

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по учебной работе,
качеству образования – первый
проректор

Т.А. Хагуров

подпись

«30» мая 2022 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.25 Теория вероятностей и математическая статистика

Направление подготовки: 01.05.01 Фундаментальная математика и механика

Направленность (профиль): Фундаментальная математика и её приложения;
Вычислительная механика и компьютерный инжиниринг

Форма обучения: очная

Квалификация: Математик. Механик. Преподаватель

Краснодар 2022

Рабочая программа дисциплины Б1.О.25 ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 01.05.01 Фундаментальные математика и механика

Программу составил(и):
Дорошенко О.В., доцент, к. ф.-м. н.



Рабочая программа дисциплины Б1.О.25 ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА утверждена на заседании кафедры теории функций
протокол № 9 «12» апреля 2022 г.
Заведующий кафедрой Голуб М. В.



Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук
протокол № 5 «5» мая 2022 г.
Председатель УМК факультета/института Шмалько С. П.



Рецензенты:

Фоменко Сергей Иванович, канд. физ. - мат. наук,
старший научный сотрудник лаборатории волновых процессов

Лепетухин Михаил Викторович,
председатель правления КПК «Кубанский капитал»

1 Цели и задачи изучения дисциплины.

1.1 Цель освоения дисциплины.

Изучение основных разделов дисциплины «Теория вероятностей»; привитие навыков решения вероятностных задач; овладение методами теории вероятностей как инструментом вероятностного анализа и прогнозирования явлений окружающего нас мира.

1.2 Задачи дисциплины.

Выработать у студентов навыки понимания закономерностей, которые возникают в процессах, содержащих случайные величины; – научить сопоставлять реальным физическим ситуациям их вероятностные математические модели; привить навыки использования вероятностно-статистических моделей для изучения реальных ситуаций и предсказания исходов явлений на основе подходящей меры неопределенности.

1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы.

Дисциплина «Теория вероятностей» относится к блоку Б.1 обязательной части учебного плана по направлению подготовки 01.03.01. Дисциплина читается в 5-м семестре. Знания, полученные в этом курсе, используются в дискретной математике, теории стохастических процессов, и т.д. Слушатели должны владеть математическими знаниями в рамках разделов программы учебного курса по математическому анализу, комплексному анализу, алгебре, теории вероятностей, которые изучаются 1 – 4 семестрах для направлений подготовки 01.05.01 Фундаментальная математика и механика.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
ОПК-1 Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики	
ИОПК-1.3. Владеет навыками формализации актуальных задач фундаментальной математики и применения подходящих методов их решения	Знает соответствие задач и методов теории вероятностей и математической статистики в зависимости от исходных данных и постановки проблемы, типологизацию задач теории вероятностей и математической статистики, основные принципы построения вероятностно-статистических моделей.
	Умеет определять и практически реализовывать методы вероятностно-статистического анализа по типу данных и цели исследования, проводить верификацию результатов.
	Владеет навыками решения основных типовых задач практики вероятностно-статистического моделирования данных и интерпретации полученных результатов.
ПК-1 Способен формулировать и решать актуальные и значимые задачи фундаментальной математики и механики	
ИПК-1.1. Знает основные понятия, идеи и методы фундаментальных математических дисциплин для решения базовых задач	Знает постановку основных задач теории вероятностей и математической статистики, основные методы решения задач теории вероятностей и математической статистики.

	Умеет анализировать содержательную сущность и применять соответствующие методы к решению задач теории вероятностей и математической статистики.
	Владет математическими методами теории вероятностей и математической статистики для решения прикладных задач анализа данных.

2. Структура и содержание дисциплины.

2.1. Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 6 зачётных единиц (216 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице

Виды работ	Всего часов	Форма обучения			
		очная		очно-заочная	заочная
		5 семестр (часы)	6 семестр (часы)	– семестр (часы)	– курс (часы)
Контактная работа, в том числе:	142,5	72,2	70,3		
Аудиторные занятия (всего):	136	68	68		
занятия лекционного типа	68	34	34		
лабораторные занятия	68	34	34		
занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)	-	-	-		
Иная контактная работа:	6,5	4,2	2,3		
Контроль самостоятельной работы (КСР)	6	4	2		
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,5	0,2	0,3		
Самостоятельная работа, в том числе:	37,8	35,8	2		
<i>Контрольная работа</i>					
<i>Самостоятельное изучение разделов, самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным и практическим занятиям, коллоквиумам и т. д.)</i>	32	30	2		
Подготовка к текущему контролю	5,8	5,8	-		
Контроль:	35,7	–	35,7		
Подготовка к экзамену	35,7	–	35,7		
Общая трудоёмкость	час.	216	108	108	
	в том числе контактная работа	142,5	72,2	70,3	
	зач. ед	6	3	3	

2.2. Содержание дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоёмкости по разделам дисциплины.

Разделы дисциплины, изучаемые в 5-6 семестрах

Разделы (темы) дисциплины, изучаемые в 5 семестре

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	СРС
1.	Основные понятия и теоремы теории вероятностей	20	4		6	10

2.	Последовательность независимых испытаний. Схема Бернулли. Предельные теоремы схемы Бернулли.	24	4		8	12
3.	Случайные величины. Дискретные и непрерывные распределения	35,8	6		12	17,8
4.	Закон больших чисел. Предельные теоремы теории вероятностей	24	4		8	12
<i>ИТОГО по разделам дисциплины</i>		103,8	18		34	51,8
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	3				
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,2				
	Подготовка к текущему контролю	–				
	Общая трудоемкость по дисциплине	108				

Разделы (темы) дисциплины, изучаемые в 6 семестре

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа		Внеаудиторная работа	
			Л	ПЗ	ЛР	СРС
5.	Основные понятия и задачи математической статистики		6		6	
6.	Статистическое оценивание параметров		6		6	
7.	Статистическая проверка гипотез		8		8	2
8.	Корреляционный анализ		6		6	
9.	Дисперсионный и ковариационный анализ		8		8	
<i>ИТОГО по разделам дисциплины</i>		101,8	34		34	2
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	3				
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,3				
	Подготовка к текущему контролю	35,7				
	Общая трудоемкость по дисциплине	108				

2.3. Содержание разделов дисциплины:

2.3.1. Занятия лекционного типа.

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Вероятностное пространство.	Введение: предмет теории вероятностей, случайные явления, вероятность и частота, математическая модель. Вероятностное пространство: пространство элементарных событий, алгебра событий, аксиомы вероятности, свойства вероятности. Дискретные вероятностные пространства. Классическое определение вероятности. Гипергеометрическая вероятность. Абсолютно непрерывные вероятностные пространства. Геометрические вероятности. Парадокс Бертрана.	Опрос

2.	Условная вероятность. Прямое произведение вероятностных пространств. Полная вероятность.	Независимые и зависимые события. Условная вероятность. Теоремы произведения вероятностей. Полная вероятность. Формула Байеса.	Опрос
3.	Последовательность независимых испытаний. Схема Бернулли. Предельные теоремы схемы Бернулли.	Независимые испытания. Формула Бернулли. Предельные теоремы схемы Бернулли: теорема Пуассона, локальная и интегральная теоремы МуавраЛапласа. Обратная задача схемы Бернулли.	Опрос
4.	Случайные величины. Дискретные и непрерывные распределения.	Функция распределения вероятностей случайной величины, ее свойства. Закон распределения и плотность распределения случайной величины. Свойства плотности. Основные распределения дискретных и непрерывных случайных величин.	Опрос
5.	Функции от случайных величин.	Функции от дискретных и непрерывных случайных величин. Теоремы о функциях от случайных аргументов.	Опрос
6.	Моментные характеристики случайных величин.	Математическое ожидание и дисперсия случайной величины; их свойства. Моменты более высоких порядков. Вычисление математического ожидания и дисперсии некоторых известных распределений.	Опрос
7.	Закон больших чисел. Моментные характеристики случайных величин.	Закон больших чисел. Неравенство Чебышева; теорема Чебышева. Теоремы Пуассона, Бернулли и т.д. закона больших чисел.	Опрос
8.	Многомерные случайные величины.	Многомерные случайные величины (вектора), многомерная функция распределения, многомерная плотность распределения, их свойства. Численные характеристики многомерных случайных величин. Ковариация, коэффициент корреляции двумерной случайной величины.	Опрос
9.	Предельные теоремы теории вероятностей.	Производящие и характеристические функции; их свойства. Прямая и обратная теоремы для характеристических функций; формула обращения для характеристических функций. Центральная предельная теорема. Многомерное нормальное распределение; неравенство Колмогорова; усиленный закон больших чисел.	Опрос

2.3.2. Занятия семинарского типа (практические / семинарские занятия/ лабораторные работы)

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4

1.	Вероятностное пространство.	Введение: предмет теории вероятностей, случайные явления, вероятность и частота, математическая модель. Вероятностное пространство: пространство элементарных событий, алгебра событий, аксиомы вероятности, свойства вероятности. Дискретные вероятностные пространства. Классическое определение вероятности. Гипергеометрическая вероятность. Абсолютно непрерывные вероятностные пространства. Геометрические вероятности. Парадокс Бертрана.	Опрос
2.	Условная вероятность. Прямое произведение вероятностных пространств. Полная вероятность.	Независимые и зависимые события. Условная вероятность. Теоремы произведения вероятностей. Полная вероятность. Формула Байеса.	Опрос
3.	Последовательность независимых испытаний. Схема Бернулли. Предельные теоремы схемы Бернулли.	Независимые испытания. Формула Бернулли. Предельные теоремы схемы Бернулли: теорема Пуассона, локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Обратная задача схемы Бернулли.	Опрос
4.	Случайные величины. Дискретные и непрерывные распределения.	Функция распределения вероятностей случайной величины, ее свойства. Закон распределения и плотность распределения случайной величины. Свойства плотности. Основные распределения дискретных и непрерывных случайных величин.	Опрос
5.	Функции от случайных величин.	Функции от дискретных и непрерывных случайных величин. Теоремы о функциях от случайных аргументов.	Опрос
6.	Моментные характеристики случайных величин.	Математическое ожидание и дисперсия случайной величины; их свойства. Моменты более высоких порядков. Вычисление математического ожидания и дисперсии некоторых известных распределений.	Опрос
7.	Закон больших чисел. Моментные характеристики случайных величин.	Закон больших чисел. Неравенство Чебышева; теорема Чебышева. Теоремы Пуассона, Бернулли и т.д. закона больших чисел.	Опрос
8.	Многомерные случайные величины.	Многомерные случайные величины (вектора), многомерная функция распределения, многомерная плотность распределения, их свойства. Численные характеристики многомерных случайных величин. Ковариация, коэффициент корреляции двумерной случайной величины.	Опрос

9.	Предельные теоремы теории вероятностей.	Производящие и характеристические функции; их свойства. Прямая и обратная теоремы для характеристических функций; формула обращения для характеристических функций. Центральная предельная теорема. Многомерное нормальное распределение; неравенство Колмогорова; усиленный закон больших чисел.	Опрос
----	---	---	-------

2.3.3. Лабораторные занятия.

№	Наименование раздела	Наименование лабораторных работ	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Вероятностное пространство.	Операции над событиями. Построение математических моделей вероятностных задач.	Опрос
2.	Условная вероятность. Прямое произведение вероятностных пространств. Полная вероятность.	Условная вероятность. Произведение вероятностей зависимых и независимых событий. Полная вероятность. Формула Байеса.	Самостоятельная работа. Проверка домашнего задания.
3.	Последовательность независимых испытаний. Схема Бернулли. Предельные теоремы схемы Бернулли.	Формула Бернулли. Формулы Пуассона, локальная и интегральная формулы Муавра-Лапласа. Обратная задача Схемы Бернулли. Вероятность оценки отклонения вероятности «успеха» от частоты «успеха».	Проверка домашнего задания. Самостоятельная работа.
4.	Случайные величины. Дискретные и непрерывные распределения.	Построение функции распределения по известной плотности и наоборот. Построение закона распределения дискретной случайной величины. Построение графиков функции и плотности распределения вероятностей.	Проверка домашнего задания. Самостоятельная работа.
5.	Функции от случайных величин.	Построение функции распределения функции от случайного аргумента; нахождение плотности распределения случайной функции от случайного аргумента.	Проверка домашнего задания. Опрос.
6.	Моментные характеристики случайных величин.	Вычисление математических ожиданий и дисперсий дискретных и непрерывных случайных величин. Вычисление моментов более высоких порядков: начальных и центральных.	Опрос. Проверка домашнего задания. Самостоятельная работа.
7.	Закон больших чисел. Моментные характеристики случайных величин.	Закон больших чисел. Неравенство Чебышева; теорема Чебышева. Теоремы Пуассона, Бернулли и т.д. закона больших чисел.	Опрос. Проверка домашнего задания.
8.	Многомерные случайные величины.	Многомерные случайные величины (вектора), многомерная функция распределения, многомерная плотность распределения, их свойства. Численные характеристики многомерных случайных величин. Ковариация, коэффициент корреляции двумерной случайной величины.	Опрос. Проверка домашнего задания.

9.	Предельные теоремы теории вероятностей.	Вычисление производящих и характеристических функций. Прямая и обратная теоремы для характеристических функций; формула обращения для характеристических функций. Центральная предельная теорема.	Опрос. Проверка домашнего задания.
----	---	---	------------------------------------

2.3.4. Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы не предусмотрены учебным планом.

2.4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Наименование раздела	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1.	Проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий	<ol style="list-style-type: none"> 1. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для студентов ВУЗов. М. : ЮНИТИДАНА, 2009г. 2. Кибзун А.И. Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами: учебные пособия для студентов вузов. М. :ФИЗМАТЛИТ, 2007 3. Боровков А.А. Математическая статистика. Изд-во «Лань», 2010г. 4. Теория вероятностей и математическая статистика в задачах: учебное пособие для студентов вузов. Под ред. Ватутина В.А. М.:Дрофа, 2005 5. Зубков А.М., Севастьянов Б.А., Чистяков В.П. Сборник задач по теории вероятностей и математической статистике. Изд-во «Лань», 2009г. 6. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций. под ред. Свешникова А.А. Изд-во «Лань», 2008г.
2.	Подготовка к лабораторным занятиям	<i>Методические указания по выполнению лабораторных работ. Утверждены на заседании Совета экономического факультета ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол №7 от 18.04.2019 г.</i>
3.	Подготовка докладов-презентаций	<i>Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся, утвержденные на заседании Совета экономического факультета ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №8 от 29.06.2017 г. Режим доступа:</i> https://www.kubsu.ru/ru/econ/metodicheskie-ukazaniya

4.	Подготовка к текущему контролю	<i>Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся, утвержденные на заседании Совета экономического факультета ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №8 от 29.06.2017 г. Режим доступа: https://www.kubsu.ru/ru/econ/metodicheskie-ukazaniya</i>
----	--------------------------------	---

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла,
- в печатной форме на языке Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа, – в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины (модуля)

В ходе изучения дисциплины предусмотрено использование следующих образовательных технологий: лекции, практические занятия, подготовка письменных аналитических работ, самостоятельная работа студентов.

Компетентностный подход в рамках преподавания дисциплины реализуется в использовании интерактивных технологий и активных методов (проектных методик, разбора конкретных ситуаций) в сочетании с внеаудиторной работой.

Информационные технологии, применяемые при изучении дисциплины: использование информационных ресурсов, доступных в информационно-телекоммуникационной сети Интернет.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Текущий контроль осуществляется преподавателем, ведущим практические занятия на основе выполнения студентами домашних заданий и лабораторного практикума. В течение семестра проводятся контрольные работы, выполняются индивидуальные семестровые задания.

Оценочные средства включает контрольные материалы для проведения текущего контроля в форме *тестовых заданий, контрольных работ* и промежуточной аттестации в форме *вопросов и заданий к экзамену (зачету)*.

Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

№ п/п	Код и наименование индикатора (в соответствии с п. 1.4)	Результаты обучения (в соответствии с п. 1.4)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1	ИОПК-1.1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	Применяет знания основных разделов фундаментальной математики в учебной и производственной практике, в курсовых работах, в выпускной квалифицированной работе	<i>Вопросы для устного (письменного) опроса по темам: «Введение в теорию вероятностей и математической статистики» .</i>	<i>Вопрос 1 (1.1, 1.2, 1.3); 2.1-2.3</i>
2	ИОПК-1.2. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	Консультирует школьников и студентов младших курсов по основным разделам перечисленных в компетенции математических дисциплин	<i>Контрольная работа №1 (1 семестр) по разделу «Вероятностное пространство. Полная вероятность, схема Бернулли».</i> <i>Контрольная работа №2 (1 семестр) по разделу «Случайная величина, функция распределения, законы распределения, плотность распределения. Моментные характеристики»</i>	<i>Вопросы 2-6 на экзамене в 1 семестре; 2.32.10</i>
3	ИОПК-1.1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	Владеет навыками применения этого в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания	<i>Контрольная работа №3 (2 семестр) по разделу «Многомерные случайные величины. Случайные функции.»;</i> <i>Семестровая работа по теории вероятностей №1.</i> <i>Семестровая работа по математической статистике №1</i>	<i>Вопросы 7-10 на экзамене во 2 семестре;</i> <i>Вопросы 2.12.10</i>
4	ИПК-1.1. Способен решать актуальные и важные задачи фундаментальной и прикладной математики	Демонстрирует навыки решения задач теории вероятностей, используя фундаментальные знания, полученные в этой области	<i>Вопросы для устного (письменного) опроса по темам программы.</i>	<i>Вопросы 1-10 ;2.1-2.10</i>

5	ИПК-1.1. Способен решать актуальные и важные задачи фундаментальной и прикладной математики	Умеет определять класс задач, для которых применим тот или иной аппарат, выбирать метод решения конкретного типа задач	<i>Устный опрос по темам программы</i>	<i>Вопросы 1-10; 2.1-2.10</i>
6	ИПК-1.1. Способен решать актуальные и важные задачи фундаментальной и прикладной математики	Владеет аппаратом теории вероятностей, методами применения этого аппарата к решению задач	<i>Контрольная работа №1,2,3 зачет Семестровая работа</i>	<i>Вопросы 1-10; 2.1-2.10</i>
7	ИПК-1.1. Способен решать актуальные и важные задачи фундаментальной и прикладной математики	Знает постановку основных задач теории вероятностей	<i>Контрольные работы, семестровые задания, зачет, экзамен</i>	<i>Вопросы 1-10; 2.1-2.10</i>

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Примерный перечень практических заданий на зачет:

1. Классическая вероятность: гипергеометрическая формула, вероятность только одного из двух, трех и т.д. событий; хотя бы одного из n событий и т.д.
2. Геометрические вероятности.
3. Условная, полная вероятность. Произведение вероятностей зависимых, независимых событий. Формула Байеса.
4. Схема Бернулли; предельные формулы схемы Бернулли: Пуассона, локальная, интегральная формулы Муавра-Лапласа. Приложения схемы Бернулли.
5. Случайные величины: функции распределения, плотность распределения, закон распределения вероятностей.
6. Моментальные характеристики: математическое ожидание, дисперсия, моменты более высоких порядков.
7. Неравенство Чебышева, теорема Чебышева.
8. Производящие функции.
9. Характеристические функции.

Примерный перечень практических заданий контрольных работ

Контрольная работа №1

- 1) Из полной колоды карт (36 карт) вынимают одновременно три карты. Найти вероятность того, что среди вынутых карт найдется хотя бы одна карта красной масти.
- 2) С первого автомата поступает на сборку 80%, со второго – 20% деталей. На первом автомате брак составляет 1%, на втором – 4%. Две проверенные детали,

изготовленные одним и тем же автоматом, оказались бракованными. Найти вероятность того, что эти детали изготовлены на первом автомате.

3) Баскетболист бросает мяч в корзину до первого попадания, но делает не более пяти бросков. Найти закон распределения числа бросков, если вероятность попадания в корзину равна 0,6 для каждого броска.

4) Задана плотность распределения случайной величины ξ :

$$\rho_{\xi}(x) = \begin{cases} C * \sin 2x, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ 0, & x > \frac{\pi}{2} \end{cases}, \quad C - \text{const.}$$

Найти: интегральную функцию распределения $F_{\xi}(x)$, $M\xi$, $D\xi$, $\sigma(\xi)$. Построить графики дифференциальной и интегральной функций.

5) Непрерывная двумерная случайная величина (X, Y) распределена равномерно внутри прямоугольной трапеции с вершинами $O(0;0)$, $A(0;5)$, $B(3;5)$, $C(8,0)$. Найти: 1) двумерную плотность вероятности системы; 2) плотности распределения составляющих X и Y .

6) Задана плотность распределения случайной величины X , возможные значения которой заключены в интервале $(-\infty, +\infty)$. Найти плотность распределения случайной величины $Y = |X|$

7) Доказать, что если случайные величины $\xi_1, \xi_2 \dots \xi_n$ независимы, положительны, одинаково распределены, то $M \left[\frac{\xi_1}{\xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_n} \right] = \frac{1}{n}$

Контрольная работа №2

1) На заводе работает 15 сменных инженеров, из них – 3 женщины. В смену занято три человека. Найти вероятность того, что в случайно выбранную смену мужчин окажется не менее двух.

2) Имеются две урны: в первой 3 белых и 2 черных шара; во второй – 2 белых и 4 черных шара. Из первой урны наудачу перекалывают во вторую два шара. После этого из второй урны берут наудачу один шар. Найти вероятность того, что этот шар будет белым.

3) В магазин поступили 4 партии мужской обуви по 15 пар в каждой. Известно, что в каждой партии находится по 5 пар 41-го размера. Наудачу отбирается по одной паре из каждой партии. Найти закон распределения числа пар 41-го размера среди отобранных.

4) Задана плотность распределения случайной величины X :

$\rho_{\xi}(x) = \begin{cases} Cx - x, & 1 < x \leq 2 \\ 0, & x > 2; x \leq 1 \end{cases}, \quad C - \text{const.}$ Найти: интегральную функцию распределения $F_{\xi}(x)$, $M\xi$, $D\xi$, $\sigma(\xi)$. Построить графики дифференциальной и интегральной функций.

5) Непрерывная двумерная случайная величина (X, Y) равномерно распределена внутри прямоугольного треугольника с вершинами $O(0;0)$, $A(0;8)$, $B(8;0)$. Найти: 1) двумерную плотность вероятности системы; 2) плотности распределения составляющих X и Y .

6) Задана плотность распределения случайной величины X , возможные значения которой заключены в интервале $(-\infty, +\infty)$. Найти плотность распределения случайной величины $Y = e^{-X^2}$.

7) Случайная величина ξ принимает значения 0, 1, 2, 3, ... с вероятностью, убывающей по геометрической прогрессии. Найти $P\{\xi = k\}$, если $M\xi = A$ (сделать проверку).

Контрольная работа №3

1) Батарея из трех орудий производит залп по цели. Вероятность попадания в цель первым, вторым и третьим орудиями соответственно равны 0,7; 0,8; 0,9. Найти вероятность того, что будет только два попадания.

2) Для участия в соревнованиях выделено из первой группы 4 студента, из второй – 6, из третьей – 5. Вероятность того, что отобранный студент из первой, второй, третьей группы попадет в сборную университета равны соответственно 0,5; 0,4; 0,3. Наудачу выбранный участник соревнования попал в сборную. К какой из трех групп он вероятнее всего принадлежит?

3) В партии из 7 деталей имеется 5 деталей первого сорта. Наудачу отобраны три детали. Составить закон распределения числа деталей первого сорта среди отобранных.

4) Задана плотность распределения случайной величины ξ :

$$\rho_{\xi}(x) = \begin{cases} \frac{c}{x^4}, & x \geq 3 \\ 0, & x < 3 \end{cases} \quad C - \text{const.}$$

Найти: интегральную функцию распределения

$F_{\xi}(x), M\xi, D\xi, \sigma(\xi)$. Построить графики дифференциальной и интегральной функций.

5) Непрерывная двумерная случайная величина (X, Y) равномерно распределена внутри прямоугольного треугольника с вершинами $O(0;0)$, $A(0;6)$, $B(-6;0)$. Найти: 1) двумерную плотность вероятности системы; 2) плотности распределения составляющих X и Y .

6) Задана плотность распределения случайной величины X , возможные значения которой заключены в интервале $(-\infty, +\infty)$. Найти плотность распределения случайной величины $Y = \frac{1}{1+X^2}$.

7) Доказать, что для $\xi \geq 0$ $M\xi = \int_0^{\infty} [1 - F_{\xi}(x)] dx$ (в том числе, когда $M\xi = \infty$)

Примерный перечень вопросов к зачету:

1 Теория вероятностей:

1. Введение: предмет теории вероятностей; случайные явления; вероятность и частота; математическая модель.
2. Вероятностное пространство:
 - 2.1. Пространство элементарных событий; примеры.
 - 2.2. Алгебра событий.
 - 2.3. Вероятность: аксиомы вероятности; свойства вероятности.
3. Дискретные вероятностные пространства. Классическое определение вероятности. Примеры.
4. Абсолютно непрерывные вероятностные пространства. Геометрические вероятности. Задача Бюффона. Задача о встрече. Парадокс Бертрана.

5. Условные вероятности. Примеры.
6. Вероятность произведения событий; примеры.
7. Формула полной вероятности. Примеры.
8. Формула Байеса (вероятности гипотез). Примеры.
9. Последовательность независимых испытаний. Схема Бернулли. Примеры.
10. Предельные теоремы в схеме Бернулли:
 - 10.1. Теорема Пуассона.
 - 10.2. Теорема Муавра-Лапласа(локальная).
 - 10.3. Интегральная теорема Муавра – Лапласа.
 - 10.4. Отклонение относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях. Примеры.
10. 5.Обратная задача схемы Бернулли. Примеры.
11. Случайные величины:
 - 11.1. Функция распределения, свойства функции распределения.
 - 11.2. Дискретные и абсолютно непрерывные распределения
 - 11.3. Свойства плотности распределения вероятностей. Наиболее распространенные распределения.
12. Многомерные функции распределения:
 - 12.1. Многомерные функции и плотности распределения вероятностей, свойства.
 - 12.2. Независимость случайных величин.
13. Функции от случайных величин.
14. Моментные характеристики случайных величин:
 - 14.1. Математическое ожидание, свойства; примеры, математические ожидания наиболее распространенных распределений.
 - 14.2. Дисперсия, среднее квадратичное отклонение; свойства; дисперсии наиболее распространенных распределений.
 - 14.3. Моменты.
 - 14.4. Ковариация, коэффициент корреляции.
15. Закон больших чисел:
 - 15.1. Определение закона больших чисел.
 - 15.2. Некоторые оценки распределений случайных величин: неравенство Чебышева, теорема Чебышева.
 - 15.3. Частные случаи теоремы Чебышева: теорема Бернулли; теорема Пуассона и др.
 - 15.4. Теорема Маркова.
 - 15.5. Усиленный закон больших чисел: неравенство Колмогорова; теорема Колмогорова.
16. Предельные теоремы.
 - 16.1. Производящие функции; свойства; теоремы, примеры.
 - 16.2. Характеристические функции; свойства; теоремы.
 - 16.3.Примеры (№1 – №7) подсчета характеристических функций.
 - 16.4. Предельные теоремы характеристических функций (прямая и обратная).
 - 16.5.Формула обращения для характеристических функций (теорема 1). Теорема 2 единственности.
 - 16.6. Центральная предельная теорема.
 - 16.7. Теорема Ляпунова.
 - 16.8. Понятие асимптотической нормальности.

17. Многомерное нормальное распределение.

2 Математическая статистика:

1. Основные задачи математической статистики.
2. Основные понятия математической статистики.
 - 2.1. Статистическая структура.
 - 2.2. Статистика.
 - 2.3. Достаточная статистика.
 - 2.4. Полная статистика.
 - 2.5. Свободная статистика.
3. Выборка. Выборочные распределения. Теорема Колмогорова. Примеры.
4. Выборочные моменты.
 - 4.1. Математическое ожидание и дисперсия выборочных моментов.
 - 4.2. Асимптотические распределения.
 - 4.3. Точные выборочные распределения.
 - 4.3.1. Распределение χ^2 с n степенями свободы. Теорема.
 - 4.3.2. Распределение Стьюдента с n степенями свободы. Теорема.
 - 4.3.3. Распределение Фишера. Теорема.
5. Точечные оценки.
 - 5.1. Определение и примеры несмещенной и состоятельной оценки.
 - 5.2. Неравенство Рао-Крамера. Эффективность и асимптотическая эффективность оценки.
 - 5.3. Метод наибольшего правдоподобия для нахождения оценок параметров.
 - 5.4. Метод моментов. Примеры.
6. Интервальные оценки.
 - 6.1. Доверительный интервал для α при известном σ .
 - 6.2. Доверительный интервал для α при неизвестном σ , доверительный интервал для σ .
 - 6.3. Доверительный интервал для разности $\alpha_1 - \alpha_2$.
 - 6.4. Доверительный интервал для α в случае произвольной выборки x_k , $k = \overline{1, n}$ (без предположения о нормальности x_k , $k = \overline{1, n}$).
 - 6.5. Доверительный интервал для параметра λ показательного распределения и для параметра p биномиального распределения.
7. Статистическая проверка гипотез.
 - 7.1. Критерии значимости, основанные на интервальных оценках.
 - 7.2. Критерий χ^2 .
 - 7.3. Общие понятия о статистической проверке гипотез. Примеры.
 - 7.4. Теорема Неймана-Пирсона. Равномерно наиболее мощные критерии.
8. Регрессионный анализ.
9. Дисперсионный анализ.
10. Задачи.
 - 10.1. Статистическая проверка статистических гипотез (Случай последовательности равноотстоящих вариантов; случай последовательности интервалов одинаковой длины).
 - 10.2. Элементы теории корреляции.
 - 10.3. Однофакторный дисперсионный анализ (одинаковое число испытаний на всех уровнях; неодинаковое число испытаний на различных уровнях).

Критерии оценивания результатов обучения

<i>Оценка</i>	<i>Критерии оценивания по экзамену</i>
<i>Высокий уровень «5» (отлично)</i>	<i>оценку «отлично» заслуживает студент, освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал без пробелов; выполнивший все задания, предусмотренные учебным планом на высоком качественном уровне; практические навыки профессионального применения освоенных знаний сформированы.</i>
<i>Средний уровень «4» (хорошо)</i>	<i>оценку «хорошо» заслуживает студент, практически полностью освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не оценены максимальным числом баллов, в основном сформировал практические навыки.</i>
<i>Пороговый уровень «3» (удовлетворительно)</i>	<i>оценку «удовлетворительно» заслуживает студент, частично с пробелами освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, многие учебные задания либо не выполнил, либо они оценены числом баллов близким к минимальному, некоторые практические навыки не сформированы.</i>
<i>Минимальный уровень «2» (неудовлетворительно)</i>	<i>оценку «неудовлетворительно» заслуживает студент, не освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не выполнил, практические навыки не сформированы.</i>

Критерии оценивания по зачету:

«зачтено»: студент владеет теоретическими знаниями по данному разделу, знает формулы и теоремы, допускает незначительные ошибки; студент умеет правильно объяснять изученный материал, иллюстрируя его примерами.

«не зачтено»: материал не усвоен или усвоен частично, студент затрудняется привести примеры по изученному материалу, довольно ограниченный объем знаний и неумение применять его для решения типовых задач.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в печатной форме увеличенным шрифтом, – в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

5.1 Основная литература по теории вероятностей:

1. Теория вероятностей и математическая статистика : электронный сборник тестов / сост. С.Г. Гутова ; Министерство образования и науки РФ, Кемеровский государственный университет, Кафедра автоматизации исследований и технической кибернетики. – Кемерово: Кемеровский государственный университет, 2015. - 74 с. - Библиогр.: с. 71. – [Электронный ресурс] – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=482910>
2. Лисьев, В.П. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / В.П. Лисьев. - Москва : Евразийский открытый институт, 2010. - 200 с. – ISBN 5-374-00005-5 – [Электронный ресурс] – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90420>
3. Виленкин, Н.Я. Задачник-практикум по теории вероятностей с элементами комбинаторики и математической статистики : учебное пособие / Н.Я. Виленкин, В.Г. Потапов ; Министерство просвещения РСФСР, Московский государственный заочный педагогический институт. - Москва : Издательство «Просвещение», 1979. - 113 с. : ил. – [Электронный ресурс] – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=458392>

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах «Лань» и «Юрайт».

5.2 Дополнительная литература:

1. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций [Текст] : Учеб. пособие для вузов / Под общ. ред. А. А. Свешникова. - 2-е изд., доп. - М. : Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1970. - 656 с. : ил. - Библиогр. : с. 654-656. - 0.67. (18 шт.)

2. Халафян, Алексан Альбертович (КубГУ). Теория вероятностей, математическая статистика и анализ данных [Текст] : основы теории и практика на компьютере STATISTICA. Excel : более 150 примеров решения задач : учебное пособие для бакалавров специальностей нематематического направления, изучающих высшую математику - экономических, юридических, информационных технологий, технических, естественно-научных, гуманитарных / А. А. Халафян, В. П. Боровиков, Г. В. Калайдина. - Москва : URSS : [ЛЕНАНД], 2017. - 317 с. : ил. - Библиогр.: с. 299-300. - ISBN 978-5-9710-3040-9 : 492 р. 53 к. (72 шт.)

5.3 Основная литература по математической статистике:

1. Геворкян, П.С. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебное пособие / П.С. Геворкян, А.В. Потемкин, И.М. Эйсымонт. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2016. — 176 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/91142>
2. Миллер, Б.М. Теория случайных процессов в примерах и задачах [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Б.М. Миллер, А.Р. Панков. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2007. — 320 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/48168>

5.4 Дополнительная литература.

1. Лисьев, В.П. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / В.П. Лисьев. - Москва : Евразийский открытый институт, 2010. - 200 с. - ISBN 5-374-00005-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90420>
2. Кремер, Наум Шевелевич. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] : учебник для студентов вузов / Н. Ш. Кремер. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : [ЮНИТИ-ДАНА], 2009. - 551 с. - (Золотой фонд российских учебников). (16 шт.)
3. Электронная библиотечная система издательства "Лань" – <http://e.lanbook.com/>
4. Электронная библиотечная система "Юрайт" – <http://www.biblio-online.ru/>

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

– *Общие рекомендации по самостоятельной работе обучающихся.*

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу,

выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301).

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-99бин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений".

Положение о самостоятельной работе студентов (утверждено приказом № 272 КубГУ от 03 марта 2016 г.).

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

7. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Наименование специальных помещений	Оснащенность специальных помещений	Перечень лицензионного программного обеспечения
Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер	Microsoft Windows
Учебные аудитории для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: Компьютеры	Microsoft Windows

Для самостоятельной работы обучающихся предусмотрены помещения, укомплектованные специализированной мебелью, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Наименование помещений для самостоятельной работы обучающихся	Оснащенность помещений для самостоятельной работы обучающихся	Перечень лицензионного программного обеспечения

<p>Помещение для самостоятельной работы обучающихся (читальный зал Научной библиотеки)</p>	<p>Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)</p>	
<p>Помещение для самостоятельной работы обучающихся (ИС 6, ИС 7)</p>	<p>Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)</p>	