Приведите примеры</p> <p>2. Симметрическая разность: обозначение, словесное описание, диаграмма Эйлера, символическая запись операции</p> <p>3. Выполните действия и определите мощность полученного множества<br/> <math>A = \{1,2,3\} \setminus \{2,3\}; B = \{1,2,3\} \setminus \{4,5\};</math></p> <p>4. Даны отрезки <math>A = [-4; 5], B = [2; 6], C = [5; 10]</math>. Найдите следующее множество и изобразите его кругами Эйлера: <math>(A \cup B) \setminus (A \cap B)</math></p> | <p><b>Вариант 4</b></p> <p>1. Изображение множеств. Подмножества. Приведите примеры</p> <p>2. Объединение множеств: обозначение, словесное описание, диаграмма Эйлера, символическая запись операции</p> <p>3. Выполните действия и определите мощность полученного множества<br/> <math>A = \{5,7,9\} \cap \{5,57,59\}; B = \{5,7,9\} \cup \{5,57\}</math></p> <p>4. Даны отрезки <math>A = [-7; 3], B = [1; 5], C = [4; 10]</math>. Найдите следующие множества и изобразите их кругами Эйлера: <math>(A \cap B) \cup C;</math></p>                                |
| <p><b>Вариант 2</b></p> <p>1. Универсальные множества, Приведите примеры</p> <p>2. Пересечение множеств: обозначение, словесное описание, диаграмма Эйлера, символическая запись операции</p> <p>3. Выполните действия и определите мощность полученного множества<br/> <math>A = \{5,7,9\} \cup \{12,15\}; B = \{5,7,9\} \cap \{12,15\};</math></p> <p>4. Даны отрезки <math>A = [-2; 4], B = [2; 6], C = [5; 10]</math>. Найдите следующие множества и изобразите их кругами Эйлера: <math>(A \cup B) \setminus (A \cap B);</math></p>   | <p><b>Вариант 5</b></p> <p>1. Язык теории множеств. Объясните значение символов<br/> <math>:\in, \forall, \exists, \Delta, \subset, \notin, \setminus, \cup, \cap, \neg</math></p> <p>2. Дополнение к множеству: обозначение, словесное описание, диаграмма Эйлера, символическая запись операции</p> <p>3. Выполните действия и определите мощность полученного множества<br/> <math>A = \{5,7,9\} \cup \{12,15\}; B = \{5,7,9\} \cap \{12,15\};</math></p> <p>5. Даны отрезки <math>A = [-2; 4], B = [2; 6], C = [5; 10]</math>. Найдите следующие множества и</p> |

б. изобразите их кругами

Эйлера:  $(A \cup B) \setminus (A \cap B)$

Решение тестов по теме: «проверка теоретико-множественных соотношений с помощью формул логики»

Решение задач на выполнение теоретико-множественных операций и на подсчет количества элементов с использованием формулы количества элементов в объединении нескольких конечных множеств

а) Даны отрезки  $A = [-4; 5]$ ,  $B = [2; 6]$ ,  $C = [5; 10]$ . Найдите следующие множества и

изобразите их кругами Эйлера:  $(A \cup B) \cup C$ ;

б)  $(A \cap B) \cup C$ ;

в)  $(C \cup B) \setminus (A \cap B)$ ;

г)  $(A \cup C) \setminus (A \cap B)$ .

Выполните действия и определите мощность полученного множества:

а)  $A = \{5, 7, 9\} \cap \{5, 57, 59\}$ ,  $B = \{5, 7, 9\} \cup \{5, 57, 59\}$ ;

б)  $\{1, 2, 3\} \setminus \{2, 3\}$ ;

в)  $\{1, 2, 3\} \setminus \{4, 5\}$ ;

1. Решите задачу с помощью кругов Эйлера-Венна:

Из 100 студентов факультета программирования 42 посещают спортивные секции, 30 – занятия НСО, а 28 – кружки художественной самодеятельности. На занятия НСО и спортом успевают ходить 5 студентов, спортом и художественной самодеятельностью занимаются 10, НСО и художественной самодеятельностью – 8, а сразу все три увлечения имеют три студента. Сколько студентов не посещают ни одно объединение по интересам, сколько занимаются чем-либо одним?

1. Самостоятельная работа. Выполните упражнения №1.19, 1.20, 1.21 стр.65 из учебника [1] по вариантам. Вариант определяет преподаватель.

|           | 1.19 | 1.20 | 1.21 |
|-----------|------|------|------|
| Вариант 1 | в    | д    | е    |
| Вариант 2 | г    | е    | д    |
| Вариант 3 | д    | в    | г    |

## Соответствия и отображения

### Множества

#### I вариант

1. Изобразите все операции над множествами с помощью кругов Эйлера и в символическом виде.
2. Известно, что  $X \in A \cap B$ . Следует ли отсюда, что  $X \in A$ .
3. Изобразите при помощи кругов Эйлера а)  $B \cap C \cup A$ ; б)  $C \setminus B \cap A$
4. Найдите  $A \cap B \cap A \cup B$ , если:
  - 1)  $A = \{3; 4; 5; 6; 7\}$        $B = \{3; 5; 7; 9\}$
  - 2)  $A = \{a, b, c, d, k\}$        $B = \{b, c, d\}$
  - 3)  $A = \{8; 9; 10\}$        $B = \{7; 5; 6\}$
5. Найдите объединение множества решений неравенств, в которых переменная  $x$  - действительное число  $-2 < x < 4$  и  $x \geq -1$
6. Используя круги Эйлера, проиллюстрируйте справедливость распределительного закона пересечения и объединения множеств.
7. Запишите переместительный закон пересечения и объединения множеств.
8. Найдите  $A \cup B \cap A \setminus B$ , если  $A = \{-1; 0; 2; 4\}$   $B = [-2; 2]$ .

1.

1. Понятие множества, способы описания множеств, основ. символы используемые в теории множества (пишем символ – обозначение)
2. Известно, что  $X \in A \cup B$ . Следует ли отсюда, что  $X \in A \cap B$
3. Изобразите при помощи кругов Эйлера а)  $B \cup C \cap A$ ; б)  $C \cup A \setminus B$
4. Найдите  $A \cap B \cap A \cup B$ , если:
  - 1)  $A = \{16; 18; 20; 22\}$        $B = \{6; 8; 0; 2\}$
  - 2)  $A = \{a, b, c, d, k\}$        $B = \{b, c, d, m\}$
  - 3)  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$        $B = \{2; 4; 6\}$
5. Найдите объединение множества решений неравенств, в которых переменная – действительное число  $-7 \leq x < 5$  и  $-5 \leq x \leq 8$
6. Используя круги Эйлера, проиллюстрируйте справедливость переместительного закона пересечения и объединения множеств.
7. Запишите распределительный закон пересечения и объединения множеств.
8. Найдите  $A \cup B \setminus A \cap B$ , если  $A = \{-1; 3\}$   $B = [-2; 2]$ .

## Теория графов

### Тема Введение в теорию графов

#### Устный опрос

- Определение соответствий. Обратное соответствие. Композиция соответствий. Отображения и некоторые свойства отображения. Отображения, заданные на одном множестве.

#### Самостоятельная (внеаудиторная) работа

Опорный конспект по теме: «Определение графа, основные обозначения»

#### Различные графы

#### Устный опрос

- Содержание учебного материала. Определение графов и основные понятия. История теории графов. Операции над графами. Математические структуры для представления графа.

#### Самостоятельная (внеаудиторная) работа

Отчет по изученной теме: «различные виды обходов графов и их применение»

Практическое занятие № 3

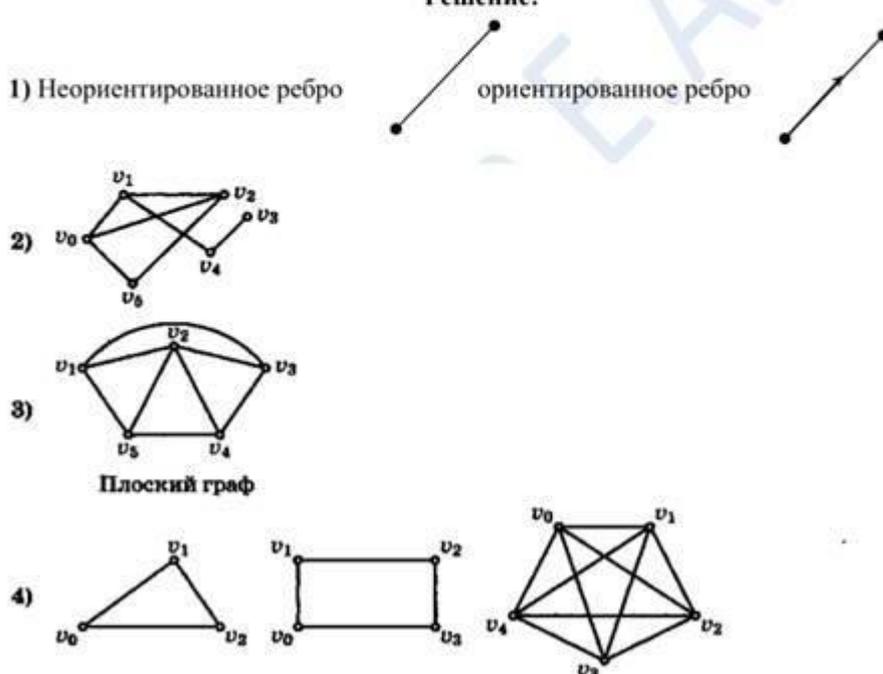
Решение задач: «Распознавание мостов и разделяющих вершин в графе, нахождение расстояния между вершинами в графе; проверка графа на двудольность; проверка пары графов на изоморфность»

### Инструкция к практической работе

**Задание 1.** Изобразите графически:

1. Неориентированное и ориентированное ребро;
2. Неориентированный граф  $G(V, E)$ , заданный множеством  $V = \{v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$   
 $E(v_0) = \{v_1, v_2\} = \{v_0, v_2, v_4\}$ ;  $E(v_1) = \{v_0, v_2, v_4\}$ ;  $E(v_2) = \{v_0, v_1, v_3\}$ ;  $E(v_3) = \{v_4\}$ ;  $E(v_4) = \{v_2\}$ ;
3. Плоский граф;
4. Полный неориентированный граф на трех, четырех и пяти вершинах;
5. Неполный ориентированный граф на пяти вершинах;
6. Петлю графа;
7. Неориентированный и ориентированный мультиграф.

**Решение:**



Решение задач: «Ориентированные, упорядоченные и бинарные деревья. Обходы бинарных деревьев. Кратчайший остов».

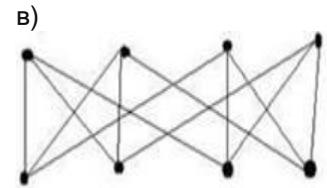
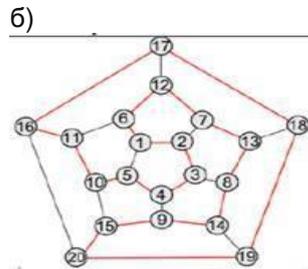
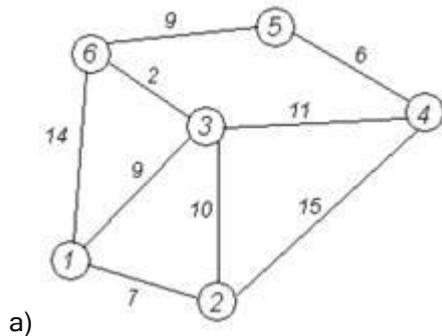
1. Постройте матрицу смежности и инцидентности для ориентированного графа на рисунке 2.29, стр. 99 учебника [1], согласно вашему варианту. Найти число степеней входа и выхода данного графа.

3. Выполните задание по образцу.

Изобразите графически:  $G(V, X)$  - орграф.  $V = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $E = \{(1, 2), (4, 3), (3, 4), (3, 1), (4, 1)\}$ . С помощью программы Grafoanalizator1.3.3, выбрав меню Алгоритмы и особые алгоритмы, ответьте в тетради на вопросы:

- а) Является ли граф деревом?
- б) Каково минимальное оставное дерево?
- в) Связный граф?
- г) Планарный граф?
- д) Какие Эйлеровы и Гамильтоновы пути и цепи существуют у графа?

4. Изобразите графы в Grafoanalizator1.3.3. Полученные графы сохранить в свои папки.



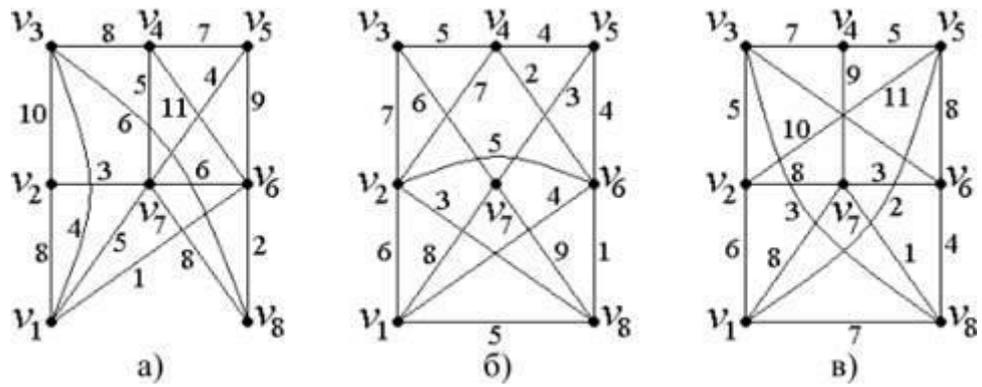
### Алгоритмы обхода графов. Транспортные сети

#### Работа с карточками

|   |   |
|---|---|
| <p>Вариант 1</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Понятие графа, мост графа, цикл, маршрут, полный граф, связный граф, дополнение к графу С ПРИМЕРАМИ.</li> <li>2. Понятие цикл графа, маршрут, степень вершины, инцидентности ребра</li> <li>3. Начертите граф, содержащий 4 висячих и две изолированные вершины. Определите степень вершин, длину пути графа, перечислите инцидентные ребра и вершины</li> </ol> | <p>Вариант 2</p> <p>Понятие ориентированного графа, нуль граф, полный граф. Виды графов с примерами.</p> <p>Понятие маршрут оргграфа, степень вершины, инцидентности ребра</p> <p>Начертите граф, содержащий шесть висячих и две изолированные вершины. Определите степень вершин и длину пути графа, перечислите инцидентные ребра и вершины</p>       |
| <p>Вариант 3</p> <p>Понятие графа, виды графов (полный, нуль, связный, оргграф, граф дополнение) с примерами.</p> <p>Понятие цикл графа, маршрут, степень вершины, инцидентности ребра</p> <p>Начертите граф, содержащий 4 висячих и две изолированные вершины. Определите степень вершин, длину пути графа, перечислите инцидентные ребра и вершины</p>  | <p>Вариант 4</p> <p>Понятие графа, мост, степень вершин и ребер, изоморфный граф. Виды графов с примерами.</p> <p>Понятие маршрут оргграфа, степень вершины, инцидентности ребра</p> <p>Начертите граф, содержащий шесть висячих и две изолированные вершины. Определите степень вершин и длину пути графа, перечислите инцидентные ребра и вершины</p> |

Практическому занятию №5-6, Индивидуальная контрольная работа: «нахождение минимальных маршрутов»

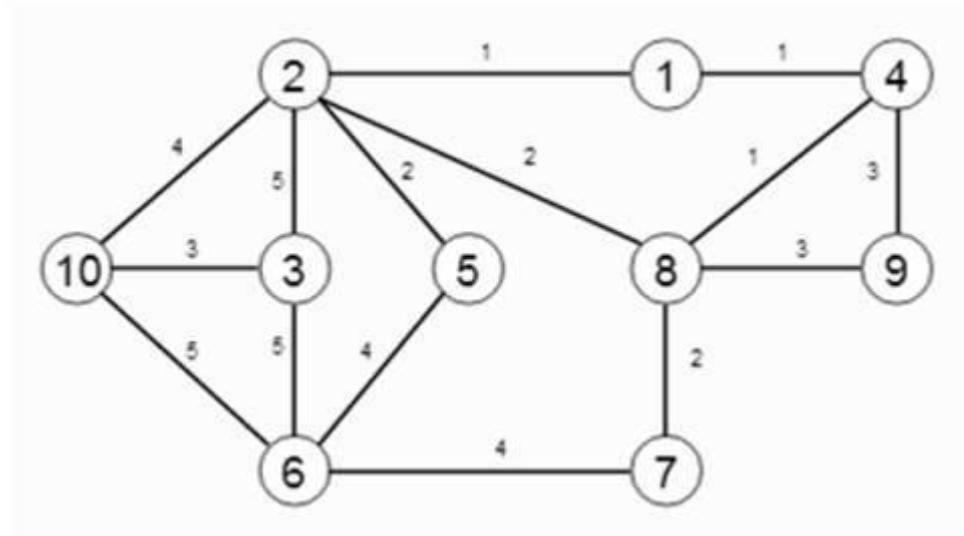
задание: Найти минимальный маршрут по заданию преподавателя.



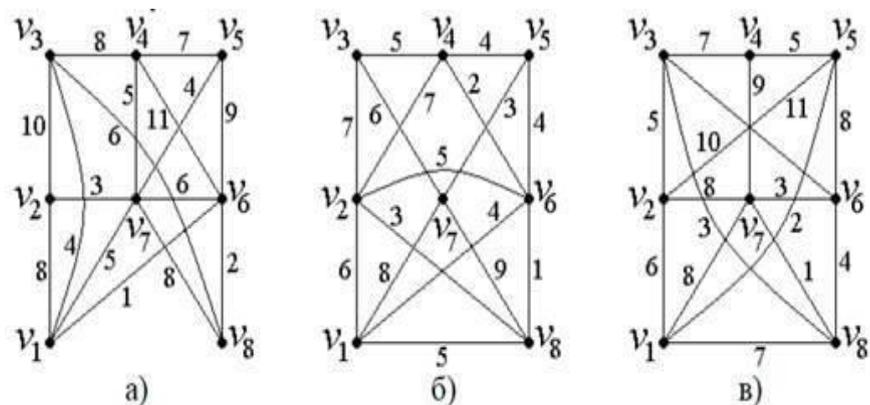
Практическое занятие № 5

Решение задач в программе Delphi по теме «Компоненты связности. Непересекающиеся цепи и разделяющие множества» Алгоритм Краскала

1. *Задача №1.* Найти остов минимального веса с помощью алгоритма Краскала., проверить программой Grafoanalizator1.3.3.



2. *Задача №2* Найти минимальное остовное дерево в неориентированном нагруженном графе. Результат проверить программным обеспечением.



3. Выполните в тетради упражнение №2.12 (2-5) стр.103 из учебника [1] по вариантам. Вариант определяет преподаватель.

Практическое занятие № 6

Решение задач в программе Delphi по теме «Потоки в сетях»

Алгебра логики

Устный опрос

- Алгоритмы обхода графов. Поиск в ширину и глубину.
- Транспортные сети: основные понятия и определения. Применение алгоритмов на графах в коммуникационных сетях.

Самостоятельная (внеаудиторная) работа

отчёт по практическому занятию №7

Самостоятельное изучение материалов по темам:

1. Решение задач на представление логических функций в виде совершенной дизъюнктивной и совершенной конъюнктивной нормальной формы»
2. Построение таблицы истинности для формулы логики.
3. Построение таблицы истинности для ДНФ упрощенным методом.
4. Упрощение формул логики с помощью равносильных преобразований.

Практическое занятие № 7

Решение задач на представление логических функций в виде совершенной дизъюнктивной и совершенной конъюнктивной нормальной формы»

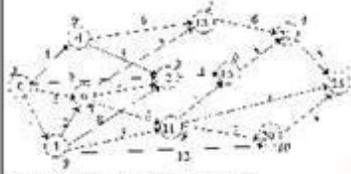
Выполните задания упражнения № 4.1 стр.199 учебника для своего варианта.

Доказательство эквивалентности выполните, построив таблицы истинности для каждой функции.

- 2 Постройте СДНФ и СКНФ по заданной таблице истинности:

| а)    |       |       |   | б)    |       |       |   | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | F |
|-------|-------|-------|---|-------|-------|-------|---|-------|-------|-------|---|
| $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | F | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | F |       |       |       |   |
| 0     | 0     | 0     | 1 | 0     | 0     | 0     | 0 | 0     | 0     | 0     | 0 |
| 0     | 0     | 1     | 1 | 0     | 0     | 1     | 0 | 0     | 0     | 1     | 0 |
| 0     | 1     | 0     | 0 | 0     | 1     | 0     | 0 | 0     | 1     | 0     | 1 |
| 0     | 1     | 1     | 0 | 0     | 1     | 1     | 1 | 0     | 1     | 1     | 1 |
| 1     | 0     | 0     | 0 | 1     | 0     | 0     | 1 | 1     | 0     | 0     | 0 |
| 1     | 0     | 1     | 1 | 1     | 0     | 1     | 1 | 1     | 0     | 1     | 0 |
| 1     | 1     | 0     | 0 | 1     | 0     | 1     | 1 | 1     | 1     | 0     | 1 |
| 1     | 1     | 1     | 1 | 1     | 1     | 0     | 1 | 1     | 1     | 0     | 1 |
|       |       |       |   | 1     | 1     | 1     | 0 | 1     | 1     | 1     | 1 |

в)

| № вар. | Текст задачи  |
|--------|---|
| 1.     | Написать и отладить программу, реализующую решение задачи о "безопасном" размещении $k$ ферзей ( $k \leq 8$ ) на шахматной доске. Найти одно решение и отобразить его графически на форме приложения. Для нахождения "безопасного" размещения ферзей использовать метод поиска с возвратами.  |
| 2.     | Написать и отладить программу, реализующую решение задачи о "безопасном" размещении 8 ферзей на шахматной доске. Найти все возможные решения и отобразить первое решение графически на форме приложения. Все найденные решения сохранить в файле. Для нахождения "безопасного" размещения ферзей использовать метод поиска с возвратами.  |
| 3.     | Используя перечень номиналов ассигнаций:<br>Const Nominal: array[0..5] of currency= (5000, 1000, 500, 100, 50, 10);<br>запрограммировать "жадный" алгоритм формирования выдачи заданной суммы в банкомате. Организовать сервис- диалог с заказчиком суммы и учесть в программе возможность отсутствия ассигнаций того или иного номинала.   |
| 4.     | Используя перечень номиналов ассигнаций и монет:<br>Const Nominal: array[0..10] of currency= (5000, 1000, 500, 100, 50, 10, 5, 1, 0.5, 0.1);<br>запрограммировать "жадный" алгоритм формирования заданной сдачи кассиром. Общее число купюр и монет в сдаче должно получиться минимальным. Организовать сервис- диалог с кассиром для выяснения обстоятельств наличия номиналов в кассе и учесть в программе возможность отсутствия ассигнаций того или иного номинала. |
| 5.     | Используя метод "жадных" алгоритмов, реализовать решение задачи "о рюкзаке ограниченного объема", если заданы величины:<br>$V$ —ограничение объема рюкзака,<br>$N$ — количество предметов заданного объема $q[i]$ и стоимости $c[i]$ .<br>Программа должна выбрать подмножество предметов, вмещающихся в рюкзак и имеющих наибольшую общую стоимость.   |
| 6.     |  <p>Пусть имеется решетка для описания последовательности работ: узлы в решетке пронумерованы формально:</p> <p>Рис.1</p> <p>Длительность каждой работы указана возле направленной дуги.</p> <p>Написать и отладить программу нахождения времени окончания строительства, если решетка моделирует график работы и длительность (вес дуг).</p>  |
| 7.     | Написать и отладить программу нахождения критического пути для заданной модели-решетки (Рис.1).   |

### 3. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

#### Образовательные технологии при проведении лекций

Для реализации компетентного подхода предусматривается использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения аудиторных и внеаудиторных занятий с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся.

Преподавание дисциплины организовано по модульно-блочному принципу.

В процессе преподавания применяются образовательные технологии развития абстрактного, логического и критического мышления. Обязательны компьютерные практикумы по разделам дисциплины, тестирование, тематические презентации, интерактивные технологии.

В учебном процессе наряду с традиционными образовательными технологиями используются компьютерное мультимедийное оборудование и интернет

| №   | Тема  | Виды применяемых образовательных технологий | Кол-во час |
|---|---|---|------------|
| 1   | 2   | 3   | 4          |
| 1   | Основы математической логики                                    | МБТ, ИКТ                                    | 16*        |
| 2   | Понятие множества   | МБТ, ИКТ                                    | 8*         |
| 3   | Понятие и основные свойства предиката<br>Элементы теории графов | МБТ, ИКТ                                    | 4*         |
| 4   | Элементы теории алгоритмов<br>Основы математической логики      | МБТ, ИКТ                                    | 4*         |
| 5   | Элементы теории алгоритмов                                      | МБТ, ИКТ                                    | 6*         |
| <b>Итого по курсу</b>                                 |   |   | <b>38*</b> |
| в том числе интерактивное обучение при необходимости* |   |   |            |

#### Образовательные технологии при проведении практических занятий

##### (лабораторных работ)

| № | Тема занятия  | Виды технологий | Часы |
|---|---|-----------------|------|
| 1 | Практическая работа 1. Формулы логики.<br>Упрощение формул логики с помощью равносильных преобразований<br>Практическая работа 2. Представление булевой функции в виде СДНФ и СКНФ, минимальной ДНФ и КНФ | ИКТ             | 4*   |
| 2 | Практическая работа 3. Множества и основные операции над ними. Графическое изображение  | ИКТ             | 4*   |

|   |   |     |     |
|---|---|-----|-----|
|   | множеств на диаграммах Эйлера-Венна<br>Практическая работа 4. Проверка булевой функции на принадлежность к классам T0, T1, S, L, M. Полнота множеств. Графическое изображение множеств на диаграммах Эйлера-Венна |     |     |
| 3 | Практическая работа 5. Нахождение области определения и истинности предиката. Построение отрицаний к предикатам, содержащим кванторные операции   | ИКТ | 2*  |
| 4 | Практическая работам 6. Графы. Исследование отображений и свойств бинарных отношений с помощью графов   | ИКТ | 2*  |
| 5 | Практическая работа 7. Работа машины Тьюринга   | ИКТ | 2*  |
| 6 | Зачёт   | ИКТ | 1*  |
|   | Всего по курсу  |     | 14* |
|   | * из них интерактивных (по необходимости)   |     | 14  |

#### **4. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ «ЕН.02. Дискретная математика с элементами математической логики»**

Материально-техническая база,  
необходимая для осуществления образовательного  
процесса по дисциплине

Для реализации программы учебной дисциплины должны быть предусмотрены следующие специальные помещения:

Кабинет для преподавания дисциплины «Основы разработки баз данных», оснащенный оборудованием и техническими средствами обучения:

- посадочные места по количеству обучающихся;
- рабочее место преподавателя;
- необходимая для проведения практических занятий методическая и справочная литература (в т.ч. в электронном виде).
- компьютеры;
- выход в интернет;
- мультимедийный проектор, экран;
- мультимедийные презентации.

#### **Информационное обеспечение реализации программы**

Для реализации программы библиотечный фонд образовательной организации должен иметь печатные и/или электронные образовательные и информационные ресурсы, рекомендуемых для использования в образовательном процессе

#### **Печатные издания**

#### **5. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

##### **5.1 Основная литература**

1. Баврин, И. И. Дискретная математика. Учебник и задачник : для среднего профессионального образования / И. И. Баврин. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 193 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-07917-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/489817>
2. Гисин, В. Б. Дискретная математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. Б. Гисин. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 383 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-11633-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/495975>
3. Гусева, А. И. Дискретная математика : учебник / А.И. Гусева, В.С. Киреев, А.Н. Тихомирова. — Москва : КУРС : ИНФРА-М, 2022. — 208 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-906818-21-8. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1796823>. – Режим доступа: по подписке.
4. Скорубский, В. И. Математическая логика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. И. Скорубский, В. И. Поляков, А. Г. Зыков. —

- Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 211 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-11631-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/495977>
5. Спирина, М. С. **Дискретная математика** : учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования / М. С. Спирина, П. А. Спирин. - 4-е изд., стер. - Москва : Академия, 2019. - 368 с. - (Профессиональное образование. ТОП-50). - Предм. указ.: с. 361-365. - Библиогр.: с. 366. - ISBN 978-5-4468-8495-7 : ( 25). - Текст : непосредственный. 2021 –( 25)
  6. Спирина, М. С. Дискретная математика : учебник для СПО / М. С. Спирина, П. А. Спирин. - Москва : Академия, 2021. - 368 с. - ISBN 978-5-4468-9926-5. (25 экз.)
  7. Судоплатов, С. В. Дискретная математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова. — 5-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 279 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-11632-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/495976>

### 1.1 Дополнительная литература

- 1 Седых, И.Ю., Дискретная математика : учебное пособие / И.Ю. Седых, Ю.Б. Гребенщиков. — Москва : КноРус, 2022. — 329 с. — ISBN 978-5-406-09534-8. — URL:<https://book.ru/book/943182>. — Текст : электронный.
- 2 Судоплатов, С. В. Дискретная математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова. — 5-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 279 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-11632-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/495976>
- 3 Таранников, Ю. В. Дискретная математика. Задачник : учебное пособие для вузов / Ю. В. Таранников. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 385 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01180-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/489178>
- 4 Пак, В. Г. Дискретная математика: теория множеств и комбинаторный анализ. Сборник задач : учебное пособие для вузов / В. Г. Пак. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 235 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-09512-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/491997>
- 5 Информатика и математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / А. М. Попов, В. Н. Сотников, Е. И. Нагаева, М. А. Зайцев ; под редакцией А. М. Попова. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 484 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-08207-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/489615>

### 5.3 Периодические издания

1. Экономика и математические методы.- URL <http://dlib.eastview.com/browse/publication/499/udb/4>
2. Сибирский журнал вычислительной математики. - URL: [http://biblioclub.ru/index.php?page=journal\\_red&jid=435065](http://biblioclub.ru/index.php?page=journal_red&jid=435065) ; то же- URL: [https://e.lanbook.com/journal/2169#journal\\_name](https://e.lanbook.com/journal/2169#journal_name)

3. Математика в высшем образовании.- URL:  
[https://e.lanbook.com/journal/2368#journal\\_name](https://e.lanbook.com/journal/2368#journal_name)
4. Вестник Адыгейского государственного университета. Серия 4: Естественно-математические и технические науки- URL  
[http://e.lanbook.com/journal/element.php?pl10\\_id=2351](http://e.lanbook.com/journal/element.php?pl10_id=2351)
5. Квант -URL: [http://e.lanbook.com/journal/element.php?pl10\\_id=2372](http://e.lanbook.com/journal/element.php?pl10_id=2372)

**Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

1. ЭБС «Университетская библиотека ONLINE»: сайт. – URL:<http://biblioclub.ru>
2. ЭБС Издательства «Лань»: сайт. – URL:<http://e.lanbook.com>
3. ЭБС «Юрайт»: сайт. –URL:<https://urait.ru/>
4. ЭБС «BOOK.ru»: сайт. – URL: <https://www.book.ru>
5. ЭБС «ZNANIUM.COM»: сайт. – URL: <https://www.znanium.com>
6. Базы данных компании «Ист Вью»: сайт . –URL: <http://dlib.eastview.com>
7. Научная электронная библиотека «eLibrary.ru»: сайт. – URL: <http://elibrary.ru/>
8. Электронная библиотека "Издательского дома "Гребенников". - URL: <http://www.grebennikon.ru/>
9. Университетская информационная система РОССИЯ (УИС Россия). - URL: <http://uisrussia.msu.ru/>
10. "Лекториум ТВ" - видеолекции ведущих лекторов России. - URL: <http://www.lektorium.tv/>
11. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций КубГУ. - URL: <http://docspace.kubsu.ru/>

## 5. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ «ОП.08. ОСНОВЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ БАЗ ДАННЫХ»

### Критерии оценивания практических работ

| <i>Результаты обучения</i>  | <i>Критерии оценки</i>  | <i>Формы и методы оценки</i>  |
|---|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>– Работать с документами отраслевой направленности.</li> <li>– Собирать, обрабатывать и анализировать информацию на предпроектной стадии</li> <li>– Работать с современными case-средствами проектирования баз данных</li> <li>– Создавать объекты баз данных в современных СУБД</li> <li>– Применять стандартные методы для защиты объектов базы данных.</li> <li>– Выполнять стандартные процедуры резервного копирования и мониторинга выполнения этой процедуры.</li> <li>– Выполнять процедуру восстановления базы данных и вести мониторинг выполнения этой процедуры.</li> <li>– Выполнять установку и настройку программного обеспечения для обеспечения работы пользователя с базой данных. Обеспечивать информационную безопасность на уровне базы данных</li> </ul> | <p>«Отлично» - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, умения сформированы, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено высоко.</p> <p>«Хорошо» - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые умения сформированы недостаточно, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, некоторые виды заданий выполнены с ошибками.</p> <p>«Удовлетворительно» - теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые умения работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий содержат ошибки.</p> <p>«Неудовлетворительно» - теоретическое содержание курса не освоено, необходимые умения не сформированы, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки.</p> | <p>Примеры форм и методов контроля и оценки</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Компьютерное тестирование на знание терминологии по теме;</li> <li>– Тестирование....</li> <li>– Самостоятельная работа.</li> <li>– Защита реферата....</li> <li>– Наблюдение за выполнением практического задания. (деятельностью студента)</li> <li>– Оценка выполнения практического задания (работы)</li> <li>– Подготовка и выступление с докладом, сообщением, презентацией...</li> <li>– Решение ситуационной задачи....</li> </ul> |

Отметка «5» ставится, если:

- работа выполнена полностью, в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок;
- в решении нет ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала).

Отметка «4» ставится, если:

- работа выполнена полностью, но в обосновании шагов решения недостаточны;
- допущена 1-2 ошибки или 1 ошибка и два-три недочета в выкладках.
- Отметка «3» ставится, если:
- допущены 3 ошибки или 2 ошибки и более двух-трех недочетов в выкладках, но обучающийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме.

– Отметка «2» ставится, если:

- допущены существенные ошибки, показавшие, что обучающийся не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере

### – 5.2. Критерии оценивания конспектов

– Отметка «5» ставится, если:

- работа содержит полные ответы на все теоретические вопросы для составления конспекта;

Отметка «4» ставится, если:

- работа содержит неполный ответ хотя бы на один теоретический вопрос для составления конспекта;

Отметка «3» ставится, если:

- работа содержит неполные ответы на 2 теоретических вопроса для составления конспекта.

Отметка «2» ставится, если:

- работа содержит неполные ответы на 2 и более теоретических вопроса для составления конспекта.

### Критерии оценивания презентаций

| Оценка     | 5   | 4   | 3  | 2   |
|------------|---|---|--|---|
| Содержание | Работа полностью завершена                                    | Почти полностью сделаны наиболее важные компоненты работы                             | Не все важнейшие компоненты работы выполнены | Работа сделана фрагментарно и с помощью преподавателя |
|            | Работа демонстрирует глубокое понимание описываемых процессов | Работа демонстрирует понимание основных моментов, хотя некоторые детали не уточняются | Работа демонстрирует понимание, но неполное  | Работа демонстрирует минимальное понимание            |
|            | Грамотно используется   | Научная лексика   | Научная терминология                         | Минимум научных                                       |

|                    |   |   |   |   |
|--------------------|---|---|---|---|
|                    | научная лексика   | используется, но иногда не корректно                                  | или используется мало или используется некорректно.                             | терминов  |
| <b>Грамотность</b> | Нет ошибок: ни грамматических, ни синтаксических                    | Минимальное количество ошибок   | Есть ошибки, мешающие восприятию  | Много ошибок, делающих материал трудночитаемым            |
| <b>Дизайн</b>      | Имеются постоянные элементы дизайна. Дизайн подчеркивает содержание | Имеются постоянные элементы дизайна. Дизайн соответствует содержанию. | Нет постоянных элементов дизайна. Дизайн может и не соответствовать содержанию. | Элементы дизайна мешают содержанию, накладываясь на него. |
|                    | Все параметры шрифта хорошо подобраны (текст хорошо читается)       | Параметры шрифта подобраны. Шрифт читаем                              | Параметры шрифта недостаточно хорошо подобраны, могут мешать восприятию         | Параметры не подобраны. Делают текст трудночитаемым       |

## **6. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

Обучающиеся для полноценного освоения учебного курса должны составлять конспекты как при прослушивании его теоретической (лекционной) части, так и при подготовке к практическим (семинарским) занятиям. Желательно, чтобы конспекты лекций и семинаров записывались в логической последовательности изучения курса и содержались в одной тетради. Это обеспечит более полную подготовку, как к текущим учебным занятиям, так и сессионному контролю знаний.

Самостоятельная работа является важнейшей формой учебно-познавательного процесса. Цель заданий для самостоятельной работы – закрепить и расширить знания, умения, навыки, приобретенные в результате изучения дисциплины; овладеть умением использовать полученные знания в практической работе; получить первичные навыки профессиональной деятельности.

Началом организации любой самостоятельной работы должно быть привитие навыков и умений грамотной работы с учебной и научной литературой. Этот процесс, в первую очередь, связан с нахождением необходимой для успешного овладения учебным материалом литературой. Обучающийся должен изучить список нормативно-правовых актов и экономической литературы, рекомендуемый по учебной дисциплине; уметь пользоваться фондами библиотек и справочно-библиографическими изданиями.

Задания для самостоятельной работы выполняются в письменном виде во внеаудиторное время. Работа должна носить творческий характер, при ее оценке преподаватель в первую очередь оценивает обоснованность и оригинальность выводов. В письменной работе по теме задания обучающийся должен полно и всесторонне рассмотреть все аспекты темы, четко сформулировать и аргументировать свою позицию по исследуемым вопросам. Выбор конкретного задания для самостоятельной работы проводит преподаватель, ведущий практические занятия в соответствии с перечнем, указанным в планах практических занятий.

Обучение осуществляется по модульно-блочной технологии (лекции, практики) с включением инновационных элементов.

С точки зрения используемых методов лекции подразделяются следующим образом: информационно-объяснительная лекция, повествовательная, лекция-беседа, проблемная лекция и т. д.

Устное изложение учебного материала на лекции должно конспектироваться. Слушать лекцию нужно уметь – поддерживать своё внимание, понять и запомнить услышанное, уловить паузы. В процессе изложения преподавателем лекции студент должен выяснить все непонятные вопросы. Записывать содержание лекции нужно обязательно – записи помогают поддерживать внимание, способствуют пониманию и запоминанию услышанного, приводят знание в систему, служат опорой для перехода к более глубокому самостоятельному изучению предмета.

Методические рекомендации по конспектированию лекций:

- запись должна быть системной, представлять собой сокращённый вариант лекции преподавателя. Необходимо слушать, обдумывать и записывать одновременно;
- запись ведётся очень быстро, чётко, по возможности короткими выражениями;
- не прекращая слушать преподавателя, нужно записывать то, что необходимо усвоить. Нельзя записывать сразу же высказанную мысль преподавателя, следует её понять и после этого кратко записать своими словами или словами преподавателя. Важно, чтобы в ней не был потерян основной смысл сказанного;

- имена, даты, названия, выводы, определения записываются точно;
- следует обратить внимание на оформление записи лекции. Для каждого предмета заводится общая тетрадь. Отличным от остального цвета следует выделять отдельные мысли и заголовки, сокращать отдельные слова и предложения, использовать условные знаки, буквы латинского и греческого алфавитов, а также некоторые приёмы стенографического сокращения слов.

Практические занятия по дисциплине «Стандартизация, сертификация и техническое документирование» проводятся в основном по схеме:

- устный опрос по теории в начале занятия (обсуждение теоретических проблемных вопросов по теме);
- работа в группах по разрешению различных ситуаций по теме занятия;
- решение практических задач индивидуально;
- подведение итогов занятия (или рефлексия);
- индивидуальные задания для подготовки к следующим практическим занятиям.

Цель практического занятия - научить студентов применять теоретические знания при решении практических задач на основе реальных данных.

На практических занятиях преобладают следующие методы:

- вербальные (преобладающим методом должно быть объяснение);
- практические (письменные задания, групповые задания и т. п.).

Важным для студента является умение рационально подбирать необходимую учебную литературу. Основными литературными источниками являются:

- библиотечные фонды филиала КубГУ в г. Геленджике;
- электронная библиотечная система «Университетская библиотека онлайн»;
- электронная библиотечная система Издательства «Лань».

Поиск книг в библиотеке необходимо начинать с изучения предметного каталога и создания списка книг, пособий, методических материалов по теме изучения.

Просмотр книги начинается с титульного листа, следующего после обложки. На нём обычно помещаются все основные данные, характеризующие книгу: название, автор, выходные данные, данные о переиздании и т.д. На обороте титульного листа даётся аннотация, в которой указывается тематика вопросов, освещённых в книге, определяется круг читателей, на который она рассчитана. Большое значение имеет предисловие книги, которое знакомит читателя с личностью автора, историей создания книги, раскрывает содержание.

Прочитав предисловие и получив общее представление о книге, следует обратиться к оглавлению. Оглавление книги знакомит обучаемого с содержанием и логической структурой книги, позволяет выбрать нужный материал для изучения. Год издания книги позволяет судить о новизне материала. В книге могут быть примечания, которые содержат различные дополнительные сведения. Они печатаются вне основного текста и разъясняют отдельные вопросы. Предметные и алфавитные указатели значительно облегчают повторение изложенного в книге материала. В конце книги может располагаться вспомогательный материал. К нему обычно относятся инструкции, приложения, схемы, ситуационные задачи, вопросы для самоконтроля и т.д.

Для лучшего представления и запоминания материала целесообразно вести записи и конспекты различного содержания, а именно:

- пометки, замечания, выделение главного;
- план, тезисы, выписки, цитаты;
- конспект, рабочая записи, реферат, доклад, лекция и т.д.

Читать учебник необходимо вдумчиво, внимательно, не пропуская текста, стараясь понять каждую фразу, одновременно разбирая примеры, схемы, таблицы, рисунки, приведённые в учебнике.

Одним из важнейших средств, способствующих закреплению знаний, является краткая запись прочитанного материала – составление конспекта. Конспект – это краткое связное изложение содержания темы, учебника или его части, без подробностей

и второстепенных деталей. По своей структуре и последовательности конспект должен соответствовать плану учебника. Поэтому важно сначала составить план, а потом писать конспект в виде ответа на вопросы плана. Если учебник разделён на небольшие озаглавленные части, то заголовки можно рассматривать как пункты плана, а из текста каждой части следует записать те мысли, которые раскрывают смысл заголовка.

Требования к конспекту:

- краткость, сжатость, целесообразность каждого записываемого слова;
- содержательность записи - записываемые мысли следует формулировать кратко, но без ущерба для смысла. Объём конспекта, как правило, меньше изучаемого текста в 7-15 раз;
- конспект может быть, как простым, так и сложным по структуре – это зависит от содержания книги и цели её изучения.

Методические рекомендации по конспектированию:

- прежде чем начать составлять конспект, нужно ознакомиться с книгой, прочитать её сначала до конца, понять прочитанное;
- на обложке тетради записываются название конспектируемой книги и имя автора, составляется план конспектируемого текста;
- записи лучше делать при прочтении не одного-двух абзацев, а целого параграфа или главы;
- конспектирование ведётся не с целью иметь определённые записи, а для более полного овладения содержанием изучаемого текста, поэтому в записях отмечается и выделяется всё то новое, интересное и нужное, что особенно привлекло внимание;
- после того, как сделана запись содержания параграфа, главы, следует перечитать её, затем снова обращаться к тексту и проверить себя, правильно ли изложено содержание.

Техника конспектирования:

- конспектируя книгу большого объёма, запись следует вести в общей тетради;
- на каждой странице слева оставляют поля шириной 25-30 мм для записи коротких подзаголовков, кратких замечаний, вопросов;
- каждая страница тетради нумеруется;
- для повышения читаемости записи оставляют интервалы между строками, абзацами, новую мысль начинают с «красной» строки;
- при конспектировании широко используют различные сокращения и условные знаки, но не в ущерб смыслу записанного. Рекомендуется применять

общеупотребительные сокращения, например: м.б. – может быть; гос. – государственный; д.б. – должно быть и т.д.

- не следует сокращать имена и названия, кроме очень часто повторяющихся;
- в конспекте не должно быть механического переписывания текста без продумывания его содержания и смыслового анализа.

Для написания реферата необходимо выбрать тему, согласовать ее с преподавателем, подобрать несколько источников по теме, выполнить анализ источников по решению проблемы, обосновать свою точку зрения на решение проблемы.

## 7. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

### Паспорт фонда оценочных средств

| № п/п | Контролируемые разделы (темы) дисциплины                        | Код контролируемой компетенции (или ее части) | Наименование оценочного средства                          |
|-------|---|---|---|
| 1.    | Основы математической логики                                    | ОК 1, 2,4,5,9,10                              | Тестирование, анализ выполнения практических работ        |
| 2.    | Понятие множества   | ОК 1, 2,4,5,9,10                              | Тестирование, анализ выполнения практических работ        |
| 3.    | Понятие и основные свойства предиката<br>Элементы теории графов | ОК 1, 2,4,5,9,10                              | Тестирование, анализ выполнения практических работ        |
| 4.    | Элементы теории алгоритмов. Основы математической логики        | ОК 1, 2,4,5,9,10                              | Тестирование, анализ выполнения практических работ        |
| 5.    | Элементы теории алгоритмов                                      | ОК 1, 2,4,5,9,10                              | Тестирование, анализ выполнения практических работ, зачёт |

#### Критерии оценки знаний

Контроль и оценка результатов освоения модуля осуществляется преподавателем в процессе проведения практических занятий, тестирования, а также выполнения студентами индивидуальных самостоятельных заданий.

**Тест.** Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося. Тест оценивается по количеству правильных ответов (не менее 50%).

#### Критерии оценки знаний студентов в целом по дисциплине:

**«отлично»** - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы модуля и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений;

**«хорошо»** - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;

**«удовлетворительно»** - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

**«неудовлетворительно»** - выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы модуля, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач.

### **Оценочные средств для проведения текущей аттестации**

#### **Вопросы к дифференцированному зачету**

1. Взаимосвязь дискретной математики с другими дисциплинами. Практические проблемы, изучаемые методами дискретной математики
2. Составные высказывания. Простейшие связи. Логические отношения.
3. Варианты импликации.
4. Основные законы, определяющие свойства логических операций.
5. Булевы функции.
6. Свойства элементарных булевых функций.
7. Дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы алгебры высказываний.
8. Совершенная дизъюнктивная и совершенная конъюнктивная нормальные формы.
9. Многочлены Жегалкина.
10. Специальные классы булевых функций: функции, сохраняющие единицу, функции, сохраняющие нуль, самодвойственные функции, линейные функции, монотонные функции. Теорема Поста о функциональной полноте.
11. Понятие множества. Способы задания множества. Подмножества. Операции над множествами.
12. Соотношения между множествами и составными высказываниями.
13. Соотношение между высказываниями и соответствующими им множествами истинности.
14. Абстрактные законы операций над множествами.
15. Картези и декартово произведение множеств. Степень множества.
16. Бинарные отношения в множестве и их свойства.
17. Отношения строгого и нестрогого порядка.
18. Отображение множеств. Функции.
19. Определенность и неопределенность функций. Композиция отображений.
20. Метод математической индукции. База индукции. Индукционный переход.

Полная и неполная индукция.

21. Основные правила комбинаторики. Методы алгоритмического перечисления (генерации) основных комбинаторных объектов: перестановка, сочетание, размещение.
22. Комбинация элементов с повторениями. Бином Ньютона.
23. Предикаты. Применение предикатов в алгебре.
24. Булева алгебра предикатов.
25. Кванторы. Формулы логики предикатов.
26. Равносильные формулы логики предикатов. Приведенные и нормальные формы в логике предикатов.
27. Исчисления предикатов.
28. Основные понятия теории графов. Степень вершины. Маршрут, цепи, циклы.

Связность графа.

29. Ориентированные графы.
30. Изоморфизм графов.
31. Плоские графы. Операции над графами.
32. Способы задания графов. Некоторые типы графов.
33. Сети. Сетевые модели представления информации. Применение графов и сетей.
34. Вычислимые функции и алгоритмы.
35. Рекурсивные функции.
36. Нормальный алгоритм Маркова.
37. Машины Тьюринга.

#### 7.4.2. Практические задания к зачёту

Практические задания к зачёту

1. Докажите эквивалентность функции:  $f(x, y, z) = xA(xVz)A(yYz)$  и  $f(x, y, z) = (xAy)Y(xAz)$ .

2 Найдите СДПФ и СКНФ функции  $f(x, y, z)$ , заданной следующей таблицей истинности:

| $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | $f(x_1, x_2, x_3)$ |
|-------|-------|-------|--------------------|
| 0     | 0     | 0     | 1                  |
| 0     | 0     | 1     | 0                  |
| 0     | 1     | 0     | 0                  |
| 0     | 1     | 1     | 1                  |
| 1     | 0     | 0     | 0                  |
| 1     | 0     | 1     | 1                  |
| 1     | 1     | 0     | 0                  |
| 1     | 1     | 1     | 1                  |

3. Опрос 100 студентов выявил следующие данные о числе студентов, изучающих различные иностранные языки: английский — 28; немецкий - 30; французский — 42, английский и немецкий - 8; английский и французский — 10; немецкий и французский - 5; все три языка - 3.

- 1) Сколько студентов не изучают ни одного иностранного языка?
- 2) Сколько студентов изучают один французский язык?
- 3) Сколько студентов изучают немецкий язык в том и только в том случае, если

они изучают французский язык?

Решение. Нарисовать диаграмму Эйлера-Венна в виде трех кругов, обозначающих множество студентов, изучающих соответственно французский, немецкий и английский языки. В каждую из 8-ми областей вписать данные, используя приведенные цифры. Начинать с конца списка и двигаться к началу.

Ответ: 1) 20; 2) 30; 3) 38.

4) Изобразите с помощью диаграмм Эйлера-Венна множества:

1)  $A' = 3$  и  $B \cap C$ ; 2)  $A \subset 3$ ;  $3 \cap C = A \setminus B = 0$ ; 3)  $A \cap 3 = C$  и  $C = A \cup 3$ ;

4)  $A' = B$ ;  $3' = C$  и  $A \cap B : 3 = 0$ ; 5)  $(A \setminus B) \cap (B \setminus A)$ .

5) Воспользовавшись диаграммой Эйлера-Венна, определите, какие из следующих высказываний истинны: а)  $X \subset A$ ; б)  $X \cap A$ ; в)  $X \cup (A' \cap Y)$ ; г)  $X \rightarrow (Y \rightarrow *X)$ ;

д)  $X \cap (Y - A)$ .

6) Пусть  $A = \{1, 2\}$ . Выписать все элементы декартова произведения  $A \times A$ .

7) Рассмотрим два множества  $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$  и  $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ .

### Вариант 3

1. Проверьте на линейность функцию  $f(x_1, \dots, x_3)$ , если ее двоичный набор  $F = 11100001$ .

2. Найдите правую и левую области отношения  $R = \{<1, 5>; <1, 6>; <1, 7>\}$ .

3. Если  $L = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ , запишите бинарное отношение  $R = \{<x, y> : x, y \in A, x \text{ делит } y, \text{ и } x \neq y\}$ .

4. Являются ли следующие отношения функциями:

1)  $\{<1, 2>; <2, 3>; <3, 2>\}$ ; 2)  $\{<1, 2>; <1, 3>; <2, 3>\}$ ;

3)  $\{x, x^2 - 2x - 3 : x \in A\}$ ?

5. Футбольный мяч шит из 32 лоскутов: белых шестиугольников и чёрных пятиугольников. Каждый чёрный лоскут граничит только с белыми, а каждый белый — с тремя чёрными и тремя белыми. Сколько лоскутов белого цвета?

6. Из 4 первокурсников, 5 второкурсников и 6 третьекурсников надо выбрать 3 студента на конференцию. Сколькими способами можно осуществить этот выбор, если среди выбранных должны быть студенты разных курсов?

7. Сколько можно составить четырехзначных чисел так, чтобы любые две соседние цифры были различны?

Текущий контроль проводится в форме:

-устный опрос;

-тестирование по теоретическому материалу;

-практическая работа;

| Форма аттестации      | Знания                                    | Умения                                     | Практический опыт (владение)                      | Личные качества обучающегося   | Примеры оценочных средств                |
|-----------------------|---|--|---|--|--|
| Устный опрос по темам | Контроль знаний по определенным проблемам | Оценка умения различать конкретные понятия | Оценка навыков работы с литературными источниками | Оценка способности оперативно и качественно отвечать на поставленные | Контрольные вопросы по темам прилагаются |

|                     |   |  |  | вопросы   |                        |
|---------------------|---|--|--|---|------------------------|
| Практические работы | Контроль знания теоретических основ информатики и информационных технологий, возможностей и принципов использования современной компьютерной техники. | Оценка умения работать с современной компьютерной техникой, использовать возможности вычислительной техники и программного обеспечения при решении практических задач. | Оценка навыков работы с вычислительной техникой, прикладными программными средствами | Оценка способности оперативно и качественно решать поставленные на практических работах задачи и аргументировать результаты | Темы работ прилагаются |
| Тестирование        | Контроль знаний по определенным проблемам   | Оценка умения различать конкретные понятия   | Оценка навыков логического анализа и синтеза при сопоставлении конкретных понятий    | Оценка способности оперативно и качественно отвечать на поставленные вопросы  | Вопросы прилагаются    |

### Примерные тестовые задания:

#### Тест

##### Вариант 1

- Докажите тождественную истинность формулы  $X \rightarrow (X \rightarrow Y)$ .
- С помощью таблиц истинности проверить, являются ли эквивалентными высказывания:  $f_1 = X \wedge (Y \rightarrow Z)$  и  $f_2 = (X \wedge Y) \vee (X \wedge Z)$ .
- Определите для каждого из следующих высказываний, будет ли оно логически истинным, противоречивым: ни тем, ни другим.
  - $X \sim X$ , \_\_\_\_\_
  - $X \wedge X$ , в)  $(X \vee Y) \wedge (X \wedge Y)$ , г)  $(X \wedge Y) \wedge (Y \wedge X)$ ,  
 $f_1) (X \rightarrow Y) \wedge (Y \rightarrow Z) \wedge (X \rightarrow Z)$ , е)  $(X \wedge Y) \wedge X$ , ж)  $((X \wedge Y) \wedge X$
- Доказать закон отрицания конъюнкции  $(A \wedge B) \rightarrow A \vee B$
- Найти значение  $A \vee B \rightarrow A \vee B$  и убедиться, что при всех значениях А и В - это истинное значение.
  - С помощью основных равносильностей доказать закон обобщенного склеивания  $x \vee y \wedge z = x \vee yz$ .
  - Составьте таблицу истинности булевой функции трех переменных  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 \oplus x_2 \wedge x_3 \vee x_1 \wedge x_2 \wedge x_3$  и найдите ее двоичный набор.

##### Вариант 2

- Докажите эквивалентность функции:  $f(x, y, z) = x \wedge (x \vee z) \wedge (y \vee z)$  и  $f(x, y, z) = (x \wedge y) \vee (x \wedge z)$ .

2 Найдите СДПФ и СКНФ функции  $f(x, y, z)$ , заданной следующей таблицей истинности:

| $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | $f(X_1, X_2, X_3)$ |
|-------|-------|-------|--------------------|
| 0     | 0     | 0     | 1                  |
| 0     | 0     | 1     | 0                  |
| 0     | 1     | 0     | 0                  |
| 0     | 1     | 1     | 1                  |
| 1     | 0     | 0     | 0                  |
| 1     | 0     | 1     | 1                  |
| 1     | 1     | 0     | 0                  |
| 1     | 1     | 1     | 1                  |

3. Опрос 100 студентов выявил следующие данные о числе студентов, изучающих различные иностранные языки: английский — 28; немецкий - 30; французский — 42, английский и немецкий - 8; английский и французский — 10; немецкий и французский - 5; все три языка - 3.

8) Сколько студентов не изучают ни одного иностранного языка?

9) Сколько студентов изучают один французский язык?

10) Сколько студентов изучают немецкий язык в том и только в том случае, если они изучают французский язык?

Решение. Нарисовать диаграмму Эйлера-Венна в виде трех кругов, обозначающих множество студентов, изучающих соответственно французский, немецкий и английский языки. В каждую из 8-ми областей вписать данные, используя приведенные цифры. Начинать с конца списка и двигаться к началу.

Ответ: 1) 20; 2) 30; 3) 38.

11) Изобразите с помощью диаграмм Эйлера-Венна множества:

2)  $A' = 3$  и  $B \cap C$ ; 2)  $A \cap 3$ ;  $3 \cap C$  и  $A \setminus B = 0$ ; 3)  $A \cap 3$ ;  $3 \cap C$  и  $C = A \cup 3$ ;

4)  $A' = B$ ;  $3' = C$  и  $A \cap 3 = 0$ ; 5)  $(A \setminus B) \cap (B \setminus A)$ .

12) Воспользовавшись диаграммой Эйлера-Венна, определите, какие из следующих высказываний истинны: а)  $X \setminus X \setminus A$ ; б)  $X \setminus A \setminus A$ ; в)  $X \setminus Y \setminus (A \setminus Y)$ ; г)  $X \rightarrow (Y \rightarrow *X)$ ;

д)  $X \setminus D \setminus (Y \setminus LA)$ .

13) Пусть  $A = \{1, 2\}$ . Выписать все элементы декартова произведения  $A \times A$ .

14) Рассмотрим два множества  $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$  и  $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ .

### Вариант 3

8. Проверьте на линейность функцию  $f(x_1, \dots, x_n)$ , если ее двоичный набор  $F = 11100001$ .

9. Найдите правую и левую области отношения  $R = \{<1, 5>; <1, 6>; <1, 7>\}$ .

10. Если  $L = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ , запишите бинарное отношение  $R = \{<x, y> : x, y \in L, x \text{ делит } y, \text{ и } x \neq y\}$ .

11. Являются ли следующие отношения функциями:

2)  $\{<1, 2>; <2, 3>; <3, 2>\}$ ; 2)  $\{<1, 2>; <1, 3>; <2, 3>\}$ ;

4)  $\{x, x^2 - 2x - 3 : \in A\}$ ?

12. Футбольный мяч шит из 32 лоскутов: белых шестиугольников и чёрных пятиугольников. Каждый чёрный лоскут граничит только с белыми, а каждый белый — с тремя чёрными и тремя белыми. Сколько лоскутов белого цвета?

13. Из 4 первокурсников, 5 второкурсников и 6 третьекурсников надо выбрать 3 студента на конференцию. Сколькими способами можно осуществить этот выбор, если среди выбранных должны быть студенты разных курсов?

14. Сколько можно составить четырехзначных чисел так, чтобы любые две соседние цифры были различны?

| Форма аттестации | Знания  | Умения  | Практический опыт (владеть)   | Личные качества обучающегося   | Примеры оценочных средств |
|------------------|---|---|---|--|---------------------------|
| зачет            | Контроль знания базовых положений в области документирования и сертификации | Оценка умения понимать специальную терминологию                             | Оценка навыков логического сопоставления и характеристики объектов                            | Оценка способности грамотно и четко излагать материал  | Вопросы: прилагаются      |
|                  |   | Оценка умения решать типовые задачи в области профессиональной деятельности | Оценка навыков логического мышления при решении задач в области профессиональной деятельности | Оценка способности грамотно и четко излагать ход решения задач в области проф. деятельности и аргументировать результаты | Задачи прилагаются        |

#### 7.4.2. Примерные задачи для проведения промежуточной аттестации

### Итоговый тест

#### Список вопросов теста

Вопрос 1

**Множество, не содержащее ни одного элемента, называется ...**

Варианты ответов

- Пустым
- Конечным
- Нулевым

Вопрос 2

**Математический символ  $\emptyset$  обозначает ...**

Варианты ответов

- Нулевое множество
- Бесконечное множество
- Пустое множество

Вопрос 3

**Существует ли множество без элементов?**

Варианты ответов

- В любом множестве должно быть не менее 1 элемента
- Да
- Нет

Вопрос 4

**При пересечении двух множеств получаем третье множество, которое ...**

Варианты ответов

- Может состоять из одного элемента
- Всегда состоит из одного элемента
- Всегда не содержит элементов
- Иногда не содержит элементов

Вопрос 5

**Как можно изобразить множество графически?**

Варианты ответов

- Интервалом на числовой оси
- Частью координатной плоскости
- Кругами Эйлера (диаграммами Эйлера-Венна)
- Этого нельзя сделать

Вопрос 6

**При обозначении множеств используют ...**

Варианты ответов

- Только фигурные скобки
- Только круглые скобки
- Иногда круглые, иногда фигурные, иногда одновременно оба вида скобок

Вопрос 7

**Если можно найти разность двух множеств, то можно найти и их ...**

Варианты ответов

- Объединение
- Сумму
- Произведение
- Частное

Вопрос 8

**Если все элементы множества  $A$  входят в множество  $B$ , то можно сказать, что ...**

Варианты ответов

- $A$  – образ множества  $B$
- $A$  – подмножество  $B$
- $B$  – прообраз множества  $A$
- $B$  – подмножество  $A$

Вопрос 9

**Множества обозначаются ...**

Варианты ответов

- Кириллицей
- Большими латинскими буквами
- Малыми латинскими буквами

Вопрос 10

**Какой операции над множествами соответствует выражение?**

**“Элемент, принадлежащий полученному множеству, принадлежит множеству  $A$  ИЛИ множеству  $B$ ”.**

Варианты ответов

- Объединение множеств
- Перечисление множеств
- Пересечение множеств

Вопрос 11

**Способ выражения мыслей или форма, по которой они строятся - это ...**

Варианты ответов

- Форма мышления
- Форма умозаключения
- Форма доказательства

Вопрос 12

**Согласны ли Вы с тем, что вопросительные и повелительные предложения не являются логическими высказываниями?**

Варианты ответов

- Да
- Нет

Вопрос 13

**Какой приоритет выполнения логических операций в логических выражениях?**

Варианты ответов

- Отрицание
- Конъюнкция
- Дизъюнкция; исключающая дизъюнкция
- Следование; эквивалентность

Вопрос 14

**Является логическое отрицание (инверсия) унарной операцией?**

Варианты ответов

- Да
- Нет

Вопрос 15

**Сложные высказывания представляют собой объединение простых высказываний с помощью ...**

Варианты ответов

- Логических запятых
- Логических скобок
- Логических связок

Вопрос 16

**Логическое выражение, принимающее значение истина при любых значениях входящих в него переменных - это ...**

Варианты ответов

- Выполнимое выражение
- Тавтологическое–ложное выражение
- Тавтологическое–истинное выражение

Вопрос 17

**Закон тождества говорит о том, что каждое высказывание тождественно самому себе и имеет математическую форму записи ...**

Варианты ответов

- $A \equiv A$
- $A \leq A$
- $A \geq A$
- $A = A$

Вопрос 18

**Какие две формы интерпретации ФАЛ существуют?**

Варианты ответов

- Серверная интерпретация
- Теоретико-множественная интерпретация
- Игровая интерпретация
- Выказательная интерпретация

Вопрос 19

**Какое высказывание является ложным?**

Варианты ответов

- Знаком & обозначается логическая операция И
- Знаком  $\vee$  обозначается логическая операция дизъюнкция
- Логическую операцию И также называют логическим умножением

Вопрос 20

**Соединение двух простых высказываний А и В в одно составное с помощью союза И – это ...**

Варианты ответов

- Конъюнкция
- Импликация
- Дизъюнкция

Вопрос 21

**В теоретико-множественной интерпретации дизъюнкция соответствует ...**

Варианты ответов

- Объединению множеств
- Пересечению множеств
- Разности множеств

Вопрос 22

**Определите правильный порядок действий при составлении таблицы истинности.**

Варианты ответов

- Определить количество строк в таблице.
- Определить количество столбцов, которое будет равно количеству переменных + количество логических операций.
- Построить таблицу, заполнить шапку и внести возможные наборы значений исходных логических переменных.
- Заполнить таблицу истинности по столбцам, выполняя базовые логические операции в необходимой последовательности.

Вопрос 23

**Функция алгебры логики  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  называется *линейной* если она может быть представлена ...**

Варианты ответов

- Полиномом Жегалкина
- Полиномом Вебба
- Полиномом Шеффера

Вопрос 24

**Два одинаково разрядных двоичных набора называются противоположными, если они различаются ...**

Варианты ответов

- Во всех разрядах
- Хоть в одном разряде
- В двух разрядах

Вопрос 25

**Из определения двойственности функций следует, что для любой ФАЛ существует двойственная функция, причём единственная.**

**Согласны ли Вы с этим утверждением?**

Варианты ответов

- Да
- Нет

## 8. ДОПОЛНИТЕЛЬНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### Основные понятия и определения теории графов. Классификация

ТЕОРИЯ ГРАФОВ - это область дискретной математики, особенностью которой является геометрический подход к изучению объектов. Теория графов находится сейчас в самом расцвете. Обычно её относят к топологии (потому что во многих случаях рассматриваются лишь топологические свойства графов), однако она пересекается со многими разделами теории множеств, комбинаторной математики, алгебры, геометрии, теории матриц, теории игр, математической логики и многих других математических дисциплин. Основным объектом теории графов-граф и его обобщения.

1. Граф - Пара объектов  $G = (X, \Gamma)$ , где  $X$  - конечное множество, а  $\Gamma$  - конечное подмножество прямого произведения  $X \times X$ . При этом  $X$  называется множеством вершин, а  $\Gamma$  - множеством дуг графа  $G$ .

2. Любое конечное множество точек (вершин), некоторые из которых попарно соединены стрелками, (в теории графов эти стрелки называются дугами), можно рассматривать как граф.

3. Если в множестве  $\Gamma$  все пары упорядочены, то такой граф называют ориентированным.

1. Дуга- ребро ориентированного графа.

2. Граф называется вырожденным, если у него нет рёбер.

3. Вершина  $X$  называется инцидентной ребру  $G$ , если ребро соединяет эту вершину с какой-

либо другой вершиной.

4. Подграфом  $G(V_1, E_1)$  графа  $G(V, E)$  называется граф с множеством вершин  $V_1 \subset V$  и множеством ребер (дуг)  $E_1 \subset E$ , - такими, что каждое ребро (дуга) из  $E_1$  инцидентно (инцидентна) только вершинам из  $V_1$ . Иначе говоря, подграф содержит некоторые вершины исходного графа и некоторые рёбра (только те, оба конца которых входят в подграф).

5. Подграфом, порождённым множеством вершин  $U$  называется подграф, множество вершин которого -  $U$ , содержащий те и только те рёбра, оба конца которых входят в  $U$ .

6. Подграф называется остовным подграфом, если множество его вершин совпадает с множеством вершин самого графа.

7. Вершины называются смежными, если существует ребро, их соединяющее.

8. Два ребра  $G_1$  и  $G_2$  называются смежными, если существует вершина, инцидентная одновременно  $G_1$  и  $G_2$ .

9. Каждый граф можно представить в пространстве множеством точек, соответствующих вершинам, которые соединены линиями, соответствующими ребрам (или дугам - в последнем случае направление обычно указывается стрелочками). - такое представление называется укладкой графа.

10. Доказано, что в 3-мерном пространстве любой граф можно представить в виде

укладки таким образом, что линии, соответствующие ребрам (дугам) не будут пересекаться во внутренних точках.

Для 2-мерного пространства это, вообще говоря, неверно. Допускающие представление в виде укладки в 2- мерном пространстве графы называют плоскими (планарным).

Другими словами, планарным называется граф, который может быть изображен на плоскости так, что его рёбра не будут пересекаться.

11. Гранью графа, изображенного на некоторой поверхности, называется часть поверхности, ограниченная рёбрами графа.

Данное понятие грани, по существу, совпадает с понятием грани многогранника. В качестве поверхности в этом случае выступает поверхность многогранника. Если многогранник выпуклый, его можно изобразить на плоскости, сохранив все грани. Это можно наглядно представить следующим образом: одну из граней многогранника растягиваем, а сам многогранник «расплющиваем» так, чтобы он весь поместился внутри этой грани. В результате получим плоский граф. Грань, которую мы растягивали «исчезнет», но ей будет соответствовать грань, состоящая из части плоскости, ограничивающей граф.

Таким образом, можно говорить о вершинах, рёбрах и гранях многогранника, а оперировать соответствующими понятиями для плоского графа.

12. Пустым называется граф без рёбер. Полным называется граф, в котором каждые две вершины смежные.

13. Конечная последовательность необязательно различных рёбер  $E_1, E_2, \dots, E_n$  называется маршрутом длины  $n$ , если существует последовательность  $V_1, V_2, \dots, V_n$  необязательно различных вершин, таких, что  $E_i = (V_{i-1}, V_i)$ .

14. Если совпадают, то маршрут замкнутый.

15. Маршрут, в котором все рёбра попарно различны, называется цепью.

16. Замкнутый маршрут, все рёбра которого различны, называется циклом. Если все вершины цепи или цикла различны, то такая цепь или цикл называются простыми.

17. Маршрут, в котором все вершины попарно различны, называется простой цепью.

18. Цикл, в котором все вершины, кроме первой и последней, попарно различны, называется простым циклом.

19. Граф называется связным, если для любых двух вершин существует путь, соединяющий эти вершины.

20. Любой максимальный связный подграф (то есть, не содержащийся в других связных подграфах) графа  $G$  называется компонентой связности. Несвязный граф имеет, по крайней мере, две компоненты связности.

21. Граф называется  $k$  - связным ( $k$  - реберно - связным), если удаление не менее  $k$  вершин (ребер) приводит к потере свойства связности.

22. Маршрут, содержащий все вершины или ребра графа и обладающий

определенными свойствами, называется обходом графа.

23. Длина маршрута (цепи, простой цепи) равна количеству ребер а порядке их прохождения.

Длина кратчайшей простой цепи, соединяющей вершины  $v_i$  и  $v_j$  в графе  $G$ , называется расстоянием  $d(v_i, v_j)$  между  $v_i$  и  $v_j$ .

24. Степень вершины - число ребер, которым инцидентна вершина  $V$ , обозначается  $D(V)$ .

С помощью различных операций можно строить графы из более простых, переходить от графа к более простому, разбивать графы на более простые и т.д.

Среди одноместных операций наиболее употребительны: удаление и добавление ребра или вершины, стягивание ребра (отождествление пары смежных вершин), подразбиение ребра (т.е. замена ребра  $(u, v)$  на пару  $(u, w)$ ,  $(w, v)$ , где  $w$  - новая вершина) и др.

Известны двуместные операции: соединение, сложение, различные виды умножений графов и др. Такие операции используются для анализа и синтеза графов с заданными свойствами.

25. Два графа  $G_1=(V_1;E_1)$ ,  $G_2=(V_2;E_2)$ , называются изоморфными, если существует взаимнооднозначное соответствие между множествами вершин  $V_1$  и  $V_2$  и между множествами рёбер  $E_1$  и  $E_2$ , такое, чтобы сохранялось отношение инцидентности.

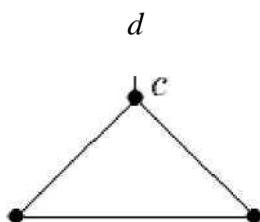
Понятие изоморфизма для графов имеет наглядное толкование. Представим рёбра графов эластичными нитями, связывающими узлы - вершины. Тогда, изоморфизм можно представить как перемещение узлов и растяжение нитей.

26. Связный граф без циклов называется деревом.

Деревья особенно часто возникают на практике при изображении различных иерархий. Например, популярные генеалогические деревья.

### Способы задания графов:

1. Геометрический:



( П Б

2. Матрица смежности:

|   | a | B | c | d |
|---|---|---|---|---|
| A | 0 | 1 | 1 | 0 |
| B | 1 | 0 | 1 | 0 |
| C | 1 | 1 | 0 | 1 |
| D | 0 | 0 | 1 | 0 |

Матрица смежности - квадратная матрица, размерности, равной количеству вершин. При этом  $a[i, j]$  - целое число, равное количеству рёбер, связывающих  $i$ -ю,  $j$ -ю вершину. Если в графе нет петель, то диагональные элементы равны 0.

Если рёбра не повторяются, то все элементы 0 или 1. Если граф неориентированный, то матрица симметрична.

3. Матрица инцидентности:

|   | a | B | c | d |
|---|---|---|---|---|
| A | 1 | 1 | 0 | 0 |
| B | 0 | 1 | 1 | 0 |
| C | 1 | 0 | 1 | 0 |
| D | 0 | 0 | 1 | 1 |

4. Явное задание графа как алгебраической системы:

$$\langle \{a,b,c,d\}, \{u,v,w,x\}; \{(u,a),(u,b),(v,b),(v,c),(w,c),(w,a),(x,c), (x,d)\} \rangle.$$

Так как мы рассматриваем только простые графы, граф нам проще определять как модель, носителем которой является множество вершин, а отношение - бинарное отношение смежности вершин. Тогда данный граф запишется как  $\langle \{a,b,c,d\}; \{(a,b), (b,a), (b,c), (c,b), (a,c), (c,a), (c,d), (d,c)\} \rangle$ . В таком представлении ребру соответствуют две пары вершин  $(v_1, v_2)$  и  $(v_2, v_1)$ , инцидентных данному ребру. Чтобы задать такое представление, достаточно для каждого ребра указать двухэлементное множество вершин - его мы и будем отождествлять с ребром. Для данного графа рёбра задаются множеством  $\{\{a,b\}, \{b,c\}, \{a,c\}, \{c,d\}\}$  и граф мы будем записывать как пару  $(V, E)$ , где  $V$  - множество вершин, а  $E$  - множество рёбер.

5. Наконец, граф можно задать посредством **списков**.

Например:

*вариант 1:* списком пар вершин, соединенных ребрами (или дугами);

*вариант 2:* списком списков для каждой вершины множества смежных с ней вершин.

### Примеры применения в моделировании

Развитие теории графов в основном обязано большому числу всевозможных приложений. По-видимому, из всех математических объектов графы занимают одно из первых мест в качестве формальных моделей реальных систем.

Графы нашли применение практически во всех отраслях научных знаний: физике, биологии, химии, математике, истории, лингвистике, социальных науках, технике и т.п. Наибольшей популярностью теоретико-графовые модели используются при исследовании коммуникационных сетей, систем информатики, химических и генетических структур, электрических цепей и других систем сетевой структуры.

Далее перечислим некоторые типовые задачи теории графов и их приложения:

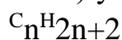
- Задача о кратчайшей цепи

- \* замена оборудования
- \* составление расписания движения транспортных средств
- \* размещение пунктов скорой помощи
- \* размещение телефонных станций
- Задача о максимальном потоке
  - \* анализ пропускной способности коммуникационной сети
- \* организация движения в динамической сети
- \* оптимальный подбор интенсивностей выполнения работ
- \* синтез двухполюсной сети с заданной структурной надежностью
- \* задача о распределении работ
- Задача об упаковках и покрытиях

- \* оптимизация структуры ПЗУ
- \* размещение диспетчерских пунктов городской транспортной сети
  - Раскраска в графах
- \* распределение памяти в ЭВМ
- \* проектирование сетей телевизионного вещания
  - Связность графов и сетей
- \* проектирование кратчайшей коммуникационной сети
- \* синтез структурно-надежной сети циркуляционной связи
- \* анализ надежности стохастических сетей связи
  - Изоморфизм графов и сетей
- \* структурный синтез линейных избирательных цепей
- \* автоматизация контроля при проектировании БИС
  - Изоморфное вхождение и пересечение графов
- \* локализация неисправности с помощью алгоритмов поиска МИПГ
- \* покрытие схемы заданным набором типовых подсхем
  - Автоморфизм графов
- \* конструктивное перечисление структурных изомеров для производных органических соединений
- \* синтез тестов цифровых устройств

### **Графы и химия**

Еще А. Кэли рассмотрел задачу о возможных структурах насыщенных (или предельных) углеводородов, молекулы которых задаются формулой:



Молекула каждого предельного углеводорода представляет собой дерево. Если удалить все атомы водорода, то оставшиеся атомы углеводорода также будут образовывать дерево, каждая вершина которого имеет степень не выше 4. Следовательно, число возможных структур предельных углеводородов, т. е. число гомологов данного вещества, равно числу деревьев с вершинами степени не больше четырех.

Таким образом, подсчет числа гомологов предельных углеводородов также приводит к задаче о перечислении деревьев определенного типа. Эту задачу и ее обобщения рассмотрел Д. Пойа.

### **Графы и биология**

Деревья играют большую роль в биологической теории ветвящихся процессов. Для простоты мы рассмотрим только одну разновидность ветвящихся процессов - размножение бактерий. Предположим, что через определенный промежуток времени каждая бактерия либо делится на две новые, либо погибает. Тогда для потомства одной бактерии мы получим двоичное дерево.

Нас будет интересовать лишь один вопрос: в скольких случаях  $n$ -е поколение одной бактерии насчитывает ровно  $k$  потомков? Рекуррентное соотношение, обозначающее число необходимых случаев, известно в биологии под названием процесса Гальтона-Ватсона. Его можно рассматривать как частный случай многих общих формул.

