

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.О.05. «АЛГЕБРА И ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ»**

Направление
подготовки/специальность 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование
информационных систем
(код и наименование направления подготовки/специальности)

Направленность (профиль) / Специализация
Технология программирования *(наименование направленности (профиля) специализации)*

Программа подготовки академический бакалавриат
(академическая /прикладная)

Форма обучения очная
(очная, очно-заочная, заочная)

Квалификация (степень) выпускника бакалавр
(бакалавр, магистр, специалист)

Краснодар 2022

Рабочая программа дисциплины «Алгебра и теория чисел» составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки (профиль) 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем.

Программу составил(а):

Лапина Ольга Николаевна, доцент, к. ф.-м. н.



Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры вычислительных технологий, протокол № 9 «18» мая 2022 г.

Заведующий кафедрой (разработчика) Вишняков Ю.М

(фамилия, инициалы)



подпись

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры информационных технологий

от «18» мая 2022 г., протокол № 13.

Заведующий кафедрой (выпускающей) В.В.Подколзин

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета Компьютерных Технологий и Прикладной Математики протокол № 6 от «25» мая 2022 г.

Председатель УМК факультета Коваленко А.В.

фамилия, инициалы



подпись

Рецензенты:

Гаркуша О.В., доцент кафедры информационных технологий
ФБГОУ ВО «Кубанский государственный университет»,
кандидат физико-математических наук.

Схаляхо Ч.А., доцент КВВУ им.С.М.Штеменко, к.ф.-м.н., доцент

1. Цели и задачи изучения дисциплины.

1.1. Цели освоения дисциплины.

Целью преподавания и изучения дисциплины «Алгебра и теория чисел» является овладение студентами математическим аппаратом, применяемым в прикладной математике и информатике, и служащим основой для разработки информационных технологий.

1.2. Задачи дисциплины.

Студент должен знать основные понятия, методы, алгоритмы и средства алгебры; уметь применять теории, методы, алгоритмы алгебры; владеть знаниями теории, методов, алгоритмов алгебры для решения теоретических проблем фундаментальной информатики и практических задач информационных технологий.

1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

«Алгебра и теория чисел» относится к базовой части цикла Б1 профессиональных дисциплин. Для изучения дисциплины необходимо знание обязательного минимума содержания среднего образования, в особенности математики и информатики. Знания, получаемые при изучении «Алгебры и теории чисел», используются при изучении всех дисциплин профессионального цикла учебного плана бакалавра.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся общекультурных/общепрофессиональных/профессиональных компетенций (ОК/ОПК/ПК)

Код и наименование индикатора*	Результаты обучения по дисциплине (знает, умеет, владеет (навыки и/или опыт деятельности))
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	
ИУК-1.4 (А/01.5 Зн.1) Цели и задачи проводимых исследований и разработок, методы поиска, критического анализа и синтеза информации	Знает методами поиска и критического анализа информации
ИУК-1.5 (А/01.5 Др.1 Зн.) Деятельность, направленная на поиск, критический анализ и синтез информации, на решение задач аналитического характера, предполагающих выбор и многообразие актуальных способов решения задач	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения задач линейной алгебры и теории чисел.
ИУК-1.6 (А/27.6 У.1) Анализировать входные данные, осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Умеет анализировать информацию, осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения задач линейной алгебры.
ИУК-1.9 (А/01.5 У.3) Применять методы анализа и синтеза научно-технической информации	Способен применять методы анализа теории и доказательства теорем линейной алгебры
ИУК-1.12 (А/01.5 Тд.2) Сбор, обработка, критический анализ и обобщение передового отечественного и международного опыта в соответствующей области исследований	Способен осуществлять сбор и анализ информации в области линейной алгебры и теории чисел.

ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	
ОПК-1.1. (С/16.6 Зн.14) Современный отечественный и зарубежный опыт, фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	Знает основные положения и концепции (понятия, методы, алгоритмы алгебры) связанные с информатикой и информационными технологиями; базовые определения, теоремы алгебры.
ОПК-1.2. (А/01.5 Зн.2) Методы анализа и обобщения отечественного и международного опыта в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	Умеет использовать методы анализа при решении задач прикладной алгебры
ОПК-1.3 (А/01.5 Др.1 Зн.) Деятельность, направленная на решение задач аналитического характера, предполагающих выбор и многообразие актуальных способов решения задач в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	Имеет практический опыт решения задач линейной и прикладной алгебры и применения его для решения теоретических и прикладных задач в области информационных технологий.
ОПК-1.4 (D/03.6 У.1) Использовать существующие типовые решения и шаблоны проектирования программного обеспечения, применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	Использует типовые методы для решения задач линейной и прикладной алгебры
ПК-1 Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий	
ИПК-1.1 (D/03.6 Зн.2) Типовые решения, математические модели, библиотеки программных модулей, шаблоны, классы объектов, используемые при разработке программного обеспечения	Способен применять типовые методы при решении систем, линейных уравнений различными методами.
ИПК-1.8 (А/01.5 Зн.2) Методы анализа и обобщения отечественного и международного опыта в области знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий	Умеет разрабатывать алгоритмы и программы для решения основных задач алгебры и теории чисел
ИПК-1.9 (А/01.5 Зн.3) Методы и средства планирования и организации исследований и разработок в области знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий	Знает методы анализа и доказательства теорем линейной алгебры и теории чисел.
ИПК-1.10 (А/01.5 Др.1 Зн.) Деятельность, направленная на решение задач аналитического характера, предполагающих выбор и многообразие актуальных способов решения задач в области знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий	Знает различные способы решения задач линейной алгебры и теории чисел
ИПК-1.13 (А/27.6 У.1) Анализировать входные данные	Умеет анализировать условия задач алгебры.
ИПК-1.14 (А/01.5 У.3) Применять методы анализа научно-технической информации с использованием базовых знаний математических и естественных наук, программирования и информационных технологий	Умеет применять методы программирования стандартных задач линейной алгебры.

ИПК-1.15 (D/03.6 Тд.2) Проектирование структур данных, построение математических моделей	Знает основные алгебраические структуры и методы их построения.
ИПК-1.16 (A/01.5 Тд.3) Сбор, обработка, анализ и обобщение результатов экспериментов и исследований в области знаний математических и естественных наук, программирования и информационных технологий	Умеет осуществлять сбор и анализ информации в области прикладной и линейной алгебры.

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
1.	УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	основные методы поиска и анализа информации о методах и алгоритмах алгебры и теории чисел	осуществлять поиск и критический анализ методов и алгоритмов решения задач алгебры и теории чисел	методами системного анализа и решения задач линейной алгебры и теории чисел
2	ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	основные понятия, методы, алгоритмы и средства алгебры и теории чисел	применять методы, алгоритмы алгебры и теории чисел для решения задач в области информационных технологий	методами и алгоритмами алгебры и теории чисел для решения проблем информатики и практических задач информационных технологий.
3	ПК-1	Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий	основные понятия алгебры и теории чисел и языки программирования	разрабатывать алгоритмы и программы для решения основных задач алгебры и теории чисел	методами разработки алгоритмов решения основных задач алгебры и теории чисел

2. Структура и содержание дисциплины.

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 9 зач.ед. (324 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры (часы)			
		1	2		
Контактная работа, в том числе:					
Аудиторные занятия (всего):					
Занятия лекционного типа	68	34	34	–	–
Лабораторные занятия	68	34	34	–	–
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)	–	–	–	–	–
	–	–	–	–	–
Иная контактная работа:					
Контроль самостоятельной работы (КСР)	8	4	4	–	–
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,8	0,5	0,3	–	–
Самостоятельная работа, в том числе:	107,8	71,8	36		
Курсовая работа	–	–	–	–	–
Проработка учебного (теоретического) материала	55,8	35,8	20	–	–
Выполнение индивидуальных заданий (подготовка сообщений, презентаций)	–	–	–	–	–
Реферат	–	–	–	–	–
Подготовка к текущему контролю	52	36	16	–	–
Контроль:					
Подготовка к экзамену	71,4	35,7	35,7	–	–
Общая трудоёмкость	час.	324	180	144	–
	в том числе контактная работа	144,8	72,5	72,3	–
	зач. ед.	9	5	4	–

2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины. Разделы дисциплины, изучаемые в 1-2 семестрах (очная форма)

Разделы дисциплины, изучаемые в 1 семестре.

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Самостоятельная работа
			Л	КСР	ЛР	
1	2	3	4	5	6	7
1	Вещественные и комплексные числа	18	6		6	14
2	Теория многочленов	16	4		4	16
3	Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений	36	12	2	12	20
4	Линейные пространства	38	12	2	12	22
	<i>Контроль</i>	36				
	<i>Итого:</i>	180	34	4	34	72

Разделы дисциплины, изучаемые во 2 семестре.

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Самостоятельная работа
			Л	КСР	ЛР	
1	2	3	4	5	6	7
5	Евклидовы и унитарные пространства	34	12		10	12
6	Линейные операторы	34	10	2	12	10
7	Квадратичные формы	28	8	2	8	10
8	Алгебраические структуры	12	4		4	4
	<i>Контроль</i>	36				
	<i>Итого:</i>	144	34	4	34	36

2.3 Содержание разделов дисциплины:

2.3.1 Занятия лекционного типа.

№ раздела	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1	Вещественные и комплексные числа.	Вещественные и комплексные числа. Множества. Обозначения. Логические символы. Вещественные числа и их основные свойства. Абсолютная величина числа. Геометрическое изображение вещественных чисел. Комплексные числа. Действия над комплексными числами. Различные формы комплексных чисел. Извлечение корня из комплексного числа. Формула Муавра. Формула Эйлера.	ИДЗ
2	Теория многочленов	Многочлены. Операции над многочленами. Теорема Безу. Схема Горнера. Кратные корни многочленов. Наибольший общий делитель двух многочленов. Алгоритм Евклида. Свойства делимости многочленов. Взаимно простые многочлены.	К, ЛР
3	Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений	Матрицы. Действия над матрицами. Определители. Свойства определителей. Обратная матрица. Ранг матрицы. Метод обратной матрицы решения системы уравнений. Формулы Крамера. Метод Гаусса. Системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений	К, ЛР
4	Линейные пространства	Линейные пространства. Свойства линейного пространства. Свойства систем векторов. Базис линейного пространства. Размерность. Преобразование координат	К, ЛР

		вектора при замене базиса. Линейные подпространства. Пересечение и сумма линейных подпространств. Прямая сумма линейных подпространств. Базис суммы и пересечения. Размерность линейного подпространства.	
5	Евклидово и унитарное пространства.	Евклидовы и унитарные пространства. Ортогональный базис. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Неравенство Коши-Буняковского. Нормированные пространства. Ортогональная проекция и ортогональная составляющая векторов. Определитель Грама. Ортогональное дополнение.	К, ЛР
6	Линейные операторы	Линейные операторы. Ядро и образ. Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы линейного оператора. Характеристический многочлен. Собственные векторы и собственные значения. Инвариантные подпространства. Треугольная форма линейного оператора. Линейные операторы простой структуры. Жорданова форма. Сопряженный оператор. Нормальный оператор. Унитарный и эрмитов операторы.	К, ЛР
7	Квадратичные формы	Квадратичные формы. Квадратичные формы канонического вида. Ортогональные преобразования канонических форм. Закон инерции. Критерий Сильвестра. Билинейные формы.	К, ЛР
8	Алгебраические структуры	Группы. Подгруппы. Нормальные подгруппы. Гомоморфизм. Прямое произведение групп. Конечные абелевы группы. Определение и простейшие свойства алгебр. Алгебра кватернионов. Внешняя алгебра.	К, ЛР

2.3.2 Занятия семинарского типа.

Занятия семинарского типа – не предусмотрены.

2.3.3 Лабораторные занятия.

№ работы	№ раздела дисциплины	Наименование лабораторных работ	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1	1	Вещественные и комплексные числа. Множества. Вещественные числа и их основные свойства. Абсолютная величина числа. Геометрическое изображение вещественных чисел. Комплексные числа.	Решение задач

		Действия над комплексными числами.	
2	1	Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Возведение комплексных чисел в целую неотрицательную степень	Решение задач
3	1	Извлечение корня из комплексного числа. Формула Муавра. Формула Эйлера.	Решение задач
4	2	Многочлены. Операции над многочленами. Теорема Безу. Схема Горнера. Кратные корни многочленов.	Решение задач
5	2	Наибольший общий делитель двух многочленов. Алгоритм Евклида. Свойства делимости многочленов. Взаимно простые многочлены.	Решение задач
6	3	Матрицы. Действия над матрицами. Определители.	Решение задач
7	3	Свойства определителей.	Решение задач
8	3	Обратная матрица. Ранг матрицы.	Решение задач
9	3	Метод обратной матрицы решения системы уравнений. Формулы Крамера.	Решение задач
10	3	Метод Гаусса.	Решение задач
11	3	Системы линейных однородных уравнений.	Решение задач
12	3	Фундаментальная система решений	Решение задач
13	4	Линейные пространства. Свойства линейного пространства.	Решение задач
14	4	Свойства систем векторов. Базис линейного пространства. Размерность.	Решение задач
15	4	Преобразование координат вектора при замене базиса.	Решение задач
16	4	Линейные подпространства.	Решение задач
17	4	Пересечение и сумма линейных подпространств. Прямая сумма линейных подпространств.	Решение задач
18	4	Базис суммы и пересечения	Решение задач
19	4	Размерность линейного подпространства.	Решение задач
20	5	Евклидовы и унитарные пространства.	Решение задач
21	5	Ортогональный базис. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта.	Решение задач
22	5	Неравенство Коши-Буняковского. Нормированные пространства.	Решение задач
23	5	Определитель Грама.	Решение задач
24	5	Ортогональное дополнение.	Решение задач
25	6	Линейные операторы. Ядро и образ.	Решение задач

26	6	Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы линейного оператора.	Решение задач
27	6	Характеристический многочлен. Собственные векторы и собственные значения.	Решение задач
28	6	Инвариантные подпространства. Треугольная форма линейного оператора.	Решение задач
29	6	Линейные операторы простой структуры. Жорданова форма.	Решение задач
30	6	Сопряженный оператор. Нормальный оператор. Унитарный и эрмитов операторы.	Решение задач
31	7	Квадратичные формы. Квадратичные формы канонического вида.	Решение задач
32	7	Ортогональные преобразования канонических форм	Решение задач
33	7	Закон инерции. Критерий Сильвестра.	Решение задач
34	8	Группы. Подгруппы. Конечные абелевы группы. Определение и простейшие свойства алгебр. Алгебра кватернионов. Внешняя алгебра.	Решение задач

2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы – не предусмотрены.

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Проработка учебного материала, выполнение индивидуальных заданий.	

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3. Образовательные технологии.

Используемые интерактивные образовательные технологии:

- Компьютерные презентации и обсуждение.
- Разбор конкретных ситуаций (задач), тренинги по решению задач, компьютерные симуляции (программирование алгоритмов).

4. Оценочные и методические материалы.

4.1 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной успеваемости студентов.

Фонд оценочных средств дисциплины состоит из средств текущего контроля выполнения контрольных работ, средств для промежуточной (зачета в 1-м семестре) и средств итоговой аттестации (экзамен в 1-ом и 2-ом семестрах).

Оценка успеваемости осуществляется по результатам:

- выполнения контрольных работ;
- оценок коллоквиумов;
- ответа на экзамене (для выявления знания и понимания теоретического материала дисциплины).

Зачет выставляется по результатам выполненных контрольных работ и текущей работы на лабораторных занятиях.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

Структура фонда оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

№ п/п	Код и наименование индикатора	Результаты обучения	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1	УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Знает – основные методы поиска информации о методах и алгоритмах алгебры и теории чисел. Владеет – методами системного анализа и решения задач линейной алгебры и теории чисел	опрос по теме, лабораторная работа	Вопросы на экзамене
2	ОПК-1.1. (С/16.6 Зн.14) Современный отечественный и зарубежный опыт, фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	Знает основные положения и концепции (понятия, методы, алгоритмы алгебры) связанные с информатикой и информационными технологиями; базовые определения, теоремы алгебры.	опрос по теме, лабораторная работа	Вопросы на экзамене
3	ОПК-1.2. (А/01.5 Зн.2) Методы анализа и обобщения отечественного и международного опыта в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	Умеет использовать методы анализа при решении задач прикладной алгебры	опрос по теме, лабораторная работа	Вопросы на экзамене
4	ОПК-1.3 (А/01.5 Др.1 Зн.) Деятельность, направленная на решение задач аналитического характера, предполагающих выбор и многообразие актуальных способов решения задач в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	Имеет практический опыт решения задач линейной и прикладной алгебры и применения его для решения теоретических и прикладных задач в области информационных технологий.	опрос по теме, лабораторная работа	Решение задач на экзамене
5	ОПК-1.4 (D/03.6 У.1) Использовать существующие типовые решения и шаблоны проектирования программного обеспечения, применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	Использует типовые методы для решения задач линейной и прикладной алгебры	лабораторная работа, контрольные работы	Решение задач на экзамене
6	ПК-1 Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий	Знает: основные понятия алгебры и теории чисел. Умеет: разрабатывать алгоритмы и программы для решения основных задач алгебры и теории чисел	опрос по теме, лабораторная работа	Решение задач на экзамене

Типовые контрольные материалы или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы:

Образцы контрольных работ по основным разделам курса

Код оцениваемых компетенций – УК-1; ОПК-1; ПК-1.

Раздел 1 Вещественные и комплексные числа.

Вариант 1.

1. Найти действительные и мнимые части комплексного числа

$$\left(\frac{3 - i\sqrt{3}}{3 + i\sqrt{3}} \right)^5.$$

2. Найти модуль и главное значение аргумента $(-\pi < \varphi \leq \pi)$

$$z = 3 - i^5.$$

3. Найти все значения корней и построить их на комплексной плоскости

$$\sqrt[4]{1 - i}.$$

Вариант 2.

1. Найти действительные и мнимые части комплексного числа

$$\frac{(1 - i)^5}{(1 + i)^5}.$$

2. Найти модуль и главное значение аргумента $(-\pi < \varphi \leq \pi)$

$$z = 2 + i^{25}.$$

3. Найти все значения корней и построить их на комплексной плоскости $\sqrt[8]{1}.$

Раздел 2. Теория многочленов.

Вариант № 1

1. Чему равен показатель кратности корня 2 для многочлена

$$g(x) = x^4 - 4x^3 + x^2 + 4x + 4$$

Вариант № 2

1. Чему равен показатель кратности корня 1 для многочлена

$$g(x) = x^5 - 3x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 6x - 4_{-2}$$

Раздел 3. Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений.**Вариант № 1**

1. Найти обратную матрицу. Выполнить проверку

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Исследовать систему на совместность и найти ее общее и частное решение, если она совместна:

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 - x_4 = 1 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 11x_4 = -4 \end{cases}$$

Вариант № 2

3. Найти обратную матрицу. Выполнить проверку

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & -2 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

соответствующую

4. Найти общее решение неоднородной системы уравнений, решая однородную систему и зная ее частное решение $x_0 = (1, 1, 1, -1)$

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 2 \\ 6x_1 - 4x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 3 \\ 9x_1 - 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4 \end{cases}$$

Раздел 4. Линейные пространства**Вариант 1.**

1. Проверить, являются ли данные системы многочленов линейно независимыми в линейном пространстве $R[x]_2$:

$$f_1(x) = 4x^2 - 3x - 3, \quad f_2(x) = 3x^2 + x - 3, \quad f_3(x) = x^2 + 9x - 3.$$

2. Выяснить, можно ли матрицу линейного оператора привести к диагональному виду путем перехода к новому базису. Найти этот базис и соответствующую ему матрицу:

$$A_e = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ -3 & 3 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Вариант 2.

1. Проверить, являются ли данные системы матриц линейно независимыми в линейном пространстве $M[x]_2$:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. Выяснить, можно ли матрицу линейного оператора привести к диагональному виду путем перехода к новому базису. Найти этот базис и соответствующую ему матрицу:

$$A_e = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 1 \\ 5 & -4 & 1 \\ -5 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Раздел 7. Квадратичные формы.**Вариант 1.**

1. Привести квадратичную форму к каноническому виду методом Лагранжа. Найти невырожденное линейное преобразование:

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 5x_2^2 + x_3^2 + 8x_1x_2 + 6x_1x_3 + 2x_2x_3$$

2. Найти ортогональное преобразование, приводящее квадратичную форму к каноническому виду:

$$f(x_1, x_2, x_3) = 17x_1^2 + 14x_2^2 + 14x_3^2 - 4x_1x_2 - 4x_1x_3 - 8x_2x_3$$

Вариант 2.

1. Привести квадратичную форму к каноническому виду. Найти невырожденное линейное преобразование:

$$f(x_1, x_2, x_3) = 3x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3^2 + 6x_1x_3$$

2. Найти ортогональное преобразование, приводящее квадратичную форму к каноническому виду:

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 8x_2^2 + 4x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 12x_2x_3$$

Зачетно-экзаменационные материалы для промежуточной аттестации.**Перечень вопросов, которые выносятся на экзамен в 1 семестре**

Код оцениваемых компетенций – УК-1; ОПК-1; ПК-1.

1. Понятие алгебраической системы. Понятия группы, кольца, поля - примеры.

2. Комплексные числа. Действия над комплексными числами. Алгебраическая форма комплексного числа.
3. Тригонометрическая форма комплексного числа. Модуль и аргумент произведения и отношения комплексных чисел.
4. Возведение комплексного числа в степень с целым показателем. Формула Муавра. Показательная формула комплексного числа. Формулы Эйлера.
5. Извлечение корня из комплексного числа.
6. Полиномы от одной переменной. Действия над полиномами. Кольцо полиномов.
7. Корни полиномов. Теорема Безу. Схема Горнера.
8. Наибольший общий делитель двух многочленов. Алгоритм Евклида.
9. Взаимно-простые полиномы. Свойства взаимно-простых полиномов. Неприводимые полиномы. Факторизация полиномов.
10. Матрицы. Действия над матрицами (сложение и вычитание матриц, умножение матрицы на число). Свойства операций сложения и умножения матрицы на число. Транспонирование матрицы. Свойства операции транспонирования.
11. Произведение матриц. Свойства операции умножения матриц. Возведение матрицы в целую неотрицательную степень. Свойства операции возведения в степень.
12. Определители 2-го и 3-го порядка. Вычисление определителей 2-го и 3-го порядка.
13. Определитель n -го порядка. Свойства определителя (1-8)
14. Минор элемента. Алгебраическое дополнение элемента. Разложение определителя n -го порядка по строке (столбцу). Минор матрицы k -го порядка. Дополнительный минор. Теорема Лапласа.
15. Обратная матрица. Необходимое и достаточное условия существования обратной матрицы.
16. Алгоритмы вычисления обратной матрицы. Метод обратной матрицы решения системы уравнений.
17. Крамеровские системы уравнений. Решение систем уравнений методом Крамера.
18. Решение систем уравнений методом Гаусса
19. Линейная зависимость строк (столбцов) матрицы. Свойства ЛЗ и ЛНЗ. Базис и ранг строк.
20. Элементарные преобразования матрицы. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы.
21. Системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений системы линейных однородных уравнений.
22. Неоднородные системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли Теорема о представлении общего решения неоднородной системы уравнений в виде частного решения неоднородной и общего решения однородной с той же матрицей коэффициентов.
23. Смешанное произведение векторов. Свойства смешанного произведения векторов.
24. Уравнения прямой на плоскости. Уравнение плоскости в пространстве.
25. Уравнения прямой в пространстве. Переход от общих уравнений к каноническим.
26. Определение и свойства линейного пространства.
27. Линейная зависимость элементов линейного пространства. Свойства систем векторов.
28. Базис линейного пространства. Координаты вектора в заданном базисе.
29. Размерность линейного пространства.
30. Преобразование координат вектора при замене базиса.
31. Преобразование координат вектора при замене базиса. Матрицы перехода.
32. Определение линейного подпространства.
33. Пересечение и сумма линейных подпространств.
34. Прямая сумма линейных подпространств.
35. Размерность линейного подпространства. Связь размерностей суммы и пересечения подпространств.

Перечень вопросов, которые выносятся на экзамен во 2 семестре

1. Определение евклидова и унитарного пространств.
2. Процесс ортогонализации Грамма-Шмидта.
3. Неравенство Коши-Буняковского.
4. Нормированные пространства.
5. Ортогональное дополнение. Построение ортогонального дополнения
6. Линейные операторы.
7. Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы линейного оператора при замене базиса.
8. Характеристические уравнения матрицы и линейного оператора.
9. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Аннулирующий многочлен. Теорема Гамильтона-Кэли.
10. Вычисление собственных значений и собственных векторов линейного оператора. Свойства собственных векторов.
11. Инвариантные подпространства.
12. Индуцированный оператор.
13. Треугольная форма матрицы линейного оператора.
14. Операторы простой структуры.
15. Каноническое разложение матрицы линейного оператора.
16. Корневые подпространства линейного оператора.
17. Жорданова форма матрицы.
18. Построение Жорданова базиса.
19. Сопряженный оператор. Его свойства.
20. Самосопряженный оператор.
21. Унитарный оператор.
22. Квадратичные формы. Преобразование матрицы квадратичной формы при переходе от базиса к базису.
23. Квадратичные формы канонического вида. Метод Лагранжа.
24. Ортогональные преобразования квадратичных форм.
25. Закон инерции
26. Критерий Сильвестра.
27. Группы. Подгруппы. Классы смежности группы по подгруппе.
28. Циклические группы.
29. Кольца и поля.

Критерии оценивания к экзамену

Оценка «отлично»: грамотное и логически стройное изложение материала при ответе, точные формулировки определений, теорем и правильные доказательства; правильные, уверенные действия по применению полученных знаний на практике, усвоение основной и знакомство с дополнительной литературой.

Оценка «хорошо»: четкое изложение материала, допускаются отдельные логические и стилистические погрешности либо при ответе на один вопрос даны точные формулировки определений, теорем и правильные доказательства; при ответе на второй вопрос имеются неточности формулировки определений, теорем или пробелы в правильных доказательствах; правильные действия по применению знаний на практике.

Оценка «удовлетворительно»: при ответе на оба вопроса имеются неточности формулировки определений, теорем или пробелы в правильных доказательствах; изложение

ответов с отдельными ошибками, уверенно исправленными после дополнительных вопросов; правильные в целом действия по применению знаний на практике»;

Оценка «неудовлетворительно»: отсутствует ответ хотя бы на один из вопросов или имеются существенные неточности в формулировках определений, теорем, приведены неправильные доказательства; неумение применять знания на практике.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля).

5.1 Основная литература:

1. Фаддеев, Д.К. Лекции по алгебре [Электронный ресурс] : учебное пособие / Д.К. Фаддеев. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 416 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/126709>
2. Проскураков, И.В. Сборник задач по линейной алгебре [Электронный ресурс] : учебное пособие / И.В. Проскураков. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 480 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/183752>
3. Фаддеев, Д.К. Задачи по высшей алгебре [Электронный ресурс] : учебник / Д.К. Фаддеев, И.С. Соминский. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 288 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/167703>
4. Беклемишева, Л.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре [Электронный ресурс] : учебное пособие / Л.А. Беклемишева, Д.В. Беклемишев, А.Ю. Петрович, И.А. Чубаров. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2018. — 496 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/109625>

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах «Лань» и «Юрайт».

5.2 Дополнительная литература:

1. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Ч 1: Основы алгебры. М. : ФИЗМАТЛИТ , 2004. – 271 с. (34 экземпляра в библиотеке КубГУ)
2. Кострикин А.И. Линейная алгебра. Ч 2: Основы алгебры. М. : ФИЗМАТЛИТ , 2001. – 367 с. (122 экземпляра в библиотеке КубГУ)
3. Кострикин А.И. Основные структуры. Ч 3: Основы алгебры. М. : ФИЗМАТЛИТ , 2001. – 272 с. (91 экземпляр в библиотеке КубГУ)
4. Ильин, В.А. Линейная алгебра [Электронный ресурс] : учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2020. — 280 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/185610>
5. Воеводин В.В. Линейная алгебра СПб. [и др.] : Лань, 2008. - 400 с. (49 экземпляров в библиотеке КубГУ)

5.3. Интернет-ресурсы, в том числе современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Электронно-библиотечные системы (ЭБС):

1. ЭБС «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
2. ЭБС «УНИВЕРСИТЕТСКАЯ БИБЛИОТЕКА ОНЛАЙН» <http://www.biblioclub.ru/>
3. ЭБС «BOOK.ru» <https://www.book.ru>
4. ЭБС «ZNANIUM.COM» www.znanium.com
5. ЭБС «ЛАНЬ» <https://e.lanbook.com>

Профессиональные базы данных

1. Scopus <http://www.scopus.com/>
2. ScienceDirect <https://www.sciencedirect.com/>
3. Журналы издательства Wiley <https://onlinelibrary.wiley.com/>
4. Научная электронная библиотека (НЭБ) <http://www.elibrary.ru/>
5. Полнотекстовые архивы ведущих западных научных журналов на Российской платформе научных журналов НЭИКОН <http://archive.neicon.ru>
6. Национальная электронная библиотека (доступ к Электронной библиотеке диссертаций Российской государственной библиотеки (РГБ) <https://rusneb.ru/>
7. Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина <https://www.prilib.ru/>
8. База данных CSD Кембриджского центра кристаллографических данных (CCDC) <https://www.ccdc.cam.ac.uk/structures/>
9. Springer Journals: <https://link.springer.com/>
10. Springer Journals Archive: <https://link.springer.com/>
11. Nature Journals: <https://www.nature.com/>
12. Springer Nature Protocols and Methods: <https://experiments.springernature.com/sources/springer-protocols>
13. Springer Materials: <http://materials.springer.com/>
14. Nano Database: <https://nano.nature.com/>
15. Springer eBooks (i.e. 2020 eBook collections): <https://link.springer.com/>
16. "Лекториум ТВ" <http://www.lektorium.tv/>
17. Университетская информационная система РОССИЯ <http://uisrussia.msu.ru>

Информационные справочные системы

1. Консультант Плюс - справочная правовая система (доступ по локальной сети с компьютеров библиотеки)

Ресурсы свободного доступа

1. КиберЛенинка <http://cyberleninka.ru/>;
2. Американская патентная база данных <http://www.uspto.gov/patft/>
3. Министерство науки и высшего образования Российской Федерации <https://www.minobrnauki.gov.ru/>;
4. Федеральный портал "Российское образование" <http://www.edu.ru/>;
5. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" <http://window.edu.ru/>;
6. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов <http://school-collection.edu.ru/> .
7. Проект Государственного института русского языка имени А.С. Пушкина "Образование на русском" <https://pushkininstitute.ru/>;
8. Справочно-информационный портал "Русский язык" <http://gramota.ru/>;
9. Служба тематических толковых словарей <http://www.glossary.ru/>;
10. Словари и энциклопедии <http://dic.academic.ru/>;
11. Образовательный портал "Учеба" <http://www.ucheba.com/>;
12. Законопроект "Об образовании в Российской Федерации". Вопросы и ответы [http://xn--273--84d1f.xn--p1ai/voprosy i otvety](http://xn--273--84d1f.xn--p1ai/voprosy_i_otvety)

Собственные электронные образовательные и информационные ресурсы КубГУ

1. Электронный каталог Научной библиотеки КубГУ <http://megapro.kubsu.ru/MegaPro/Web>
2. Электронная библиотека трудов ученых КубГУ <http://megapro.kubsu.ru/MegaPro/UserEntry?Action=ToDb&idb=6>
3. Среда модульного динамического обучения <http://moodle.kubsu.ru>
4. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций <http://infoneeds.kubsu.ru/>
5. Библиотека информационных ресурсов кафедры информационных образовательных технологий <http://mschool.kubsu.ru;>
6. Электронный архив документов КубГУ <http://docspace.kubsu.ru/>
7. Электронные образовательные ресурсы кафедры информационных систем и технологий в образовании КубГУ и научно-методического журнала "ШКОЛЬНЫЕ ГОДЫ" <http://icdau.kubsu.ru/>

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля).

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной систематизированный материал, и лабораторных работ, во время которых закрепляется теоретический материал решением задач.

На лабораторных занятиях проводится стандартная работа по решению задач по алгебраическим структурам. По отдельным темам студентам поручается подготовить презентации и выступить с докладами на занятиях.

Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине с использованием указанных литературных источников.

Для лучшего освоения дисциплины при ответах на ЛР студент должен ответить на несколько вопросов из лекционной части курса.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

7. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю).

7.1 Перечень информационных технологий.

- Проверка домашних заданий и консультирование посредством электронной почты.
- Использование электронных презентаций при проведении практических занятий.

7.2 Перечень необходимого программного обеспечения.

- Программы для демонстрации и создания презентаций («Microsoft Power Point»).

8. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) и соответствующим программным обеспечением (ПО)
2.	Лабораторные занятия	Лаборатория, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения
3.	Групповые (индивидуальные) консультации	Аудитория с учебной мебелью (доски, столы, стулья)
4.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Аудитория с учебной мебелью
5.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.