

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе,
качеству образования – первый
проректор

_____ Г.А. Харуров
подпись
«26» мая 2023 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.ДВ.01.01 ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРНОЙ ТЕОРИИ ГРУПП

Направление подготовки _____ 02.03.01 Математика и компьютерные науки _____

Направленность (профиль) _____ Алгебра, теория чисел и дискретный анализ _____

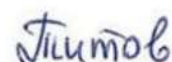
Форма обучения _____ очная _____

Квалификация _____ бакалавр _____

Краснодар 2023

Рабочая программа дисциплины «ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРНОЙ ТЕОРИИ ГРУПП» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки по профилю «Алгебра, теория чисел и дискретный анализ».

Программу составил
Г.Н. Титов, канд. физ.-мат. наук, доцент



Рабочая программа дисциплины «ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРНОЙ ТЕОРИИ ГРУПП» утверждена на заседании кафедры функционального анализа и алгебры
протокол № 8 «18» апреля 2023 г.
Заведующая кафедрой (разработчика) Барсукова В.Ю.



Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук протокол «20» апреля 2023 г
протокол № 3.

Председатель УМК факультета Шмалько С.П.



Рецензенты:

Терещенко И.В., заведующий кафедрой общей математики ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет», кандидат физ.-мат. наук, доцент;

Гаркуша О.В., доцент кафедры информационных технологий ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет», кандидат физ.-мат. наук, доцент.

1. Цели и задачи освоения дисциплины.

1.1 Цель дисциплины

Дальнейшее формирование у студентов приобретенных на первых двух курсах знаний по фундаментальной и компьютерной алгебре.

1.2. Задачи дисциплины

Получение основных теоретических и алгоритмических сведений по теории групп, развитие познавательной деятельности и приобретение практических навыков работы с алгебраическими понятиями.

1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Элементы комбинаторной теории групп» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана Дисциплина читается в 5-ом семестре и продолжает начатое на первых двух курсах алгебраическое образование студентов соответствующего направления подготовки. Знания, полученные в этом курсе, могут быть использованы в дискретной математике и математической логике, теории чисел, методах оптимизации и др. Слушатели должны владеть математическими знаниями в рамках программы курса «Фундаментальная и компьютерная алгебра».

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся профессиональных компетенций ПК -1, ПК-5

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
ПК-1 Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий	
ИПК-1.1. Способен решать актуальные и важные задачи фундаментальной и прикладной математики	Знает базовые понятия курса «Элементы комбинаторной теории групп»;
	Умеет демонстрировать с обоснованиями базовые знания, излагаемые в данной дисциплине
	Обладает навыками демонстрации материала данной дисциплины с использованием компьютерных технологий.
ПК-5 Способен использовать современные методы разработки и реализации конкретных алгоритмов математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ моделирования	
ИПК-5.1 Анализирует поставленные задачи и выбирает эффективные математические методы при создании алгоритмов и вычислительных программ для решения современных задач математики и механики	Знает основные теоретические результаты и алгоритмы курса, позволяющие компьютерную реализацию решения некоторых вопросов дисциплины;
	Умеет использовать современные методы разработки и реализации алгоритмов математических моделей, возникающих в курсе дисциплины;
	Обладает навыками исследований в современной теории групп с использованием алгоритмов с последующей их компьютерной реализацией.

2 Структура и содержание дисциплины

2.1 Распределение трудоемкости дисциплины по видам работ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы (108 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице.

Виды работ		Всего часов	Форма обучения
			очная
			5 семестр (часы)
Контактная работа, в том числе:			
Аудиторные занятия (всего):		34	34
занятия лекционного типа		16	16
лабораторные занятия		18	18
практические занятия			
семинарские занятия			
Иная контактная работа:			
Контроль самостоятельной работы (КСР)		6	6
Промежуточная аттестация (ИКР)		0,2	0,2
Самостоятельная работа, в том числе:		67,8	67,8
Самостоятельное изучение разделов, самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным и практическим занятиям, коллоквиумам и т.д.)		50	50
Подготовка к текущему контролю		17,8	17,8
Контроль:		зачет	зачет
Подготовка к экзамену			
Общая трудоемкость	час.	108	108
	в том числе контактная работа	40,2	40,2
	зач. ед	3	3

2.2 Содержание дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы (темы) дисциплины, изучаемые в 5 семестре (3 курс) (очная форма обучения)

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1.	Основные понятия теории групп	28	4		4	20
2.	Гомоморфизмы групп	32	6		6	20
3.	Порождающие элементы и определяющие соотношения групп	41,8	6		8	27,8
	<i>ИТОГО по разделам дисциплины</i>	101,8	16		18	67,8
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	6				
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,2				
	Подготовка к текущему контролю					
	Общая трудоемкость по дисциплине	108				

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

2.3 Содержание разделов (тем) дисциплины

2.3.1 Занятия лекционного типа

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	Основные понятия теории групп	Алгебраические операции на множествах. Виды группоидов, примеры. Таблица Кэли. Свойства таблицы Кэли группы. Изоморфизмы группоидов, их простейшие свойства. Группа подстановок n -й степени. Умножение подстановок, записанных в цикленном или в перестановочном виде. Алгоритм нахождения изоморфизмов и автоморфизмов конечных групп, заданных таблицей Кэли. Алгоритм построения группы автоморфизмов конечной группы по ее таблице Кэли. Подгруппа, критерий подгруппы. Порядок элемента группы, свойства. Циклическая группа, изоморфизм группе Z или Z_n . Подгруппы циклической группы. Смежные классы группы по подгруппе. Равномощность смежных классов по подгруппе. Равномощность множества правых и множества левых смежных классов по подгруппе. Теорема Лагранжа для конечной группы. Алгоритм нахождения подгрупп конечной группы, заданной таблицей Кэли.	Устный опрос, контролирование подготовки доклада

2	Гомоморфизмы групп	Сопряжение элементов группы, простейшие свойства. Алгоритм сопряжения подстановок, записанных в циклическом виде. Нормальная подгруппа группы, эквивалентные определения. Алгоритм нахождения нормальных подгрупп конечной группы по ее таблице Кэли. Прямое произведение групп (подгрупп). Теорема об инвариантах конечной абелевой группы. Факторгруппа. Алгоритм построения таблицы Кэли факторгруппы. Коммутант и центр группы. Гомоморфизмы групп, их виды. Ядро и образ гомоморфизма. Критерий мономорфизма. Естественный гомоморфизм. Основная теорема о гомоморфизмах групп. Теорема Кэли о представлении конечной группы подстановками. Алгоритм построения регулярного представления группы подстановками.	Устный опрос, контролирование подготовки доклада
3	Порождающие элементы и определяющие соотношения групп	Лемма о пересечении подгрупп. Порождающее множество элементов (под)группы. Теорема о виде элементов подгруппы, порожденной данным множеством элементов группы. Определение свободной группы. Теорема о том, что всякая группа является гомоморфным образом некоторой свободной группы. Понятие об определяющем множестве соотношений. Генетические коды некоторых конечных групп: абелевых групп, группы диэдра D_n, симметрической группы S_n, знакопеременной группы A_n, групп порядков p^2, p^3, где p, q – простые числа. Умножение элементов группы, заданной порождающими элементами и определяющими соотношениями, компьютерная реализация этого процесса. Алгоритм отыскания генетического кода конечной группы методом перечисления смежных классов.	Устный опрос, контролирование подготовки доклада

2.3.1 Лабораторные занятия

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	Основные понятия теории групп	Проверка свойств группоидов по их таблице Кэли. Алгоритм проверки на изоморфизм группоидов, заданных таблицей Кэли. Умножение подстановок, записанных в цикленном или в перестановочном виде. Алгоритм нахождения изоморфизмов и автоморфизмов конечных групп, заданных таблицей Кэли. Алгоритм построения группы автоморфизмов конечной группы по ее таблице Кэли. Классификация всех группоидов второго порядка. Описание подгрупп группы, заданной таблицей Кэли. Описание подгрупп циклической группы. Разбиение данной группы подстановок на смежные классы по подгруппе.	Проверка домашнего задания, реферативный доклад, контрольная работа

2	Гомоморфизмы групп	Доказательство простейших свойств сопряжения элементов мультипликативной группы. Алгоритм сопряжения подстановок, записанных в цикленном виде. Алгоритм нахождения нормальных подгрупп конечной группы по ее таблице Кэли. Иллюстрация построения прямого (внешнего) произведения групп и (внутреннего) прямого произведения двух подгрупп. Разложение циклической группы в прямое произведение примарных подгрупп. Определение набора инвариантов абелевых групп, заданных в виде прямого произведения циклических подгрупп. Построение таблицы Кэли факторгруппы. Отыскание коммутанта и центр группы подстановок. Построение гомоморфизмов групп различных видов с указанием их ядра и образа. Иллюстрация основной теоремы о гомоморфизмах групп. Алгоритм построения регулярного представления группы подстановками.	Проверка домашнего задания, реферативный доклад, контрольная работа
3	Порождающие элементы и определяющие соотношения групп	Описание подгруппы, порожденной данным множеством элементов группы подстановок, а также группы, заданной таблицей Кэли. Умножение элементов конечно порожденной свободной группы. Понятие об определяющем множестве соотношений группы. Описание генетических кодов некоторых абелевых групп, группы диэдра D_n, симметрической группы S_n, знакопеременной группы A_n, групп порядков pq, p^2 и p^3, где p, q – простые числа. Умножение элементов группы, заданной порождающими элементами и определяющими соотношениями, компьютерная реализация этого процесса. Алгоритм отыскания генетического кода конечной группы методом перечисления смежных классов.	Проверка домашнего задания, реферативный доклад, контрольная работа, зачет

2.3.2 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы не предусмотрены.

2.2 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Наименование раздела	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
-	Основные понятия теории групп	Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 9 от 13.04.2021 г.
-	Гомоморфизмы групп	Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 9 от 13.04.2021 г.
-	Порождающие элементы и определяющие соотношения групп	Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 9 от 13.04.2021 г.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины (модуля)

В ходе изучения дисциплины предусмотрено использование следующих образовательных технологий: лекции, практические занятия, проблемное обучение, самостоятельная работа студентов.

Компетентностный подход в рамках преподавания дисциплины реализуется в использовании интерактивных технологий и активных методов (проектных методик, мозгового штурма, разбора конкретных ситуаций) в сочетании с внеаудиторной работой.

Информационные технологии, применяемые при изучении дисциплины: использование информационных ресурсов, доступных в информационно-телекоммуникационной сети Интернет.

Адаптивные образовательные технологии, применяемые при изучении дисциплины – для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «».

Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

№ п/п	Код и наименование индикатора (в соответствии с п. 1.4)	Результаты обучения (в соответствии с п. 1.4)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1	ИПК-1.1. Способен решать актуальные и важные задачи фундаментальной и прикладной математики	Знает базовые понятия курса «Элементы комбинаторной теории групп»;	Доклад	Вопросы к зачету
		Умеет демонстрировать с обоснованиями базовые знания, излагаемые в данной дисциплине	контрольная работа	Вопросы к зачету
		Обладает навыками демонстрации материала данной дисциплины с использованием компьютерных технологий.	Доклад	Вопросы к зачету
2	ИПК-5.1 Анализирует поставленные задачи и выбирает эффективные математические методы при создании алгоритмов и вычислительных программ для решения современных задач математики и механики	Знает основные теоретические результаты и алгоритмы курса, позволяющие компьютерную реализацию решения некоторых вопросов дисциплины;	контрольная работа	Вопросы к зачету
		Умеет использовать современные методы разработки и реализации алгоритмов математических моделей, возникающих в курсе дисциплины;	Доклад	Вопросы к зачету
		Обладает навыками исследований в современной теории групп с использованием алгоритмов с последующей их компьютерной реализацией.	Доклад, контрольная работа	Вопросы к зачету

Примерные контрольные работы

Контрольная работа № 1

$a \quad a \quad b$

1. По таблице Кэли $a \quad b \quad c$ группоида $G = \{a, b, c\}$ определите его вид (группоид с единицей, коммутативный группоид, полугруппа, моноид, группа, абелева группа).

$b \quad c \quad c$

2. Найдите вид подстановки $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 6 & 4 & 5 & 1 & 8 & 7 & 2 \end{pmatrix}^{-4321}$ в группе S_8 .

3. Группу $G = \{e, (1234), (1432), (13)(24), (14)(23), (12)(34), (13), (24)\}$ разбейте на правые смежные классы по подгруппе $H = \{e, (12)(34)\}$.

4. Подгруппа группы, критерий подгруппы (теория).

Контрольная работа №2

1. Сопрягите в группе S_9 подстановку $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 5 & 1 & 6 & 9 & 8 & 4 & 7 & 2 \end{pmatrix}$ с помощью подстановки

$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 3 & 5 & 1 & 6 & 4 & 8 & 9 & 2 \end{pmatrix}$ двумя способами (по определению и по алгоритму).

2. Среди двух данных подгрупп A и B группы G выбрать являющуюся нормальной и построить таблицу Кэли факторгруппы группы G по выбранной подгруппе, где $G = S_3$, $A = \{e, (12)\}$ и $B = \{e, (123), (132)\}$.
3. Укажите регулярное представление подстановками абелевой группы, которая имеет следующую систему инвариантов: 2, 4.
4. Образ и ядро гомоморфизма групп, основные утверждения, связанные с этими понятиями (теория).

Контрольная работа №3

1. Установить генетический код из двух слов для абелевой группы, разложимой в прямое произведение циклических подгрупп порядков 6, 10 и 20.
2. В группепедиэдра $D_7 = \langle a, b | a^7 = b^2 = 1, bab = a^{-1} \rangle$ для некоторых чисел $x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ и $y \in \{0, 1\}$ выполняется равенство $a^x b^y = (ba^2)^3$. Найдите пару $(x; y)$.

3. В группе $G = \langle a, b \mid a^9 = b^3 = 1, b^{-1}ab = a^4 \rangle$ найдите элементы центра.
4. Теорема о виде элементов подгруппы, порожденной данным множеством элементов группы (теория).

Примерные темы реферативно-творческих отчетов

1. Описание свойств бинарной операции по таблице Кэли группоида. Алгоритм Лайта проверки ассоциативности группоида (построение блок-схемы или написание программы).
2. Алгоритм описания таблиц Кэли всех группоидов, изоморфных данному по его таблице Кэли (построение блок-схемы или написание программы).
3. Алгоритм описания всех автоморфизмов группоида по его таблице Кэли (построение блок-схемы или написание программы).
4. Алгоритм построения таблиц Кэли симметрической группы и знакопеременной группы подстановок (построение блок-схемы или написание программы).
5. Алгоритм нахождения подгрупп конечной группы, заданной таблицей Кэли (построение блок-схемы или написание программы).
6. Алгоритм проверки на подгруппу и на нормальную подгруппу заданного подмножества элементов группы с известной таблицей Кэли (построение блок-схемы или написание программы).
7. Алгоритм разбиения множества элементов группы с известной таблицей Кэли на смежные классы по заданной подгруппе (построение блок-схемы или написание программы).
8. Алгоритм построения таблицы Кэли факторгруппы по заданной нормальной подгруппе конечной группы (построение блок-схемы или написание программы).
9. Алгоритмы построения таблиц Кэли по генетическому коду для группы диэдра D_n и для группы порядка pq , где n – натуральное число и p, q – различные простые числа (построение блок-схемы или написание программы).
10. Алгоритмы построения таблиц Кэли по генетическому коду для всех попарно неизоморфных групп 8-го порядка (построение блок-схемы или написание программы).
11. Алгоритмы построения таблиц Кэли по генетическому коду для неабелевых групп порядка p^3 , где p – нечетное простое число (построение блок-схемы или написание программы).
12. Алгоритм перечисления смежных классов группы по подгруппе (построение блок-схемы или написание программы).

4.1 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация проводится в форме зачета.

4.1.1 Список теоретических вопросов (для контрольных работ и зачета)

1. Алгебраическая операция. Группоиды, их виды. Примеры.
2. Таблица Кэли группоида. Свойства таблицы Кэли группы.
3. Изоморфизм группоидов, примеры на группоидах, заданных таблицами Кэли.
4. Автоморфизм группоида. Нахождение автоморфизмов группоида, заданного таблицей Кэли.
5. Отображения множеств, их виды. Умножение отображений.
6. Симметрическая группа подстановок n -й степени.

7. Подгруппа группы, критерий подгруппы.
8. Порядок элемента группы, свойства.
9. Изоморфизм циклической группы одной из групп: Z или Z_n .
10. Подгруппы циклической группы.
11. Смежные классы группы по подгруппе, простейшие свойства.
12. Равномощность смежных классов группы по одной и той же подгруппе (доказательство и иллюстрация на примере).
13. Равномощность множества левых смежных классов и множества правых смежных классов по одной и той же подгруппе (доказательство).
14. Теорема Лагранжа для конечных групп.
15. Сопряжение элементов группы. Свойства. Классы сопряженности.
16. Нормальная подгруппа группы, эквивалентные определения и примеры.
17. Прямое произведение групп (подгрупп).
18. Система инвариантов конечной абелевой группы.
19. Факторгруппа.
20. Коммутант и центр группы, некоторые связанные с ними утверждения.
21. Гомоморфизмы групп, их виды.
22. Образ и ядро гомоморфизма, основные утверждения, связанные с этими понятиями.
23. Понятие об изоморфном вложении групп, критерий мономорфизма.
24. Естественный гомоморфизм группы. Основная теорема о гомоморфизмах групп.
25. Теорема Кэли о представлении конечной группы подстановками.
26. Понятие о порождающем множестве элементов (под)группы.
27. Теорема о виде элемента подгруппы, порожденной данным множеством элементов группы.
28. Понятие о свободной группе.
29. Теорема о том, что всякая группа является гомоморфным образом некоторой свободной группы.
30. Понятие об определяющем множестве соотношений группы с иллюстрацией на примерах.
31. Генетические коды следующих групп: конечной абелевой группы с заданной системой инвариантов, группы диэдра D_n .
32. Генетические коды симметрической группы подстановок S_n и знакопеременной группы подстановок A_n ($n > 2$).
33. Генетические коды всех групп восьмого порядка.
34. Генетические коды групп порядков p , p^2 и pq , где p и q – различные простые числа.
35. Генетические коды групп порядков p^3 , где p – нечетное простое число.
36. Иллюстрация метода перечисления смежных классов при нахождении кода группы кватернионов восьмого порядка.

4.1.2 Список типовых практических заданий (для лабораторных занятий, контрольных работ и зачета)

1. По таблице Кэли группоида $G = \{a, b, c\}$ определите его вид:

a	a	b	a	a	a	c	a	b
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

a) $a \ a \ b$; b) $a \ b \ c$; c) $b \ c \ a$.

$b \ b \ c \quad b \ c \ b \quad a \ b \ c$

2. Среди группоидов $G_1 = \{a_1, b, c_1\}$, $G_2 = \{a_2, b_2, c_2\}$ и $G_3 = \{a_3, b_3, c_3\}$ найдите два изоморфных и опишите изоморфизм одного из них на другой, если известно, что таблицы Кэли этих трех группоидов имеют вид:

$c_1 \ a_1 \ b_1 \ b_2 \ a_2 \ c_2 \ b_3 \ c_3 \ a_3$
 $a_1 \ b_1 \ c_1; \ c_2 \ b_2 \ a_2 \text{ и } c_3 \ a_3 b_2 \ b_3.$
 $b_1 \ c_1 \ a_1 \ a_2 \ c_2 \ a_3 \ b_3 \ c_3$

3. Описать автоморфизмы группоида $G = \{a, b, c\}$, таблица Кэли которого имеет вид:

$a \ b \ c$
 $b \ c \ a.$
 $c \ a \ b$

$(1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5)^{-2013}$

4. В группе S_5 вычислите $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$.

5. Доказать, что указанное множество относительно указанной операции является группой: а) множество K^* обратимых элементов ассоциативного кольца K с единицей относительно операции умножения; б) множество $Q_p = \{m/p^n \mid m, n \in \mathbb{Z}\}$ p -ичных дробей относительно операции сложения чисел.
6. Доказать, что указанное множество относительно указанной операции является группой: а) множество $GL_n(K)$ всех обратимых матриц порядка n ($n \in \mathbb{N}$) над коммутативным ассоциативным кольцом с единицей K относительно операции умножения матриц; б) множество $\sqrt[n]{1}$ всех комплексных корней n -ой степени из единицы ($n \in \mathbb{N}$) относительно операции умножения комплексных чисел.
7. Доказать, что в мультипликативной группе G а) для элементов $a, b \in G$ при условии, что порядок элемента ab конечен выполняется равенство $|ab| = |ba|$; б) если для любого $g \in G$ порядок g не более двух, то G – абелева группа.
8. Опишите все подгруппы циклической группы Z_{18} .
9. Сколько подгрупп имеет циклическая группа Z_{288} ?
10. Группу S_3 разбейте на правые смежные классы по подгруппе $H = \{ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \}$.
11. Разбейте группу A_4 на левые смежные классы по подгруппе $\{e, (123), (132)\}$.

12. Опишите все подгруппы группы $G = \{e, a, b, c\}$, таблица Кэли которой имеет вид:

e	a	b	c
a	e	c	b
b	c	e	a
c	b	a	e

13. Найдите двумя способами (по определению и по алгоритму) в S_5 подстановку, сопряженную к подстановке $(1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5)$ с помощью подстановки $(1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5)$.

$$\left| \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 1 & 2 & 3 \end{array} \right| \left| \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \end{array} \right|$$

14. Разбить группу G на классы сопряженности, если а) $G=S_4$; б) $G=A_4$.

15. В группе S_3 указать все подгруппы, которые не являются нормальными.

16. В группе A_4 указать все подгруппы, которые являются нормальными.

17. Построить таблицу Кэли прямого произведения групп $G_1 = \{a_1, b\}$ и $G_2 = \{a_2, b_2\}$, зная их таблицы Кэли

$$\begin{array}{cc} a_1 & b_1 \\ b_1 & a_1 \end{array} \quad \begin{array}{cc} a_2 & b_2 \\ b_2 & a_2 \end{array}$$

18. Укажите все возможные способы разложения группы подстановок $V = \{e, (12)(34), (13)(24), (14)(23)\}$ в прямое произведение двух неединичных подгрупп.

19. Найдите инварианты абелевой группы, которая изоморфна группе вида $Z_{12} \times Z_{18} \times Z_{10}$.

20. Постройте таблицу Кэли факторгруппы группы A_4 по подгруппе $V = \{e, (12)(34), (13)(24), (14)(23)\}$.

21. Найдите центр группы D подстановок четвертой степени, где $D = \{e, (1234), (1432), (13)(24), (14)(23), (12)(34), (13), (24)\}$.

22. Укажите все элементы группы подстановок четвертой степени $D = \{e, (1234), (1432), (13)(24), (14)(23), (12)(34), (13), (24)\}$, которые являются коммутаторами.

23. Рассматриваются две мультипликативные группы S_3 и $\{-1; 1\}$. Докажите, что отображение из S_3 в $\{-1; 1\}$, ставящее в соответствие четным подстановкам число 1, а нечетным – число (-1), является гомоморфизмом. Найти его ядро и образ, а также определите вид этого гомоморфизма.

24. Постройте регулярное представление подстановками группы $Z_2 \times Z_4$.

25. Доказать, что для аддитивных групп Z , Z_n и Q выполняются равенства: $Z = \langle 1 \rangle$; $Z_n = \langle 1 + nZ \rangle$ и $Q = \langle 1/n \mid n \in \mathbb{N} \rangle$.

26. Показать, что $S_n = \langle (12); (13); \dots; (1n) \rangle = \langle (12); (12 \dots n) \rangle$ при $n > 1$.

27. Доказать, что $A_n = \langle (i \ j \ k) \mid 1 \leq i < j < k \leq n \rangle = \langle (1 \ 2 \ k) \mid 3 \leq k \leq n \rangle$ при $n > 2$.

28. Доказать, что $H = \{x^2 \mid x \in A_n\}$ является подгруппой группы A_n тогда и только тогда, когда $1 \leq n \leq 3$.

29. Найдите регулярное представление подстановками матричной группы $G = \left\langle \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\rangle$.

30. Найти центр и коммутант группы A_5 .

31. Укажите какой-нибудь генетический код группы $Z_2 \times S_3$.

32. В группе диэдра $D = \langle a, b \mid a^5 = b^2 = 1, bab = a^{-1} \rangle$ решите уравнение $a^x b^y = a^2 b^3 a^4 c$

33. Найдите центр группы $G = \langle a, b | a^{25} = b^5 = 1, b^{-1}ab = a^6 \rangle$
34. Найдите коммутант группы $G = \langle a, b | a^9 = b^3 = 1, b^{-1}ab = a^4 \rangle$.
35. Сколько элементов второго порядка содержит группа диэдра восьмого порядка D_4 ? А сколько группа кватернионов Q_8 ?
36. Поэлементно перечислить классы сопряженности группы диэдра D_3 .
37. Методом перечисления смежных классов покажите, что соотношения $x^3 = y^2 = (xy)^3 = 1$ являются генетическим кодом группы A_4 .
38. Методом перечисления смежных классов покажите, что соотношения $x^2 = y^2 = (xy)^4 = 1$ являются генетическим кодом группы D_4 .

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

Критерии оценивания по промежуточной аттестации

Зачет выставляется по результатам работы студента в течение семестра. Отметка «зачтено» выставляется студентам, которые регулярно посещали занятия, выполняли домашние работы, написали контрольные работы на положительные оценки. Отметка «не зачтено» выставляется студентам, которые пропустили более 60 % занятий и написали контрольные работы на неудовлетворительные оценки.

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

5.1 Основная литература:

1. Каргаполов, М.И. Основы теории групп [Электронный ресурс] : учеб. пособие / М.И. Каргаполов, Ю.И. Мерзляков. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 288 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/177>.

2. Ляпин, Е.С. Упражнения по теории групп [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Е.С. Ляпин, А.Я. Айзенштат, М.М. Лесохин. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2010. — 272 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/528>
3. Ляпин Е.С. Курс высшей алгебры [Электронный ресурс]. - СПб.: Лань, 2009. - URL: <http://e.lanbook.com/view/book/246/>
4. Биркгоф, Г. Современная прикладная алгебра / Г. Биркгоф, Т. Барти ; пер. с англ. Ю.И. Манина. - Москва : Мир, 1976. - 400 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=464046>.
5. Холл, М. Комбинаторный анализ / М. Холл ; К.А. Рыбников. - Москва : Издательство иностранной литературы, 1963. - 71 с. - (Библиотека сборника "Математика"). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454806>.
6. Холл, М. Теория групп / М. Холл ; пер. с англ. Н.В. Дюмина, З.П. Жилинского ; под ред. Л.А. Калужнина. - Москва : Издательство иностранной литературы, 1962. - 467 с. :ил. ; [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=464057>.

5.2. Периодическая литература

1. Базы данных компании «Ист Вью» <http://dlib.eastview.com>
2. Электронная библиотека GREBENNIKON.RU <https://grebennikon.ru/>

5.3. Интернет-ресурсы, в том числе современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Электронно-библиотечные системы (ЭБС):

1. ЭБС «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
2. ЭБС «УНИВЕРСИТЕТСКАЯ БИБЛИОТЕКА ОНЛАЙН» www.biblioclub.ru
3. ЭБС «BOOK.ru» <https://www.book.ru>
4. ЭБС «ZNANIUM.COM» www.znanium.com
5. ЭБС «ЛАНЬ» <https://e.lanbook.com>

Профессиональные базы данных:

1. Web of Science (WoS) <http://webofscience.com/>
2. Scopus <http://www.scopus.com/>
3. ScienceDirect www.sciencedirect.com
4. Журналы издательства Wiley <https://onlinelibrary.wiley.com/>
5. Научная электронная библиотека (НЭБ) <http://www.elibrary.ru/>
6. Полнотекстовые архивы ведущих западных научных журналов на Российской платформе научных журналов НЭИКОН <http://archive.neicon.ru>
7. Национальная электронная библиотека (доступ к Электронной библиотеке диссертаций Российской государственной библиотеки (РГБ) <https://rusneb.ru/>
8. Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина <https://www.prilib.ru/>
9. Электронная коллекция Оксфордского Российского Фонда <https://ebookcentral.proquest.com/lib/kubanstate/home.action>
10. Springer Journals <https://link.springer.com/>
11. Nature Journals <https://www.nature.com/siteindex/index.html>
12. Springer Nature Protocols and Methods <https://experiments.springernature.com/sources/springer-protocols>
13. Springer Materials <http://materials.springer.com/>
14. zbMath <https://zbmath.org/>

15. Nano Database <https://nano.nature.com/>
16. Springer eBooks: <https://link.springer.com/>
17. "Лекториум ТВ" <http://www.lektorium.tv/>

Ресурсы свободного доступа:

1. Американская патентная база данных <http://www.uspto.gov/patft/>
2. Полные тексты канадских диссертаций <http://www.nlc-bnc.ca/thesescanada/>
3. КиберЛенинка (<http://cyberleninka.ru/>);
4. Министерство науки и высшего образования Российской Федерации <https://www.minobrnauki.gov.ru/>;
5. Федеральный портал "Российское образование" <http://www.edu.ru/>;
6. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" <http://window.edu.ru/>;
7. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов <http://school-collection.edu.ru/> .
8. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (<http://fcior.edu.ru/>);
9. Словари и энциклопедии <http://dic.academic.ru/>;
10. Образовательный портал "Учеба" <http://www.ucheba.com/>;

Собственные электронные образовательные и информационные ресурсы КубГУ:

1. Среда модульного динамического обучения <http://moodle.kubsu.ru>
2. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций <http://mschool.kubsu.ru/>

7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Самостоятельная работа студента включает в себя повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным занятиям, к контрольным работам и к зачету. Такой вид СР контролируется в ходе проверки домашних заданий, заданий контрольных работ и в ходе зачета. Предполагается самостоятельное изучение студентами теоретического материала по темам реферативно-творческих отчетов, указанных в пункте 4.1.2. Контроль осуществляется во время консультаций (вызывных или по желанию студента), а также на лабораторных занятиях.

Виды самостоятельной работы

Обязательными при изучении дисциплины «Элементы комбинаторной теории групп» являются следующие виды самостоятельной работы:

- разбор и самостоятельное изучение теоретического материала по конспектам лекций и по учебным пособиям из списка источников литературы;
- самостоятельное решение задач по темам лабораторных занятий;
- подготовка к контрольным работам;
- подготовка к реферативному докладу;
- подготовка к зачету.

7.1. Методические указания к самостоятельному изучению студентами теоретического материала

Для подготовки к ответам на теоретические вопросы в ходе контрольных работ и на зачете студентам достаточно использовать материал лекций. Теоретический материал содержится в учебных пособиях из списка основной литературы 1 – 2. Для изучения теоретического материала, необходимого для подготовки реферативного доклада, кроме

основных источников литературы возможно использование дополнительных источников и Интернет-ресурса. В случае затруднений, возникающих у студентов в процессе самостоятельного изучения теории, преподаватель разъясняет сложные моменты на консультациях.

7.2. Методические указания к самостоятельной подготовке студентов для выполнения практических заданий лабораторных занятий

Для выполнения домашнего практического задания необходимо разобрать материал по соответствующей теме лабораторного занятия. При этом используются указания, данные преподавателем в ходе занятия, а также теоретико-практический материал, имеющийся в источниках из списка основной литературы. Если студент не смог понять приведенный в указанных источниках разбор типовых примеров в той степени, чтобы самостоятельно использовать предложенный алгоритм для решения задания, то он может по-лучить консультацию преподавателя.

7.3. Методические указания к самостоятельной подготовке студентов к выполнению контрольных работ

В течение семестра проводятся три контрольных работы, каждая из которых длится 45 минут и состоит из трех практических и одного теоретического задания. Тематика трех контрольных работ соответствует тематике трех содержательных разделов дисциплины: основные понятия теории групп, гомоморфизмы групп, порождающие элементы и определяющие соотношения групп (пункт 2.2). Каждое задание оценивается по пятибалльной шкале, высокая оценка ставится при получении не менее 16 баллов, нижний порог успешности составляет 7 баллов. Для подготовки к контрольной работе необходимо выполнять задания в ходе лабораторных занятий, а также домашние задания. В процессе самоподготовки студенту желательно ознакомиться с разбором опорных по рассматриваемым темам задач, имеющихся в пособиях из списка литературы. Выше в пункте 4.2.2 приведен список заданий, который включает в себя все типы практических заданий контрольных работ.

7.4. Методические рекомендации к самостоятельной подготовке студентов к реферативно-творческому отчету

Каждый студент должен подготовить в течение семестра реферативно-творческий отчет по одной из тем, предназначенной для самостоятельного изучения. Для подготовки отчета желательно кроме основных источников литературы использовать дополнительные источники, а также Интернет-ресурс. Отчет готовится в письменной форме и может быть представлен студентом на лабораторном занятии в виде доклада у доски или в виде презентации. Оформление письменного отчета должно удовлетворять требованиям: а) текст набирается 14 шрифтом на бумаге формата А 4; б) на титульном листе кроме темы также указывается факультет, направление (бакалавриат), курс, группа, ФИО студента; в) со- держание материала по объему составляет 4-5 страниц; г) список литературы содержит не менее двух источников (возможно из списка литературы в пункте 5). Темой каждого студенческого отчета является некоторый алгоритм решения определенной задачи комбинаторной теории групп. Отчет состоит из двух частей: первой – реферативной, в которой подробно с точки зрения теории, имеющейся в источниках литературы,

описывается соответствующий алгоритм; второй – творческой, в которой студент самостоятельно (возможно, консультируясь у преподавателя) строит блок-схему для алгоритма или даже на одном из языков программирования самостоятельно пишет программу. В случае написания программы, студент иллюстрирует ее работу на лабораторном занятии (с использованием ноутбука или в компьютерном классе). Отчет, состоящий только из реферативной части оценивается удовлетворительной оценкой, состоящий из реферативной части и содержащий верную блок-схему, – хорошей оценкой, имеющий самостоятельно полученную рабочую программу на одном из языков программирования, - отличной оценкой (при наличии программы объем письменного отчета может быть более 5 страниц).

7.5. Методические указания к самостоятельной подготовке студентов к зачету

Согласно учебному плану дисциплины «Элементы комбинаторной теории групп» итоговой формой контроля является зачет. Для сдачи зачета студент должен научиться на лабораторных занятиях решать практические задания по темам разделов 1-3, выполнять домашние задания, а также успешно выполнить три контрольные работы. Типы практических заданий на зачет соответствуют заданиям из пункта 4.2. Также на зачете студентам предлагаются и теоретические задания, состоящие в письменном ответе на один из вопросов, приведенных в пункте 4.2. Количество практических и теоретических заданий зависит от активности и результативности работы студента в течение семестра. Если при условии хорошей посещаемости и активной работы на занятиях студент по трем контрольным работам и реферативно-творческому отчету заслужил высокие оценки, то он автоматически получает зачет.

7. Материально-техническое обеспечение по дисциплине (модулю)

По всем видам учебной деятельности в рамках дисциплины используются аудитории, кабинеты и лаборатории, оснащенные необходимым специализированным и лабораторным оборудованием.

Наименование специальных помещений	Оснащенность специальных помещений	Перечень лицензионного программного обеспечения
Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер	Microsoft Windows 8, 10 Microsoft Office Professional Plus Kaspersky Endpoint Security для бизнеса
Учебные аудитории для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер	Microsoft Windows 8, 10 Microsoft Office Professional Plus Kaspersky Endpoint Security для бизнеса
Учебные аудитории для проведения лабораторных работ.	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер	Microsoft Windows 8, 10 Microsoft Office Professional Plus Kaspersky Endpoint Security для бизнеса

Учебные аудитории для выполнения курсовых работ	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер	Microsoft Windows 8, 10 Microsoft Office Professional Plus Kaspersky Endpoint Security для бизнеса MATLAB Wavelet Toolbox WolframResearch Mathematica MapleSoft Maple 18 PTC Mathcad
---	--	---

Для самостоятельной работы обучающихся предусмотрены помещения, укомплектованные специализированной мебелью, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Наименование помещений для самостоятельной работы обучающихся	Оснащенность помещений для самостоятельной работы обучающихся	Перечень лицензионного программного обеспечения
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (читальный зал Научной библиотеки)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	Microsoft Windows 8, 10 Microsoft Office Professional Plus Kaspersky Endpoint Security для бизнеса
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (ауд.314)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-	Microsoft Windows 8, 10 Microsoft Office Professional Plus Kaspersky Endpoint Security для бизнеса MATLAB Wavelet Toolbox WolframResearch Mathematica MapleSoft Maple 18 PTC Mathcad

	образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	
--	---	--