

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
качеству образования — первый
проректор



Т.А. Хабуров

подпись

«26» мая 2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.02 ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

Направление подготовки 01.03.01 Математика

Направленность (профиль) Преподавание математики и информатики

Математическое моделирование

Форма обучения очная

Квалификация бакалавр

Краснодар 2023

Рабочая программа дисциплины «ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ» составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.03.01 Математика

Программу составил(и):
В.А. Любин ст.преподаватель



Рабочая программа дисциплины «Теория чисел» утверждена на заседании кафедры функционального анализа и алгебры
протокол № 8 «18» апреля 2023 г.
Заведующий кафедрой (разработчика) Барсукова В.Ю.



Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры функционального анализа и алгебры
протокол № 8 «18» апреля 2023 г.
Заведующий кафедрой (выпускающей) Барсукова В.Ю.



Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук
протокол № 3 «20» апреля 2023г.
Председатель УМК факультета Шмалько С.П.



Рецензенты:

Соколова И.В., кандидат пед. наук, профессор кафедры высшей математики Кубанского государственного аграрного университета

Марковский А.Н., кандидат физ.-мат. наук, доцент кафедры математического и компьютерного моделирования КубГУ

1 Цели и задачи изучения дисциплины.

1.1 Цель освоения дисциплины.

Целями освоения дисциплины «Теория чисел» являются: формирование аналитико-числовой культуры студента, начальная подготовка в области алгебраического анализа простейших алгебро-числовых объектов, овладение классическим математическим аппаратом для дальнейшего использования в приложениях

1.2 Задачи дисциплины.

При освоении дисциплины «Теория чисел» вырабатывается общематематическая культура: умение логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями, применять полученные знания для решения геометрических задач и задач, связанных с приложениями теоретико-числовых и алгебраических методов. Получаемые знания лежат в основе математического образования и необходимы для понимания и освоения всех курсов математики, компьютерных наук и их приложений.

1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы.

Дисциплина «Теория чисел» относится к вариативной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана и является обязательной дисциплиной. В рамках дисциплины ее изучение базируется на знаниях школьного курса математики и курса алгебры (из первого курса и второго курсов). Освоение теории чисел является основанием для успешного освоения как дальнейших базовых курсов – алгебры, анализа так и специальных курсов (алгебраической геометрии, компьютерной геометрии). Также приобретенные знания могут помочь в научно-исследовательской работе.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

Код и наименование индикатора* достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
ПК-1 Способен решать актуальные и важные задачи фундаментальной и прикладной математики	
ИПК-1.1. Способен решать актуальные и важные задачи фундаментальной и прикладной математики	Знает основные понятия, утверждения, задачи фундаментальной математики
	Умеет применять математические законы и принципы для решения задач.
	Владеет методами и приемами решения математических задач.
ИПК-1.2 Умеет передавать результаты проведенных теоретических и прикладных исследований в виде конкретных предметных рекомендаций в терминах предметной области	Знает основные понятия, утверждения, задачи фундаментальной математики
	Умеет передавать результаты в виде конкретных предметных рекомендаций в терминах предметной области
	Владеет предметной терминологией и приемами формулировки результатов исследования.

2. Структура и содержание дисциплины.

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 зач.ед. (108 час), их распределение по видам работ представлено в таблице

Вид учебной работы	Всего	Семестры

	часов	4	
Аудиторные занятия (всего)	108	108	
В том числе:			
Занятия лекционного типа	18	18	
Лабораторные занятия	36	36	
Иная контактная работа:			
Контроль самостоятельной работы (КСР)	6	6	
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,2	0,2	
Самостоятельная работа, в том числе:	47,8	47,8	
Проработка учебного (теоретического) материала	16	16	
Выполнение домашних заданий (подготовка сообщений, презентаций)	21	21	
Подготовка к текущему контролю	10,8	10,8	
Контроль:			
Подготовка к зачету			
Общая трудоемкость	час.	108	108
	в том числе контактная работа	72,2	72,2
	зач. ед	3	3

2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы дисциплины, изучаемые в 4 семестре (очная форма)

№	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	2	3	4	5	6	7
1.	Теория делимости	20	5		6	9
2.	Арифметические функции	16	2		5	9
3.	Сравнения.	22	5		8	9
4.	Первообразные корни и индексы	17	2		7	8
5.	Сравнения второй степени	14,8	2		6	6,8
6.	Цепные дроби	14	2		4	8

<i>Итого по дисциплине:</i>	103, 8	18		36	47,8
-----------------------------	-----------	----	--	----	------

2.3 Содержание разделов дисциплины:

2.3.1 Занятия лекционного типа.

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	<i>Теория делимости.</i>	Числовые совокупности. Некоторые свойства делимости целых чисел. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное целых чисел. Свойства простых чисел. Различные формулы, задающие простые числа. Распределение простых чисел. Кольцо целых гауссовых чисел.	ПК
2.	<i>Арифметические функции.</i>	Основные арифметические функции (количество и сумма делителей натуральных чисел, функции Эйлера и Мёбиуса).	ПК
3.	<i>Сравнения.</i>	Основные свойства числовых сравнений. Полная и приведенная системы вычетов. Сравнения с одним неизвестным. Системы сравнений с одним неизвестным. Китайская теорема об остатках.	ПК
4.	<i>Первообразные корни и индексы.</i>	Первообразные корни по различным модулям. Индексы и некоторые их приложения.	ПК
5.	<i>Сравнения второй степени.</i>	Символ Лежандра. Квадратичный закон взаимности. Некоторые приложения символа Лежандра. Символ Якоби.	ПК
6.	<i>Цепные дроби</i>	Конечные и бесконечные цепные дроби. Некоторые приложения цепных дробей (решений уравнений Ферма-Пелля, сравнений и т.д.).	ПК
7.	<i>Алгебраические и трансцендентные числа.</i>	Определения и свойства алгебраических чисел. Примеры решения задач.	ПК

2.3.2 Занятия семинарского типа. Не предусмотрены

2.3.3 Лабораторные занятия.

№	Наименование раздела	Тематика практических занятий (семинаров)	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	<i>Теория делимости</i>	Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное целых чисел. Свойства простых чисел. Раз-	РЗ ТР

		личные формулы, задающие простые числа. Распределение простых чисел.	
2.	<i>Арифметические функции.</i>	Основные арифметические функции (количество и сумма делителей натуральных чисел, функции Эйлера и Мёбиуса).	РЗ ТР
3.	<i>Сравнения.</i>	Основные свойства числовых сравнений. Полная и приведенная системы вычетов. Сравнения с одним неизвестным. Системы сравнений с одним неизвестным. Китайская теорема об остатках.	РЗ ТР
4.	<i>Первообразные корни и индексы.</i>	Первообразные корни по различным модулям. Индексы и некоторые их приложения.	РЗ
5.	<i>Сравнения второй степени.</i>	Символ Лежандра. Квадратичный закон взаимности. Некоторые приложения символа Лежандра. Символ Якоби.	РЗ
6.	<i>Цепные дроби</i>	Конечные и бесконечные цепные дроби. Некоторые приложения цепных дробей (решений уравнений Ферма-Пелля, сравнений и т.д.).	РЗ
7.	<i>Алгебраические и трансцендентные числа.</i>	Кольцо целых гауссовых чисел. Целые числа Эйзенштейна. Построение трансцендентных чисел.	РЗ

Защита лабораторной работы (ЛР), выполнение курсового проекта (КП), курсовой работы (КР), расчетно-графического задания (РГЗ), написание реферата (Р), эссе (Э), коллоквиум (К), тестирование (Т), типовой расчет (ТР), проверка конспекта (ПК), решение задач (РЗ) и т.д.

2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Не предусмотрены.

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Проработка учебного (теоретического) материала	«Методические указания по организации самостоятельной работы студентов», утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры, протокол № 9 от 12.04 2019 г.
2	Выполнение домашних заданий (решение задач)	«Методические указания по организации самостоятельной работы студентов», утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры, протокол № 9 от 12.04 2019 г.

3	Подготовка к текущему контролю (контрольная работа и др.)	«Методические указания по организации самостоятельной работы студентов», утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры, протокол № 1 от 9 от 12.04 2019 г.
4	Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	«Методические указания по организации самостоятельной работы студентов», утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры, протокол № 9 от 12.04 2019 г.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3. Образовательные технологии.

При изучении данного курса используются традиционные лекции и лабораторные занятия.

Цель лабораторных занятий – научить студента применять полученные на лекциях теоретические знания к решению и исследованию конкретных математических и методических задач. В семестре проводятся контрольные работы для проверки усвоения материала студентами.

Самостоятельная работа студентов является неотъемлемой частью процесса подготовки. Под самостоятельной работой понимается часть учебной планируемой работы, которая выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа направлена на усвоение системы научных и профессиональных знаний, формирования умений и навыков, приобретение опыта самостоятельной творческой деятельности. СРС помогает формировать культуру мышления студентов, расширять познавательную деятельность.

Виды самостоятельной работы по курсу:

а) по целям: подготовка к лекциям, к практическим занятиям, к контрольной работе, к экзамену, выполнение типового расчета, подготовка проектного семестрового задания в виде презентации.

б) по характеру работы: изучение литературы, конспекта лекций; поиск литературы в библиотеке; конспектирование рекомендуемой для самостоятельного изучения научной литературы; решение задач, подготовка проекта.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

Дискуссия

Возможность дискуссии предполагает умение высказать собственную идею, предложить свой путь решения, аргументировано отстаивать свою точку зрения, связно излагать мысли. Полезны следующие задания: составление плана решения задачи, поиск другого способа решения, сравнение различных способов решения, проведение выкладок

для решения задачи и выкладок для проверки правильности полученного решения, рассмотрение задач с лишними и недостающими данными.. Студентам предлагается проанализировать варианты решения, высказать своё мнение. Основной объем использования интер-активных методов обучения реализуется именно в ходе дискуссий, как на лекционных, так и на лабораторных занятиях.

Общие вопросы, которые выносятся на дискуссию:

1. Составления плана доказательства утверждения или решения задачи.
2. Определение возможных способов доказательства утверждения или поиск различных способов решений задачи.
3. Выбор среди рассматриваемых способов наиболее рационального.
4. Обсуждение логической составляющей в формулировке той или иной теоремы, а также обсуждение возможности построения иллюстрирующих ее примеров и контр-примеров.

Интерактивные формы лабораторных занятий:

Семестр	Вид занятия	Используемые интерактивные образовательные технологии	Количество часов
4	Лабораторные занятия	Тренинг на тему: «Теория делимости в кольце целых чисел»	4
		Дискуссия на тему: « Арифметические функции»	2
		Тренинг на тему: «Сравнения»	4
		Дискуссия на тему: «Первообразные корни и индексы»	4
		Тренинг на тему: «Цепные дроби»	2
		Дискуссия на тему: «Алгебраические и трансцендентные числа».	2
<i>Итого:</i>			18

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля.

Контрольная работа № 1.

1. Найти наибольший общий делитель чисел 126 и 261 и его линейное представление.
2. Решить диофантово уравнение $2x + 3y + 5z = 10$
3. Решить сравнение $21x \equiv 7 \pmod{3}$
4. Найти две последние цифры чисел $2015!$

Контрольная работа №1 (Темы: Теория делимости. Мультипликативные функции. Сравнения первой степени)

Вариант1.

1. Доказать, что числа вида $4^n+15n-1$ ($n=1,2,\dots$) кратны 9.
2. Найти такое простое число p , чтобы числа $4p^2+1$ и $6p^2+1$ оба были простыми.
3. Решить уравнение $\varphi(x) = 120$, где $x = p_1 p_2$ и $p_1 - p_2 = 2$.
4. При каких целых значениях x следующие функции принимают целочисленные значения:

1) $f(x) = \frac{9x-1}{7}$; 2) $f(x) = \frac{7x-1}{15}$?

5. Решить систему сравнений
$$\begin{cases} 3x - 2y \equiv 5 \\ 5x + 2y \equiv 1 \end{cases} \pmod{10}$$
.

Контрольная работа №2 (Тема: Сравнения второй степени)

Вариант 1.

1. Решить сравнение, предварительно приведя его к двучленному: $2x^2+4x-1 \equiv 0 \pmod{5}$.
2. Найти целые точки, через которые проходят следующие кривые: $4x^2-5y=6$, $11y=5x^2-7$.
3. Найти остаток от деления числа 2^{64} на 360.
4. Установить какие из следующих сравнений разрешимы, и найти соответствующие решения: 1) $x^2 \equiv 7 \pmod{27}$; 2) $x^2 \equiv 59 \pmod{125}$.

4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации.

Примерные вопросы к зачету по Теории чисел.

4 семестр

Вопросы для проведения зачета в 4 семестре

1. Понятие делимости целых чисел. Свойства делимости.
2. Простые и составные числа. Теорема Евклида.
3. Основная теорема арифметики. Каноническое разложение числа.
4. Целая и дробные части действительного числа. Их графики и свойства.
5. Лемма о показателе, с которым входит простое число в разложение $n!$. Следствие из него.
6. Мультипликативные функции. Примеры мультипликативных функций. Свойства.
7. Количество и сумма натуральных делителей натурального числа.
8. Функция Мёбиуса. Свойства функции Мёбиуса, формулы обращения.
9. Функция Эйлера. Свойства функции Эйлера. Формулы сложения и умножения.
10. Теорема Чебышева.
11. Лемма о показателе, с которым входит простое число в разложение $n!$. Следствие из него.
12. Теорема Чебышева.
13. Лемма о связи функций $\theta(x)$, $\psi(x)$, и $\pi(x)$.
14. Понятие сравнимости целых чисел. Свойства сравнений. Классы вычетов по модулю m .
15. Полная система вычетов. Свойства полных систем вычетов.
16. Приведённая система вычетов. Свойства приведённых систем вычетов.
17. Теоремы Эйлера и Ферма (малая).
18. Сравнения с одним неизвестным, его степень. Решение сравнений. Равносильные сравнения.
19. Теорема о сравнении первой степени. Метод Эйлера.
20. Китайская теорема об остатках, дополнение к ней.
21. Число решений сравнения по простому модулю. Критерий простоты числа.
22. Квадратичные вычеты и невычеты по $\text{mod } p$. Теорема о числе квадратичных вычетов и невычетов.
23. Символ Лежандра и его свойства. 2 леммы Гаусса. Символ Якоби.
24. Решение уравнений 3-ей, 4-ой и высших степеней.
25. Нахождение первообразных корней из единицы.
26. Нахождение НОК многочленов
27. Решение сравнений 2-ой степени.
28. Решение диофантовых уравнений.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

- при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;
- при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;
- при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

Критерии оценивания по промежуточной аттестации

Зачет выставляется по результатам работы студента в течение семестра. Отметка «зачтено» выставляется студентам, которые регулярно посещали занятия, выполняли домашние работы, написали контрольные работы на положительные оценки. Отметка «незачтено» выставляется студентам, которые пропустили более 60 % занятий и написали контрольные работы на неудовлетворительные оценки.

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля).

5.1 Основная литература:

1. Виноградов, И.М. Основы теории чисел [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 176 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/46> .
2. Бухштаб, А.А. Теория чисел [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 384 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/65053>.
3. Смолин, Ю. Н. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс] : учебное пособие / Ю. Н. Смолин. - М. : ФЛИНТА, 2012. - 464 с. - <https://e.lanbook.com/book/20243> .

б) дополнительная литература:

1. Манин, Юрий Иванович. Введение в современную теорию чисел [Текст] / Ю. И. Манин, А. А. Панчишкин. - М. : МЦНМО, 2009. - 552 с. : ил. - (Классические направления в математике). - Библиогр. : с. 496-545
2. Нестеренко, Юрий Валентинович. Теория чисел [Текст] : учебник для студентов вузов / Ю. В. Нестеренко. - М. : Академия, 2008. - 265 с. - (Высшее профессиональное образование. Физико-математические науки). - Библиогр. : с. 262

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах «Лань» и «Юрайт».

5.3. Периодические издания:

6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля).

1. <http://mech.math.msu.su/department/algebra>
2. <http://www.resolventa.ru/metod/student/determinant.htm>
3. <http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/student/an/examples.asp>

7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Раздел	Тема	Содержание вопросов темы	Вид работы
1	Вопросы 1-3	Теория делимости. Простые числа и их распределение.	Поиск необходимой информации (см. список литературы). Подготовка типового расчета.
2	Вопросы 4-6	Сравнение 1 и 2 степени. Символ Лежандра. Первообразные корни.	Поиск необходимой информации (см. список литературы).
3	Вопрос 7	Цепные дроби. Алгебраические и трансцендентные числа.	Поиск необходимой информации (см. список литературы).

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.

8.1 Перечень информационных технологий.

Обучающие компьютерные программы по отдельным разделам или темам – не требуются.

8.2 Перечень необходимого программного обеспечения.

Обучающие компьютерные программы по отдельным разделам или темам – не требуются.

8.3 Перечень информационных справочных систем:

1. Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (<http://www.elibrary.ru/>)

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) и соответствующим программным обеспечением (ПО)
2.	Лабораторные занятия	Специальное помещение, оснащенное доской, маркерами и мелом
3.	Групповые (индивидуальные)	Аудитория, (кабинет)

	дуальные) консультации	
4.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Аудитория, (кабинет)
5.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.