

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебной работе  
качеству образования – первый  
проректор  
Хагуров, А.



27 мая 2022 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### Б1.В.12 МЕТОД БАЗИСНЫХ ПОТЕНЦИАЛОВ

Специальность	01.05.01 Фундаментальные математика и механика
Специализация	«Вычислительная механика и компьютерный инжиниринг»
Форма обучения	очная
Квалификация	Математик. Механик. Преподаватель

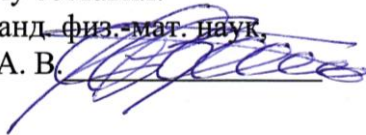
Краснодар 2022

Рабочая программа дисциплины «Метод базисных потенциалов» составлена в соответствии с ФГОС ВО по специальности 01.05.01 Фундаментальные математика и механика (уровень высшего образования: специалитет).

Программу составил:

доцент, канд. физ.-мат. наук,

Бунякин А. В.



Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры математических и компьютерных методов, протокол № 9 от 04.05.2022.

Заведующий кафедрой

математических и компьютерных методов Лежнев А. В.



Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук, протокол № 5 от 05.05.2022.

Председатель УМК факультета математики и компьютерных наук Шмалько С. П.



Рецензенты:

Савенко И. В., коммерческий директор ООО «РосГлавВино»

Никитин Ю. Г., доцент кафедры теоретической физики и компьютерных технологий ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет»

# 1 Цели и задачи изучения дисциплины

## 1.1 Цель и задачи дисциплины

Цель дисциплины: «Метод базисных потенциалов» состоит в обучении применению современных математических методов для решения задач естествознания (физике, механике жидкости и газа, теории упругости), их технических приложений, так как математические модели, в которых решение находится разложением по базисным потенциалам, являются широко распространенными. Получение высшего образования, позволяющего выпускнику успешно работать в избранной сфере деятельности с применением современных математических методов.

## 1.2 Задачи дисциплины:

Ознакомление студентов с методологическими подходами, позволяющими строить адекватные математические модели в задачах естествознания, использовать математическое описание физических явлений; ознакомление с некоторыми широко распространенными моделями физики (в основном механики) и основными методами исследования этих моделей.

## 1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Метод базисных потенциалов» относится к обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана. Дисциплина базируется на знаниях, полученных по стандарту высшего образования, и является основой для решения исследовательских задач.

## 1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций.

Код и наименование индикатора* достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
<b>ОПК-2</b> Способен создавать, анализировать и реализовывать новые математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении	
<b>ОПК-2.1</b> – Знает математические модели стандартных задач в области профессиональной деятельности	Знает основные понятия, методы и проблематику математического моделирования
	Умеет проводить выбор отношений и эффектов, учитываемых при составлении математических моделей
	Владеет навыками проверки адекватности математических моделей
<b>ПК-1</b> – Способен формулировать и решать актуальные и значимые задачи фундаментальной и прикладной математики	
<b>ПК-1.1</b> – Знает основные понятия, идеи и методы фундаментальных математических дисциплин для решения базовых задач	Знает основные понятия, методы и результаты теории базисных потенциалов
	Умеет численно решать типовые задачи, приводящие к методу базисных потенциалов в задачах естествознания
	Владеет навыками применения методов базисных потенциалов в задачах естествознания
<b>ПК-1.2</b> – Умеет передавать результаты проведенных теоретических и приклад-	Знает основы методологии преподавания метода базисных потенциалов в задачах естествознания

Код и наименование индикатора* достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
ных исследований в виде конкретных предметных рекомендаций в терминах предметной области	Умеет систематизированно излагать основные понятия и результаты метода базисных потенциалов в задачах естествознания
	Владеет навыками преподавания основ метода базисных потенциалов
<b>ПК-1.3</b> – Самостоятельно и корректно решает стандартные задачи фундаментальной и прикладной математики	Знает постановки классических задач, решаемых методом базисных потенциалов
	Умеет применять метод базисных потенциалов к практически возникающим задачам
	Владеет навыками решения подчинённых задач, возникающих в области базисных потенциалов
<b>ПК-1.4</b> – Имеет навыки решения математических задач, соответствующих квалификации, возникающих при проведении научных и прикладных исследований	Знает о потенциальной эффективности применения математических методов при проведении научных и прикладных исследований
	Умеет составлять задачи с учётом применимости метода базисных потенциалов
	Владеет навыками адаптации общего метода базисных потенциалов к особенностям постановок прикладных задач

## 2. Структура и содержание дисциплины

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 2 зач. ед., их распределение по видам работ представлено в таблице.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры (часы)				
		9				
<b>Контактная работа, в том числе:</b>	<b>32,2</b>	<b>32,2</b>				
<b>Аудиторные занятия (всего):</b>	<b>30</b>	<b>30</b>				
Занятия лекционного типа	10	10	-	-	-	
Лабораторные занятия	20	20	-	-	-	
<b>Иная контактная работа:</b>	<b>0,2</b>	<b>0,2</b>				
Контроль самостоятельной работы (КСР)	–	2				
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,2	0,2				
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>	<b>41,8</b>	<b>39,8</b>				
Проработка учебного (теоретического) материала	10	10	-	-	-	
Выполнение индивидуальных заданий (подготовка сообщений, презентаций)	13	13	-	-	-	
Реферат	10	10	-	-	-	
<b>Контроль:</b>	<b>–</b>	<b>–</b>				
Подготовка к зачёту	6,8	6,8				
<b>Общая трудоёмкость</b>	час.	<b>72</b>	<b>72</b>	-	-	-
	в том числе контактная работа	<b>32,2</b>	<b>32,2</b>			
	зач. ед	<b>2</b>	<b>2</b>			

### 2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоёмкости по разделам дисциплины.

№ раз-дела	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Самостоятельная работа
			Л	ЛР	ПЗ	
1	Задачи естествознания. Математическое моделирование физических процессов. Задачи математической физики (задача распространения тепла, задачи колебаний струны или мембраны).	16	2	4	–	10
2	Элементы теории потенциала. Полные системы потенциалов. Постановка краевых задач. Алгоритмы решения задач математической физики.	25	4	8	–	13
3	Моделирование физических процессов. Стационарные и нестационарные процессы. Типы дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка и специфика методов, применяемых для нахождения множеств их решений.	28,8	4	8	–	16,8
<i>Итого по дисциплине:</i>			10	20		39,8

## 2.3 Содержание разделов дисциплины:

### 2.3.1 Занятия лекционного типа

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1	Задачи естествознания. Математическое моделирование физических процессов. Задачи математической физики (задача распространения тепла, задачи колебаний струны или мембраны).	1.1 Математическая физика. Постановка краевых задач. Существование и единственность решения. 1.2 Корректность и некорректность. Обратные задачи. 1.3 Классификация дифференциальных уравнений в частных производных. Уравнение теплопроводности и волновое уравнение. Стационарные процессы и эллиптические уравнения.	Опрос
2	Элементы теории потенциала. Полные системы потенциалов. Постановка краевых задач. Алгоритмы задач математической физики.	1.1 Интегральные операторы теории потенциала. Фундаментальное решение уравнения Лапласа. 1.2 Потенциалы простого и двойного слоя, объемный потенциал. 1.3 Потенциал Робена. Интегральные операторы. 1.4 Представление функций потенциалами. Лемма Новикова.	Опрос
3	Моделирование физических процессов. Стационарные и нестационарные про-	3.1 Полнота сдвигов фундаментального решения уравнения Лапласа в подпространстве гармонических функций. 3.2 Системы потенциалов полные на границе	Экзамен

цессы. Типы дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка и специфика методов, применяемых для нахождения множеств их решений.	<p>области. Полнота модифицированных систем, полученных из фундаментального решения.</p> <p>3.3 Алгоритм задачи Робена. Внутренняя и внешняя задача Дирихле для уравнения Лапласа и Пуассона.</p> <p>3.4 Внутренняя задача и внешняя задача Неймана для уравнения Лапласа и уравнения Пуассона. Бигармоническое уравнение.</p> <p>3.5 Граничное управление температурой.</p>	
---	--	--

### 2.3.2 Занятия семинарского типа *УП* не предусмотрены.

### 2.3.3 Лабораторные занятия

№ раздела	Наименование раздела	Наименование лабораторных работ	Форма текущего контроля
1	См. таблицу 2.3.1	Задачи математической физики (задача распространения тепла, задачи колебаний струны или мембраны).	Опрос
2 – 3	См. таблицу 2.3.1	Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Потенциалы простого и двойного слоя, объемный потенциал. Фундаментальное решение уравнения теплопроводности.	Опрос
4	См. таблицу 2.3.1	Численные методы решения задач со старшим оператором Лапласа, гиперболические системы 2x2 первого порядка, задачи, сводящиеся к бигармоническому уравнению.	Опрос

### 2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы *УП* не предусмотрены.

## 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа студентов по дисциплине включает следующие виды деятельности:

- проработку и анализ лекционного материала;
- изучение учебной литературы;
- поиск информации в сети Интернет по различным вопросам;
- решение задач по темам курса;
- работу с вопросами для самопроверки;
- подготовку к контрольной работе;
- подготовку к зачёту.

Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины представлен в таблице.

№	Вид самостоятельной работы	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1.	Подготовка к текущему контролю	Методические указания для подготовки к занятиям лекционного и семинарского типа. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.

		<p>Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.</p> <p>Методические указания по использованию интерактивных методов обучения. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5т от 05 мая 2022 г.</p> <p>Методические указания по подготовке эссе, рефератов, курсовых работ. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5т от 05 мая 2022 г.</p>
2.	Выполнение лабораторных работ и расчетно-графических заданий	<p>Методические указания по выполнению лабораторных работ. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.</p> <p>Методические указания по выполнению расчетно-графических заданий. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.</p>
3.	Подготовка и оформление отчетов по практике	1. Методические указания по подготовке и оформлению отчета по практике. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.
4.	Выполнение и защита выпускной квалификационной работы	1. Методические указания по выполнению и защите выпускной квалификационной работы (бакалавриат, магистратура, специалитет). Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом;
- в форме электронного документа;
- в форме аудиофайла;
- в печатной форме на языке Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме;
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме;
- в форме электронного документа;
- в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### 3. Образовательные технологии:

Разбор практических задач и примеров, моделирование ситуаций, приводящих к тем или иным ошибкам в программе, выработка навыков выявления и исправления ошибок в процессе написания программы. Построение тестовых примеров для выявления ошибок в программе и сравнения эффективности различных алгоритмов.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

#### Используемые интерактивные образовательные технологии:

Се-мест р	Вид занятия	Используемые интерактивные образовательные технологии	Кол-во часов
9	Лабораторные занятия	Дискуссия на тему: «Задачи математической физики (задача распространения тепла, задачи колебаний струны или мембраны)»	6
		Дискуссия на тему: «Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Потенциалы простого и двойного слоя, объемный потенциал. Фундаментальное решение уравнения теплопроводности»	8
		Дискуссия на тему: «Численные методы решения задач со старшим оператором Лапласа, гиперболические системы $2 \times 2$ первого порядка, задачи, сводящиеся к бигармоническому уравнению»	8
<i>Итого:</i>			22

### 4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

#### Контрольные вопросы (к зачету):

1. Задачи естествознания. Математическое моделирование физических процессов.
2. Математическая физика. Постановка краевых задач. Существование и единственность решения. Корректность и некорректность.
3. Обратные задачи. Классификация дифференциальных уравнений в частных производных.
4. Уравнение теплопроводности и волновое уравнение.
5. Стационарные процессы и эллиптические уравнения.
6. Элементы теории потенциала. Интегральные операторы теории потенциала
7. Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Потенциалы простого и двойного слоя, объемный потенциал.
8. Потенциал Робена. Интегральные операторы.  
Представление функций потенциалами. Лемма Новикова. Полные системы потенциалов
9. Полнота сдвигов фундаментального решения уравнения Лапласа в подпространстве гармонических функций.
10. Системы потенциалов полные на границе области. Полнота модифицированных систем, полученных из фундаментального решения.
11. Алгоритмы задач математической физики. Алгоритм задачи Робена.
12. Внутренняя и внешняя задача Дирихле для уравнения Лапласа и Пуассона.
13. Внутренняя задача и внешняя задача Неймана для уравнения Лапласа и уравнения Пуассона.
14. Граничное управление температурой. Бигармоническое уравнение.
15. Моделирование физических процессов. Задачи математической физики.
16. Примеры задач математической физики. Задача распространения тепла.



17. Задача колебаний струны или мембраны. Стационарные процессы.
18. Основные типы дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка. Постановка краевых задач.
19. Алгоритмы расчета плоскопараллельных течений идеальной несжимаемой жидкости.
20. Алгоритмы решения задач об управлении температурой.

## **5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

### 5.1 Основная литература:

5.1.1. Держинский, Р.И. Уравнения математической физики: курс лекций / Р.И. Держинский, В.А. Логинов; Министерство транспорта Российской Федерации, Московская государственная академия водного транспорта. - Москва: Альтаир: МГАВТ, 2015. - 67 с.: ил. - Библиогр. в кн.; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=429675>

5.1.2. Динамические системы и модели биологии / А.С. Братусь, А.С. Новожилов, А.П. Платонов. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 400 с.- ISBN 978-5-9221-1192-8, 600 экз. — [Электронный ресурс]. – URL <http://znanium.com/catalog/product/397222> (06.04.2018).

5.1.3. Емельянов В.М. Уравнения математической физики. Практикум по решению задач: учеб. пособие / В.М. Емельянов, Е.А. Рыбакина. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2016. — 216 с. - ISBN 978-5-8114-0863-4 — [Электронный ресурс]. – URL: <https://e.lanbook.com/book/71748> (06.04.2018).

### 5.2 Дополнительная литература:

1. Присекин, В.Л. Основы метода конечных элементов в механике деформируемых тел: учебник / В.Л. Присекин, Г.И. Расторгуев. – НГТУ, 2009. - 240 с. ISBN 978-5-7782-1287-9. — [Электронный ресурс]. — URL: [http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_red&id=436040](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=436040)

2. Александров, Д.В. Введение в гидродинамику : учебное пособие / Д.В. Александров, А.Ю. Зубарев, Л.Ю. Исакова. - Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2012. - 112 с. - ISBN 978-5-7996-0785-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=239521>

3. Митрофанова, О.В. Гидродинамика и теплообмен закрученных потоков в каналах ядерно-электрических установок / О.В. Митрофанова. - Москва : Физматлит, 2010. - 286 с. - ISBN 978-5-9221-1223-9 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68969>

### 5.3. Периодические издания:

1. Bunyakin A.V., Chernyshenko S.I., Stepanov G.Yu. Inviscid Batchelor – model flow past an airfoil with a vortex trapped in a cavity // J.Fluid Mech. – 1996. – Vol. 323. – P. 367 – 376. <http://dx.doi.org/10.1017/S002211209600095X>

2. Bunyakin A.V., Chernyshenko S.I., Stepanov G.Yu. High – Reynolds – number Prandtl – Batchelor – model flow past an aerofoil with a vortex trapped in a cavity // J.Fluid Mech. – 1998. – Vol. 358. – P. 283 – 297. <http://dx.doi.org/10.1017/S0022112097008203>

3. Бунякин А.В. Ламинарный пограничный слой при обтекании крылового профиля с круговой выемкой // Изв. РАН Мех. жидк. и газа – 1998. – №2. – С. 52 – 57.

4. Бунякин А.В. Вихревая ячейка с вращающимся внутри цилиндром на поверхности крылового профиля при больших числах Рейнольдса // Изв. РАН Мех. жидк. и газа. – 2001. – № 4. – С. 87 – 92.

5. Sandoval M., Chernyshenko S. Extension of the Prandtl – Batchelor theorem to three-dimensional flows slowly varying in one direction // Journal of Fluid Mechanics 2010. V. 654. P. 351 – 361

## **6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля): Wikipedia**

## **7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

В процессе самостоятельной работы каждый обучающийся получает задания по каждому из трех разделов дисциплины (см. табл. 2.2), которые принимаются по согласованию с преподавателем (в специально назначаемое время).

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю) (при необходимости)**

### **8.1 Перечень необходимого программного обеспечения:**

Лицензированные программы не используются, а только авторские.

### **8.2 Перечень необходимых информационных справочных систем: Wikipedia**

### **8.3 Перечень информационных справочных систем:**

1. Справочно-правовая система «Консультант Плюс» (<http://www.consultant.ru>)
2. Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (<http://www.elibrary.ru>)

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).**

Распределение видов материально-технического обеспечения по видам занятий представлено в таблице.

Наименование специальных помещений	Оснащенность специальных помещений	Перечень лицензионного программного обеспечения
Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа (302Н, 303Н, 308Н, 309Н, 505А, 507А)	Мебель: учебная мебель. Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер	средство подготовки презентаций MS PowerPoint; математический пакет MathCAD
Учебные аудитории для проведения лабораторных работ, групповых и индивидуальных	Мебель: учебная мебель. Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер	Интернет-браузеры для просмотра сайтов в сети Интернет;

консультаций (301Н, 309Н, 316Н, 320Н)	тер с доступом к сети «Интернет» и в электронную информационно-образовательную среду организации	средство подготовки презентаций MS PowerPoint; математический пакет MathCAD
Учебные аудитории для проведения текущей и промежуточной аттестации (301Н, 302Н, 303Н, 307Н, 308Н, 308На, 309Н, 310Н, 312Н, 314Н, 316Н, 318Н, 320Н)	Мебель: учебная мебель. Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер	Математический пакет MathCAD

Для самостоятельной работы обучающихся предусмотрены помещения, укомплектованные специализированной мебелью, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Наименование помещений для самостоятельной работы обучающихся	Оснащенность помещений для самостоятельной работы обучающихся	Перечень лицензионного программного обеспечения
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (читальный зал Научной библиотеки)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	Интернет-браузеры для просмотра сайтов в сети Интернет; средство подготовки презентаций MS PowerPoint
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (301Н, 302Н, 303Н, 307Н, 308Н, 308На, 309Н, 310Н, 312Н, 314Н, 316Н, 318Н, 320Н)	Мебель: учебная мебель. Подключение к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации	Интернет-браузеры для просмотра сайтов в сети Интернет; средство подготовки презентаций MS PowerPoint