

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по учебной работе,  
качеству образования, первый  
проректор

\* Т.А. Хагуров

подпись

«26» мая 2023 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### Б1.О.21.01 Теория вероятностей

Направление подготовки: 01.03.01 Математика

Направленность (профиль): Математическое моделирование

Форма обучения: очная

Квалификация: бакалавр

Краснодар 2023

Рабочая программа дисциплины Б1.О.21.01 ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 01.03.01 Математика

Программу составил(и):  
Кожевников В.В., ст. преподаватель



Рабочая программа дисциплины Б1.О.21.01 ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ утверждена на заседании кафедры теории функций протокол № 10 «18» апреля 2023 г.  
Заведующий кафедрой (разработчика) Голуб М.В.



Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук протокол № 3 «20» апреля 2023 г.  
Председатель УМК факультета/института Шмалько С. П.



Рецензенты:

Гусаков Валерий Александрович,  
канд. физ. – мат. наук, директор ООО «Просвещение – Юг»

Засядко Ольга Владимировна, канд. физ. - мат. наук, доцент  
доцент кафедры информационных образовательных технологий

## 1 Цели и задачи изучения дисциплины.

### 1.1 Цель освоения дисциплины.

Изучение основных разделов дисциплины «Теория вероятностей»; привитие навыков решения вероятностных задач; овладение методами теории вероятностей как инструментом вероятностного анализа и прогнозирования явлений окружающего нас мира.

### 1.2 Задачи дисциплины.

Выработать у студентов навыки понимания закономерностей, которые возникают в процессах, содержащих случайные величины; – научить сопоставлять реальным физическим ситуациям их вероятностные математические модели; привить навыки использования вероятностно-статистических моделей для изучения реальных ситуаций и предсказания исходов явлений на основе подходящей меры неопределенности.

### 1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы.

Дисциплина «Теория вероятностей» относится к базовой части профессионального цикла Б1.Б13.1, являющегося структурным элементом ООП ВПО. Дисциплина читается в 5-м семестре. Знания, полученные в этом курсе, используются в дискретной математике, теории стохастических процессов, и т.д. Слушатели должны владеть математическими знаниями в рамках разделов программы учебного курса по математическому анализу, комплексному анализу, алгебре, теории вероятностей, которые изучаются 1 – 4 семестрах для направлений подготовки 01.03.01 – Математика.

### 1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся общепрофессиональных, профессиональных компетенций: ОПК-1, ПК-1.

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
1.	ОПК-1	способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	- понятия, используемые для математического описания реальных задач. - содержание утверждений и следствий из них, используемых для обоснования выбираемых математических методов решения экономических задач.	доказывать и обосновывать сформулированные утверждения и следствия из них; выбирать способы решения поставленных математических задач; анализировать и интерпретировать.	вычислительными операциями над объектами статистической природы; навыками сведения практически задач к математическим задачам; навыками анализа и интерпретации результатов решения задач.

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
2	ПК-1	способен решать актуальные и важные задачи фундаментальной и прикладной математики	- содержание утверждений и следствий из них, используемых для обоснования выбираемых математических методов решения экономических задач.	- выбирать способы решения поставленных математических задач.	- навыками сведения практически х задач к математическим задачам.

## 2. Структура и содержание дисциплины.

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы (108 часов, из них – 72,2 ч. контактной работы: лекционных 34 ч., лабораторных 34 ч., КСР 4 ч., ИКР 0,2 ч.; 35,8 ч. СР).

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры (часы)
		5
<b>Контактная работа, в том числе:</b>	<b>72,2</b>	<b>72,2</b>
<b>Аудиторные занятия (всего):</b>	<b>68</b>	<b>68</b>
Занятия лекционного типа	34	34
Лабораторные занятия	34	34
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)	-	-
<b>Иная контактная работа:</b>	<b>4,2</b>	<b>4,2</b>
Контроль самостоятельной работы (КСР)	4	4
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,2	0,2
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>	<b>35,8</b>	<b>35,8</b>
	20	20
Подготовка к текущему контролю	15,8	15,8
<b>Контроль:</b>	<b>-</b>	<b>-</b>
Подготовка к экзамену	-	-
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>108</b>	<b>108</b>
<b>час.</b>	<b>108</b>	<b>108</b>
<b>в том числе контактная работа</b>	<b>72,2</b>	<b>72,2</b>
<b>зач. ед</b>	<b>3</b>	<b>3</b>

### 2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины. Разделы дисциплины, изучаемые в 5 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Самостоятельная работа
			Лек	ПЗ	ЛР	
1	2	3	4	5	6	7
1.	Вероятностное пространство.	12	4	-	4	4
2.	Условная вероятность. Прямое произведение вероятностных пространств. Полная вероятность.	12	4	-	4	4
3.	Последовательность независимых испытаний. Схема Бернулли. Предельные теоремы схемы Бернулли.	12	4	-	4	4
4.	Случайные величины. Дискретные и непрерывные распределения.	12	4	-	4	4
5.	Функции от случайных величин.	9	2	-	4	3
6.	Моментные характеристики случайных величин.	12	4	-	4	4
7.	Закон больших чисел.	12	4	-	4	4
8.	Многомерные случайные величины.	10,8	4	-	4	6,8
9.	Предельные теоремы теории вероятностей.	12	6	-	4	2
	<i>Всего:</i>		36	-	36	35,8

## 2.3 Содержание разделов дисциплины:

### 2.3.1 Занятия лекционного типа.

Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
2	3	4
1. Вероятностное пространство.	Введение: предмет теории вероятностей, случайные явления, вероятность и частота, математическая модель. Вероятностное пространство: пространство элементарных событий, алгебра событий, аксиомы вероятности, свойства вероятности. Дискретные вероятностные пространства. Классическое определение вероятности. Гипергеометрическая вероятность. Абсолютно непрерывные вероятностные пространства. Геометрические вероятности. Парадокс Бертрана.	Опрос

2. Условная вероятность. Прямое произведение вероятностных пространств. Полная вероятность.	Независимые и зависимые события. Условная вероятность. Теоремы произведения вероятностей. Полная вероятность. Формула Байеса.	Опрос
3. Последовательность независимых испытаний. Схема Бернулли. Предельные теоремы схемы Бернулли.	Независимые испытания. Формула Бернулли. Предельные теоремы схемы Бернулли: теорема Пуассона, локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Обратная задача схемы Бернулли.	Опрос
4. Случайные величины. Дискретные и непрерывные распределения.	Функция распределения вероятностей случайной величины, ее свойства. Закон распределения и плотность распределения случайной величины. Свойства плотности. Основные распределения дискретных и непрерывных случайных величин.	Опрос
5. Функции от случайных величин.	Функции от дискретных и непрерывных случайных величин. Теоремы о функциях от случайных аргументов.	Опрос
6. Моментные характеристики случайных величин.	Математическое ожидание и дисперсия случайной величины; их свойства. Моменты более высоких порядков. Вычисление математического ожидания и дисперсии некоторых известных распределений.	Опрос
7. Закон больших чисел. Моментные характеристики случайных величин.	Закон больших чисел. Неравенство Чебышева; теорема Чебышева. Теоремы Пуассона, Бернулли и т.д. закона больших чисел.	Опрос
8. Многомерные случайные величины.	Многомерные случайные величины (вектора), многомерная функция распределения, многомерная плотность распределения, их свойства. Численные характеристики многомерных случайных величин. Ковариация, коэффициент корреляции двумерной случайной величины.	Опрос
9. Предельные теоремы теории вероятностей.	Производящие и характеристические функции; их свойства. Прямая и обратная теоремы для характеристических функций; формула обращения для характеристических функций. Центральная предельная теорема. Многомерное нормальное распределение; неравенство	Опрос

	Колмогорова; усиленный закон больших чисел.	
--	---	--

### 2.3.2 Занятия семинарского типа.

Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
2	3	4
1. Вероятностное пространство.	Введение: предмет теории вероятностей, случайные явления, вероятность и частота, математическая модель. Вероятностное пространство: пространство элементарных событий, алгебра событий, аксиомы вероятности, свойства вероятности. Дискретные вероятностные пространства. Классическое определение вероятности. Гипергеометрическая вероятность. Абсолютно непрерывные вероятностные пространства. Геометрические вероятности. Парадокс Бертрана.	Опрос
2. Условная вероятность. Прямое произведение вероятностных пространств. Полная вероятность.	Независимые и зависимые события. Условная вероятность. Теоремы произведения вероятностей. Полная вероятность. Формула Байеса.	Опрос
3. Последовательность независимых испытаний. Схема Бернулли. Предельные теоремы схемы Бернулли.	Независимые испытания. Формула Бернулли. Предельные теоремы схемы Бернулли: теорема Пуассона, локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Обратная задача схемы Бернулли.	Опрос
4. Случайные величины. Дискретные и непрерывные распределения.	Функция распределения вероятностей случайной величины, ее свойства. Закон распределения и плотность распределения случайной величины. Свойства плотности. Основные распределения дискретных и непрерывных случайных величин.	Опрос
5. Функции от случайных величин.	Функции от дискретных и непрерывных случайных величин. Теоремы о функциях от случайных аргументов.	Опрос
6. Моментные характеристики случайных величин.	Математическое ожидание и дисперсия случайной величины; их свойства. Моменты более высоких порядков. Вычисление математического	Опрос

	ождения и дисперсии некоторых известных распределений.	
7.Закон больших чисел. Моментные характеристики случайных величин.	Закон больших чисел. Неравенство Чебышева; теорема Чебышева. Теоремы Пуассона, Бернулли и т.д. закона больших чисел.	Опрос
8.Многомерные случайные величины.	Многомерные случайные величины (вектора), многомерная функция распределения, многомерная плотность распределения, их свойства. Численные характеристики многомерных случайных величин. Ковариация, коэффициент корреляции двумерной случайной величины.	Опрос
9.Предельные теоремы теории вероятностей.	Производящие и характеристические функции; их свойства. Прямая и обратная теоремы для характеристических функций; формула обращения для характеристических функций. Центральная предельная теорема. Многомерное нормальное распределение; неравенство Колмогорова; усиленный закон больших чисел.	Опрос

### 2.3.3 Лабораторные занятия.

№	Наименование раздела	Наименование лабораторных работ	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Вероятностное пространство.	Операции над событиями. Построение математических моделей вероятностных задач..	Опрос
2.	Условная вероятность. Прямое произведение вероятностных пространств. Полная вероятность.	Условная вероятность. Произведение вероятностей зависимых и независимых событий. Полная вероятность. Формула Байеса.	Самостоятельная работа. Проверка домашнего задания.
3.	Последовательность независимых испытаний. Схема Бернулли. Предельные теоремы схемы Бернулли.	Формула Бернулли. Формулы Пуассона, локальная и интегральная формулы Муавра-Лапласа. Обратная задача Схемы Бернулли. Вероятность отклонения вероятности «успеха» от частоты «успеха».	Проверка домашнего задания. Самостоятельная работа.
4.	Случайные величины. Дискретные и	Построение функции распределения по известной плотности и наоборот. Построение закона распределения дискретной случайной величины.	Проверка домашнего задания.



	непрерывные распределения.	Построение графиков функции и плотности распределения вероятностей.	Самостоятельная работа.
5.	.Функции от случайных величин.	Построение функции распределения функции от случайного аргумента; нахождение плотности распределения случайной функции от случайного аргумента.	Проверка домашнего задания. Опрос.
6.	.Моментные характеристики случайных величин.	Вычисление математических ожиданий и дисперсий дискретных и непрерывных случайных величин. Вычисление моментов более высоких порядков: начальных и центральных.	Опрос. Проверка домашнего задания. Самостоятельная работа.
7.	Закон больших чисел. Моментные характеристики случайных величин.	Закон больших чисел. Неравенство Чебышева; теорема Чебышева. Теоремы Пуассона, Бернулли и т.д. закона больших чисел.	Опрос. Проверка домашнего задания.
8.	Многомерные случайные величины.	Многомерные случайные величины (вектора), многомерная функция распределения, многомерная плотность распределения, их свойства. Численные характеристики многомерных случайных величин. Ковариация, коэффициент корреляции двумерной случайной величины.	Опрос. Проверка домашнего задания.
9.	Предельные теоремы теории вероятностей.	Вычисление производящих и характеристических функций. Прямая и обратная теоремы для характеристических функций; формула обращения для характеристических функций. Центральная предельная теорема.	Опрос. Проверка домашнего задания.

**2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов) – курсовая работа не предусмотрена**

**2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

№	Наименование раздела	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1.	Вероятностное пространство.	1. Зубков А.М., Севастьянов Б.А., Чистяков В.П. Сборник задач по теории вероятностей и математической статистике. Изд-во «Лань», 2009г. 2. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для студентов ВУЗов. М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2009г.

2.	Условная вероятность. Прямое произведение вероятностных пространств. Полная вероятность.	1. Зубков А.М., Севастьянов Б.А., Чистяков В.П. Сборник задач по теории вероятностей и математической статистике. Изд-во «Лань», 2009г. 2. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для студентов ВУЗов. М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2009г.
3.	Последовательность независимых испытаний. Схема Бернулли. Предельные теоремы схемы Бернулли	1. Зубков А.М., Севастьянов Б.А., Чистяков В.П. Сборник задач по теории вероятностей и математической статистике. Изд-во «Лань», 2009г. 2. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для студентов ВУЗов. М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2009г
4.	Случайные величины. Дискретные и непрерывные распределения.	1. Зубков А.М., Севастьянов Б.А., Чистяков В.П. Сборник задач по теории вероятностей и математической статистике. Изд-во «Лань», 2009г. 2. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для студентов ВУЗов. М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2009г.
5.	Функции от случайных величин.	1. Зубков А.М., Севастьянов Б.А., Чистяков В.П. Сборник задач по теории вероятностей и математической статистике. Изд-во «Лань», 2009г. 2. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для студентов ВУЗов. М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2009г.
6.	Моментные характеристики случайных величин.	1. Зубков А.М., Севастьянов Б.А., Чистяков В.П. Сборник задач по теории вероятностей и математической статистике. Изд-во «Лань», 2009г. 2. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для студентов ВУЗов. М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2009г.
7.	Закон больших чисел. Моментные характеристики случайных величин.	1. Зубков А.М., Севастьянов Б.А., Чистяков В.П. Сборник задач по теории вероятностей и математической статистике. Изд-во «Лань», 2009г. 2. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для студентов ВУЗов. М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2009г. 3. Туганбаев А.А., Крупин В.Г. Теория вероятностей и математическая статистика. Сборник задач по теории вероятностей. СПб.: Лань, 2011. 320 с. <a href="https://e.lanbook.com/book/652#book_name">https://e.lanbook.com/book/652#book_name</a>
8.	Многомерные случайные величины.	1. Зубков А.М., Севастьянов Б.А., Чистяков В.П. Сборник задач по теории вероятностей и математической статистике. Изд-во «Лань», 2009г. 2. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для студентов ВУЗов. М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2009г.

9.	Предельные теоремы теории вероятностей.	1. Зубков А.М., Севастьянов Б.А., Чистяков В.П. Сборник задач по теории вероятностей и математической статистике. Изд-во «Лань», 2009г. 2. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для студентов ВУЗов. М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2009г.
----	---	---

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла,
- в печатной форме на языке Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### **3. Образовательные технологии.**

Активные и интерактивные формы, лекции, практические занятия, блиц - опросы, контрольные работы, коллоквиумы, зачёты. В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому практическому занятию. Зачёт выставляется после отчёта по всем пройденным темам как минимум на «удовлетворительно».

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

В семестре студенты должны выполнить типовые индивидуальные задания (ИЗ) для самостоятельной работы по темам: «Дифференцирование и интегрирование функции комплексного переменного», «Теория вычетов и ее применение». Зачет выставляется после решения всех задач контрольных работ и выполнения самостоятельной работы. Итоговый контроль осуществляется в форме экзамена

Интерактивные методы включают: метод презентации, дискуссии, метод текущего контроля, метод тестирования и др.

#### ***Вопросы, вынесенные на дискуссию***

1. Проверка существенности условий теорем (по усмотрению лектора).
2. Самостоятельное доказательство теорем с данной формулировкой и планом доказательства (по усмотрению лектора)
3. Составление плана и поиск решения задачи.
4. Решение задач различными способами.
5. Взаимная и самопроверка знаний и обсуждение полученных результатов.
6. Самостоятельное составление задач по указанной теме.

Интерактивные методы включают: метод презентации, дискуссии, метод текущего контроля, метод тестирования и др.

Студентам предлагаются несколько тем для подготовки рефератов по разделам, выделенным для самостоятельного изучения. Например: «Гидродинамический смысл комплексной дифференцируемости, гидродинамическое истолкование гармонических и аналитических функций»

#### 4 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Текущий контроль осуществляется преподавателем, ведущим практические занятия на основе выполнения студентами домашних заданий и лабораторного практикума. В течение семестра проводятся контрольные работы, выполняются индивидуальные семестровые задания.

Оценочные средства включает контрольные материалы для проведения текущего контроля в форме *тестовых заданий, контрольных работ* и промежуточной аттестации в форме *вопросов и заданий к экзамену (зачету)*.

#### Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

№ п/п	Код и наименование индикатора (в соответствии с п. 1.4)	Результаты обучения (в соответствии с п. 1.4)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1	ИОПК-1.1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	Применяет знания основных разделов фундаментальной математики в учебной и производственной практике, в курсовых работах, в выпускной квалифицированной работе	<i>Вопросы для устного (письменного) опроса по темам: «Введение в теорию вероятностей».</i>	<i>Вопрос 1 (1.1, 1.2, 1.3)</i>
2	ИОПК-1.2. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	Консультирует школьников и студентов младших курсов по основным разделам перечисленных в компетенции математических дисциплин	<i>Контрольная работа №1 (1 семестр) по разделу «Вероятностное пространство. Полная вероятность, схема Бернулли».</i> <i>Контрольная работа №2 (1 семестр) по разделу «Случайная величина, функция распределения, законы распределения, плотность распределения. Моментные характеристики»</i>	<i>Вопросы 2-6 на экзамене в 1 семестре.</i>
3	ИОПК-1.1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и	Владеет навыками применения этого в других областях математического знания и дисциплинах	<i>Контрольная работа №3 (1 семестр) по разделу «Многомерные случайные величины. Случайные функции.»</i>	<i>Вопросы 7-10 на экзамене в 1 семестре.</i>

	(или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	естественнонаучного содержания		
4	ИПК-1.1. Способен решать актуальные и важные задачи фундаментальной и прикладной математики	Демонстрирует навыки решения задач теории вероятностей, используя фундаментальные знания, полученные в этой области	<i>Вопросы для устного (письменного) опроса по темам программы</i>	<i>Вопросы 1-10</i>
5	ИПК-1.1. Способен решать актуальные и важные задачи фундаментальной и прикладной математики	Умеет определять класс задач, для которых применим тот или иной аппарат, выбирать метод решения конкретного типа задач	<i>Устный опрос по темам программы</i>	<i>Вопросы 1-10</i>
6	ИПК-1.1. Способен решать актуальные и важные задачи фундаментальной и прикладной математики	Владеет аппаратом теории вероятностей, методами применения этого аппарата к решению задач	<i>Контрольная работа №1,2, зачет</i>	<i>Вопросы 1-10</i>
7	ИПК-1.1. Способен решать актуальные и важные задачи фундаментальной и прикладной математики	Знает постановку основных задач теории вероятностей	<i>Контрольные работы, семестровые задания, зачет</i>	<i>Вопросы 1-10</i>

**Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

**Перечень примерных контрольных вопросов и задач для самостоятельной работы.**

**4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля.  
Типовые расчеты и вопросы для самопроверки**

**Примерный перечень практических заданий на зачет:**

1. Классическая вероятность: гипергеометрическая формула, вероятность только одного из двух, трех и т.д. событий; хотя бы одного из  $n$  событий и т.д.
- 2.. Геометрические вероятности.

3. Условная, полная вероятность. Произведение вероятностей зависимых, независимых событий. Формула Байеса.
4. Схема Бернулли; предельные формулы схемы Бернулли: Пуассона, локальная, интегральная формулы Муавра-Лапласа. Приложения схемы Бернулли.
5. Случайные величины: функции распределения, плотность распределения, закон распределения вероятностей.
6. Моментальные характеристики: математическое ожидание, дисперсия, моменты более высоких порядков.
7. Неравенство Чебышева, теорема Чебышева.
8. Производящие функции.
9. Характеристические функции.

### Примерный перечень практических заданий контрольных работ

#### Контрольная работа №1

- 1) Из полной колоды карт(36 карт) вынимают одновременно три карты. Найти вероятность того, что среди вынутых карт найдется хотя бы одна карта красной масти.
- 2) С первого автомата поступает на сборку 80%, со второго – 20% деталей. На первом автомате брак составляет 1%, на втором – 4%. Две проверенные детали, изготовленные одним и тем же автоматом, оказались бракованными. Найти вероятность того, что эти детали изготовлены на первом автомате.
- 3) Баскетболист бросает мяч в корзину до первого попадания, но делает не более пяти бросков. Найти закон распределения числа бросков, если вероятность попадания в корзину равна 0,6 для каждого броска.

4) Задана плотность распределения случайной величины  $\xi$ :

$$p_{\xi}(x) = \begin{cases} C \cdot \sin 2x, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ 0, x < 0, x > \frac{\pi}{2} \end{cases}, c - \text{const.}$$

Найти: интегральную функцию распределения  $F_{\xi}(x)$

,  $M\xi$ ,  $D\xi$ ,  $\sigma(\xi)$ . Построить графики дифференциальной и интегральной функций.

- 5) Непрерывная двумерная случайная величина  $(X, Y)$  распределена равномерно внутри прямоугольной трапеции с вершинами  $O(0;0)$ ,  $A(0;5)$ ,  $B(3;5)$ ,  $C(8,0)$ . Найти: 1) двумерную плотность вероятности системы; 2) плотности распределения составляющих  $X$  и  $Y$ .

- 6) Задана плотность распределения случайной величины  $X$ , возможные значения которой заключены в интервале  $(-\infty, +\infty)$ . Найти плотность распределения случайной величины  $Y = |X|$ .

- 7) Доказать, что если случайные величины  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$  независимы, положительны, одинаково распределены, то  $M\left[\frac{\xi_1}{\xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_n}\right] = \frac{1}{n}$ .

#### Контрольная работа №2

- 1) На заводе работает 15 сменных инженеров, из них – 3 женщины. В смену занято три человека. Найти вероятность того, что в случайно выбранную смену мужчин окажется не менее двух.

2) Имеются две урны: в первой 3 белых и 2 черных шара; во второй – 2 белых и 4 черных шара. Из первой урны наудачу перекалывают во вторую два шара. После этого из второй урны берут наудачу один шар. Найти вероятность того, что этот шар будет белым.

3) В магазин поступили 4 партии мужской обуви по 15 пар в каждой. Известно, что в каждой партии находится по 5 пар 41-го размера. Наудачу отбирается по одной паре из каждой партии. Найти закон распределения числа пар 41-го размера среди отобранных.

4) Задана плотность распределения случайной величины  $\xi$ :  
$$p_{\xi}(x) = \begin{cases} Cx - C, & 1 < x \leq 2 \\ 0, & x \leq 1; x > 2 \end{cases}, C - \text{const.}$$
 Найти: интегральную функцию распределения  $F_{\xi}(x)$ ,

$M\xi, D\xi, \sigma(\xi)$ . Построить графики дифференциальной и интегральной функций.

5) Непрерывная двумерная случайная величина  $(X, Y)$  равномерно распределена внутри прямоугольного треугольника с вершинами  $O(0;0)$ ,  $A(0;8)$ ,  $B(8;0)$ . Найти: 1) двумерную плотность вероятности системы; 2) плотности распределения составляющих  $X$  и  $Y$ .

6) Задана плотность распределения случайной величины  $X$ , возможные значения которой заключены в интервале  $(-\infty, +\infty)$ . Найти плотность распределения случайной величины  $Y = e^{-X^2}$ .

7) Случайная величина  $\xi$  принимает значения  $0, 1, 2, 3, \dots$  с вероятностью, убывающей по геометрической прогрессии. Найти  $P\{\xi = k\}$ , если  $M\xi = A$  (сделать проверку).

### Контрольная работа №3

1) Батарея из трех орудий производит залп по цели. Вероятность попадания в цель первым, вторым и третьим орудиями соответственно равны  $0,7; 0,8; 0,9$ . Найти вероятность того, что будет только два попадания.

2) Для участия в соревнованиях выделено из первой группы 4 студента, из второй – 6, из третьей – 5. Вероятность того, что отобранный студент из первой, второй, третьей группы попадет в сборную университета равны соответственно  $0,5; 0,4; 0,3$ . Наудачу выбранный участник соревнования попал в сборную. К какой из трех групп он вероятнее всего принадлежит?

3) В партии из 7 деталей имеется 5 деталей первого сорта. Наудачу отобраны три детали. Составить закон распределения числа деталей первого сорта среди отобранных.

4) Задана плотность распределения случайной величины  $\xi$ :  $p_{\xi}(x) = \begin{cases} C/x^4, & x \geq 3 \\ 0, & x < 3 \end{cases}, C - \text{const.}$  Найти: интегральную функцию распределения  $F_{\xi}(x)$ ,  $M\xi, D\xi, \sigma(\xi)$ . Построить графики дифференциальной и интегральной функций.

5) Непрерывная двумерная случайная величина  $(X, Y)$  равномерно распределена внутри прямоугольного треугольника с вершинами  $O(0;0)$ ,  $A(0;6)$ ,  $B(-6;0)$ . Найти: 1) двумерную плотность вероятности системы; 2) плотности распределения составляющих  $X$  и  $Y$ .

6) Задана плотность распределения случайной величины  $X$ , возможные значения которой заключены в интервале  $(-\infty, +\infty)$ . Найти плотность распределения случайной величины  $Y = \frac{1}{1 + X^2}$ .

7) Доказать, что для  $\xi \geq 0$   $M\xi = \int_0^{\infty} [1 - F_{\xi}(x)] dx$  (в том числе, когда  $M\xi = \infty$ ).

#### **4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации. Примерный перечень вопросов к зачету:**

1. Введение: предмет теории вероятностей; случайные явления; вероятность и частота; математическая модель.
2. Вероятностное пространство:
  - 2.1. Пространство элементарных событий; примеры.
  - 2.2. Алгебра событий.
  - 2.3. Вероятность: аксиомы вероятности; свойства вероятности.
3. Дискретные вероятностные пространства. Классическое определение вероятности. Примеры.
4. Абсолютно непрерывные вероятностные пространства. Геометрические вероятности. Задача Бюффона. Задача о встрече. Парадокс Бертрана.
5. Условные вероятности. Примеры.
6. Вероятность произведения событий; примеры.
7. Формула полной вероятности. Примеры.
8. Формула Байеса (вероятности гипотез). Примеры.
9. Последовательность независимых испытаний. Схема Бернулли. Примеры.
10. Предельные теоремы в схеме Бернулли:
  - 10.1. Теорема Пуассона.
  - 10.2. Теорема Муавра-Лапласа(локальная).
  - 10.3. Интегральная теорема Муавра – Лапласа.
  - 10.4. Отклонение относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях. Примеры.
  - 10.5. Обратная задача схемы Бернулли. Примеры.
11. Случайные величины:
  - 11.1. Функция распределения, свойства функции распределения.
  - 11.2. Дискретные и абсолютно непрерывные распределения
  - 11.3. Свойства плотности распределения вероятностей. Наиболее распространенные распределения.
12. Многомерные функции распределения:
  - 12.1. Многомерные функции и плотности распределения вероятностей, свойства.
  - 12.2. Независимость случайных величин.
13. Функции от случайных величин.
14. Моментные характеристики случайных величин:
  - 14.1. Математическое ожидание, свойства; примеры, математические ожидания наиболее распространенных распределений.
  - 14.2. Дисперсия, среднее квадратичное отклонение; свойства; дисперсии наиболее распространенных распределений.
  - 14.3. Моменты.
  - 14.4. Ковариация, коэффициент корреляции.
15. Закон больших чисел:
  - 15.1. Определение закона больших чисел.
  - 15.2. Некоторые оценки распределений случайных величин: неравенство Чебышева, теорема Чебышева.
  - 15.3. Частные случаи теоремы Чебышева: теорема Бернулли; теорема Пуассона и др.



- 15.4. Теорема Маркова.  
 15.5. Усиленный закон больших чисел: неравенство Колмогорова; теорема Колмогорова.  
 16. Предельные теоремы.  
 16.1. Производящие функции; свойства; теоремы, примеры.  
 16.2. Характеристические функции; свойства; теоремы.  
 16.3. Примеры (№1 – №7) подсчета характеристических функций.  
 16.4. Предельные теоремы характеристических функций (прямая и обратная).  
 16.5. Формула обращения для характеристических функций (теорема 1). Теорема 2 единственности.  
 16.6. Центральная предельная теорема.  
 16.7. Теорема Ляпунова.  
 16.8. Понятие асимптотической нормальности.  
 17. Многомерное нормальное распределение.

### Критерии оценивания результатов обучения

<i>Оценка</i>	<i>Критерии оценивания по экзамену</i>
<i>Высокий уровень «5» (отлично)</i>	<i>оценку «отлично» заслуживает студент, освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал без пробелов; выполнивший все задания, предусмотренные учебным планом на высоком качественном уровне; практические навыки профессионального применения освоенных знаний сформированы.</i>
<i>Средний уровень «4» (хорошо)</i>	<i>оценку «хорошо» заслуживает студент, практически полностью освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не оценены максимальным числом баллов, в основном сформировал практические навыки.</i>
<i>Пороговый уровень «3» (удовлетворительно)</i>	<i>оценку «удовлетворительно» заслуживает студент, частично с пробелами освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, многие учебные задания либо не выполнил, либо они оценены числом баллов близким к минимальному, некоторые практические навыки не сформированы.</i>
<i>Минимальный уровень «2» (неудовлетворительно)</i>	<i>оценку «неудовлетворительно» заслуживает студент, не освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не выполнил, практические навыки не сформированы.</i>

### Критерии оценивания по зачету:

«зачтено»: студент владеет теоретическими знаниями по данному разделу, знает формулы и теоремы, допускает незначительные ошибки; студент умеет правильно объяснять изученный материал, иллюстрируя его примерами.

«не зачтено»: материал не усвоен или усвоен частично, студент затрудняется привести примеры по изученному материалу, довольно ограниченный объем знаний и неумение применять его для решения типовых задач.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

- при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;
- при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;
- при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## **1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.**

### **1.1 Основная литература:**

1. Кремер, Наум Шевелевич. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] : учебник для студентов вузов / Н. Ш. Кремер. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : [ЮНИТИ-ДАНА], 2009. - 551 с. - (Золотой фонд российских учебников). - Библиогр. : с. 511-512. - ISBN 9785238012704

2. Туганбаев А.А., Крупин В.Г. Теория вероятностей и математическая статистика. Сборник задач по теории вероятностей. СПб.: Лань, 2011. 320 с.  
[https://e.lanbook.com/book/652#book\\_name](https://e.lanbook.com/book/652#book_name)

3. Зубков А.М., Севастьянов Б.А., Чистяков В.П. Сборник задач по теории вероятностей. СПб.: Лань, 2009. 320 с. <https://e.lanbook.com/book/154#authors>

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах «Лань» и «Юрайт».

### **5.2 Дополнительная литература:**

1. Щербатых, С.В. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей в средней школе : учебно-методическое пособие / С.В. Щербатых ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина». - Елец : ЕГУ им. И.А. Бунина, 2011. - Ч. 1. Теоретический блок. - 143 с. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=272357>

2. Джафаров, К.А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / К.А. Джафаров ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Новосибирский государственный технический университет. - Новосибирск : НГТУ, 2015. - 167 с. : схем. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-7782-2720-0 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=438304>

## **6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.**

1. Электронная библиотечная система издательства "Лань" – <http://e.lanbook.com/>
2. Электронная библиотечная система "Юрайт" – <http://www.biblio-online.ru/>

## **7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.**

Самостоятельная работа студентов заключается в еженедельном выполнении домашних заданий, написании контрольных работ, выполнение индивидуальных семестровых заданий.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

### **8.1 Перечень информационных технологий.**

метод презентации, дискуссии.

### **8.2 Перечень необходимого программного обеспечения.**

Microsoft Excel 2013, Moodle.

### **8.3 Перечень информационных справочных систем:**

1. Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (<http://www.elibrary.ru/>)

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, специально оборудованная мультимедийными демонстрационными комплексами, учебной мебелью
2.	Лабораторные занятия	Помещение для проведения лабораторных занятий

		оснащенное учебной мебелью, доской маркером или мелом
3.	Групповые (индивидуальные) консультации	Помещение для проведения групповых (индивидуальных) консультаций, учебной мебелью, доской маркером или мелом
4.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Помещение для проведения текущей и промежуточной аттестации, оснащенное учебной мебелью.
5.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета

**Рецензия**  
на рабочую программу дисциплины  
**«Теория вероятностей»**  
по направлению подготовки 01.03.01 Математика,  
очной формы обучения.

Составитель рабочей программы:  
доцент каф. теории функций ФГБОУ ВО «КубГУ» Тлюстен С.Р.

Рабочая программа полностью соответствует требованиям ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.01 Математика (уровень бакалавриата).

Все основные разделы программы нашли свое отражение в перечне представленных в программе необходимых знаний и компетенций.

Информация о видах и объеме учебной работы содержит тематику лекционных занятий и лабораторных работ, призванных сформировать у студентов базовые знания и формирование основных навыков по теории вероятностей, необходимых для решения задач, возникающих в практической деятельности.

Распределение времени, отводимого на изучение различных разделов курса, включая самостоятельную работу, соответствует их трудоемкости.

Тематический план изучения дисциплины «Теория вероятностей», образовательные технологии, оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины, перечень основной и дополнительной литературы, а также материально-техническое обеспечение способствуют планомерному и качественному освоению данной дисциплины.

Для усиления самостоятельной работы и повышения качества знаний студентам предлагаются типовые задания для индивидуальной самостоятельной работы.

Рабочая программа дисциплины позволяет усвоить связи между различными разделами и теоремами теории вероятностей, а также способствует развитию и углублению межпредметных связей между изучением данного курса и прохождением других дисциплин естественнонаучного цикла.

Рабочая программа дисциплины «Теория вероятностей» способствует приобретению и развитию умений и навыков для решения профессиональных задач методами теории вероятностей, формированию компетентного специалиста.

Рецензент,  
Гусаков В.А.,  
канд. физ. – мат. наук,  
директор ООО «Просвещение-Юг».

