

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебной работе,  
качеству образования – первый  
проректор

Т.А. Хагуров  
подпись

« 30 » \_\_\_\_\_ 2022 г.



## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### Б1.О.13.04 Дифференциальные уравнения

Направление подготовки: 11.03.02 Инфокоммуникационные технологии и системы связи

Направленность (профиль): Оптические системы и сети связи

Форма обучения: очная

Квалификация: бакалавр

Краснодар 2022

Рабочая программа дисциплины Б1.О.13.04 ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 11.03.02 Инфокоммуникационные технологии и системы связи

Программу составил(и):  
Гаврилюк М.Н., доцент, д.ф.-м.н., доцент



---

Рабочая программа дисциплины Б1.О.13.04 ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ утверждена на заседании кафедры ТЕОРИИ ФУНКЦИИ протокол № 9 «12» апреля 2022 г.  
Заведующий кафедрой Голуб М.В.



---

Рабочая программа дисциплины Б1.О.13.04 ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ утверждена на заседании кафедры ОПТОЭЛЕКТРОНИКИ протокол № 9 «13» апреля 2022 г.  
Заведующий кафедрой (выпускающей) Яковенко Н.А



---

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук протокол № 6 «6» мая 2022 г.  
Председатель УМК факультета/института Шмалько С. П.



---

Рецензенты:

Гусаков Валерий Александрович, канд. физ. – мат. наук,  
директор ООО «Просвещение – Юг»

Засядко Ольга Владимировна, доцент кафедры информационных образовательных технологий, канд. физ. - мат. наук, доцент

## 1. Цели и задачи изучения дисциплины

**1.1 Цель дисциплины** - освоение методов решения дифференциальных уравнений и приложений этих методов к решению задач из курса физики, а также задач комплексного и вещественного анализа.

### 1.2 Задачи дисциплины

- Формирование основных понятий теории обыкновенных дифференциальных уравнений.
- Формирование знаний о свойствах решений дифференциальных уравнений первого порядка: с разделяющимися переменными, однородных и приводящихся к ним, уравнений в полных дифференциалах; овладение точными методами интегрирования.
- Формирование знаний о линейном дифференциальном уравнении первого порядка. Овладение методами решения Лагранжа и Бернулли.
- Формирование знаний в вопросах существования и единственности решения задачи Коши для дифференциальных уравнений и систем.
- Овладение приближенными и численными методами интегрирования дифференциальных уравнений.
- Формирование знаний о линейном дифференциальном уравнении первого порядка. Овладение методами решения Лагранжа и Бернулли.
- Формирование умений и навыков решения дифференциальных уравнений высших порядков путем понижения порядка уравнения.
- Формирование знаний о структуре общего решения дифференциальных уравнений высших порядков. Овладение методом Лагранжа.
- Формирование умений и навыков построения общего решения линейного однородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами в зависимости от значений характеристических чисел.
- Формирование умений и навыков в поиске частного решения линейных неоднородных дифференциальных уравнений высших порядков по правой части специального вида. Овладение методом неопределенных коэффициентов
- Формирование знаний о свойствах решений однородной линейной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Овладение методом Эйлера.
- Формирование знаний о структуре решения неоднородной линейной системы дифференциальных уравнений с постоянными

коэффициентами. Овладение методами нахождения частного решения.

### 1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» относится к базовой части Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана.

Знания, полученные в этом курсе, используются в функциональном анализе, уравнениях математической физики, теории чисел, методах оптимизации, теоретической механики.

От изучающего настоящий курс требуется знание университетского курса анализа в достаточно строгом и углубленном изложении, основные сведения из теории определителей, высшей алгебры и дифференциальной геометрии.

### 1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
1.	ОПК-1.1	Способность представлять адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики	Основные понятия и теоремы курса дифференциальных уравнений и способы их применения в других областях знаний	Решать задачи по дифференциальным уравнениям, а также применять полученные знания при решении задач других дисциплин	Навыками практического использования методов решения дифференциальных уравнений при решении различных задач

## 2. Структура и содержание дисциплины

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 зач.ед. (108 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице (для студентов ОФО).

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры			
		3			
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	54	54			
В том числе:					
Занятия лекционного типа	36	36			
Занятия семинарского типа (практические занятия)	18	18			
<b>Самостоятельная работа (всего)</b>					
Самостоятельная работа	45	45			
КСР	117	117			
Вид промежуточной аттестации (экзамен)		экзамен			
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>216</b>	<b>216</b>			
час					
зач. ед.	6	6			

### 2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы дисциплины, изучаемые в 3 семестре

№ раз дел а	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Самостоятельн ая работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	2	3	4	5	6	7
1.	Основные понятия. Задача Коши.	6	2	1	-	2
2.	Дифференциальные уравнения первого порядка.	18	10	4	-	4
3.	Дифференциальные уравнения высших порядков.	12	4	2	-	4
4.	Линейные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами	16	10	6	-	4
5.	Системы линейных дифференциальных уравнений.	14	8	4	-	2
6.	Применение степенных рядов к интегрированию дифференциальных уравнений	6	2	1	-	2
	<b>Подготовка к экзамену</b>	36				
	<b>Итого по дисциплине</b>	108	36	18		18

### 2.3 Содержание разделов дисциплины:

В данном разделе (таблица 1) приводится описание содержания дисциплины, структурированное по разделам, с указанием по каждому разделу формы текущего контроля: написание и выступление с докладом (сообщением) (Д), коллоквиум (К), аттестация по итогам первой половины семестра (Ат), опрос по основным теоретическим положениям (О), проверка домашнего задания (Дз), контрольная работа (Кр), выполнение типового индивидуального задания (Из) и т.д.

#### 2.3.1 Занятия лекционного типа

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4

1.	<p>Основные понятия. Задача Коши</p>	<p>Понятие обыкновенного дифференциального уравнения. Общее и частные решения. График решения. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.</p>	<p>Ат</p>
2.	<p>Дифференциальные уравнения первого порядка</p>	<p>Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши. Геометрическая интерпретация дифференциального уравнения. Поле направлений. Метод изоклин. Уравнения первого порядка с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения и приводящимися к ним.</p> <p>Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод Бернулли и Лагранжа. Уравнение Бернулли. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.</p> <p>Понятие метрического пространства. Принцип сжатых отображений. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной.</p> <p>Особые решения дифференциальных уравнений. Огибающая семейства кривых.</p>	<p>Ат</p>

3.	Дифференциальные уравнения высших порядков	<p>Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижения порядка.</p> <p>а) Уравнения вида <math>y^{(n)} = f(x)</math>.</p> <p>б) Уравнения вида <math>F(x, y^{(k)}, y^{(k+1)}, \dots, y^{(n)}) = 0</math>.</p> <p>в) Уравнения, не содержащие независимого переменного: <math>F(y, y', \dots, y^{(n)}) = 0</math>.</p> <p>Линейные однородные дифференциальные уравнения высшего порядка.          Линейно зависимые и независимые функции.          Определитель Вронского.          Фундаментальная система решений. Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения.          Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высшего порядка. Структура общего решения. Метод Лагранжа вариации произвольной постоянной.</p>	К
4.	Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.	<p>Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.          Построение общего решения в случае:</p> <p>а) различных характеристических чисел;          б) кратных характеристических чисел;          в) в случае комплексно-сопряженных корней</p>	<p>Ат</p> <p>Примеры различных подходов к интегрированию дифференциальных уравнений (дискуссия).</p>



		<p>характеристического уравнения.</p> <p>Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида:</p> <p>а) <math>f(x) = e^{\alpha x}</math>.</p> <p>б) <math>f(x) = e^{\alpha x} P_m(x)</math>.</p> <p>г)</p> <p><math>f(x) = e^{\alpha x} (a \cos \beta x + b \sin \beta x)</math>.</p> <p>Поиск частного решения методом неопределенных коэффициентов.</p>	
5.	<p>Линейные дифференциальные уравнения <math>n</math>-го порядка с постоянными коэффициентами.</p>	<p>Линейные дифференциальные уравнения <math>n</math>-го порядка с постоянными коэффициентами.</p> <p>Основные понятия.</p> <p>Построение общего решения однородного дифференциального уравнения.</p> <p>Поиск частного решения неоднородного уравнения и правой частью специального вида.</p> <p>Линейные однородные дифференциальные уравнения <math>n</math>-го порядка с постоянными коэффициентами.</p> <p>Построение общего решения уравнения.</p> <p>Линейные неоднородные дифференциальные уравнения <math>n</math>-го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.</p>	

		Методы нахождения частного решения.	
6.	Системы линейных дифференциальных уравнений.	<p>Системы дифференциальных уравнений, основные понятия. Фазовое пространство. Задача Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.</p> <p>Метод исключения для нормальных систем дифференциальных уравнений (сведение системы уравнений к одному уравнению).</p> <p>Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных при нахождении общего решения линейной неоднородной системы уравнений.</p> <p>Линейная однородная система дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Нахождение решения системы по методу Эйлера.</p> <p>Линейные неоднородные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения в случае правых частей специального вида.</p> <p>Элементы теории устойчивости.</p>	
7.	Применение степенных рядов к интегрированию дифференциальных уравнений.	Применение степенных рядов к интегрированию дифференциальных уравнений.	

### 2.3.2 Занятия семинарского типа

№	Наименование раздела	Тематика практических занятий (семинаров)	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Основные понятия. Задача Коши	Понятие обыкновенного дифференциального уравнения. Общее и частные решения. График решения. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.	О,Дз
2.	Дифференциальные уравнения первого порядка	<p>Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши. Геометрическая интерпретация дифференциального уравнения. Поле направлений. Метод изоклин. Уравнения первого порядка с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения и приводящимися к ним.</p> <p>Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод Бернулли и Лагранжа. Уравнение Бернулли. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.</p> <p>Понятие метрического пространства. Принцип сжатых отображений.</p>	<p>О,Дз , Кр</p> <p>Уравнения Лежандра и Клеро (доклад).</p> <p>Определение типа дифференциальных уравнений</p> <p>Самостоятельное составление дифференциальных уравнений. (дискуссия).</p>

		<p>Теорема существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной.</p> <p>Особые решения дифференциальных уравнений. Огибающая семейства кривых.</p>	
3.	Дифференциальные уравнения высших порядков	<p>Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижения порядка.</p> <p>а) Уравнения вида <math>y^{(n)} = f(x)</math>.</p> <p>б) Уравнения вида <math>F(x, y^{(k)}, y^{(k+1)}, \dots, y^{(n)}) = 0</math>.</p> <p>в) Уравнения, не содержащие независимого переменного: <math>F(y, y', \dots, y^{(n)}) = 0</math>.</p> <p>Линейные однородные дифференциальные уравнения высшего порядка.</p> <p>Линейно зависимые и независимые функции. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений. Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения.</p> <p>Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высшего порядка. Структура общего решения. Метод Лагранжа вариации произвольной постоянной.</p>	О, Дз, Из, К

4.	<p>Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.</p>	<p>Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Построение общего решения в случае:</p> <p>а) различных характеристических чисел;</p> <p>б) кратных характеристических чисел;</p> <p>в) в случае комплексно-сопряженных корней характеристического уравнения.</p> <p>Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида:</p> <p>а) <math>f(x) = e^{\alpha x}</math>.</p> <p>б) <math>f(x) = e^{\alpha x} P_m(x)</math>.</p> <p>г) <math>f(x) = e^{\alpha x} (a \cos \beta x + b \sin \beta x)</math>.</p> <p>Поиск частного решения методом неопределенных коэффициентов.</p>	О,Дз
5.	<p>Линейные дифференциальные уравнения <math>n</math>-го порядка с постоянными коэффициентами.</p>	<p>Линейные дифференциальные уравнения <math>n</math>-го порядка с постоянными коэффициентами.</p> <p>Основные понятия.</p> <p>Построение общего решения однородного дифференциального уравнения.</p>	О,Дз

		<p>Поиск частного решения неоднородного уравнения и правой частью специального вида.</p> <p>Линейные однородные дифференциальные уравнения <math>n</math>-го порядка с постоянными коэффициентами. Построение общего решения уравнения.</p> <p>Линейные неоднородные дифференциальные уравнения <math>n</math>-го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида. Методы нахождения частного решения.</p>	
6.	Системы линейных дифференциальных уравнений	<p>Системы дифференциальных уравнений, основные понятия. Фазовое пространство. Задача Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.</p> <p>Метод исключения для нормальных систем дифференциальных уравнений (сведение системы уравнений к одному уравнению).</p> <p>Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных при нахождении общего решения линейной неоднородной системы уравнений.</p>	<p>О, Дз, Кр</p> <p>Фазовое пространство. Задача Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений (доклад)</p>

		<p>Линейная однородная система дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Нахождение решения системы по методу Эйлера. Линейные неоднородные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения в случае правых частей специального вида. Элементы теории устойчивости.</p>	
7.	<p>Применение степенных рядов к интегрированию дифференциальных уравнений.</p>	<p>Применение степенных рядов к интегрированию дифференциальных уравнений.</p>	Дз

### 2.3.3 Лабораторные занятия

Лабораторные занятия не предусмотрены.

### 2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы не предусмотрены.

## 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Наименование раздела	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	Уравнения первого порядка	Метод параметра

2	уравнения первого порядка	Уравнения Риккатти и Клеро
3	Теоремы существования и единственности	Дифференциальные уравнения высших порядков
4	Системы дифференциальных уравнений	Метод вариаций свободных постоянных

### 3. Образовательные технологии

Активные и интерактивные формы, лекции, практические занятия, контрольные работы, коллоквиумы, зачеты и экзамены, компьютеры. В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому лабораторному занятию. В семестре проводятся контрольные работы (на лабораторных занятиях). Зачет выставляется после решения всех задач контрольных работ и выполнения самостоятельной работы. Итоговый контроль осуществляется в форме экзамена.

### 4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

#### 4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущей аттестации

#### Примерные задачи для контрольных работ

##### *Контрольная работа №1*

1. Найти общее решение дифференциального уравнения

$$y' = e^{x-y};$$

2. Найти решение дифференциального уравнения

$$xy' + 2y = 2x^4, y(1) = 0.$$

3. Решить дифференциальное уравнение с однородной правой частью



$$y' = \frac{y^2 - x^2}{2xy};$$

4. Решить дифференциальное уравнение

$$(2e^y - x)y' = 1; y(0) = 0.$$

5. Решить уравнение Бернулли

$$y' + 2xy = 2x^3y^3.$$

### **Контрольная работа №2**

1. Найти решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее указанным условиям.

$$y'' + 81y = 0, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 4.$$

2. Найти общее решение дифференциального уравнения

$$y'' - 8y' + 17y = 0.$$

3. Найти общее решение дифференциального уравнения

$$y'' + 7y' - 8y = 10e^{3x}.$$

4. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dx} = y_1 - y_2 + y_3 \\ \frac{dy_2}{dx} = y_1 + y_2 - y_3, \\ \frac{dy_3}{dx} = -y_2 + 2y_3. \end{cases}$$

5. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dx} = y_1 - y_2 + x \\ \frac{dy_2}{dx} = y_1 + y_2 - 2x \end{cases}$$

### Вопросы к коллоквиуму

1. Физические и геометрические задачи, приводящие к дифференциальному уравнению.
2. Понятие обыкновенного дифференциального уравнения. Общее и частные решения. График решения.
3. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши.
4. Геометрическая интерпретация дифференциального уравнения. Поле направлений. Метод изоклин.
5. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.
6. Однородные дифференциальные уравнения.
7. Уравнения, приводящиеся к однородным уравнениям.
8. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка Уравнение Бернулли.
9. Метод Бернулли и Лагранжа решения линейного дифференциального уравнения первого порядка.
10. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
11. Понятие метрического пространства. Принцип сжатых отображений.
12. Доказательство теоремы существования и единственности решения дифференциального уравнения первого порядка.
13. Особые решения дифференциальных уравнений. Огибающая семейства кривых.
14. Дифференциальные уравнения высших порядков, основные понятия. Теорема существования и единственности
15. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижения порядка:
  - а) уравнения вида  $y^{(n)} = f(x)$ ;
  - б) уравнения вида  $F(x, y^{(k)}, y^{(k+1)}, \dots, y^{(n)}) = 0$ , не содержащие искомой функции;
  - в) уравнения вида  $F(y, y', \dots, y^{(n)}) = 0$ , не содержащие независимого переменного.

16. Линейные однородные дифференциальные уравнения высшего порядка. Линейно зависимые и независимые функции. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений. Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения.
17. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высшего порядка. Структура общего решения. Метод Лагранжа вариации произвольной постоянной.
18. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Построение общего решения в случае:
- различных характеристических чисел;
  - кратных характеристических чисел;
  - комплексно-сопряженных характеристических чисел.
19. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида (поиск частного решения методом неопределенных коэффициентов):
- $f(x) = e^{\alpha x}$ .
  - $f(x) = e^{\alpha x} P_m(x)$ .
  - $f(x) = e^{\alpha x} (a \cos \beta x + b \sin \beta x)$ .

## 4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

### Вопросы

#### к экзамену по дисциплине «Дифференциальные уравнения»

- Физические и геометрические задачи, приводящие к дифференциальному уравнению.
- Понятие обыкновенного дифференциального уравнения. Общее и частные решения. График решения.
- Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши.
- Геометрическая интерпретация дифференциального уравнения. Поле направлений. Метод изоклин.
- Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.
- Однородные дифференциальные уравнения.
- Уравнения, приводящиеся к однородным уравнениям.
- Линейные дифференциальные уравнения первого порядка Уравнение Бернулли.

9. Метод Бернулли и Лагранжа решения линейного дифференциального уравнения первого порядка.
10. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
11. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной.
12. Понятие метрического пространства. Принцип сжатых отображений.
13. Доказательство теоремы существования и единственности решения дифференциального уравнения первого порядка.
14. Методы приближенного решения дифференциального уравнения первого порядка.
15. Уравнения, не разрешенные относительно производной.
16. Особые решения дифференциальных уравнений. Огибающая семейства кривых.
17. Дифференциальные уравнения высших порядков, основные понятия. Теорема существования и единственности
18. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижения порядка:
  - а) уравнения вида  $y^{(n)} = f(x)$ ;
  - б) уравнения вида  $F(x, y^{(k)}, y^{(k+1)}, \dots, y^{(n)}) = 0$ , не содержащие искомой функции;
  - в) уравнения вида  $F(y, y', \dots, y^{(n)}) = 0$ , не содержащие независимого переменного.
19. Линейные однородные дифференциальные уравнения высшего порядка. Линейно зависимые и независимые функции. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений. Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения.
20. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высшего порядка. Структура общего решения. Метод Лагранжа вариации произвольной постоянной.
21. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Построение общего решения в случае:
  - а) различных характеристических чисел;
  - б) кратных характеристических чисел;
  - в) в случае комплексно-сопряженных корней характеристического уравнения.
22. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида:
  - а)  $f(x) = e^{\alpha x}$ .

б)  $f(x) = e^{\alpha x} P_m(x)$ .

в)  $f(x) = e^{\alpha x} (a \cos \beta x + b \sin \beta x)$ .

Поиск частного решения методом неопределенных коэффициентов.

23. Линейные однородные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Построение общего решения уравнения.
24. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида. Методы нахождения частного решения.
25. Системы дифференциальных уравнений, основные понятия. Фазовое пространство.
26. Задача Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
27. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных при нахождении общего решения линейной неоднородной системы уравнений.
28. Линейная однородная система дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Нахождение решения системы методом исключения (сведение системы уравнений к одному уравнению).
29. Линейные неоднородные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения в случае правых частей специального вида.
30. Интегрирование дифференциальных уравнений при помощи степенных рядов

### **Примерные билеты к экзамену по дисциплине « Дифференциальные уравнения»**

#### **Билет №1**

1. Физические и геометрические задачи, приводящие к дифференциальному уравнению.
2. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высшего порядка. Структура общего решения. Метод Лагранжа вариации произвольной постоянной.
3. Задача. Решить уравнение  $y'' - y' = e^x \sin x$ .

## Билет №2

1. Понятие обыкновенного дифференциального уравнения. Общее и частные решения. График решения.
2. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Построение общего решения в случае различных характеристических чисел.
3. Задача. Решить систему уравнений 
$$\begin{cases} x' = 2x - 4y + 4e^{-2t}, \\ y' = 2x - 2y. \end{cases}$$

### Критерии оценивания результатов обучения

Оценка	Критерии оценивания по экзамену
«5» (отлично)	оценку «отлично» заслуживает студент, освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал без пробелов; выполнивший все задания, предусмотренные учебным планом на высоком качественном уровне; практические навыки профессионального применения освоенных знаний сформированы.
«4» (хорошо)	оценку «хорошо» заслуживает студент, практически полностью освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не оценены максимальным числом баллов, в основном сформировал практические навыки.
«3» (удовлетворительно)	оценку «удовлетворительно» заслуживает студент, частично с пробелами освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, многие учебные задания либо не выполнил, либо они оценены числом баллов близким к минимальному, некоторые практические навыки не сформированы.
«2» (неудовлетворительно)	оценку «неудовлетворительно» заслуживает студент, не освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не выполнил, практические навыки не сформированы.

#### **4. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

##### 5.1 Основная литература:

1. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений [учебник] – М.: Физматлит, 2009. – 207 с.
2. Демидович Б.П., Кудрявцев В.А. Краткий курс высшей математики. – М.: Астрель, 2007. – 655 с.

##### 5.2 Дополнительная литература:

3. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. – М.:КомКнига, 2006. – 472 с.
4. Письменский Д. Т. Конспект лекций по высшей математике. 2 часть. – 2-е изд., испр., – М.: Айрис-пресс, 2003. – 256 с.: ил.
5. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальные уравнения и др. – М.: Наука, 1985.
6. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1985. – 128 с.
7. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевников Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч.2 Учеб. Пособие для втузов. – М.: Высш. шк., 2005. – 304 с.

##### 5.3. Периодические издания:

#### **6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

1. <http://www.alleng.ru/edu/math9.htm>
2. [http://www.matburo.ru/st\\_subject.php?p=ma](http://www.matburo.ru/st_subject.php?p=ma)
3. <http://pdf-ka.ru/tags/matematicheskiy-analiz>

## 7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Текущий контроль осуществляется преподавателем, ведущим практические занятия на основе выполнения студентами домашних заданий и лабораторного практикума. В течение каждого семестра проводятся контрольные работы и теоретический коллоквиум. Итоговый контроль осуществляется в форме экзамена.

Контрольные, коллоквиумы оцениваются по пятибалльной системе. Экзамены оцениваются по системе: неудовлетворительно, удовлетворительно, хорошо, отлично. На лабораторных занятиях контроль осуществляется при ответе у доски и при проверке домашних заданий.

### Перечень вопросов для самостоятельной работы студентов

Наименование разделов, тем	Перечень теоретических вопросов и иных заданий по самостоятельной работе студентов	Рекомендуемая литература для самостоятельного выполнения заданий
Основные понятия. Задача Коши	Составление дифференциальных уравнений.	[1], [4], [6]
Дифференциальные уравнения первого порядка.	Методы приближенного решения дифференциального уравнения первого порядка. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Уравнения Лежандра и Клеро.	[1], [5], [6]
Дифференциальные уравнения высших порядков.	Применения принципа сжатых отображений. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.	[1], [4], [5]



Линейные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами.	Линейные неоднородные дифференциальные уравнения $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида $f(x) = e^{\alpha x} (P_n(x)\cos \beta x + Q_n(x)\sin \beta x)$ Методы нахождения частного решения).	[1], [3], [4] [5], [6], [7]
Системы линейных дифференциальных уравнений.	Фазовое пространство. Задача Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений.	[5], [6]

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю) (при необходимости)**

### **8.1 Перечень необходимого программного обеспечения**

### **8.2 Перечень необходимых информационных справочных систем**

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий, интерактивная доска, доступ студентов к электронной библиотеке и сети Интернет.