

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебной работе,  
качеству образования – первый  
проректор  
Хагуров Т.А.  
подпись  
« 25 » 05 2022 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
Б1.О.14 «Дифференциальные и разностные уравнения»

Направление подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и  
информационные технологии

Направленность (профиль) Математическое и программное обеспечение  
компьютерных технологий

Форма обучения очная

Квалификация Бакалавр

Краснодар 2022


Рабочая программа дисциплины ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ И РАЗНОСТНЫЕ УРАВНЕНИЯ составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии

Программу составил:

А.Д. Колотий доцент кафедры прикладной математики, кандидат физ.-мат. наук



Рабочая программа дисциплины Дифференциальные и разностные уравнения утверждена на заседании кафедры прикладной математики протокол № 10 «24» мая 2022 г. Заведующий кафедрой (разработчика) Уртенев М.Х.



Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры вычислительных технологий протокол № 8 «22» мая 2022 г. Заведующий кафедрой (выпускающей) Вишняков Ю.М.



Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета компьютерных технологий и прикладной математики протокол № 6 «25» мая 2022 г. Председатель УМК факультета Коваленко А.В.



Рецензенты:

Шапошникова Татьяна Леонидовна

Директор института фундаментальных наук (ИФН) ФГБОУ ВО «КубГТУ»

Марков Виталий Николаевич

Профессор кафедры информационных систем и программирования института компьютерных систем и информационной безопасности (ИКСиИБ) ФГБОУ ВО «КубГТУ»

## 1 Цели и задачи изучения дисциплины (модуля)

### 1.1 Цель освоения дисциплины

- ознакомить студентов с начальными навыками математического моделирования;
- показать возникающие принципиальные трудности при переходе от реального объекта к его математической идеализации;
- показать разницу между «хорошими» и «плохими» моделями.

### 1.2 Задачи дисциплины

- формирование у студента представления о дифференциальных уравнениях, как математических моделях явлений и процессов различной природы;
- выработка навыков использования классических методов «Дифференциальных уравнений»;
- освоение студентами синтеза классических методов теории дифференциальных уравнений с современными идеями качественных, численных и асимптотических методов.

### 1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Дифференциальные и разностные уравнения» относится к обязательной части Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана.

Данная дисциплина тесно связана с дисциплинами базовой части Блока 1: дифференциальное исчисление, дискретная математика, алгебра, интегральное исчисление, функциональные последовательности и ряды.

### 1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

Код и наименование индикатора*	Результаты обучения по дисциплине
<b>ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</b>	
ОПК-1.1. Знает основные положения и концепции в области математических и естественных наук, Базовые теории и истории основного, теории коммуникации; знает основную терминологию.	Знает: <ul style="list-style-type: none"><li>– основные понятия математического анализа и теории дифференциальных уравнений;</li><li>– основные свойства и теоремы математического анализа и теории дифференциальных уравнений;</li></ul>
ОПК-1.2. Умеет осуществлять первичный сбор и анализ материала, интерпретировать различные математические объекты.	<ul style="list-style-type: none"><li>– основные методы математического анализа и теории дифференциальных уравнений;</li><li>– основные типы интегрируемых уравнений 1-го порядка и методы их решения.</li></ul>
ОПК-1.3. Имеет практический опыт работы с решением стандартных математических задач и применяет его в профессиональной деятельности.	Умеет: <ul style="list-style-type: none"><li>– решать основные типы дифференциальных уравнений 1-го порядка;</li><li>– решать уравнения высшего порядка методом понижения порядка;</li><li>– находить общее и частное решение линейного уравнения с постоянными коэффициентами и с правой частью специального вида;</li><li>– используя определения, проводить исследования, связанные с основными понятиями;</li><li>– применять методы теории дифференциальных уравнений к доказательству теорем и решению задач.</li></ul>

Код и наименование индикатора*	Результаты обучения по дисциплине
	Владеет: <ul style="list-style-type: none"> <li>– современными знаниями о дифференциальных уравнениях и приложениях этой теории;</li> <li>– основными понятиями курсов математический анализ и алгебра и теория чисел, относящихся к дифференциальным уравнениям</li> <li>– методами выбора и анализа математических моделей физических явлений;</li> <li>– навыками доказательства теорем о структуре общего решения линейных уравнений второго порядка.</li> </ul>

Результаты обучения по дисциплине достигаются в рамках осуществления всех видов контактной и самостоятельной работы обучающихся в соответствии с утвержденным учебным планом.

Индикаторы достижения компетенций считаются сформированными при достижении соответствующих им результатов обучения.

## 2. Структура и содержание дисциплины

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц (180 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице

Виды работ		Всего часов	Форма обучения
			очная
			3 семестр (часы)
<b>Контактная работа, в том числе:</b>			
<b>Аудиторные занятия (всего):</b>			
занятия лекционного типа		34	34
лабораторные занятия		50	50
практические занятия			
семинарские занятия			
<b>Иная контактная работа:</b>			
Контроль самостоятельной работы (КСР)		6	6
Промежуточная аттестация (ИКР)		0,5	0,5
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>			
Самостоятельное изучение разделов, самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным и практическим занятиям, коллоквиумам и т.д.)		40	40
Подготовка к текущему контролю		13,6	13,8
<b>Контроль:</b>			
Подготовка к экзамену		35,7	35,7
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>час.</b>	<b>180</b>	<b>180</b>
	<b>в том числе контактная работа</b>	<b>90,5</b>	<b>90,5</b>
	<b>зач. ед</b>	<b>5</b>	<b>5</b>

### 2.2 Содержание дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины. Разделы (темы) дисциплины, изучаемые в 3 семестре (очная форма)

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	2	3	4	5	6	7

1.	Основные понятия и определения. Методы решения основных типов уравнений первого порядка.	15	3		8	4
2.	Уравнения, не разрешенные относительно производной.	6			3	3
3.	Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для одного уравнения и систем дифференциальных уравнений. Свойства решений линейных однородных систем.	8	4			4
4.	Разные уравнения первого порядка.	10			6	4
5.	Фундаментальная матрица и её свойства. Линейные неоднородные системы. Метод вариации произвольных постоянных для линейных систем.	6	3			3
6.	Уравнения, допускающие понижение порядка. Методы их решения.	8			4	4
7.	Линейные дифференциальные уравнения n-ого порядка. Свойства решений линейных дифференциальных уравнений n-ого порядка. Метод вариации произвольных постоянных.	9	3		3	3
8.	Линейные однородные дифференциальные уравнения n-ого порядка с постоянными коэффициентами. Построение общего решения.	11	4		3	4
9.	Линейные неоднородные дифференциальные уравнения n-ого порядка с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения.	10	2		4	4
10.	Однородные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Построение решения.	11	3		4	4
11.	Поиск частного решения неоднородной системы с постоянными коэффициентами.	11	3		4	4
12.	Устойчивость по Ляпунову. Геометрическая интерпретация. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению.	10	2		4	4
13.	Поведение траекторий линейной однородной системы дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.	13	4		5	4
14.	Линейные разностные уравнения второго порядка.	6	3			3
15.	Обзор пройденного материала и прием зачета.	3,8			2	1,8
	<i>ИТОГО по разделам дисциплины</i>	137,8	34		50	53,8
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	6				
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,5				
	Подготовка к текущему контролю	35,7				
	Общая трудоемкость по дисциплине	180	34		50	53,8

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

## 2.3 Содержание разделов (тем) дисциплины

### 2.3.1 Занятия лекционного типа

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Форма текущего контроля
1.	Основные понятия и определения. Методы решения основных типов уравнений первого порядка.	Понятие дифференциального уравнения и его решения. Задача Коши. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Линейные уравнения первого порядка. Уравнения в полных дифференциалах.	Т
2.	Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для одного уравнения и систем дифференциальных уравнений. Свойства решений линейных	Теорема существования и единственности Пикара для одного дифференциального уравнения и систем. Теорема существования Пеано. Теорема о гладкости решений дифференциальных уравнений. Теорема Лиувилля для линейных однородных систем. Пять теорем о свойствах решений линейных однородных систем.	Т

	однородных систем.		
3.	Фундаментальная матрица и её свойства. Линейные неоднородные системы. Метод вариации произвольных постоянных для линейных систем.	Понятие фундаментальной матрицы. Утверждение о представлении решения неоднородной системы и следствие из него. Сведение линейного дифференциального уравнения $n$ -ого порядка к линейной системе. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для линейного уравнения $n$ -ого порядка.	Т
4.	Линейные дифференциальные уравнения $n$ -ого порядка. Свойства решений линейных дифференциальных уравнений $n$ -ого порядка. Метод вариации произвольных постоянных.	Пять теорем о свойствах решений линейных однородных дифференциальных уравнений $n$ -ого порядка. Понижение порядка линейного однородного дифференциального уравнения. Поиск частного решения неоднородного уравнения методом вариации произвольных постоянных.	К
5.	Линейные однородные дифференциальные уравнения $n$ -ого порядка с постоянными коэффициентами. Построение общего решения.	Представление общего решения в случае различных характеристических чисел, в случае кратных характеристических чисел и в случае уравнения с вещественными коэффициентами. Лемма о линейной независимости функции.	Т
6.	Линейные неоднородные дифференциальные уравнения $n$ -ого порядка с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения.	Метод неопределенных коэффициентов для поиска частного решения линейных неоднородных уравнений с постоянными коэффициентами. Нерезонансный и резонансный случаи. Случай уравнения с вещественными коэффициентами.	Т
7.	Однородные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Построение решения.	Представление общего решения в случае матрицы простой структуры, в случае вещественной матрицы и в случае матрицы общего вида. Метод неопределенных коэффициентов поиска общего решения однородной системы с постоянными коэффициентами.	Т
8.	Поиск частного решения неоднородной системы с постоянными коэффициентами.	Метод неопределенных коэффициентов для поиска частного решения неоднородной системы с постоянными коэффициентами. Нерезонансный, резонансный и вещественный случаи.	К
9.	Устойчивость по Ляпунову. Геометрическая интерпретация. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению.	Определение устойчивости по Ляпунову. Сведение исследования устойчивости ненулевого решения к исследованию устойчивости нулевого решения. Критерий Раусса-Гурвица.	Т
10.	Поведение траекторий линейной однородной системы дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.	Вид особой точки: узел, седло, фокус, центр. Случаи дикритического и вырожденного узла.	Т
11.	Линейные разностные уравнения второго порядка.	Шесть теорем о линейных разностных уравнениях второго порядка. Однородные разностные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.	Т

### 2.3.2 Занятия семинарского типа

Не предусмотрены.

### 2.3.3 Лабораторные занятия

№	Наименование лабораторных работ	Форма текущего контроля
1	3	4
1.	Уравнения с разделенными и разделяющимися переменными и приводящиеся к ним.	Проверка выполнения лабораторной работы
2.	Однородные уравнения и приводящиеся к ним.	Проверка выполнения лабораторной работы
3.	Линейные уравнения первого порядка, уравнения Бернулли и Риккати, методы их решения.	Проверка выполнения лабораторной работы
4.	Уравнения в полных дифференциалах и приводящиеся к ним. Интегрирующий множитель.	Проверка выполнения контрольной работы
5.	Уравнения, не разрешенные относительно производной.	Проверка выполнения лабораторной работы, проверка коллоквиума
6.	Разные уравнения первого порядка.	Проверка выполнения лабораторной работы
7.	Уравнения, допускающие понижение порядка. Методы их решения.	Проверка выполнения контрольной работы
8.	Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами.	Проверка выполнения лабораторной работы
9.	Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения.	Проверка выполнения лабораторной работы
10.	Метод вариации произвольных постоянных для неоднородных дифференциальных уравнений.	Проверка выполнения лабораторной работы
11.	Линейные уравнения с переменными коэффициентами. Формула Остроградского – Лиувилля.	Проверка выполнения контрольной работы
12.	Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами. Собственные вектора и собственные значения.	Проверка выполнения лабораторной работы
13.	Линейные неоднородные системы с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения.	Проверка выполнения лабораторной работы
14.	Метод вариации произвольных постоянных для линейных неоднородных систем.	Проверка выполнения лабораторной работы
15.	Устойчивость. Исследование на устойчивость по первоначальному приближению. Исследование на устойчивость с помощью функции Ляпунова.	Проверка выполнения контрольной работы, проверка коллоквиума
16.	Положение равновесия. Исследование на устойчивость нулевого решения.	Проверка выполнения лабораторной работы
17.	Особые точки. Исследование особой точки.	Проверка выполнения лабораторной работы

Защита лабораторной работы (ЛР), выполнение курсового проекта (КП), курсовой работы (КР), расчетно-графического задания (РГЗ), написание реферата (Р), эссе (Э), коллоквиум (К), тестирование (Т) и т.д.

### 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	Самостоятельное изучение разделов, самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и	Методические указания по организации самостоятельной работы по дисциплине «Дифференциальные уравнения», утвержденные кафедрой прикладной математики, протокол №7 от 18.04.2018 г.

учебных пособий, подготовка к лабораторным и практическим занятиям, коллоквиумам и т.д.)	
--	--

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла,
- в печатной форме на языке Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### **3. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины (модуля)**

С точки зрения применяемых методов используются как традиционные информационно-объяснительные лекции, так и интерактивная подача материала с мультимедийной системой. Компьютерные технологии в данном случае обеспечивают возможность разнопланового отображения алгоритмов и демонстрационного материала. Такое сочетание позволяет оптимально использовать отведенное время и раскрывать логику и содержание дисциплины.

Лекции представляют собой систематические обзоры дифференциальных уравнений.

Лабораторное занятие позволяет научить студента применять теоретические знания при решении и исследовании конкретных задач. Лабораторные занятия проводятся в традиционных аудиториях. Подход разбора конкретных ситуаций широко используется как преподавателем, так и студентами при проведении анализа результатов самостоятельной работы. Это обусловлено тем, что в процессе исследования часто встречаются задачи, для которых единых подходов не существует. Каждая конкретная задача при своем исследовании имеет множество подходов, а это требует разбора и оценки целой совокупности конкретных ситуаций.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

### **12. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации**

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Дифференциальные уравнения».

Оценочные средства включает контрольные материалы для проведения **текущего контроля** в форме опроса, разноуровневых заданий и **промежуточной аттестации** в форме вопросов и заданий к экзамену, зачету.

#### **Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации**

№ п/п	Код и наименование индикатора	Результаты обучения	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная



				аттестация
1	Основные понятия и определения теории дифференциальных уравнений первого порядка.	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы, контрольная работа по теме	Вопрос на экзамене 1-3
2	Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для одного уравнения и систем дифференциальных уравнений.	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 4-7
3	Свойства решений линейных однородных систем.	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 8-10
4	Фундаментальная матрица и её свойства. Линейные неоднородные системы.	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 11-12
5	Линейные дифференциальные уравнения n-ого порядка. Метод вариации произвольных постоянных для неоднородного уравнения n-ого порядка.	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 13-17
6	Линейные однородные дифференциальные уравнения n-ого порядка с постоянными коэффициентами. Построение общего решения.	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы, контрольная работа по теме	Вопрос на экзамене 18-20
7	Неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения.	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы, контрольная работа по теме	Вопрос на экзамене 21-23
8	Свойства нулей решения дифференциальных уравнений. Теорема Штурма. Решение линейных дифференциальных уравнений с помощью рядов.	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 24-27
9	Зависимость решения от начальных значений и параметров.	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 28-30
10	Однородные системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Построение общего решения.	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы, контрольная работа по теме	Вопрос на экзамене 31-33
11	Линейные неоднородные системы с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения.	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы, контрольная работа по теме	Вопрос на экзамене 34-35
12	Устойчивость по Ляпунову. Геометрическая интерпретация. Устойчивость нулевого решения однородной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 36-38
13	Лемма Ляпунова. Теорема Четаева. Устойчивость по первому приближению.	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 39-41
14	Поведение траекторий линейной однородной системы дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 42-45
15	Невырожденные положения равновесия автономной системы	ОПК-1.1 ОПК-1.2	Устный опрос, проверка самостоятельной	Вопрос на

	второго порядка. Устойчивость периодических решений.	ОПК-1.3	неаудиторной работы	экзамене 46-48
16	Краевые задачи.	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 49-52
17	Уравнения с частными производными первого порядка.	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 53-55

**Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

### **Вопросы для семинаров, коллоквиумов, собеседования**

#### **БИЛЕТ 1**

1. Теорема существования и единственности для линейных систем.
2. Теорема Лиувилля для линейных однородных систем.
3. Задача. Уравнения в полных дифференциалах и приводящиеся к ним.

#### **БИЛЕТ 2**

1. Простейшие классы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.
2. Свойства решений линейных однородных систем (теоремы 1, 2, 3).
3. Задача. Однородные уравнения и приводящиеся к ним.

#### **БИЛЕТ 3**

1. Утверждение о представлении решения неоднородной системы, следствие.
2. Лемма о линейной независимости функций вида  $x^k e^{\lambda_j x}$ .
3. Задача. Уравнения, не разрешенные относительно производной.

#### **БИЛЕТ 4**

1. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для линейного уравнения n-ого порядка.
2. Поиск частного решения линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами (резонансный случай).
3. Задача. Уравнения с разделенными и разделяющимися переменными и приводящиеся к ним.

#### **БИЛЕТ 5**

1. Теорема о гладкости решений дифференциальных уравнений.
2. Понижение порядка линейного однородного дифференциального уравнения.
3. Задача. Линейные уравнения первого порядка.

### **Комплект заданий для контрольной работы**

**Тема 1.** Дифференциальные уравнения первого порядка.

Задание: Определить тип и решить каждое дифференциальное уравнение первого порядка.

Вариант 1

$$1. (2t + 3x - 1)dt = (5 - 4t - 6x)dx;$$

2.  $xy' = e^y + 2y'$ ;
3.  $dy + (xy - xy^3)dx = 0$ ;
4.  $x^2y' - 2xy = 3y$ ;
5.  $y' - 1 = e^{x+2y}$ .

Вариант 2

1.  $y \sin x + y' \cos x = 1$ ;
2.  $2x^3 + y = xy'$ ;
3.  $x(x-1)y' + 2xy = 1$ ;
4.  $y' - 1 = \frac{y}{x(x+1)}$ ;
5.  $xy' - 2y = -2x^2$ .

**Тема 2.** Дифференциальные уравнения высших порядков.

Задание: Решить уравнение.

Вариант 1

1.  $xyy' - xy'^2 - yy' = 0$ ;
2.  $xy^{(5)} - y^{(4)} = 0$ ;
3.  $y^{(4)} - 2y''' + 2y'' - 2y' + y = 0$ ;
4.  $y^{(5)} + 8y''' + 16y' = 0$ ;
5.  $y'' + 5y' + 6y = \cos 2x$ ;
6.  $y'' + 4y' + 3y = \cos x$ ;
7.  $y'' + y = \operatorname{tg} x$ ;
8.  $y'' - y' = \frac{e^x}{1+e^x}$ ;
9.  $x^2y'' - 3xy' + 3y = 5x^2 - x$ ;
10.  $x^2y'' - xy' - 3y = 5x^4$ .

Вариант 2

1.  $y''' - 7y'' + 16y' - 12y = 0$ ;
2.  $y^{(4)} + 4y''' + 8y'' + 16y' + 16y = 0$ ;
3.  $y''^2 = 4(y' - 1)$ ;
4.  $xy'' = y' \ln \frac{y'}{x}$ ;
5.  $y''' + y' = \frac{1}{\cos x}$ ;
6.  $y''' + y' = \frac{\sin x}{\cos^2 x}$ ;
7.  $y'' - 4y' + 3y = \sin x$ ;
8.  $y'' - 5y' + 6y = \sin 2x$ ;
9.  $x^2y'' - 3xy' + 3y = 5x^2 - x$ ;
10.  $x^2y'' - xy' - 3y = 5x^4$ .

**Тема 3.** Системы дифференциальных уравнений.

Задание: Решить систему уравнений.

Вариант 1

1. 
$$\begin{cases} x' = y, \\ y' = -4x + 4y, \\ z' = -2x + y + 2z. \end{cases}$$
2. 
$$\begin{cases} x' = 2x + 6y - 15z, \\ y' = x + y - 5z, \\ z' = x + 2y - 6z. \end{cases}$$
3. 
$$\begin{cases} x' = -x - 2y + 2e^t, \\ y' = -2x + 2y + 5e^t. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x' = 4x + 2y, \\ y' = -x + y + 2e^t. \end{cases}$$

Вариант 2

$$1. \begin{cases} x' = 9x - 6y - 2z, \\ y' = 18x - 12y - 3z, \\ z' = 18x - 9y - 6z. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x' = 4x + 6y - 15z, \\ y' = x + 3y - 5z, \\ z' = x + 2y - 4z. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x' = -x + 3y, \\ y' = -x + 3y + e^{-t}. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x' = 4x + y - e^{-2t}, \\ y' = -5x - 2y. \end{cases}$$

### Зачетно-экзаменационные материалы для промежуточной аттестации (экзамен/зачет)

#### Вопросы для подготовки к экзамену

1. Понятие дифференциального уравнения и его решения. Задача Коши. Простейшие классы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка (с разделяющимися переменными, однородные, линейные уравнения первого порядка, в полных дифференциалах).

2. Теорема существования и единственности Пикара для одного дифференциального уравнения и систем (без доказательств). Теорема существования Пеано (без доказательства). Теорема существования и единственности для линейных систем (без доказательства). Теорема о гладкости решений дифференциальных уравнений.

3. Свойства решений линейных однородных систем (теоремы 1, 2, 3).

4. Свойства решений линейных однородных систем (теоремы 4, 5).

5. Теорема Лиувилля для линейных однородных систем.

6. Фундаментальная матрица и её свойства.

7. Линейные неоднородные системы дифференциальных уравнений. Утверждение о представлении решения неоднородной системы, следствие. Метод вариации произвольных постоянных для поиска частного решения неоднородной системы.

8. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка. Сведение к линейной системе. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для линейного уравнения n-го порядка.

9. Свойства решений линейных однородных дифференциальных уравнений n-го порядка (теоремы 1, 2, 3).

10. Свойства решений линейных однородных дифференциальных уравнений n-го порядка (теоремы 4, 5, теорема Лиувилля).

11. Понижение порядка линейного однородного дифференциального уравнения.

12. Поиск частного решения неоднородного уравнения методом вариации произвольных постоянных.

13. Линейные уравнения n-ого порядка с постоянными коэффициентами. Представление общего решения в случае различных характеристических чисел.

14. Лемма о линейной независимости функций вида  $x^k e^{\lambda_j x}$ .

15. Представление общего решения в случае кратных характеристических чисел.

16. Представление общего решения линейного уравнения n-го порядка в случае уравнения с вещественными коэффициентами.

17. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения методом неопределенных коэффициентов (нерезонансный случай).

18. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения методом неопределенных коэффициентов (резонансный случай).

19. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения методом неопределенных коэффициентов (случай уравнения с вещественными коэффициентами).

20. Однородные системы с постоянными коэффициентами. Представление общего решения в случае матрицы простой структуры.

21. Утверждение о вещественности общего решения в случае вещественной матрицы.

22. Вид общего решения линейной однородной системы дифференциальных уравнений в случае матрицы общего вида.

23. Метод неопределенных коэффициентов поиска общего решения однородной системы с постоянными коэффициентами.

24. Однородные системы с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения методом неопределенных коэффициентов (нерезонансный случай).

25. Однородные системы с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения методом неопределенных коэффициентов (резонансный случай).

26. Однородные системы с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения методом неопределенных коэффициентов (вещественный случай).

27. Определение устойчивости по Ляпунову. Сведение исследования устойчивости ненулевого решения к исследованию устойчивости нулевого решения. Геометрическая интерпретация.

28. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению (без доказательства). Критерий Раусса-Гурвица (без доказательства).

29. Поведение траекторий линейных однородных систем дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами (узел, седло).

30. Поведение траекторий линейных однородных систем дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами (фокус, центр).

31. Поведение траекторий линейных однородных систем дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами (дискритический узел и случай  $\lambda_1 \neq 0, \lambda_2 \neq 0$ ).

32. Поведение траекторий линейных однородных систем дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами (вырожденный узел и случай  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ ).

33. Линейные разностные уравнения второго порядка. Теоремы 1, 2, 3.

34. Линейные разностные уравнения второго порядка. Теоремы 4, 5, 6.

Однородные разностные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

### Критерии оценивания результатов обучения

Оценка	Критерии оценивания по экзамену
Высокий уровень «5» (отлично)	оценку «отлично» заслуживает студент, освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал без пробелов; выполнивший все задания, предусмотренные учебным планом на высоком качественном уровне; практические навыки профессионального применения освоенных знаний сформированы.
Средний уровень «4» (хорошо)	оценку «хорошо» заслуживает студент, практически полностью освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не оценены максимальным числом баллов, в основном сформировал практические навыки.

Пороговый уровень «3» (удовлетворительно)	оценку «удовлетворительно» заслуживает студент, частично с пробелами освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, многие учебные задания либо не выполнил, либо они оценены числом баллов близким к минимальному, некоторые практические навыки не сформированы.
Минимальный уровень «2» (неудовлетворительно)	оценку «неудовлетворительно» заслуживает студент, не освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не выполнил, практические навыки не сформированы.

#### Критерии оценивания по зачету:

«зачтено»: студент владеет теоретическими знаниями по данному разделу, допускает незначительные ошибки, справляется с материалом без видимых затруднений; студент умеет правильно объяснять материал, подкрепляя его примерами, и, применяя полученные знания при решении практических задач.

«не зачтено»: материал не усвоен или усвоен частично, студент затрудняется привести примеры, решает задачи с видимыми затруднениями; довольно ограниченный объем знаний теоретического материала.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## 5. Перечень учебной литературы, информационных ресурсов и технологий

### 5.1. Учебная литература

1. Филиппов, Алексей Федорович. Введение в теорию дифференциальных уравнений : учебник для студентов вузов по группе физико-математических направлений и

- специальностей / А. Ф. Филиппов. - Изд. стер. - Москва : URSS : [ЛЕНАНД], 2015. - 239 с. - (Классический учебник МГУ). - Библиогр.: с. 234-236.
2. Филиппов, Алексей Федорович. Сборник задач по дифференциальным уравнениям : [более 1400 задач с ответами : учебное пособие] / А. Ф. Филиппов. - Изд. 5-е. - Москва : URSS : [Книжный дом "ЛИБРОКОМ"], 2013. - 237 с. - (Классический учебник МГУ). - ISBN 9785397036368 : 129.00.
3. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению : учебное пособие / В. К. Романко, Н. Х. Агаханов, В. В. Власов, Л. И. Коваленко. - 6-е изд. - Москва : Лаборатория знаний, 2020. - 222 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/135528>. - ISBN 978-5-00101-799-8.
4. Петровский, Иван Георгиевич. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений : учебник для механико-мат. фак. ун-тов / И. Г. Петровский. - Изд. 6-е, стер. - М. : [Едиториал УРСС], 2003. - 272 с. : ил. - ISBN 5354001838 : 109/00.
5. Хеннер, В. К. Обыкновенные дифференциальные уравнения, вариационное исчисление, основы специальных функций и интегральных уравнений : учебное пособие / В. К. Хеннер, Т. С. Белозерова, М. В. Хеннер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 320 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/210038>. - ISBN 978-5-8114-2592-1.
6. Демидович, Б.П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения : учебное пособие / Б.П. Демидович, И.А. Марон, Э.З. Шувалова. - 5-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2021. - 400 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/167810>. - ISBN 978-5-8114-0799-6.

## **5.2. Периодическая литература**

Не используется.

## **5.3. Интернет-ресурсы, в том числе современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

### **Электронно-библиотечные системы (ЭБС):**

1. ЭБС «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
2. ЭБС «УНИВЕРСИТЕТСКАЯ БИБЛИОТЕКА ОНЛАЙН» [www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)
3. ЭБС «BOOK.ru» <https://www.book.ru>
4. ЭБС «ZNANIUM.COM» [www.znanium.com](http://www.znanium.com)
5. ЭБС «ЛАНЬ» <https://e.lanbook.com>

### **Профессиональные базы данных:**

1. Web of Science (WoS) <http://webofscience.com/>
2. Scopus <http://www.scopus.com/>
3. Научная электронная библиотека (НЭБ) <http://www.elibrary.ru/>
4. Национальная электронная библиотека (доступ к Электронной библиотеке диссертаций Российской государственной библиотеки (РГБ) <https://rusneb.ru/>
5. Springer Materials <http://materials.springer.com/>
6. zbMath <https://zbmath.org/>
7. ScienceDirect <https://www.sciencedirect.com/>
8. Журналы издательства Wiley <https://onlinelibrary.wiley.com/>
9. Полнотекстовые архивы ведущих западных научных журналов на Российской платформе научных журналов НЭИКОН <http://archive.neicon.ru>
10. "Лекториум ТВ" <http://www.lektorium.tv/>

### **Информационные справочные системы:**

1. Консультант Плюс - справочная правовая система (доступ по локальной сети с компьютеров библиотеки)

### **Ресурсы свободного доступа:**

1. КиберЛенинка (<http://cyberleninka.ru/>);
2. Федеральный портал "Российское образование" <http://www.edu.ru/>;
3. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" <http://window.edu.ru/>;
4. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов <http://school-collection.edu.ru/> .
5. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (<http://fcior.edu.ru/>);
6. Словари и энциклопедии <http://dic.academic.ru/>;
7. Образовательный портал "Учеба" <http://www.ucheba.com/>;

### **Собственные электронные образовательные и информационные ресурсы КубГУ:**

1. Среда модульного динамического обучения <http://moodle.kubsu.ru>
2. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций <http://infoneeds.kubsu.ru/>
3. Электронный каталог Научной библиотеки КубГУ <http://megapro.kubsu.ru/MegaPro/Web>
4. Библиотека информационных ресурсов кафедры информационных образовательных технологий <http://mschool.kubsu.ru>

### **6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной теоретический материал, лабораторных занятий, позволяющих студентам в полной мере ознакомиться с понятием дифференциальных уравнений и освоиться в решении практических задач.

Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине «Дифференциальные уравнения».

Целью самостоятельной работы бакалавра является углубление знаний, полученных в результате аудиторных занятий. Вырабатываются навыки самостоятельной работы. Закрепляются опыт и знания, полученные во время лабораторных занятий.

Самостоятельная работа студентов в ходе изучения дисциплины состоит в выполнении индивидуальных заданий, задаваемых преподавателем, ведущим лабораторные занятия, подготовки теоретического материала к лабораторным занятиям, на основе конспектов лекций и учебной литературы, согласно календарному плану и подготовки теоретического материала к тестовому опросу, зачету и экзамену, согласно вопросам к экзамену.

Указания по оформлению работ:

- работа на лабораторных занятиях и конспекты лекций могут выполняться на отдельных листах либо непосредственно в рабочей тетради;
- оформление индивидуальных заданий желательно на отдельных листах.

Проверка индивидуальных заданий по темам, разобранным на лабораторных занятиях, осуществляется через неделю на текущем лабораторном занятии, либо в течение недели после этого занятия на консультации.

Для разъяснения непонятных вопросов лектором и ассистентом еженедельно проводятся консультации, о времени которых группы извещаются заранее.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.



## 7. Материально-техническое обеспечение по дисциплине (модулю)

Наименование специальных помещений	Оснащенность специальных помещений	Перечень лицензионного программного обеспечения
Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа	Мебель: учебная мебель	Программное обеспечение не предусмотрено
Учебные аудитории для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Мебель: учебная мебель	Программное обеспечение не предусмотрено

Для самостоятельной работы обучающихся предусмотрены помещения, укомплектованные специализированной мебелью, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Наименование помещений для самостоятельной работы обучающихся	Оснащенность помещений для самостоятельной работы обучающихся	Перечень лицензионного программного обеспечения
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (читальный зал Научной библиотеки)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	Программное обеспечение не предусмотрено
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (ауд.102а)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	Программное обеспечение не предусмотрено