

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе,
качеству образования – первый
проректор



Т.А. Хагуров

подпись

«27» мая 2022 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.О.15 МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

Направление подготовки 01.03.01 Математика

Направленность (профиль) Преподавание математики и информатики
Математическое моделирование

Форма обучения очная

Квалификация бакалавр

Краснодар 2022

Рабочая программа дисциплины «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 01.03.01 «Математика».

Программу составил(и):

В.Н. Савин, доцент, канд. техн. наук, доцент



В.Ю. Барсукова, зав. каф. ФАА, к. ф.-м. н., доцент



Рабочая программа дисциплины «Аналитическая геометрия» утверждена на заседании кафедры функционального анализа и алгебры протокол № 9 от «13» апреля 2022 г.

Заведующий кафедрой Барсукова В.Ю.



Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук протокол № 5 от «05» мая 2022 г.

Председатель УМК факультета Шмалько С.П.



Рецензенты:

Наумова Н.А., профессор кафедры прикладной математики Кубанского государственного технологического университета, доктор техн. наук, доцент

Павлова А.В., доктор физико-математических наук, профессор кафедры математического моделирования КубГУ

1 Цели и задачи изучения дисциплины (модуля)

1.1 Цель освоения дисциплины

Цели освоения дисциплины определены федеральным государственным стандартом высшего образования по направлению подготовки «Математика», в рамках которой преподается дисциплина.

Целями освоения дисциплины «Математический анализ» являются формирование математической культуры студентов, фундаментальная подготовка студентов в области математического анализа, овладение современным аппаратом математического анализа для дальнейшего использования в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

1.2 Задачи дисциплины

При освоении дисциплины «Математический анализ» ставятся следующие задачи:

выработка общематематической культуры: умение логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями, переводить задачи и их решения на язык символьных вычислений;

формирование знаний о действительных числах и операциях с действительными числами;

формирование знаний о свойствах пределов последовательностей и пределов функций;

овладение методами дифференцирования функций одной и многих переменных;

формирование навыков применения дифференциального исчисления к исследованию функций и в геометрических приложениях;

овладение основными методами интегрирования функций одной и многих переменных.

Получаемые знания лежат в основе математического образования и необходимы для понимания и освоения всех курсов математики, компьютерных наук и их приложений.

1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математический анализ» относится к базовой части Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана и является дисциплиной по выбору. В соответствии с рабочим учебным планом дисциплина изучается на 1-2 курсах (1-4 семестры) по очной форме обучения. Вид промежуточной аттестации: зачет и экзамен.

Место курса в профессиональной подготовке бакалавра определяется ролью математического анализа в формировании высококвалифицированного специалиста по направлению «Математика». Для успешного освоения дисциплины достаточно знаний школьного курса алгебры и начал анализа, геометрии. Данная дисциплина является основополагающей для дальнейшего изучения дисциплин высшей математики и механики. Математический анализ используется при изучении дифференциальных уравнений, «Комплексный анализ», теории дифференциальных уравнений с частными производными, теории интегральных уравнений, дифференциальной геометрии и топологии, вариационного исчисления, функционального анализа, теории вероятностей, применение аналитических функций в задачах механики, «Методы теории функций в математическом моделировании», «Научные основы школьного курса математики».

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

Код и наименование индикатора* достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	
ОПК-1.1. Применяет базовые знания,	Знает способы решения типовых задач с учетом

Код и наименование индикатора* достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
полученные в области математических и(или) естественных наук	основных понятий и общих закономерностей
	Умеет применять полученные навыки в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания
	Владеет навыками применения математического аппарата в других областях математического знания и дисциплинах естественно-научного содержания
ОПК-1.3 Анализирует и применяет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Знает методы получения актуальной информации о применении средств математического анализа
	Умеет пользоваться справочными и обучающими ресурсами для решения различных задач в области математического анализа
	Владеет навыками создания стандартных моделей для решения прикладных задач
ПК-1 Способен решать актуальные и важные задачи фундаментальной и прикладной математики	
ПК-1.1. Знает основные понятия, идеи и методы фундаментальных математических дисциплин для решения базовых задач	Знает возможности построения стандартных математических моделей методами математического анализа, возможные сферы их приложений
	Умеет использовать стандартные модели математического анализа для решения прикладных задач
	Владеет навыками применения методов дифференциального и интегрального исчисления
ПК-1.3 Имеет навыки решения математических задач, соответствующих квалификации, возникающих при проведении научных и прикладных исследований	Знает формулировки и доказательства утверждений
	Умеет применять полученные навыки в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания
	Владеет навыками решения математических задач

Результаты обучения по дисциплине достигаются в рамках осуществления всех видов контактной и самостоятельной работы обучающихся в соответствии с утвержденным учебным планом.

Индикаторы достижения компетенций считаются сформированными при достижении соответствующих им результатов обучения.

2. Структура и содержание дисциплины

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 25 зачетных единиц (900 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице. Обучение ведётся только в очной форме.

Виды работ	Всего часов	1 семестр (часы)	2 семестр (часы)	3 семестр (часы)	4 семестр (часы)
Контактная работа, в том числе:	430	108,5	118,5	108,5	94,5
Аудиторные занятия (всего):	402	102	108	102	90
занятия лекционного типа	190	50	54	50	36
лабораторные занятия	212	52	54	52	54
практические занятия	–	–	–	–	–
семинарские занятия	–	–	–	–	–
Иная контактная работа:					
Контроль самостоятельной работы (КСР)	26	6	10	6	4
Промежуточная аттестация (ИКР)	2	0,5	0,5	0,5	0,5
Самостоятельная работа, в том числе:	290,2	62,8	115,8	62,8	40,8
Проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий	60,2	12,8	21,8	12,8	12,8

подготовка к лабораторным и практическим занятиям	84	18	36	18	12
подготовка к коллоквиумам	48	12	18	12	6
Выполнение домашних заданий (подготовка сообщений, презентаций)	54	12	24	12	6
Подготовка к текущему контролю	36	8	16	8	4
Контроль:	187,8	44,7	53,7	44,7	44,7
Подготовка к зачету	40	10	10	10	10
Подготовка к экзамену	147,8	34,7	43,7	34,7	34,7
Общая трудоемкость	час.	900	216	288	216
	в том числе контактная работа	422	108,5	118,5	108,5
	зач. ед	25	6	8	6

2.2 Содержание дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.
Разделы дисциплины, изучаемые в 1 семестре (очная форма обучения)

№	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1.	Введение в анализ	18,8	6		6	6,8
2.	Предел функции	52	16		16	20
3.	Простейшие элементарные функции	38	8		20	10
4.	Непрерывные функции.	28	12		4	12
5.	Числовые ряды	20	8		6	6
	<i>ИТОГО по разделам дисциплины</i>	156,8	50		52	54,8
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	6				
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,5				
	Подготовка к текущему контролю	8				
	Подготовка к зачету	10				
	Подготовка к экзамену	34,7				
	Общая трудоемкость по дисциплине	216				

Разделы дисциплины, изучаемые во 2 семестре (очная форма обучения)

№	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	
6.	Дифференцируемые функции	42,8	16		10	16,8
7.	Приложения дифференциального исчисления	31	8		10	13
8.	Неопределенный интеграл	37	9		10	18
9.	Определенный интеграл	39	9		10	20
10.	Несобственные интегралы.	29	5		6	18
11.	Функциональные последовательности и ряды.	29	7		8	14
	<i>ИТОГО по разделам дисциплины</i>	207,8	54		54	99,8
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	10				
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,5				
	Подготовка к текущему контролю	16				
	Подготовка к зачету	10				
	Подготовка к экзамену	43,7				
	Общая трудоемкость по дисциплине	288				

Разделы дисциплины, изучаемые в 3 семестре (очная форма обучения)

№	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	
12.	Функции нескольких переменных	40,8	14		14	12,8
13.	Дифференцируемость функций нескольких переменных	58	20		20	18
14.	Интегралы, зависящие от параметра	20	4		4	12
15.	Кратные интегралы	38	12		14	12
	<i>ИТОГО по разделам дисциплины</i>	156,8	50		52	54,8
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	6				
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,5				
	Подготовка к текущему контролю	8				
	Подготовка к зачету	10				
	Подготовка к экзамену	34,7				
	Общая трудоемкость по дисциплине	216				

Разделы дисциплины, изучаемые в 4 семестре (очная форма обучения)

№	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	
16.	Криволинейные и поверхностные интегралы	38	12		14	12
17.	Элементы теории поля	28	6		12	10
18.	Представление функций рядами	60,8	18		28	14,8
	<i>ИТОГО по разделам дисциплины</i>	126,8	36		54	36,8
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	4				
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,5				
	Подготовка к текущему контролю	4				
	Подготовка к зачету	10				
	Подготовка к экзамену	34,7				
	Общая трудоемкость по дисциплине	180				

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

2.3 Содержание разделов дисциплины

2.3.1 Занятия лекционного типа

№	Наименование раздела (темы)	Тематика занятий / работ	Форма текущего контроля
1.	Введение в анализ	Структура теорем, необходимые и достаточные условия. Логические символы. Предмет математического анализа. Множества и операции над ними. <i>Функции:</i> отображения, образ, прообраз, график. Классы функций: последовательность, числовая функция, взаимно однозначное отображение. Операции: сужение, композиция, алгебраические операции. Определение множества действительных чисел. Ограниченные множества. Точная верхняя и нижняя грань. Арифметические операции над числами. Аксиома	УО

№	Наименование раздела (темы)	Тематика занятий / работ	Форма текущего контроля
		непрерывности.	
2.	Предел функции	<p>Бесконечно малые последовательности Свойства бесконечно малых. Предел последовательности. Свойства предела: единственность, алгебраические операции, неравенства. Предельная точка. Бесконечно малые функции при $x \rightarrow a$, $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$.</p> <p>Свойства: алгебраические операции, неравенства, композиция. Эквивалентность определений предела по Коши и по Гейне. <i>Критерии существования предела последовательности:</i> предел монотонной последовательности, $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} x_n$, $\underline{\lim}_{n \rightarrow \infty} x_n$,</p> <p>$\exists \lim_{n \rightarrow \infty} \Leftrightarrow \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} x_n = \underline{\lim}_{n \rightarrow \infty} x_n$, критерий Коши.</p> <p>Критерии существования $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ — аналоги критериев для последовательностей. Сравнение бесконечно малых, «<i>O</i>», «<i>o</i>». Эквивалентные бесконечно малые. Понятие об асимптотике и асимптотическом разложении.</p>	К
3.	Простейшие элементарные функции	<p>Тригонометрические функции. Асимптотика. Определение a^x для рациональных и иррациональных x. Свойства. Асимптотика.</p>	ПК
4.	Непрерывные функции	<p>Непрерывность элементарных функций. Принцип вложенных отрезков. Принцип Больцано-Вейерштрасса. Свойства непрерывных на замкнутом отрезке функций. <i>Монотонные функции.</i> Точки разрыва, непрерывность монотонной функции. Непрерывность обратной функции. <i>Периодические функции.</i> Периодическое продолжение. Свойства периодов.</p>	УО
5.	Числовые ряды	<p>Критерий сходимости, признак сравнения. Ряды с положительными членами. Признаки Коши и Даламбера. Абсолютно и условно сходящиеся ряды.</p>	ПК
6.	Дифференцируемые функции	<p>Дифференцируемость и производная. Теорема о наилучшей локальной аппроксимации. Теоремы о производных: алгебраические операции, композиция, обратная функция. Производные элементарных функций. Производные и дифференциалы высших порядков. Теорема Ферма, Лагранжа (следствие – теорема Ролля). Формула Тейлора. Разложение</p>	УО, МД, К

№	Наименование раздела (темы)	Тематика занятий / работ	Форма текущего контроля
		элементарных функций.	
7.	Приложения дифференциального исчисления	Монотонность. Локальный экстремум. Выпуклость. Неравенства. Решение уравнений.	УО
8.	Неопределенный интеграл	Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Основные методы: линейность, подстановка, по частям. Таблица интегрирования. Интегрирование элементарных функций (рациональные, тригонометрические, квазиполиномы).	УО
9.	Определенный интеграл	Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Свойства интеграла: интеграл — линейный, положительный, ограниченный функционал. Замена переменных в определенном интеграле. Приближенное вычисление интегралов. Формула прямоугольников, трапеций, Симпсона. Оценка погрешности. Интегральные суммы Римана Приложения интеграла: геометрические, механические, определение функций Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме. Интегральный признак сходимости числового ряда.	УО
10.	Несобственные интегралы.	Интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций. Определения. Примеры. Свойства несобственных интегралов. Критерий Коши. Абсолютная и условная сходимость. Признаки сходимости. Главное значение несобственного интеграла	ПК
11.	Функциональные последовательности и ряды.	Пространство $C[a;b]$. Равномерная сходимость, критерий Коши равномерной сходимости. Непрерывность предела равномерно сходящейся последовательности непрерывных функций. Интегрируемость и дифференцируемость предельной функции. Функциональный ряд и область его сходимости. Равномерная сходимость. Необходимый и достаточный признак равномерной сходимости. Признак Вейерштрасса.	ПК
12.	Функции нескольких переменных	Линейное пространство R^n . Скалярное произведение, норма, сходимость. Окрестности. Предельные точки. Открытые и замкнутые множества. Отображения R^n в R^m . Алгебраические операции, композиции, обратное отображение. Пределы функций в R^n . Критерий Коши. Непрерывные функции. Свойства непрерывных на компакте функций. Пространство непрерывных	ПК

№	Наименование раздела (темы)	Тематика занятий / работ	Форма текущего контроля
		функций.	
13.	Дифференцируемость функций нескольких переменных	Дифференцируемость $f: R^n \rightarrow R^m$. Случай $m=1$, и $n=1$. Частные производные. Связь дифференцируемости с частными производными. Свойства дифференцируемости: $f+g$, cf , $f \circ g$. Формула конечных приращений. Производная по направлению. Градиент. Производные и дифференциалы высших порядков. Равенство смешанных производных. Формула Тейлора для $f: R \rightarrow R^n$ и $f: R^n \rightarrow R$. Неявные функции. Теорема существования (метод последовательных приближений). Теорема о дифференцировании неявной функции. Теорема об обратной функции. Экстремум $f: R^n \rightarrow R$. Необходимые условия. Достаточные условия. Понятие об условном экстремуме. Метод Лагранжа.	УО, К
14.	Интегралы, зависящие от параметра	Интегралы, зависящие от параметра: непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость. Критерии. Интегрирование и дифференцирование. Эйлеровы интегралы.	ПК
15.	Кратные интегралы	Понятие площади. Квадрируемые фигуры. Объем. Мера Жордана. Определение и простейшие свойства кратных интегралов. Сведение кратного интеграла к повторному. Замена переменных в кратном интеграле. Приложения кратных интегралов.	ПК
16.	Криволинейные и поверхностные интегралы	Кривые. Спрямолинейные кривые. Производная длины гладкой кривой. Криволинейные интегралы. Определение, примеры. Связь интегралов первого и второго рода. Простейшие свойства. Понятие поверхности. Касательная и нормаль. Ориентация. Площадь поверхности. Поверхностные интегралы первого и второго рода. Определения, примеры, свойства.	УО
17.	Элементы теории поля	Скалярные и векторные поля. Основные дифференциальные операторы. Интегральные теоремы Гаусса – Остроградского, Грина, Стокса. Независимость криволинейного интеграла от кривой.	УО
18.	Представление функций рядами	Степенные ряды. Определение. Радиус сходимости и формула Коши-Адамара. Алгебраические операции над рядами. Дифференцирование и интегрирование	УО

№	Наименование раздела (темы)	Тематика занятий / работ	Форма текущего контроля
		степенных рядов. Разложение функций в степенной ряд. Ряд Тейлора. Теорема единственности. Разложение элементарных функций в степенные ряды. Определение ряда Фурье, основные задачи. Минимальное свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Бесселя. Лемма Римана. Интеграл Дирихле. Сходимость ряда Фурье в точке. Равномерная сходимость. Гладкость и скорость сходимости. Теорема Вейерштрасса об аппроксимации непрерывных функций. Сходимость в среднем ряда Фурье. Равенство Парсеваля. Разложение функций в ряд Фурье. Ряд Фурье для произвольного промежутка. Комплексная форма ряда Фурье. Преобразование Фурье. Определение и простейшие свойства. Представление функций интегралом Фурье. Приложения.	

Примечание: устный опрос (УО), проверка конспекта (ПК), математический диктант (МД), коллоквиум (К).

2.3.2 Занятия семинарского типа (лабораторные работы)

№	Наименование раздела (темы)	Тематика занятий / работ	Форма текущего контроля
1.	Введение в анализ. Функции и их графики	Множества. Операции над ними. Ограниченные множества. Точные грани. Функции: образ, прообраз, операции над функциями. Обратная функция. Простейшие элементарные функции. Построение графиков функций.	ДЗ, КР
2.	Предел функции, непрерывные функции	Бесконечно малые последовательности. Предел последовательности. Их свойства. Бесконечно малые функции. Предел функции. Их свойства. Вычисление пределов. Непрерывные функции и их свойства.	УО, КР
3.	Числовые ряды	Ряды. Необходимый признак сходимости ряда. Признак сравнения. Признаки Даламбера и Коши. Абсолютно и условно сходящиеся ряды.	ДЗ, СР
4.	Производная и ее применение	Производная. Техника вычисления производных. Производные высших порядков. Формула Тейлора. Исследование функций: монотонность, локальный экстремум, выпуклость; построение графика. Доказательство неравенств.	УО, КР
5.	Неопределенный	Таблица интегралов. Интегрирование	ДЗ, УО, КР

	интеграл	заменой переменной, интегрирование по частям. Интегрирование основных классов функций: рациональных, тригонометрических, квазимногочленов, иррациональных. Техника вычисления интегралов	
6.	Определенный интеграл	Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование заменой переменных и по частям. Приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы. Признаки сходимости. Абсолютная сходимость.	УО, МД, К
7.	Несобственные интегралы	Интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций. Признаки сходимости. Главное значение несобственного интеграла. Абсолютная и условная сходимость.	ДЗ, СР
8.	Функциональные последовательности и ряды	Равномерная сходимость последовательности непрерывных функций. Функциональный ряд и область его сходимости. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса.	УО
9.	Функции многих переменных	Пространство R^n , нормы в R^n , шары. Сходимость в R^n . Классификация точек, открытые и замкнутые множества. Функции многих переменных. Композиция, обратное отображение. Вычисление пределов. Непрерывность. Равномерная непрерывность.	ДЗ, КР
10.	Дифференцируемые функции	Дифференцируемые функции. Частные производные, дифференциал. Дифференцируемость композиции. Производная по направлению. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. Теорема Лагранжа. Экстремумы функций многих переменных. Условный экстремум. Наибольшее и наименьшее значения непрерывных функций на компакте. Неявные функции	УО, КР
11.	Интегралы, зависящие от параметра	Интегралы, зависящие от параметра. Непрерывность, предельный переход, дифференцируемость, интегрируемость. Сходимость. Несобственные интегралы, зависящие от параметра.	СР
12.	Кратные интегралы	Повторные интегралы. Расстановка пределов интегрирования. Вычисление двойных интегралов сведением к повторным. Замена переменных. Тройные интегралы. Приложения кратных интегралов: вычисление площадей и объемов.	КР
13.	Криволинейные и поверхностные	Криволинейные интегралы. Поверхностные интегралы. Касательная плоскость. Теория	УО, КР

	интегралы. Элементы теории поля	поля. Приложение криволинейных и поверхностных интегралов.	
14.	Представление функций рядами	Функциональные ряды. Равномерная сходимость последовательностей и рядов. Признак Вейерштрасса. Степенные ряды. Разложение функций в ряд Тейлора. Ряды Фурье.	КР

Примечание: устный опрос (УО), домашнее задание (ДЗ), контрольная работа (КР), самостоятельная работа (СР), математический диктант (МД), коллоквиум (К).

2.3.3 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Не предусмотрены.

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1.	Подготовка к текущему контролю	1. Методические указания для подготовки к занятиям лекционного и семинарского типа. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г. 2. Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г. 3. Методические указания по использованию интерактивных методов обучения. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5т от 05 мая 2022 г. 4. Методические указания по подготовке эссе, рефератов, курсовых работ. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5т от 05 мая 2022 г.
2.	Выполнение лабораторных работ и расчетно-графических заданий	1. Методические указания по выполнению лабораторных работ. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г. 2. Методические указания по выполнению расчетно-графических заданий. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла,
- в печатной форме на языке Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины (модуля)

В ходе изучения дисциплины предусмотрено использование следующих образовательных технологий: лабораторные занятия, самостоятельная работа студентов.

Компетентностный подход в рамках преподавания дисциплины реализуется в использовании интерактивных технологий и активных методов: разбора конкретных ситуаций, анализа педагогических задач, в сочетании с внеаудиторной работой.

Информационные технологии, применяемые при изучении дисциплины: использование информационных ресурсов, доступных в информационно-телекоммуникационной сети Интернет.

Адаптивные образовательные технологии, применяемые при изучении дисциплины – для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

Самостоятельная работа студентов является неотъемлемой частью процесса подготовки. Под самостоятельной работой понимается часть учебной планируемой работы, которая выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа направлена на усвоение системы научных и профессиональных знаний, формирования умений и навыков, приобретение опыта самостоятельной творческой деятельности. СРС помогает формировать культуру мышления студентов, расширять познавательную деятельность.

Виды самостоятельной работы по курсу:

а) по целям: к лабораторным занятиям, к контрольной работе, к зачету, выполнение индивидуальных контрольных заданий;

б) по характеру работы: изучение литературы; поиск литературы в библиотеке; конспектирование рекомендуемой для самостоятельного изучения технической литературы; решение задач.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Математический анализ».

Оценочные средства включает контрольные материалы для проведения **текущего контроля** в форме разноуровневых заданий, коллоквиумы, контрольные работы, а также на лабораторных занятиях – ответ у доски и проверка домашних заданий и **промежуточной аттестации** в форме вопросов и заданий к зачету и экзамену.

Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

№ п/п	Код и наименование индикатора (в соответствии с п. 1.4)	Результаты обучения (в соответствии с п. 1.4)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация

1	ОПК-1.1. Применяет базовые знания, полученные в области математических и(или) естественных наук	Владеет навыками применения математического аппарата в других областях математического знания и дисциплинах естественно-научного содержания	<i>Контрольная работа Устный опрос</i>	<i>Вопрос на экзамене 1-3</i>
2	ОПК-1.3 Анализирует и применяет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Умеет пользоваться справочными и обучающими ресурсами для решения различных задач в области математического анализа	<i>Вопросы для устного опроса</i>	<i>Вопрос на экзамене 4-7</i>
3	ПК-1.1. Знает основные понятия, идеи и методы фундаментальных математических дисциплин для решения базовых задач	Владеет навыками применения методов дифференциального и интегрального исчисления	<i>Контрольная работа Устный опрос</i>	<i>Вопрос на экзамене 8-11</i>
4	ПК-1.3. Имеет навыки решения математических задач, соответствующих квалификации, возникающих при проведении научных и прикладных исследований	Владеет навыками решения математических задач	<i>Вопросы для устного опроса</i>	<i>Вопрос на экзамене 12-15</i>

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

4.1.1 Вопросы для устного опроса по теме:

а) «Введение в анализ»

1. Множества и операции над ними.
2. *Функции*: отображения, образ, прообраз, график.
3. Классы функций: последовательность, числовая функция, взаимно однозначное отображение.
4. Операции: сужение, композиция, алгебраические операции.
5. Определение множества действительных чисел.
6. Ограниченные множества.
7. Точная верхняя и нижняя грань.
8. Арифметические операции над числами.
9. Аксиома непрерывности.

б) «Непрерывные функции»

1. Непрерывные в точке функции. Непрерывность на множестве. Примеры.
2. Локальные свойства непрерывных функций.
3. Теорема существования корня. Метод интервалов.
4. Теорема Вейерштрасса.
5. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.

в) «Дифференцируемые функции»

1. Дифференцируемые функции. Дифференциал.
2. Производная. Связь дифференцируемости и существования производной.

3. Геометрический смысл производной, дифференциала.
4. Правила дифференцирования.
5. Теорема Лагранжа. Геометрический смысл.
6. Формула Тейлора. Аппроксимация дифференцируемых функций многочленами.

d) «Неопределенный и определенный интегралы»

1. Первообразная. Неопределенный интеграл.
2. Свойства неопределенного интеграла.
3. Формулы замены переменных и интегрирования по частям.
4. Определенный интеграл. Свойства.
5. Формулы замены переменных и интегрирования по частям.
6. Вычисление площадей с помощью интеграла.

e) Дифференцируемость функций нескольких переменных

1. Дифференцируемые отображения.
2. Частные производные. Связь с дифференцируемостью.
3. Производная композиции.
4. Частные производные высших порядков. Равенство смешанных производных.
5. Формула Тейлора.

f) Криволинейные и поверхностные интегралы

1. Криволинейный интеграл первого рода.
2. Криволинейный интеграл второго рода.
3. Поверхности. Касательный вектор, касательная плоскость и нормаль.
4. Поверхностные интегралы первого рода.
5. Поверхностные интегралы второго рода.
6. Формула Грина.

g) Элементы теории поля

1. Элементы теории поля.
2. Потенциальное поле. Условие потенциальности.

h) Представление функций рядами

1. Степенные ряды. Теорема о радиусе сходимости.
2. Представление функций степенными рядами.
3. Разложение элементарных функций в ряд Тейлора.
4. Тригонометрические ряды. Ряды Фурье. Коэффициенты Фурье.
5. Сходимость ряда Фурье в точке.
6. Разложение в ряд Фурье функции, заданной на произвольном промежутке.
7. Разложение функции только по синусам или только по косинусам.
8. Ряд Фурье по произвольной тригонометрической системе.

4.1.2 Вопросы к коллоквиуму по теме «Предел функции»

1. Бесконечно малые последовательности. Свойства бесконечно малых последовательностей.
2. Предел последовательности. Единственность предела.
3. Свойства предела, связанные с алгебраическими операциями.
4. Свойства предела, связанные с неравенствами.

5. Монотонные последовательности. Критерий существования предела монотонной последовательности.
6. Фундаментальные последовательности. Критерий Коши.
7. $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$, $\underline{\lim}_{n \rightarrow \infty} x_n$.
8. Второй замечательный предел. Число e .
9. Теорема о вложенных и стягивающихся отрезках.
10. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
11. Бесконечно малые функции. Свойства бесконечно малых функций.
12. Предел функции. Его единственность.
13. Свойства предела функции, связанные с алгебраическими операциями.
14. Свойства предела функции, связанные с неравенствами.
15. Предел композиции.
16. Эквивалентность предела по Коши и Гейне.
17. Монотонные функции. Критерий существования предела монотонной функции.
18. Критерий Коши существования предела функции.
19. Односторонние пределы.
20. Сравнение функций (o , O , эквивалентность).
21. Первый замечательный предел и асимптотика тригонометрических функций.
22. Асимптотика логарифма при $x \rightarrow 1$.
23. Асимптотика a^x и $(1+x)^\alpha$ при $x \rightarrow 0$.
24. Асимптотика a^x при $x \rightarrow \infty$ и $\log x$ при $x \rightarrow \infty$ и $x \rightarrow 0$.

Вопросы к коллоквиуму по теме «Дифференцируемые функции. Приложения дифференциального исчисления»

1. Дифференцируемые функции. Дифференциал.
2. Производная. Дифференцируемость и производная.
3. Теорема о наилучшей локальной аппроксимации.
4. Дифференцируемость и алгебраические операции.
5. Дифференцируемость композиции.
6. Дифференцируемость обратной функции.
7. Дифференцируемость элементарных функций.
8. Теорема Ферма.
9. Теорема Лагранжа.
10. Формула Коши.
11. Теорема Ролля.
12. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.
13. Критерий монотонности.
14. Критерий строгой монотонности.
15. Критерий постоянства функции.
16. Локальный экстремум.
17. Выпуклые функции.
18. Критерий выпуклости дифференцируемой функции.
19. Критерий выпуклости дважды дифференцируемой функции.

Вопросы к коллоквиуму по теме «Дифференцируемость функций нескольких переменных»

1. Дифференцируемое отображение.
2. Частные производные. Связь с дифференцируемостью.
3. Производная композиции.

4. Формула Лагранжа.
5. Частные производные высших порядков. Равенство смешанных производных.
6. Формула Тейлора.
7. Экстремумы функций многих переменных. Лемма Ферма.
8. Достаточные условия экстремума стационарной точки.
9. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.

4.1.3 Образцы самостоятельных и контрольных работ

1 семестр

Контрольная работа на тему «Графики функций»

1. Построить эскизы графиков функций:

$$1) y = \frac{x(x+1)}{(x+2)(x+3)}; \quad 2) y = \frac{x(x-1)}{(x+3)}; \quad 3) y = \sqrt{x(x+2)(3-x)};$$

$$4) y = 3^{x-2}; \quad 5) y = \ln \frac{x+2}{x-1}; \quad 6) y = x^2 \cos x$$

2. $f(x) = |\lg x|$. Найти $f(1)$, $f([10; 100])$, $f^{-1}(-2)$, $f^{-1}([1; 3])$.

3. $f(x) = \ln x$, $g(x) = \frac{1}{x^2-1}$. Найти $f \circ f$, $g \circ g$, $f \circ g$ и $g \circ f$. Указать их области определения.

4. Представить $f(x) = \sqrt{\arccos x^2}$ в виде композиции $g_1 \circ g_2 \circ g_3$. Найти область определения.

5. Имеет ли $f(x) = 2x - x^2$ обратную на $D(f)$? Найти f^{-1} на $(-\infty; 1)$.

Контрольная работа на тему «Предел»

1. Вычислить пределы:

$$1) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^2} \right); \quad 2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x-2)^5 (2x-5)^4}{(x+1)^6 (3x-4)^3}; \quad 3) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{6-x}-1}{3-\sqrt{x+4}};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{(x+2)(x-3)} - x \right); \quad 5) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(2x \operatorname{tg} x - \frac{\pi}{\cos x} \right); \quad 6) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\left(\frac{\pi}{2} - x \right)^2};$$

$$7) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x+3} \right)^{\frac{x(x+2)}{x+1}}; \quad 8) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + \sin x}{1 + \operatorname{tg} x} \right)^{\frac{1}{x}}; \quad 9)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sin \sqrt{x+1} - \sin \sqrt{x} \right)$$

Самостоятельная работа по теме «Числовые ряды»

Исследовать сходимость числовых рядов

$$\begin{array}{llll} \text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \sin \frac{\pi}{3^n} & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 - 2n + 2} & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{n^2+4n+5} & \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{n+2}\right)^2 \\ \text{д) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n (2n+1)!} & \text{е) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} n}{n\sqrt{n^2+n+1}} & \text{ж) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln\left(1+\frac{1}{n^2}\right)}{\sqrt[3]{n^2+1}} & \end{array}$$

2 семестр

Контрольная работа на тему «Приложения дифференциального исчисления»

- Исследовать функцию и построить график: а) $y = \frac{x^2(x+2)}{(x-1)^2}$; б) $y = \sqrt{x} \ln x$.
- Найти предел, используя формулу Тейлора: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \sqrt{1-x^2}}{\sin x - x}$.
- Написать разложение по формуле Маклорена до x^3 . Остаточный член записать в форме Пеано и в форме Лагранжа: $y = x \ln(x+1)$.
- Доказать неравенство: $1 - x \leq \frac{1}{1+x} \leq 1 - x + x^2$.

Контрольная работа на тему «Неопределенный и определенный интеграл»

1. Вычислить

$$\begin{array}{llll} 1) \int \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}} & 2) \int x^2 \operatorname{arctg} x dx & 3) \int \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx & 4) \int \frac{(2x+5)dx}{\sqrt{x^2+4x+7}} \\ 5) \int \frac{x^4 dx}{(x^3+1)} & 6) \int_0^1 \frac{e^{2x} + 2e^x}{e^{2x} + 1} dx & 7) \int_1^4 \frac{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[4]{x}}{\sqrt{x}} dx & \end{array}$$

- Найти длину дуги кривой $x = a \sin^3 t$, $y = a \cos^3 t$, $0 \leq t \leq \pi$
- Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x$, $y = \frac{1}{x}$, $x = 3$

Самостоятельная работа по теме «Несобственные интегралы. Функциональные последовательности и ряды»

- Исследовать сходимость:

$$\text{a) } \int_0^1 \sqrt{\frac{\arcsin x}{1-x^2}} dx \text{ (по определению) } \text{b) } \int_2^{\infty} \frac{dx}{x^2 + \sqrt{x}}$$

2. Исследовать на равномерную сходимость на множестве E последовательности:

$$\text{a) } f_n(x) = \frac{n}{x^2 + n}, x \in \mathbb{R}; \quad \text{b) } f_n(x) = \frac{nx}{x^2 + n^2}, x \geq 0;$$

3. Доказать, что ряды равномерно сходятся на указанных множествах:

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2(nx)}{n^3 + x^2 \sqrt{n}}, x \in \mathbb{R}; \quad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{1 + n^4 x^2}, x \in \mathbb{R}.$$

3 семестр

Контрольная работа на тему «Функции нескольких переменных»

1. Определяет ли функция норму в пространстве \mathbb{R}^2 ?

$$1) f(x) = |x_2| + 2|x_1|,$$

$$2) f(x) = |x_2 x_1|$$

Построить единичный шар с центром в точке $(2; 1)$ в соответствующей норме.

2. Найти внутренние, внешние, граничные и предельные точки множества:

$$1. (0; 3) \cup [4; 5] \cup \{-1\};$$

$$2. \{(x; y) : x^2 + y^2 \geq 1\}.$$

3. Сходятся ли последовательности при $k \rightarrow \infty$:

$$1) \left(\frac{\sin k}{k}, \frac{k+2}{k}, \cos \frac{1}{k} \right) \text{ в } \mathbb{R}^3;$$

$$2) \left(\frac{1}{k}, \frac{2}{k^2}, \dots, \frac{n}{k^n} \right) \text{ в } \mathbb{R}^n;$$

$$3) (k; 1; 1) \text{ в } \mathbb{R}^3.$$

4. Найти область определения функции $f(x, y) = \ln x - \ln \sin y$.

5. Найти $f^{-1}(1)$, при отображении $f(x, y) = xy$.

6. Найти, если возможно, $f \circ g$ и $g \circ f$: $f(x_1, x_2, x_3) = \begin{pmatrix} x_1^2 - x_3 \\ x_2^2 + x_1 \end{pmatrix}$, $g(u_1, u_2) = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$.

7. Вычислить: 1) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} (1 + xy^2)^{\frac{1}{x^2 + y^2}}$; 2) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \left(x \sin \frac{1}{y} + y \sin \frac{1}{x} \right)$.

8. Найти значение параметра a , при котором функция будет непрерывной

$$f(x, y) = \begin{cases} x^3 + y^3, & x + y \neq 0 \\ a, & x + y = 0 \end{cases}$$

Контрольная работа на тему «Дифференцируемость функций нескольких переменных»

1. Проверить дифференцируемость функции в точке. Выписать матрицу Якоби и дифференциал.

а) $f(x, y) = 3x^2 + 2x^2y^3$ в $(0, 0)$; б) $f(x) = \begin{pmatrix} 3 \sin x \\ 5x^3 \end{pmatrix}$ в 0 ;

2. Найти значение первого дифференциала функции $f(x, y) = \sqrt[3]{x^2 - y^2}$ в точке $(1, 2)$ на векторе $h = (0, 1, 0, 1)$. Найти $\text{grad } f(1, 2)$.

3. Исследовать на экстремум функцию $f(x, y) = \frac{8}{x} + \frac{x}{y} + y$.

4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x, y) = x^2 - 2y + 3$ в области $D = \{y - x \leq 1, x \leq 0, y \geq 0\}$.

5. Для функции $z(x, y)$ найти $\frac{\partial z(1, 4)}{\partial x}$, $\frac{\partial z(1, 4)}{\partial y}$, если $z(1, 4) = 2$ и $16 - z^3 - xyz = 0$.

6. Преобразовать выражение к новым переменным u и v : $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 4x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - \frac{1}{x} \frac{\partial z}{\partial x}$,
 $u = x^2 + y, v = -x^2 + y$.

Самостоятельная работа по теме «Интегралы, зависящие от параметра»

1. Найти производную по параметру функции

$$F(y) = \int_y^{y^2} e^{-x^2 y} dx.$$

2. Пользуясь признаком Вейерштрасса доказать равномерную сходимость интеграла на множестве E :

$$\int_0^{\infty} e^{-\alpha x} \arctg \alpha x^2 dx, \quad E = [1; \infty).$$

Контрольная работа на тему «Кратные интегралы»

1. Расставить пределы интегрирования (двумя способами): $\iint_D f(x, y) dx dy$,

$D: |x| + |y| \leq 1$.

2. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V xy^2z^3 dx dy dz$, V ограничена поверхностями $z = x^2 + y^2$, $z = 0$, $x = y$, $x = 1$.

3. Вычислить с помощью двойного интеграла площадь области, ограниченной линиями: $y = x^2$, $y = 0,5x^2$, $y = 2x$.

4. В интеграле $\iint_G f(x, y) dx dy$ перейти к полярным координатам:

$$G = \{x^2 + y^2 \leq 2x; x \leq y\}.$$

4 семестр

Контрольная работа на тему «Криволинейные и поверхностные интегралы. Элементы теории поля»

1. Вычислить интеграл, $\int_{\Gamma} x^2 ds$, где Γ – кривая $x^2 + y^2 = a^2$, $y \geq 0$.

2. Вычислить а) непосредственно; б) по формуле Грина $\int_{\Gamma} (x^2 - 2xy) dx + (x - 2y)^2 dy$, где Γ – граница прямоугольника $x = 0$, $x = 2$, $y = 0$, $y = 1$, пробегаемая в положительном направлении.

3. Вычислить $\iint_{\Phi} (x^2 + y^2 + z^2) dS$, где Φ – сфера $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$

4. Вычислить интеграл $\iint_{\Phi} x^6 dy dz + y^4 dz dx + z^2 dx dy$, где Φ – внешняя сторона поверхности $x^2 + y^2 = z$, $z \leq 1$.

5. Найти угол между $\text{rot } \vec{a}(M_1)$ и $\text{rot } \vec{a}(M_2)$,
 $\vec{a} = (x^2 + y^2)\vec{i} + (z^2 + y^2)\vec{j} + (x^2 + z^2)\vec{k}$, $M_1(1,2,3)$, $M_2(1,1,-1)$.

Контрольная работа на тему «Представление функций рядами»

1. Найти радиус и интервал сходимости рядов и исследовать сходимость в концах интервала сходимости:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}} \frac{x^n}{3^n} \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n^4 + 3}{n^3 + 4n}} (x + 2)^n$$

2. Разложить функцию в степенной ряд ($x_0 = 0$) $f(x) = \frac{5 - 2x}{x^2 - 2x - 3}$

3. Написать разложение в ряд Фурье а) $f(x) = \sin \frac{x}{2}$ $x \in (-\pi, \pi)$;

$$\text{б) } f(x) = \arccos(\cos x)$$

4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Вопросы для подготовки экзамену

1 семестр

1. Бесконечные десятичные дроби.
2. Аксиома полноты.
3. Ограниченные множества. Границы множеств.
4. Точные грани. Существование точной верхней и нижней грани.
5. Аксиома Архимеда. Плотность множества рациональных чисел.
6. Функции. Образ. Прообраз. Композиция. График.
7. Операции над функциями. Обратная функция.
8. Бесконечно малые последовательности. Свойства бесконечно малых последовательностей.
9. Предел последовательности. Единственность предела.
10. Свойства предела, связанные с алгебраическими операциями.
11. Свойства предела, связанные с неравенствами.
12. Монотонные последовательности. Критерий существования предела монотонной последовательности.
13. Фундаментальные последовательности. Критерий Коши.
14. $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$, $\liminf_{n \rightarrow \infty} x_n$.
15. Неравенство Бернулли.
16. Второй замечательный предел. Число e .
17. Теорема о вложенных и стягивающихся отрезках.
18. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
19. Бесконечно малые функции. Свойства бесконечно малых функций.
20. Предел функции. Его единственность.
21. Свойства предела функции, связанные с алгебраическими операциями.
22. Свойства предела функции, связанные с неравенствами.
23. Предел композиции.
24. Эквивалентность предела по Коши и Гейне.
25. Монотонные функции. Критерий существования предела монотонной функции.
26. Критерий Коши существования предела функции.
27. Односторонние пределы.
28. Сравнение функций (o , O , эквивалентность).
29. Существование корня n -ой степени.
30. Определение показательной функции. Характеристические свойства.
31. Множество значений показательной функции. Логарифмическая функция.
32. Первый замечательный предел и асимптотика тригонометрических функций.
33. Асимптотика логарифма при $x \rightarrow 1$.
34. Асимптотика a^x и $(1+x)^\alpha$ при $x \rightarrow 0$.
35. Асимптотика a^x при $x \rightarrow \infty$ и $\log x$ при $x \rightarrow \infty$ и $x \rightarrow 0$.
36. Непрерывные функции. Простейшие свойства.
37. Непрерывность основных элементарных функций.
38. Теорема о существовании корня. Следствие из нее.
39. Теорема Вейерштрасса.
40. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.
41. Условие непрерывности монотонной функции.

42. Критерий обратимости непрерывной функции.
43. Периодические функции. Периоды непрерывных функций.
44. Множество периодов периодической функции.

2 семестр

1. Числовой ряд. Критерий сходимости. Необходимый признак сходимости.
2. Признак сравнения сходимости ряда и следствия из него.
3. Гармонический ряд и геометрическая прогрессия.
4. Признак Даламбера сходимости числовых рядов.
5. Признак Коши сходимости числовых рядов.
6. Абсолютная и условная сходимость. Знакопередающиеся ряды . Признак Лейбница.
7. Дифференцируемые функции. Дифференциал.
8. Производная. Дифференцируемость и производная.
9. Геометрический смысл производной. Касательная.
10. Теорема о наилучшей локальной аппроксимации.
11. Дифференцируемость и алгебраические операции.
12. Дифференцируемость композиции.
13. Дифференцируемость обратной функции.
14. Дифференцируемость элементарных функций.
15. Теорема Ферма.
16. Теорема Лагранжа.
17. Формула Коши.
18. Теорема Ролля.
19. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.
20. Критерий монотонности.
21. Критерий строгой монотонности.
22. Критерий постоянства функции.
23. Локальный экстремум.
24. Выпуклые функции.
25. Критерий выпуклости дифференцируемой функции.
26. Критерий выпуклости дважды дифференцируемой функции.
27. Первообразная. Неопределенный интеграл.
28. Замена переменной в неопределенном интеграле.
29. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
30. Разложение рациональных функций на простейшие дроби.
31. Интегрирование простейших дробей.
32. Интегрирование тригонометрических функций.
33. Интегрирование квазимногочленов.
34. Определенный интеграл.
35. Свойства определенного интеграла (линейность, положительность)
36. Свойства определенного интеграла (положительность и следствия из нее).
37. Вычисление площади криволинейной трапеции.
38. Приближенное вычисление интеграла. Формула прямоугольников.
39. Интегральные суммы Римана.
40. Формула трапеций.
41. Несобственный интеграл (по бесконечному промежутку).
42. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла (по бесконечному промежутку).
43. Критерий сходимости несобственного интеграла для $f(x) \geq 0$.
44. Признак сравнения сходимости несобственного интеграла и следствия из него.
45. Несобственный интеграл от неограниченной функции.

46. Функциональные последовательности и ряды.
47. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости ряда.
48. Непрерывность предела последовательности непрерывных функций.
49. Интегрирование функциональных рядов.
50. Дифференцирование функциональных рядов.

3 семестр

1. Линейное пространство R^n . Норма. Шары и окрестности в R^n .
2. Сходимость в R^n .
3. Типы точек.
4. Открытые и замкнутые множества в R^n .
5. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
6. Критерий Коши сходимости последовательности.
7. Теорема Кантора.
8. Лемма Бореля-Лебега.
9. Необходимое и достаточное условие компакта в R^n .
10. Предел функции многих переменных.
11. Предел композиции.
12. Свойства предела функции, связанные с алгебраическими операциями.
13. Свойства предела функции, связанные с неравенствами.
14. Критерий Коши существования предела функции.
15. Равносильность определения предела по Коши и Гейне.
16. Непрерывные отображения.
17. Непрерывные отображения компактов.
18. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.
19. Дифференцируемое отображение.
20. Частные производные. Связь с дифференцируемостью.
21. Производная композиции.
22. Производная по направлению.
23. Формула Лагранжа.
24. Частные производные высших порядков. Равенство смешанных производных.
25. Формула Тейлора.
26. Теорема существования неявной функции.
27. Теорема дифференцирования неявной функции.
28. Теорема об обратной функции.
29. Экстремумы функций многих переменных. Лемма Ферма.
30. Достаточные условия экстремума стационарной точки.
31. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.
32. Площадь. Основные свойства.
33. Верхняя площадь и ее свойства.
34. Построение площади.
35. Критерий квадрируемости.
36. Собственный интеграл, зависящий от параметра. Непрерывность и дифференцируемость.
37. Интегрируемость собственного интеграла, зависящего от параметра.
38. Интеграл, зависящий от параметра (общий случай).
39. Регулярные области. Двойной интеграл.
40. Равенство повторных интегралов.
41. Свойства двойного интеграла.
42. Интегральные суммы Римана.

43. Замена переменной в двойном интеграле.

4 семестр

1. Понятие кривой. Спрямолинейная кривая.
2. Длина кривой. Спрямолинейность гладкой кривой.
3. Криволинейный интеграл первого рода.
4. Криволинейный интеграл второго рода.
5. Поверхности. Касательный вектор, касательная плоскость и нормаль.
6. Ориентация поверхности.
7. Площадь поверхности.
8. Поверхностные интегралы первого рода.
9. Поверхностные интегралы второго рода.
10. Элементы теории поля.
11. Теорема Остроградского-Гаусса.
12. Формула Стокса.
13. Потенциальное поле. Условие потенциальности.
14. Степенные ряды. Теорема о радиусе сходимости.
15. Интегрирование степенных рядов.
16. Дифференцирование степенных рядов.
17. Представление функций степенными рядами.
18. Достаточные условия представления функций степенными рядами.
19. Разложение элементарных функций в ряд Тейлора.
20. Тригонометрические ряды. Ряды Фурье. Коэффициенты Фурье.
21. Интеграл от периодической функции.
22. Вычисление суммы косинусов.
23. Лемма Римана-Лебега.
24. Неравенство Бесселя.
25. Интеграл Дирихле.
26. Сходимость ряда Фурье в точке.
27. Разложение в ряд Фурье функции, заданной на произвольном промежутке.
28. Разложение функции только по синусам или только по косинусам.
29. Равномерная сходимость ряда Фурье.
30. Оценка скорости сходимости.
31. Дифференцирование рядов Фурье.
32. Интегрирование рядов Фурье.
33. Теорема Вейерштрасса (аппроксимация тригонометрическими многочленами).
34. Теорема Вейерштрасса (аппроксимация многочленами).
35. Полнота тригонометрической системы и системы степеней в смысле равномерной сходимости.
36. Полнота тригонометрической системы и системы степеней в смысле средне-квадратического приближения.
37. Минимальное свойство коэффициентов Фурье.
38. Равенство Парсеваля.
39. Ортогональные системы.
40. Скалярное произведение и его свойства.
41. Неравенство Коши-Буняковского. Теорема Пифагора.
42. Ряд Фурье по произвольной тригонометрической системе.
43. Минимальное свойство частичных сумм ряда Фурье (по произвольной системе).
44. Комплексная форма рядов Фурье.
45. Интеграл Фурье и преобразование Фурье.
46. Представление функции своим интегралом Фурье.

47. Свойства преобразования Фурье.
48. Применение преобразования Фурье.

Образцы билетов

1 семестр

1. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - 1}{x(e^{3x} - \sqrt{4x+1})}$
2. Изобразить эскиз графика функции $y = \frac{(1-x)(x+1)}{(x+3)(x-2)}$
3. Точные грани. Существование точной верхней и нижней грани
4. Эквивалентность предела по Коши и Гейне

2 семестр

1. Исследовать функцию и построить график $y = 2x^4 - x^2 - 1$.
2. Вычислить $\int \sin^2 x \cos^2 x dx$.
3. Вычисление площади криволинейной трапеции.
4. Теорема о наилучшей локальной аппроксимации.

3 семестр

1. Исследовать на экстремум функцию: $z = 3(x^2 + y^2) - x^3 + 6y + 3$:
2. Вычислить $\iint_D (2x + y) dx dy$, где D – область, ограниченная линиями $y = x$, $y = 3x$, $x = 2$, $x = 3$.
3. Производная по направлению. Градиент.
4. Компакты. Необходимое и достаточное условие компакта в R^n .

4 семестр

1. Найти радиус и интервал сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2} x^n$
2. Разложить функцию в ряд Фурье $f(x) = \sin \frac{x}{2}$, $x \in (-\pi, \pi)$
3. Поверхностные интегралы первого рода.
4. Оценка скорости сходимости ряда Фурье

Критерии оценивания результатов обучения

Критерии оценивания по зачету:

«зачтено»: студент владеет теоретическими знаниями по данному разделу, знает формы реализации различных алгоритмов алгебры и геометрии, допускает незначительные ошибки; студент умеет правильно объяснять изученный материал, иллюстрируя его примерами программ.

«не зачтено»: материал не усвоен или усвоен частично, студент затрудняется привести примеры программ, реализующих поставленные задачи; довольно ограниченный объем знаний программного материала.

Оценка	Критерии оценивания по экзамену
Высокий уровень «5» (отлично)	оценку «отлично» заслуживает студент, освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал без пробелов; выполнивший все задания, предусмотренные учебным планом на высоком качественном уровне; практические навыки профессионального применения освоенных знаний сформированы.
Средний уровень «4» (хорошо)	оценку «хорошо» заслуживает студент, практически полностью освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не оценены максимальным числом баллов, в основном сформировал практические навыки.
Пороговый уровень «3» (удовлетворительно)	оценку «удовлетворительно» заслуживает студент, частично с пробелами освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, многие учебные задания либо не выполнил, либо они оценены числом баллов близким к минимальному, некоторые практические навыки не сформированы.
Минимальный уровень «2» (неудовлетворительно)	оценку «неудовлетворительно» заслуживает студент, не освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не выполнил, практические навыки не сформированы.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

5. Перечень учебной литературы, информационных ресурсов и технологий

5.1. Учебная литература

5.1.1. Основная литература

1. Зорич В. А. Математический анализ: учебник для студентов вузов. Ч. 1 / В. А. Зорич. - Изд. 5-е. - М.: МЦНМО, 2007. - 657 с.
2. Зорич В. А. Математический анализ: учебник для студентов вузов. Ч. 2 / В. А. Зорич. - Изд. 5-е. - М.: МЦНМО, 2007. - 789 с.
3. Барсукова В. Ю., Цалюк З. Б. Математический анализ: учебное пособие для студентов 2 курса факультета математики и компьютерных наук. Ч. 2 / Фак. математики и компьютерных наук Кубанского гос. ун-та. - Краснодар: [Просвещение-Юг], 2014. - 72 с.
4. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М.: Физматлит, 2010. – 496 с.
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2226
5. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды. М.: Физматлит, 2009. – 504 с.
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2227
6. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 3. Функции нескольких переменных.
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2220
7. Берман, Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2016. — 492 с. <https://e.lanbook.com/reader/book/73084/>

5.1.2. Дополнительная литература

1. Афанасьева Т. Н., Барсукова В. Ю., Бачурская А. Ф., Засядко О. В., Цалюк М. В. Практикум по математическому анализу (Функции и графики): учебное пособие для студентов 1 курса факультета математики и компьютерных наук КубГУ /, - 2-е изд. - Краснодар, 2013. - 87 с.
2. Кудрявцев, Л. Д. Курс математического анализа в 3 т. Том 1: учебник для бакалавров / Л. Д. Кудрявцев. — 6-е изд., перераб. и доп. — М. Издательство Юрайт, 2017. — 703 с.
www.biblio-online.ru/book/7C2C72EF-CCB8-46A9-8933-E57E32874DC0
3. Кудрявцев, Л. Д. Курс математического анализа в 3 т. Том 2 в 2 книгах. Книга 1: учебник для академического бакалавриата / Л. Д. Кудрявцев. — 6-е изд., перераб. и доп. — М.: Издательство Юрайт, 2017. — 396 с.
www.biblio-online.ru/book/7D271B58-9EC1-4580-8A72-3004490773F2
4. Кудрявцев, Л. Д. Курс математического анализа в 3 т. Том 2 в 2 книгах. Книга 2 : учебник для академического бакалавриата / Л. Д. Кудрявцев. — 6-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 323 с.
www.biblio-online.ru/book/085ABC9E-507F-4FC7-BCD7-661681AA3382
5. Кудрявцев, Л. Д. Курс математического анализа в 3 т. Том 3: учебник для бакалавров / Л. Д. Кудрявцев. — 6-е изд., перераб. и доп. — М.: Издательство Юрайт, 2017. — 351 с.
www.biblio-online.ru/book/5DF5043B-0826-4B08-9CF5-E8F4F92C7970

6. Никольский С.М. Курс математического анализа. М.: Физматлит, 2001. – 591 с.
<https://e.lanbook.com/reader/book/2270/>
7. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт. Том 1 [Электронный ресурс]: учеб. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2016. — 608 с.
<https://e.lanbook.com/reader/book/71768/>
8. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт. Том 2 [Электронный ресурс]: учеб. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2016. — 800 с.
<https://e.lanbook.com/book/71769>
9. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: Учебник. В 3-х тт. Том 3 [Электронный ресурс]: учеб. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2009. — 656 с.
<https://e.lanbook.com/reader/book/409/>

5.2. Периодическая литература

1. Базы данных компании «Ист Вью» <http://dlib.eastview.com>
2. Электронная библиотека GREBENNIKON.RU <https://grebennikon.ru/>

5.3. Интернет-ресурсы, в том числе современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Электронно-библиотечные системы (ЭБС):

1. ЭБС «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
2. ЭБС «УНИВЕРСИТЕТСКАЯ БИБЛИОТЕКА ОНЛАЙН» www.biblioclub.ru
3. ЭБС «BOOK.ru» <https://www.book.ru>
4. ЭБС «ZNANIUM.COM» www.znanium.com
5. ЭБС «ЛАНЬ» <https://e.lanbook.com>

Профессиональные базы данных:

1. Web of Science (WoS) <http://webofscience.com/>
2. Scopus <http://www.scopus.com/>
3. ScienceDirect www.sciencedirect.com
4. Журналы издательства Wiley <https://onlinelibrary.wiley.com/>
5. Научная электронная библиотека (НЭБ) <http://www.elibrary.ru/>
6. Полнотекстовые архивы ведущих западных научных журналов на Российской платформе научных журналов НЭИКОН <http://archive.neicon.ru>
7. Национальная электронная библиотека (доступ к Электронной библиотеке диссертаций Российской государственной библиотеки (РГБ) <https://rusneb.ru/>
8. Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина <https://www.prlib.ru/>
9. Электронная коллекция Оксфордского Российского Фонда
<https://ebookcentral.proquest.com/lib/kubanstate/home.action>
10. Springer Journals <https://link.springer.com/>
11. Nature Journals <https://www.nature.com/siteindex/index.html>
12. Springer Nature Protocols and Methods
<https://experiments.springernature.com/sources/springer-protocols>
13. Springer Materials <http://materials.springer.com/>
14. zbMath <https://zbmath.org/>
15. Nano Database <https://nano.nature.com/>
16. Springer eBooks: <https://link.springer.com/>
17. "Лекториум ТВ" <http://www.lektorium.tv/>
18. Университетская информационная система РОССИЯ <http://uisrussia.msu.ru>

Информационные справочные системы:

1. Консультант Плюс - справочная правовая система (доступ по локальной сети с компьютеров библиотеки)

Ресурсы свободного доступа:

1. Кафедра высшей алгебры МГУ
<http://halgebra.math.msu.su/wiki/doku.php/courses:studprac2015>
2. Самаров К.Л. Презентация для студентов по математике
<http://www.resolventa.ru/metod/student/determinant.htm>
3. Американская патентная база данных <http://www.uspto.gov/patft/>
4. Полные тексты канадских диссертаций <http://www.nlc-bnc.ca/thesescanada/>
5. КиберЛенинка (<http://cyberleninka.ru/>);
6. Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
<https://www.minobrnauki.gov.ru/>;
7. Федеральный портал "Российское образование" <http://www.edu.ru/>;
8. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"
<http://window.edu.ru/>;
9. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов <http://school-collection.edu.ru/> .
10. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов
(<http://fcior.edu.ru/>);
11. Проект Государственного института русского языка имени А.С. Пушкина "Образование на русском" <https://pushkininstitute.ru/>;
12. Справочно-информационный портал "Русский язык" <http://gramota.ru/>;
13. Служба тематических толковых словарей <http://www.glossary.ru/>;
14. Словари и энциклопедии <http://dic.academic.ru/>;
15. Образовательный портал "Учеба" <http://www.ucheba.com/>;
16. Законопроект "Об образовании в Российской Федерации". Вопросы и ответы
http://xn--273--84d1f.xn--plai/voprosy_i_otvety

Собственные электронные образовательные и информационные ресурсы

КубГУ:

1. Среда модульного динамического обучения <http://moodle.kubsu.ru>
2. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций <http://mschool.kubsu.ru/>
3. Библиотека информационных ресурсов кафедры информационных образовательных технологий <http://mschool.kubsu.ru;>
4. Электронный архив документов КубГУ <http://docspace.kubsu.ru/>
5. Электронные образовательные ресурсы кафедры информационных систем и технологий в образовании КубГУ и научно-методического журнала "ШКОЛЬНЫЕ ГОДЫ" <http://icdau.kubsu.ru/>

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

7. Материально-техническое обеспечение по дисциплине (модулю)

Наименование специальных помещений	Оснащенность специальных помещений	Перечень лицензионного программного обеспечения
Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер	Microsoft Office
Учебные аудитории для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер	Microsoft Office

Для самостоятельной работы обучающихся предусмотрены помещения, укомплектованные специализированной мебелью, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Наименование помещений для самостоятельной работы обучающихся	Оснащенность помещений для самостоятельной работы обучающихся	Перечень лицензионного программного обеспечения
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (читальный зал Научной библиотеки)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (ауд.301н, 309н, 320н)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	