

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:  
Проректор по учебной работе,  
качеству образования – первый  
проректор

Т.А. Хагуров

подпись

«27» мая 2022 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Б1.О.14.03 Дифференциальные уравнения**

Направление подготовки 03.03.02 Физика

Профиль: Фундаментальная физика

Форма обучения очная

Квалификация бакалавр

Краснодар 2022

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальные уравнения» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки / специальности 03.03.02 Физика.

код и наименование направления подготовки

Программу составила:

В.В. Василенко, канд. физ.-мат. наук

И.О. Фамилия, должность, ученая степень, ученое звание



подпись

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальные уравнения» утверждена на заседании кафедры Функционального анализа и алгебры протокол № 9 от «13» апреля 2022 г.

Заведующий кафедрой

Барсукова В.Ю.

фамилия, инициалы



подпись

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук протокол № 5 от «05» мая 2022 г.

Председатель УМК факультета

Шмалько С.П.

фамилия, инициалы



подпись

Рецензенты:

Наумова Н.А., профессор кафедры прикладной математики КубГТУ, доктор технических наук, доцент;

Иванисова О.В., доцент кафедры вычислительной математики и информатики КубГУ, кандидат физ.-мат. наук.

## **1 Цели и задачи изучения дисциплины (модуля)**

### **1.1 Цель освоения дисциплины**

Целями освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения» являются освоение методов решения дифференциальных уравнений и применение этих методов к решению задач из курса физики, а также задач комплексного и вещественного анализа, овладение классическим математическим аппаратом для дальнейшего использования в приложениях.

### **1.2 Задачи дисциплины**

При освоении дисциплины ставятся следующие задачи:

- овладение аналитическими, приближенными и численными методами интегрирования дифференциальных уравнений;
- формирование основных понятий теории обыкновенных дифференциальных уравнений;
- формирование знаний о свойствах решений дифференциальных уравнений первого порядка: с разделяющимися переменными, однородных и приводящихся к ним, уравнений в полных дифференциалах; овладение точными методами интегрирования;
- формирование знаний о линейном дифференциальном уравнении первого порядка, овладение методами решения Лагранжа и Бернулли;
- формирование знаний в вопросах существования и единственности решения дифференциального уравнения первого порядка;
- формирование умений и навыков решения дифференциальных уравнений высших порядков путем понижения порядка уравнения.
- формирование знаний о структуре общего решения дифференциальных уравнений высших порядков: овладение методом Лагранжа;
- формирование умений и навыков построения общего решения линейного однородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами в зависимости от значений характеристических чисел;
- формирование умений и навыков в поиске частного решения линейных неоднородных дифференциальных уравнений высших порядков по правой части специального вида (методом неопределенных коэффициентов)
- формирование знаний о свойствах решений однородной линейной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами (методом Эйлера);
- формирование знаний о структуре решения неоднородной линейной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами: овладение методами нахождения частного решения.

Во время изучения дисциплины вырабатывается общематематическая культура: умение логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями, применять полученные знания для решения задач, связанных с физическими приложениями геометрических и алгебраических методов. Получаемые знания лежат в основе математического образования и необходимы для понимания и применения в физике.

### **1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы**

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» относится к обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана. В соответствии с рабочим учебным планом дисциплина изучается на 2 курсе (3 семестр) по очной форме обучения. Вид промежуточной аттестации: экзамен.

От изучающего настоящий курс требуется знание университетского курса «Математический анализ» в достаточно строгом и углубленном изложении, основные сведения из теории определителей, высшей алгебры по дисциплине «Аналитическая

геометрия и линейная алгебра». Знания, полученные в этом курсе, используются в дисциплине «Уравнения математической физики».

#### 1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

Код и наименование индикатора* достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
<b>ОПК-1.</b> Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности	
ОПК – 1.1 Понимает теоретические и методологические основания избранной области физико-математических и (или) естественных наук	Знает способы решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей составления и решения дифференциальных уравнений
	Умеет решать задачи в области дифференциальных уравнений
	Владеет навыками решения задач дифференциальных уравнений
ОПК – 1.2 Понимает актуальные проблемы и тенденции развития соответствующей научной области и области профессиональной деятельности	Знает классические задачи физики, приводящие к дифференциальным уравнениям
	Умеет строить математические модели физических процессов, описываемых дифференциальными уравнениями
	Владеет методами решения классических дифференциальных уравнений и систем уравнений

Результаты обучения по дисциплине достигаются в рамках осуществления всех видов контактной и самостоятельной работы обучающихся в соответствии с утвержденным учебным планом.

Индикаторы достижения компетенций считаются сформированными при достижении соответствующих им результатов обучения.

## 2. Структура и содержание дисциплины

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 4 зачетных единицы (144 часа), их распределение по видам работ представлено в таблице

Виды работ	Всего часов	3 семестр (часы)
<b>Контактная работа, в том числе:</b>	<b>72,3</b>	<b>72,3</b>
<b>Аудиторные занятия (всего):</b>	<b>48</b>	<b>48</b>
занятия лекционного типа	34	34
лабораторные занятия	–	–
практические занятия	34	34
семинарские занятия	–	–
<b>Иная контактная работа:</b>		
Контроль самостоятельной работы (КСР)	4	4
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,3	0,3
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>	<b>36</b>	<b>36</b>
Проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий	10	10
подготовка к лабораторным и практическим занятиям	12	12
Выполнение домашних заданий (подготовка сообщений, презентаций)	14	14
Подготовка к текущему контролю	4,8	4,8

<b>Контроль:</b>		<b>4</b>	<b>4</b>
Подготовка к экзамену		35,7	35,7
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>час.</b>	<b>144</b>	<b>144</b>
	<b>в том числе контактная работа</b>	<b>72,3</b>	<b>72,3</b>
	<b>зач. ед</b>	<b>4</b>	<b>4</b>

## 2.2 Содержание дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы (темы) дисциплины, изучаемые в 3 семестре (очная форма обучения)

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1.	Основные понятия и определения	12	4	4		4
2.	Уравнения первого порядка. Интегрируемые типы уравнений	28	8	8		12
3.	Системы дифференциальных уравнений	24	8	8		8
4.	Линейные уравнения $n$ -го порядка	16	4	6		6
5.	Краевые задачи	10	4	4		2
6.	Основы теории устойчивости	14	6	4		4
	<i>ИТОГО по разделам дисциплины</i>	104	34	34		36
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	4				
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,3				
	Подготовка к текущему контролю	4,8				
	Общая трудоемкость по дисциплине	144				

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

## 2.3 Содержание разделов (тем) дисциплины

### 2.3.1 Занятия лекционного типа

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Форма текущего контроля
1.	Основные понятия и определения	Введение. Естествознание и математические модели. Уравнение как основной объект изучения в математической модели. Модели, содержащие дифференциальные уравнения. Примеры задач, приводящих к дифференциальным уравнениям. Основные задачи теории дифференциальных уравнений. Задача Коши	ПК УО К
2.	Уравнения первого порядка. Интегрируемые типы уравнений	Основные интегрируемые типы уравнений I-го порядка: уравнения с разделяющимися переменными, линейные уравнения. Однородные дифференциальные уравнения и приводящиеся к ним. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод Бернулли и Лагранжа. Уравнение Бернулли. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной	ПК УО К
3.	Линейные системы дифференциальных уравнений	Нормальная система дифференциальных уравнений I-го порядка. Векторная запись. Фазовое пространство. Решение системы дифференциальных уравнений. Интегральная кривая. Задача Коши. Линейные системы дифференциальных уравнений (с комплексными коэффициентами и свободными членами).	ПК УО

		Матрично-векторная запись. Принцип суперпозиции. Эквивалентность задачи Коши для линейной системы и интегрального уравнения. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для линейных систем. Линейные однородные системы. Пространство решений. Фундаментальная система решений. Вронскиан. Критерий линейной независимости решений. Формула Остроградского – Лиувилля. Представление общего решения при помощи фундаментальной матрицы. Множество фундаментальных матриц. Метод вариации постоянных, формула Коши. Матрица Коши, её свойства. Линейные системы с постоянными коэффициентами. Нахождение фундаментальной системы решений методом неопределенных коэффициентов.	
4.	Линейные уравнения $n$ -го порядка	Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Построение общего решения в случае: а) различных характеристических чисел; б) кратных характеристических чисел; в) в случае комплексно-сопряженных корней характеристического уравнения. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида. Линейные уравнения $n$ -го порядка. Сведение к линейным системам. Принцип суперпозиции решений. Пространство решений однородного уравнения. Вронскиан. Критерий линейной независимости решений. Линейные неоднородные уравнения $n$ -го порядка, метод вариации. Функция и формула Коши. Уравнения с постоянными коэффициентами. Фундаментальная система решений уравнения с постоянными коэффициентами. Функция и формула Коши для уравнения с постоянными коэффициентами.	ПК УО
5.	Основные понятия	Введение. Естествознание и математические модели. Уравнение как основной объект изучения в математической модели. Модели, содержащие дифференциальные уравнения. Примеры задач, приводящих к дифференциальным уравнениям. Основные задачи теории дифференциальных уравнений. Задача Коши	ПК УО
6.	Основы теории устойчивости	Устойчивость решений по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Исследование устойчивости автономных систем дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.	ПК УО

ПК – проверка конспекта, УО – устный опрос, К – коллоквиум

### 2.3.2 Занятия семинарского типа (практические занятия)

№	Наименование раздела (темы)	Тематика занятий/работ	Форма текущего контроля
1.	Основные понятия и определения	Основные понятия теории дифференциальных уравнений (решение, задача Коши, порядок уравнения)	РЗ
2.	Уравнения первого порядка. Интегрируемые типы уравнений	Основные интегрируемые типы уравнений I-го порядка: уравнения с разделяющимися переменными, линейные уравнения.	ТР КР РЗ
3.	Линейные системы дифференциальных уравнений	Нормальная система дифференциальных уравнений I-го порядка. Векторная запись. Задача Коши. Линейные системы с постоянными коэффициентами. Нахождение фундаментальной системы решений методом неопределенных коэффициентов. Метод вариации постоянных, формула Коши.	ТР КР РЗ
4.	Линейные уравнения $n$ -го порядка	Линейные уравнения 2-го порядка. Линейные уравнения $n$ -го порядка. Уравнения с постоянными коэффициентами. Фундаментальная система решений уравнения с постоянными коэффициентами. Функция и формула Коши для уравнения с постоянными коэффициентами. Метод вариации постоянных.	ТР КР РЗ
5.	Краевые задачи	Краевые задачи Штурма – Лиувилля. Основные понятия.	РЗ
6.	Основы теории устойчивости	Устойчивость решений по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Исследование устойчивости автономных	КР РЗ

		систем дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Критерий Гурвица	
--	--	--	--

Типовой расчёт (ТР), контрольная работа (КР), решение задач (РЗ). При изучении дисциплины могут применяться электронное обучение, дистанционные образовательные технологии в соответствии с ФГОС ВО.

### 2.3.3 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Не предусмотрены.

### 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	Подготовка к текущему контролю	<p>1. Методические указания для подготовки к занятиям лекционного и семинарского типа. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.</p> <p>2. Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.</p> <p>3. Методические указания по использованию интерактивных методов обучения. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.</p> <p>Методические указания по подготовке эссе, рефератов, курсовых работ. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.</p>
2	Выполнение лабораторных работ и расчетно-графических заданий	<p>1. Методические указания по выполнению лабораторных работ. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.</p> <p>Методические указания по выполнению расчетно-графических заданий. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.</p>

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла,
- в печатной форме на языке Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### 3. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины

В ходе изучения дисциплины предусмотрено использование следующих образовательных технологий: лекции, практические занятия, типовой расчет (индивидуальное домашнее задание), самостоятельная работа студентов.

Компетентностный подход в рамках преподавания дисциплины реализуется в использовании интерактивных технологий и активных методов (проектных методик, мозгового штурма, разбора конкретных ситуаций, анализа педагогических задач, иных форм) в сочетании с внеаудиторной работой.

Информационные технологии, применяемые при изучении дисциплины: использование информационных ресурсов, доступных в информационно-телекоммуникационной сети Интернет.

Адаптивные образовательные технологии, применяемые при изучении дисциплины – для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

Самостоятельная работа студентов является неотъемлемой частью процесса подготовки. Под самостоятельной работой понимается часть учебной планируемой работы, которая выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Виды самостоятельной работы по курсу:

а) по целям: подготовка к лекциям, к практическим занятиям, к контрольной работе, к экзамену, выполнение типового расчета, подготовка проектного семестрового задания в виде презентации.

б) по характеру работы: изучение литературы, конспекта лекций; поиск литературы в библиотеке; конспектирование рекомендуемой для самостоятельного изучения научной литературы; решение задач, подготовка проекта.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

### 4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Дифференциальные уравнения».

Оценочные средства включает контрольные материалы для проведения текущего контроля в форме разноуровневых заданий, ситуационных задач и промежуточной аттестации в форме вопросов и заданий к экзамену.

#### Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

№ п/п	Код и наименование индикатора (в соответствии с п. 1.4)	Результаты обучения (в соответствии с п. 1.4)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1	ОПК – 1.1 Понимает теоретические и методологические основания избранной области физико-математических и (или) естественных наук	Владеет навыками решения задач дифференциальных уравнений	Контрольная работа №1 Коллоквиум	Вопрос на экзамене 1-30



2	ОПК – 1.2 Понимает актуальные проблемы и тенденции развития соответствующей научной области и области профессиональной деятельности	Умеет строить математические модели физических процессов, описываемых дифференциальными уравнениями	Типовой расчет	Вопрос на экзамене 31-45
---	---	---	----------------	--------------------------

**Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

### *Варианты контрольных работ*

#### *Вариант 1*

Найти решение уравнений

1)  $2t\sqrt{1-x^2}dt + xdx = 0$

2)  $y' = e^{-\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}, \quad y(1) = 0$

3)  $tx' - \frac{x}{t+1} = t$

4)  $x' - xtgt + x^2 \cos t = 0$

5)  $(x+3y)y' = 1.$

#### *Вариант 2*

1. Найти ФСР, общее решение уравнений:

а)  $x^{IV} + 2x^{II} + x = 0;$

б)  $9x^I + x^{III} = 0.$

2. Решить задачу Коши:

$x^{II} + 4x^I + 3x = 0; \quad x(0) = 0; \quad x^I(0) = 1.$

3. Выписать ФСР, если известны корни характеристического уравнения

а)  $\lambda_{1,2} = 0; \quad \lambda_{3,4} = -6; \quad \lambda_{5,6} = 2 \pm 7i;$

б)  $\lambda_{1,2} = 2; \quad \lambda_{3,4} = -1 \pm 4i; \quad \lambda_{5,6} = -1 \pm 4i.$

4. Являются ли функции  $x_1(t) = e^{3t} - e^{-2t}; \quad x_2(t) = 2e^{3t} + e^{-2t}$  ЛНЗ решениями уравнения

$x^{II} - x^I - 6x = 0?$

#### *Вариант 3*

1. Решить, используя функцию Коши:

$x^{II} - 8x^I + 17x = e^{4t}; \quad x(0) = x^I(0) = 0.$

2. Решить методом вариации произвольных постоянных  $x^{II} + x^I = t$

3. Решить уравнение  $x^{III} - 4x^I = 15t + \sin 2t$

#### *Вариант 4*

1. Решить краевую задачу:  $y'' + y = 1, \quad y(0) = 0, \quad y'(\frac{\pi}{2}) = 0$

2. Существует ли функция Грина краевой задачи? Если да, то построить ее:

а)  $y'' + y = f(x), \quad y(0) = 0, \quad y'(\pi) = 0;$

б)  $y'' = f(x), \quad y'(0) = 0, \quad y'(1) = 0.$

3. Найти собственные значения и собственные функции краевой задачи:

$$y'' + 4\mu y = 0, \quad y'(0) = 0, \quad y(\pi) = 0$$

.....  
*Вариант 5*

1. Решить задачу Коши  $\begin{cases} x' = y - 7x \\ y' = -5y - 2x \end{cases}, \quad x(0) = 1, \quad y(0) = 2$

2. Решить систему  $\begin{cases} x' = 2x + y + 2z \\ y' = 2z - x \\ z' = 3z - 2x \end{cases}, \quad \lambda_1 = -1, \quad \lambda_{2,3} = 1.$

3. Решить  $\begin{cases} x' = 2y - 5x \\ y' = x - 6y - 2e^x \end{cases}$

.....  
*Вариант 6*

1. Оценить, насколько отличаются решения задач на отрезке  $[2, 3]$

$$\begin{cases} y' = \sin y - \cos y + x \\ y(2) = 0,1 \end{cases} \quad \begin{cases} z' = \sin z - \cos z \\ z(2) = 0,3 \end{cases}.$$

2. Используя определение устойчивости по Ляпунову, исследовать устойчивость решения задачи

Коши:  $y' + \frac{2y}{x} = 0, \quad y(1) = 2.$

3. Исследовать устойчивость тривиального решения системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} x' = \ln(1 - 3y) + xy \\ y' = 2e^x - 3\sin y - 2 - y^4 \end{cases}$$

### **Вопросы, выносимые на коллоквиум:**

1. Дифференциальное уравнение первого порядка. Основные понятия. Геометрический смысл уравнения первого порядка.
2. Уравнения с разделяющимися переменными и приводящиеся к ним.
3. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка и приводящиеся к ним.
4. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Векторная запись. Задача Коши.
5. Системы линейных дифференциальных уравнений в нормальной форме, матрично-векторная запись. Эквивалентность комплексной и вещественной систем.
6. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для линейной системы.
7. Линейные системы дифференциальных уравнений, принцип суперпозиции решений и следствия из него.
8. Линейная зависимость и независимость вектор-функций. Линейные однородные системы. Пространство решений.
9. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Критерий линейной независимости решений однородной системы.
10. Фундаментальная матрица, свойства. Общее решение линейной однородной системы.
11. Линейные неоднородные системы дифференциальных уравнений. Метод вариации.

Формула Коши.

12. Матрица Коши и ее свойства.
13. Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Теорема о фундаментальной системе решений.
14. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Построение общего решения в случае:
  - а) различных характеристических чисел;
  - б) кратных характеристических чисел;
  - в) в случае комплексно-сопряженных корней характеристического уравнения.
15. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида:
  - а)  $f(x) = e^{\alpha x}$ .
  - б)  $f(x) = e^{\alpha x} P_m(x)$ .
  - в)  $f(x) = e^{\alpha x} (a \cos \beta x + b \sin \beta x)$ .
16. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка (основные определения, примеры). Эквивалентность линейной системе.
17. Теорема о пространстве решений линейного однородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.
18. Линейная зависимость и независимость функций. Критерий линейной независимости решений однородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.
19. Фундаментальная система решений, ее связь с общим решением уравнения.
20. Линейное неоднородное дифференциальное уравнение  $n$ -го порядка. Принцип суперпозиции решений и следствия из него.
21. Метод вариации для линейного неоднородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.
22. Функция Коши. Формула Коши.
23. Теорема о фундаментальной системе решений линейного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.
24. Нахождение частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка по виду свободного члена  $f(x)$ .
25. Функция Коши для линейного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.
26. Краевые задачи (определения, примеры).

### **Реферат**

*Не предусмотрено*

### **Тест**

*Не предусмотрено*

### **Темы выступлений к круглому столу**

*Не предусмотрено*

**Зачетно-экзаменационные материалы для промежуточной аттестации (экзамен/зачет)**

### **Перечень вопросов к экзамену**

#### **3 семестр**

1. Определение дифференциального уравнения, порядка уравнения и его решения. Обыкновенное дифференциальное уравнение 1-го порядка.

2. Уравнение в дифференциалах. Поле направлений и поле нормалей. Определение интегральной кривой. Лемма о решении уравнения в дифференциалах.
3. Уравнение первообразной. Теорема об интеграле дифференциального уравнения.
4. Автономное дифференциальное уравнение 1-го порядка и его решение.
5. Особые решения обыкновенного дифференциального уравнения. Огибающая семейства однопараметрических кривых.
6. Изоклины, изогональные и ортогональные траектории.
7. Способы нахождения решений обыкновенных дифференциальных уравнений.
8. Уравнения с разделяющимися (разделенными) переменными и приводящиеся к ним.
9. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Определение однородности  $k$ -ого измерения для уравнения.
10. Типы уравнений, приводящихся к линейным дифференциальным уравнениям первого порядка. Лемма об эквивалентности решений однородных уравнений (для  $f(y/x)$ ).
11. Метод вариации постоянной (метод Лагранжа) и метод подстановок Бернулли.
12. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.
13. Определение задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения.
14. Существование и единственность решения задачи Коши. Локальная теорема.
15. Задача, двойственная задаче Коши. Лемма об эквивалентности.
16. Эквивалентность линейного дифференциального уравнения нормальной системе обыкновенных дифференциальных уравнений. Задача Коши для динамической системы.
17. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского и его свойства.
18. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -ного порядка. Основные понятия и определения.
19. Теорема о пространстве решений однородного дифференциального уравнения  $n$ -ного порядка.
20. Линейное неоднородное дифференциальное уравнение  $n$ -ного порядка. Принцип суперпозиции решений и следствия из него.
21. Метод вариации для линейного неоднородного дифференциального уравнения  $n$ -ного порядка.
22. Теорема о фундаментальной системе решений линейного неоднородного дифференциального уравнения  $n$ -ного порядка с постоянными коэффициентами.
23. Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение.
24. Метод неопределенных коэффициентов при решении неоднородного линейного дифференциального уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.
25. Определение краевой задачи. Корректность краевой задачи.
26. Теорема об альтернативе и следствие из нее.
27. Нули решений однородного дифференциального уравнения второго порядка.
28. Перемежающиеся нули. Теорема о расположении нулей однородного уравнения.
29. Теорема сравнения (Штурма).
30. Функция Грина и ее свойства.
31. Определение системы дифференциальных уравнений, виды систем дифференциальных уравнений и формы их представлений. Ассоциированное системе дифференциальное уравнение.
32. Нормальные системы дифференциальных уравнений с комплексными коэффициентами.
33. Множество решений. Продолжимые и непродолжимые решения.
34. Постановка Задачи Коши для системы дифференциальных уравнений.
35. Физическая интерпретация системы дифференциальных уравнений. Фазовое пространство и фазовые траектории.
36. Фундаментальная матрица системы дифференциальных уравнений. Представление общего решения при помощи фундаментальной матрицы. Множество фундаментальных матриц. Основные теоремы.
37. Нормальные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Интегрирование системы дифференциальных уравнений методом исключения.
38. Теорема о корневом пространстве (без доказательства).
39. Матрица и формула Коши для системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
40. Теорема существования и единственности решения задачи Коши на отрезке при выполнении условия Липшица.

41. Теорема Пеано.
42. Устойчивость решения по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость решения. Устойчивость при постоянно действующих возмущениях.
43. Устойчивость решения системы дифференциальных уравнений, её физический и геометрический смысл.
44. Автономные системы дифференциальных уравнений и исследование их на устойчивость.
45. Особая точка дифференциального уравнения. Поведение траектории уравнения в окрестности особой точки. Виды особых точек. Область устойчивых решений автономной системы дифференциальных уравнений.

### Типовые задачи, выносимые на экзамен

1. Решить задачу Коши:

$$y' \operatorname{ctg} x - y = 2 \operatorname{ctg} x$$

при  $y(0) = 1$ .

2. Решить уравнение:  $x'' - 4x' + 3x = e^{2t}$

3. Решить систему:

$$\begin{cases} x' = 2x + 4y - 8 \\ y' = 3x + 6y \end{cases}$$

4. Исследовать устойчивость тривиальное решение системы

$$\begin{cases} x' = -x - 2y + x^5 \\ y' = -2x + 3y - y^4 + x^3 \end{cases}$$

### Критерии оценивания результатов обучения

Оценка	Критерии оценивания по экзамену
Высокий уровень «5» (отлично)	оценку «отлично» заслуживает студент, освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал без пробелов; выполнивший все задания, предусмотренные учебным планом на высоком качественном уровне; практические навыки профессионального применения освоенных знаний сформированы.
Средний уровень «4» (хорошо)	оценку «хорошо» заслуживает студент, практически полностью освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не оценены максимальным числом баллов, в основном сформировал практические навыки.
Пороговый уровень «3» (удовлетворительно)	оценку «удовлетворительно» заслуживает студент, частично с пробелами освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, многие учебные задания либо не выполнил, либо они оценены числом баллов близким к минимальному, некоторые практические навыки не сформированы.
Минимальный уровень «2» (неудовлетворительно)	оценку «неудовлетворительно» заслуживает студент, не освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не выполнил, практические навыки не сформированы.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей:

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации.

Для лиц с нарушениями зрения:

– в печатной форме увеличенным шрифтом;

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме;

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме;

– в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## **1. Перечень учебной литературы, информационных ресурсов и технологий**

### **1.1. Учебная литература**

1. Тихонов А. Н., Васильева А. Б., Свешников А. Г. Дифференциальные уравнения. М., 2005, <https://e.lanbook.com/book/48171/>
2. Петровский И. Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М., 2009, <https://e.lanbook.com/book/59554/>
3. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Москва : Издательство "Лаборатория знаний", 2015. — 222 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/70710/>
4. Демидович Б. П. Лекции по математической теории устойчивости. СПб. «Лань», 2008. [www.e.lanbook.com/view/book/123/](http://www.e.lanbook.com/view/book/123/)
5. Бибииков Ю. Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. СПб. «Лань», 2011. [www.e.lanbook.com/view/book/1542/](http://www.e.lanbook.com/view/book/1542/)

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах «Лань» и «Библиоклуб».

### **1.2. Периодическая литература**

Указываются печатные периодические издания из «Перечня печатных периодических изданий, хранящихся в фонде Научной библиотеки КубГУ» <https://www.kubsu.ru/ru/node/15554>, и/или электронные периодические издания, с указанием адреса сайта электронной версии журнала, из баз данных, доступ к которым имеет КубГУ:

1. Базы данных компании «Ист Вью» <http://dlib.eastview.com>
2. Электронная библиотека GREBENNIKON.RU <https://grebennikon.ru/>

### **1.3. Интернет-ресурсы, в том числе современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

#### **Электронно-библиотечные системы (ЭБС):**

1. ЭБС «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
2. ЭБС «УНИВЕРСИТЕТСКАЯ БИБЛИОТЕКА ОНЛАЙН» [www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)
3. ЭБС «BOOK.ru» <https://www.book.ru>
4. ЭБС «ZNANIUM.COM» [www.znanium.com](http://www.znanium.com)
5. ЭБС «ЛАНЬ» <https://e.lanbook.com>

#### **Профессиональные базы данных:**

1. Web of Science (WoS) <http://webofscience.com/>
2. Scopus <http://www.scopus.com/>
3. ScienceDirect [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com)
4. Журналы издательства Wiley <https://onlinelibrary.wiley.com/>
5. Научная электронная библиотека (НЭБ) <http://www.elibrary.ru/>
6. Полнотекстовые архивы ведущих западных научных журналов на Российской платформе научных журналов НЭИКОН <http://archive.neicon.ru>
7. Национальная электронная библиотека (доступ к Электронной библиотеке диссертаций Российской государственной библиотеки (РГБ) <https://rusneb.ru/>
8. Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина <https://www.prilib.ru/>
9. Электронная коллекция Оксфордского Российского Фонда <https://ebookcentral.proquest.com/lib/kubanstate/home.action>
10. Springer Journals <https://link.springer.com/>
11. Nature Journals <https://www.nature.com/siteindex/index.html>
12. Springer Nature Protocols and Methods <https://experiments.springernature.com/sources/springer-protocols>
13. Springer Materials <http://materials.springer.com/>
14. zbMath <https://zbmath.org/>
15. Nano Database <https://nano.nature.com/>
16. Springer eBooks: <https://link.springer.com/>
17. "Лекториум ТВ" <http://www.lektorium.tv/>
18. Университетская информационная система РОССИЯ <http://uisrussia.msu.ru>

#### **Информационные справочные системы:**

1. Консультант Плюс - справочная правовая система (доступ по локальной сети с компьютеров библиотеки)

#### **Ресурсы свободного доступа:**

1. Американская патентная база данных <http://www.uspto.gov/patft/>
2. Полные тексты канадских диссертаций <http://www.nlc-bnc.ca/thesescanada/>
3. КиберЛенинка (<http://cyberleninka.ru/>);
4. Министерство науки и высшего образования Российской Федерации <https://www.minobrnauki.gov.ru/>;
5. Федеральный портал "Российское образование" <http://www.edu.ru/>;
6. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" <http://window.edu.ru/>;
7. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов <http://school-collection.edu.ru/> .
8. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (<http://fcior.edu.ru/>);
9. Проект Государственного института русского языка имени А.С. Пушкина "Образование на русском" <https://pushkininstitute.ru/>;
10. Справочно-информационный портал "Русский язык" <http://gramota.ru/>;
11. Служба тематических толковых словарей <http://www.glossary.ru/>;
12. Словари и энциклопедии <http://dic.academic.ru/>;
13. Образовательный портал "Учеба" <http://www.ucheba.com/>;

14. Законопроект "Об образовании в Российской Федерации". Вопросы и ответы [http://xn--273--84d1f.xn--p1ai/voprosy\\_i\\_otvety](http://xn--273--84d1f.xn--p1ai/voprosy_i_otvety)

### **Собственные электронные образовательные и информационные ресурсы**

#### **КубГУ:**

1. Среда модульного динамического обучения <http://moodle.kubsu.ru>
2. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций <http://mschool.kubsu.ru/>
3. Библиотека информационных ресурсов кафедры информационных образовательных технологий <http://mschool.kubsu.ru;>
4. Электронный архив документов КубГУ <http://docspace.kubsu.ru/>
5. Электронные образовательные ресурсы кафедры информационных систем и технологий в образовании КубГУ и научно-методического журнала "ШКОЛЬНЫЕ ГОДЫ" <http://icdau.kubsu.ru/>

### **6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Основным источником теоретической информации являются лекции. Также полезно в случае затруднений обращаться к рекомендуемой литературе. Следует с большой осторожностью относиться к справочным материалам и примерам получаемым с помощью стандартного поиска в интернете, так как нет гарантий его достоверности.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

### **7. Материально-техническое обеспечение по дисциплине (модулю)**

Наименование специальных помещений	Оснащенность специальных помещений	Перечень лицензионного программного обеспечения
Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер	Microsoft Office
Учебные аудитории для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер	Microsoft Office

Для самостоятельной работы обучающихся предусмотрены помещения, укомплектованные специализированной мебелью, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Наименование помещений для самостоятельной работы обучающихся	Оснащенность помещений для самостоятельной работы обучающихся	Перечень лицензионного программного обеспечения
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (читальный зал Научной библиотеки)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду	



	<p>образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)</p>	
<p>Помещение для самостоятельной работы обучающихся (ауд.301н, 308на, 310н)</p>	<p>Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)</p>	