

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебной работе,  
качеству образования – первый  
проректор

Т.А. Хагуров  
подпись

« 30 » \_\_\_\_\_ 2022 г.



## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### Б1.О.16.01 Математический анализ

Направление подготовки: 12.03.04 Биотехнические системы и технологии

Специализация: Инженерное дело в медико-биологической практике

Форма обучения: очная

Квалификация: бакалавр

Краснодар 2022

Рабочая программа дисциплины Б1.О.16.01 МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 12.03.04 Биотехнические системы и технологии

Программу составила:  
Подберезкина А. И., ст. преподаватель



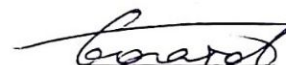
---

Рабочая программа дисциплины Б1.О.16.01 МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ утверждена на заседании кафедры ТЕОРИИ ФУНКЦИЙ протокол № 9 «12» апреля 2022 г.  
Заведующий кафедрой (разработчика) Голуб М. В.



---

Рабочая программа дисциплины Б1.О.16.01 МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ обсуждена на заседании кафедры ФИЗИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ протокол № 11 «15» апреля 2022 г.  
Заведующий кафедрой (выпускающей) Богатов Н. М.



---

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук протокол № 6 «6» мая 2022 г.  
Председатель УМК факультета/института Шмалько С. П.



---

Рецензенты:

Гусаков Валерий Александрович,  
канд. физ. – мат. наук, директор ООО «Просвещение – Юг»

Засядко Ольга Владимировна, канд. физ. – мат. наук, доцент  
доцент кафедры информационных образовательных технологий

## **1 Цели и задачи изучения дисциплины.**

### **1.1 Цель освоения дисциплины.**

**Цель дисциплины** – изучение теоретических основ математического анализа, освоение методов исследования функций и формирование у студентов способности применять полученные знания к построению и анализу математических моделей физических процессов.

### **1.2 Задачи дисциплины**

Задачи освоения дисциплины состоят в обучении студентов основным математическим методам, а также в приложении этих методов к решению различных задач при изучении специальных дисциплин, а также в их дальнейшей профессиональной деятельности.

Формирование у студента фундаментальных понятий и знаний:

- формирование знаний о действительных числах и операциях с действительными числами;
- формирование знаний о свойствах пределов последовательностей и пределов функций одной и многих переменных. Овладение методами вычисления пределов;
- формирование знаний о локальных и глобальных свойствах непрерывных функций одной и многих переменных;
- формирование знаний о производных, их геометрическом и физическом смысле, дифференцируемых функциях одной и нескольких переменных, а также навыков их применения к исследованию свойств функций и отысканию их приближенных значений;
- формирование знаний об интегрировании функций одной и многих переменных, включая определенные, криволинейные, кратные и поверхностные интегралы; овладения навыками их вычисления и применения;
- формирование представлений об основных элементах теории поля, овладение навыками применения формулы Грина, Стокса и Остроградского-Гаусса;
- формирование знаний о числовых, функциональных и степенных рядах, умений и навыков использования представления функций в виде ряда Тейлора;

### **1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы**

Дисциплина «Математический анализ» относится к обязательной части Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана. В соответствии с рабочим учебным планом дисциплина изучается на 1 курсе по очной форме обучения. Вид промежуточной аттестации: экзамен.

Для успешного освоения данного предмета студенты должны владеть математическими знаниями в рамках программы средней школы.

Знания, полученные при изучении этого курса, используются в дифференциальных уравнениях, уравнениях математической физики, дискретной математике, математической логике и др., а также в физических дисциплинах, таких как оптика, теоретическая физика, механика и др.

### **1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

Код и наименование индикатора*достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
<b>ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в инженерной деятельности, связанной с разработкой, проектированием, конструированием, технологиями производства и эксплуатации биотехнических систем</b>	
ИОПК-1.1. Применяет знания математики в инженерной практике при моделировании биотехнических систем	Знает основные положения и принципы математического анализа, физическую сущность фундаментальных понятий.
	Умеет решать стандартные задачи математического анализа
	Владеет базовыми знаниями в области математики и естественнонаучных дисциплин, навыками практического использования математических методов к решению типовых профессиональных задач

Результаты обучения по дисциплине достигаются в рамках осуществления всех видов контактной и самостоятельной работы обучающихся в соответствии с утвержденным учебным планом.

Индикаторы достижения компетенций считаются сформированными при достижении соответствующих им результатов обучения.

## 2. Структура и содержание дисциплины

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 10 зачетных единицы (360 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице

Виды работ	Всего часов	Форма обучения			
		очная		очно-заочная	заочная
		1 семестр (часы)	2 семестр (часы)	X семестр (часы)	X курс (часы)
<b>Контактная работа, в том числе:</b>	132,6	68,3	64,3		
<b>Аудиторные занятия (всего):</b>	132	68	64		
занятия лекционного типа	66	34	32		
лабораторные занятия					
практические занятия	66	34	32		
семинарские занятия					
<b>Иная контактная работа:</b>	15,6	7,3	8,3		
Контроль самостоятельной работы (КСР)	15	7	8		
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,6	0,3	0,3		
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>	150	69	81		
<i>Контрольная работа</i>	39	19	20		
<i>Самостоятельное изучение разделов, самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным и практическим занятиям, коллоквиумам и т. д.)</i>	111	50	61		
Подготовка к текущему контролю					
<b>Контроль:</b>	62,4	35,7	26,7		
Подготовка к экзамену	62,4	35,7	26,7		
<b>Общая</b>	<b>час.</b>	360	180	180	



<b>трудоемкость</b>	<b>в том числе контактная работа</b>	132,6	68,3	64,3		
	зач. ед	10	5	5		

## 2.2 Содержание дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.  
Разделы (темы) дисциплины, изучаемые в 1 семестре (очная форма обучения)

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа СРС
			Л	ПЗ	ЛР	
1.	Введение в анализ..		4	2		9
2.	Предел последовательности.		4	4		10
3.	Предел функции.		4	4		10
4.	Непрерывность функции.		4	2		10
5.	Дифференцирование функций одной переменной.		6	6		10
6.	Неопределённый интеграл		4	6		10
7.	Определённый интеграл, несобственный интеграл, приложения определенного интеграла.		8	10		10
	<i>ИТОГО по разделам дисциплины</i>	137	34	34		69
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	7				
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,3				
	Подготовка к текущему контролю	35,7				
	Общая трудоемкость по дисциплине	180				

Разделы дисциплины, изучаемые во 2 семестре (очная форма обучения)

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа СРС
			Л	ПЗ	ЛР	
8.	Функции многих переменных..		4	4		10
9.	Дифференцирование функций многих переменных.		6	6		12
10.	Кратные интегралы и их приложения.		8	8		14
11.	Криволинейные интегралы.		4	4		13
12.	Поверхностные интегралы. Элементы теории поля.		6	6		12
13.	Числовые и функциональные ряды.		2	2		10
14.	Степенные ряды.		2	2		10
	<i>ИТОГО по разделам дисциплины</i>	145	32	32		81
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	8				
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,3				
	Подготовка к текущему контролю	26,7				
	Общая трудоемкость по дисциплине	180				

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

## 2.3 Содержание разделов (тем) дисциплины

### 2.3.1 Занятия лекционного типа

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Форма текущего контроля
---	-----------------------------	---------------------------	-------------------------

1.	Введение в анализ..	<p>Предмет математического анализа. Понятие множества, операции над ними. Логическая символика.</p> <p>Мощность множества. Счетность рациональных чисел. Несчетность действительных чисел.</p> <p>Множество действительных чисел, их свойства. Абсолютная величина числа. Множества на прямой, окрестности.</p> <p>Верхняя и нижняя грани числовых множеств. Теорема существования верхней (нижней) грани числового множества.</p> <p>Принцип Архимеда. Принцип вложенных отрезков.</p> <p>Общее понятие функции (отображения). Композиция функций. Обратная функция.</p> <p>Числовые функции. Основные элементарные функции, их свойства и графики.</p> <p>Функции, заданные неявно, параметрическими уравнениями и уравнениями в полярных координатах.</p>	УО К
2.	Предел последовательности.	<p>Определение предела последовательности. Свойства сходящейся последовательности: единственность предела, ограниченность сходящейся последовательности.</p> <p>Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.</p> <p>Арифметические операции над сходящимися последовательностями. Свойства сходящейся последовательности, связанные с неравенствами</p> <p>Предел монотонной последовательности. Число «<math>\epsilon</math>».</p> <p>Принцип стягивающихся отрезков.</p> <p>Подпоследовательности и частичные пределы числовой последовательности. Лемма Больцано-Вейерштрасса.</p> <p>Фундаментальные последовательности. Критерий Коши сходимости числовой последовательности.</p>	УО К
3.	Предел функции.	<p>Понятие предела функции. Различные определения предела.</p> <p>Бесконечно малые и бесконечно большие функции.</p> <p>Свойства пределов функций. Арифметические операции над функциями, имеющими пределы. Свойства предела функции, связанные с неравенствами. Предел композиции функций. Пределы монотонных функций. Критерий Коши существования предела функции. Первый замечательный предел и его следствия. Второй замечательный предел и его следствия.</p>	УО К
4.	Непрерывность функции.	<p>Понятие непрерывности функции в точке. Локальные свойства непрерывных функций, непрерывных в точке.</p> <p>Точки разрыва функции. Непрерывность основных элементарных функций.</p> <p>Свойства функций, непрерывных на отрезке. Теорема Больцано-Коши (о промежуточном значении функции). Следствие теоремы. Первая теорема Вейерштрасса (об ограниченности функции). Вторая теорема Вейерштрасса (о достижении функцией экстремальных значений).</p> <p>Сравнение функций. <math>O</math> – символика. Теоремы об эквивалентных функциях. Сравнение бесконечно малых функций..</p>	УО К
5.	Дифференцирование функций одной переменной	<p>Определение производной, ее геометрический и механический смысл. Односторонние и бесконечные производные. Таблица производных основных элементарных функций.</p> <p>Дифференциал функции. Геометрический и физический смысл дифференциала</p> <p>Правила дифференцирования.</p> <p>Производная обратной функции, функции, заданной</p>	УО К

		<p>неясно и параметрически. Таблица производных основных элементарных функций.</p> <p>Производная композиции функций. Инвариантность формы первого дифференциала.</p> <p>Производные и дифференциалы высших порядков.</p> <p>Дифференциалы высших порядков от сложных функций.</p> <p>Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей.</p> <p>Многочлен Тейлора и формула Тейлора дифференцируемой функции, различные формы записи остаточного члена. Применения формулы Тейлора к нахождению пределов и значений функций.</p> <p>Исследование функций: условия постоянства и монотонности; экстремумы, направление выпуклости графика функции, точки перегиба, асимптоты.</p> <p>Экстремальные значения функции на отрезке.</p>	
6.	Неопределенный интеграл.	<p>Первообразная функции и неопределенный интеграл, свойства. Таблица неопределенных интегралов основных элементарных функций.</p> <p>Основные методы интегрирования: замена переменного, интегрирование по частям.</p> <p>Простые дроби и их интегрирование. Разложение рациональной функции на простые дроби.</p> <p>Интегрирование рациональных функций. Интегрирование иррациональных функций. Интегрирование тригонометрических и гиперболических функций.</p>	УО
7.	Определённый интеграл и его приложения, несобственный интеграл.	<p>Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Понятие определенного интеграла. Необходимое условие интегрируемости. Суммы Дарбу и их свойства.</p> <p>Критерий интегрируемости по Риману. Классы интегрируемых функций.</p> <p>Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона – Лейбница.</p> <p>Понятие длины кривой. Дифференциал дуги гладкой кривой. Вычисление длины дуги с помощью определенного интеграла.</p> <p>Понятие площади плоской фигуры. Выражение площади интегралом.</p> <p>Понятие объема пространственной области. Вычисление объема тела с помощью поперечных сечений. Объем тела вращения. Вычисление площадей поверхностей вращения.</p> <p>Приложение определенного интеграла к задачам физики.</p> <p>Несобственные интегралы. Интегралы с бесконечными пределами. Интегралы от неограниченных функций.</p> <p>Признаки сравнения и некоторые условия их сходимости.</p>	УО
8.	Функции многих переменных	<p>Линейное пространство <math>R^m</math>. Норма, сходимость последовательности точек. Открытые и замкнутые множества, их свойства, окрестности.</p> <p>Вещественная функция двух переменных и ее график, линии уровня. Двойные и повторные пределы. Предел функции многих переменных, непрерывность.</p> <p>Локальные свойства непрерывных функций.</p> <p>Свойства функций, непрерывных на компакте.</p>	УО
9.	Дифференцирование функций многих переменных	<p>Частные производные и частные дифференциалы функции многих переменных.</p> <p>Дифференцируемость функции многих переменных.</p> <p>Полный дифференциал. Геометрический смысл частной производной и полного дифференциала. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.</p> <p>Необходимое и достаточное условие дифференцируемости.</p> <p>Достаточное условие дифференцируемости.</p> <p>Производная сложной функции. Инвариантность формы</p>	УО

		<p>первого дифференциала.  Производная по направлению. Градиент.  Производные и дифференциалы высших порядков.  Условия равенства вторых производных. Формула Тейлора функции многих переменных.  Локальный экстремум функции многих переменных.  Необходимое условие экстремума.  Достаточные условия локального экстремума.  Вычисление производных функций, заданных неявно.  Понятие об условном экстремуме. Метод неопределенных множителей Лагранжа. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функций на компакте.</p>	
10.	Кратные интегралы и их приложения.	<p>Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла.  Определение двойного интеграла.  Суммы Дарбу. Условия существования двойного интеграла. Свойства двойных интегралов. Сведение двойного интеграла к повторному в случае прямоугольной и криволинейной областей.  Элемент площади в криволинейных координатах. Замена переменных в двойном интеграле. Полярные координаты.  Тройные интегралы и их вычисление. Замена переменных в тройном интеграле. Цилиндрические и сферические координаты.  Применение кратных интегралов к решению геометрических и физических задач.</p>	УО
11.	Криволинейные интегралы.	<p>Криволинейные интегралы 1-го и 2-го рода, их свойства.  Геометрический смысл криволинейного интеграла 1-го рода.  Связь между криволинейными интегралами 1-го и 2-го рода. Способы сведения криволинейных интегралов к определенным интегралам.  Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла 2-го рода от пути интегрирования. Случай полного дифференциала. Первообразная для подынтегрального выражения <math>P(x, y)dx + Q(x, y)dy</math>.  Работа силового поля. Вычисление площади с помощью криволинейных интегралов.</p>	УО
12.	Поверхностные интегралы. Элементы теории поля	<p>Понятие гладкой поверхности. Векторно-параметрическая форма задания поверхности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Площадь поверхности.  Поверхностные интегралы 1-го рода и их свойства.  Двусторонние поверхности. Ориентация поверхности и выбор стороны. Направляющие косинусы нормали.  Поверхностные интегралы 2-го рода и их свойства.  Способы сведения поверхностных интегралов к двойным интегралам.  Ротор, дивергенция, циркуляция. Формулы Стокса и Остроградского-Гаусса в векторной форме.  Поток вектора через поверхность. Условия потенциальности векторного поля в пространстве.</p>	УО
13.	Числовые и функциональные ряды.	<p>Числовой ряд. Определение суммы ряда. Необходимое условие сходимости ряда. Ряд геометрической прогрессии. Свойства сходящихся рядов. Критерий сходимости ряда с неотрицательными членами. Признаки сходимости рядов: сравнения, Даламбера и Коши. Интегральный признак сходимости. Обобщенный гармонический ряд и его сходимость.  Знакопеременные ряды. Понятие абсолютной и условной сходимости. Признак Лейбница.  Понятие функционального ряда, его суммы. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости. Свойства равномерно сходящихся</p>	УО

		функциональных рядов.	
14.	Степенные ряды.	Степенные ряды. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Ряды Тейлора и Маклорена. Степенные ряды основных элементарных функций: $e^x$ , $\sin x$ , $\cos x$ , $(1+x)^n$ , $\ln(1+x)$ . Использование разложения функции в ряд Тейлора в приближённых вычислениях и при вычислении пределов функции.	УО

### 2.3.2 Занятия семинарского типа (практические занятия)

№	Наименование раздела (темы)	Тематика занятий	Форма текущего контроля
1.	Введение в анализ	Операции над множествами. Метод математической индукции. Бином Ньютона. Композиция функций. Обратная функция. Основные элементарные функции, их свойства и графики. Композиция функций, обратная функция, функции, заданные неявно, параметрическими уравнениями и уравнениями в полярных координатах, гиперболические функции, их свойства построение графиков. Верхняя и нижняя грани функции.	Решение задач. Контрольная работа 1.
2.	Предел последовательности.	Вычисление предела последовательностей. Арифметические операции над сходящимися последовательностями. Вычисление пределов последовательностей с помощью принципа сходимости монотонной последовательности. Частичные пределы числовой последовательности. Верхний и нижний пределы.	Решение задач. Контрольная работа 1.
3.	Предел функции.	Техника вычисления пределов функций (раскрытие неопределённостей, замена переменного при вычислении предела). Использование замечательных пределов при вычислении пределов. Вычисления пределов функций с помощью асимптотических формул и теорем об эквивалентных функциях. Пределы монотонных функций. Первый замечательный предел и его следствия. Второй замечательные предел Следствия второго замечательного предела. Сравнение функций.	Решение задач. Контрольная работа 2.
4.	Непрерывность функции.	Исследование функции на непрерывность. Точки разрыва функции, их классификация. Классификация точек разрыва. Локальные свойства непрерывных функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке.	Обсуждение домашнего задания. Контрольная работа 2.
5.	Дифференцирование функций одной переменной.	Нахождение производной функции, заданной явно, используя правила дифференцирования. Нахождение производной обратной функции, функции, заданной параметрически и неявно, дифференциала функции. Решение задач прикладного характера, с использованием геометрического и физического смысла производной и дифференциала. Нахождение производных и дифференциалов высших порядков. Правило Лопиталья раскрытия неопределенностей.	Решение задач. Контрольная работа 2.



		<p>Применения формулы Тейлора к нахождению пределов и значений функций.</p> <p>Исследование функций с помощью производной</p>	
6.	Неопределенный интеграл.	<p>Вычисление интегралов (замена переменного, интегрирование по частям). Интегрирование рациональных, иррациональных, тригонометрических и гиперболических функций.</p>	Решение задач.
7.	Определённый интеграл и его приложения, несобственный интеграл.	<p>Вычисление определенного интеграла по формуле Ньютона-Лейбница.</p> <p>Метод замены переменной и интегрирования по частям в определенном интеграле. Вычисление длины кривой, площади плоской фигуры, объема тела с помощью поперечных сечений, объема тела вращения, площадей поверхностей вращения.</p> <p>Применение определенного интеграла к физическим задачам. Вычисление несобственных интегралов.</p> <p>Признаки сравнения и некоторые условия сходимости несобственных интегралов.</p>	Решение задач.
8.	Функции многих переменных.	<p>Вещественная функция двух переменных и ее график, линии уровня. Вычисление двойных и повторных пределов. Нахождение областей определения функций многих переменных, линий и поверхностей уровня, предела, исследование на непрерывность функции многих переменных.</p>	Решение задач.
9.	Дифференцирование функций многих переменных.	<p>Нахождение частных производных и дифференциалов функции многих переменных. Производная сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала.</p> <p>Вычисление производных функций, заданных неявно.</p> <p>Нахождение производной по направлению, градиента функции.</p> <p>Вычисление производных и дифференциалов высших порядков.</p> <p>Экстремум функции многих переменных.</p> <p>Нахождение условного экстремума методом неопределенных множителей Лагранжа. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функций на компакте.</p>	Решение задач.
10.	Кратные интегралы и их приложения	<p>Вычисление двойных интегралов. Сведение двойного интеграла к повторному в случае прямоугольной и криволинейной областей.</p> <p>Замена переменных в двойном интеграле. Полярные координаты.</p> <p>Тройные интегралы и их вычисление. Замена переменных в тройном интеграле. Цилиндрические и сферические координаты.</p> <p>Применение кратных интегралов к решению геометрических и физических задач.</p>	Решение задач.
11.	Криволинейные интегралы.	<p>Вычисление криволинейных интегралов первого и второго рода. Вычисление криволинейных интегралов второго рода с помощью формулы Грина. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования.</p> <p>Нахождение первообразной для подынтегрального выражения <math>P(x, y)dx + Q(x, y)dy</math>. Вычисление работы силового поля. Вычисление площади с помощью криволинейных интегралов.</p>	Решение задач.
12.	Поверхностные интегралы. Элементы теории поля.	<p>Вычисление площади поверхности. Поверхностные интегралы I-го рода и их свойства.</p> <p>Поверхностные интегралы 2-го рода и их свойства.</p> <p>Способы сведения поверхностных интегралов к двойным интегралам.</p> <p>Ротор, дивергенция, циркуляция. Формулы Стокса и</p>	Решение задач.

		Остроградского-Гаусса в векторной форме. Поток вектора через поверхность. Условия потенциальности векторного поля в пространстве.	
13.	Числовые и функциональные ряды.	Необходимое условие сходимости ряда. Исследование сходимости рядов с положительными членами. Нахождение суммы ряда. Знакопеременные ряды. Понятие абсолютной и условной сходимости. Признак Лейбница. Исследование сходимости функционального ряда.	Решение задач.
14.	Степенные ряды.	Нахождение радиуса и интервала сходимости степенного ряда, области сходимости. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение функций в степенные ряды. Использование разложения функции в ряд Тейлора в приближённых вычислениях и при вычислении пределов функции.	Решение задач.

Защита лабораторной работы (ЛР), выполнение курсового проекта (КП), курсовой работы (КР), расчетно-графического задания (РГЗ), написание реферата (Р), эссе (Э), коллоквиум (К), тестирование (Т), устный опрос (УО)

### 2.3.3 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы не предусмотрены учебным планом.

### 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	Введение в анализ.	1. Зорич В.А. Математический анализ. В 2-х ч. М.: МЦНМО, 2020. Ч. 1 – 657 с. Т. 2 – 789 с. 2. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. Лань, 2021. – 624 с. 3. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М.: Физматлит, 2019. – 496 с. 4. Лунгу К.Н, Писменный Д.Т., Федин С.Н., Шевченко Ю.А. Сборник задач по высшей математике. 1 курс. – М.: Айрис-пресс, 2017. – 576 с.
2	Предел последовательности	1. Зорич В.А. Математический анализ. В 2-х ч. М.: МЦНМО, 2020. Ч. 1 – 657 с. Т. 2 – 789 с. 2. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. Лань, 2021. – 624 с. 3. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М.: Физматлит, 2019. – 496 с. 4. Лунгу К.Н, Писменный Д.Т., Федин С.Н., Шевченко Ю.А. Сборник задач по высшей математике. 1 курс. – М.: Айрис-пресс, 2017. – 576 с. 5. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа: учебник; в 2 ч. М., 2009. Ч. I – 464с., Ч. II – 646с.
3	Предел функции.	1. Зорич В.А. Математический анализ. В 2-х ч. М.: МЦНМО, 2020. Ч. 1 – 657 с. Т. 2 – 789 с. 2. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. Лань, 2021. – 624 с.. 3. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник

		<p>задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М.: Физматлит, 2019. – 496 с.</p> <p>4. Лунгу К.Н., Писменный Д.Т., Федин С.Н., Шевченко Ю.А. Сборник задач по высшей математике. 1 курс. – М.: Айрис-пресс, 2017. – 576 с.</p> <p>5. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа: учебник; в 2 ч. М., 2009. Ч. I – 464с., Ч. II – 646с.</p>
4	Непрерывность функции.	<p>1. Зорич В.А. Математический анализ. В 2-х ч. М.: МЦНМО, 2020. Ч. 1 – 657 с. Ч. 2 – 789 с.</p> <p>2. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. Лань, 2021. – 624 с.</p> <p>3. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М.: Физматлит, 2019. – 496 с.</p> <p>4. Лунгу К.Н., Писменный Д.Т., Федин С.Н., Шевченко Ю.А. Сборник задач по высшей математике. 1 курс. – М.: Айрис-пресс, 2017. – 576 с.</p> <p>5. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа: учебник; в 2 ч. М., 2009. Ч. I – 464с., Ч. II – 646с.</p>
5	Дифференцирование функций одной переменной.	<p>1. Зорич В.А. Математический анализ. В 2-х ч. М.: МЦНМО, 2020. Ч. 1 – 657 с. Ч. 2 – 789 с.</p> <p>2. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. Лань, 2021. – 624 с.</p> <p>3. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М.: Физматлит, 2019. – 496 с.</p> <p>4. Лунгу К.Н., Писменный Д.Т., Федин С.Н., Шевченко Ю.А. Сборник задач по высшей математике. 1 курс. – М.: Айрис-пресс, 2017. – 576 с.</p> <p>5. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа: учебник; в 2 ч. М., 2009. Ч. I – 464с., Ч. II – 646с.</p>
6	Неопределённый интеграл.	<p>1. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. Лань, 2021. – 624 с.</p> <p>2. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды. М.: Физматлит, 2019. – 504 с.</p>
7	Определённый интеграл, несобственный интеграл, приложения определенного интеграла.	<p>1. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. Лань, 2021. – 624 с..</p> <p>2. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды. М.: Физматлит, 2019. – 504 с.</p> <p>3. Фихтенгольц Г.М. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа: учебник; в 2 т. СПб. Лань, 2020. Т. I. - 440с., Т. II. - 463с.</p>
8	Дифференцирование функций многих переменных.	<p>1. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. Лань, 2021. – 624 с..</p> <p>2. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды. М.: Физматлит, 2019. – 504 с.</p>
9	Кратные интегралы и их приложения.	<p>1. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. Лань, 2021. – 624 с.</p> <p>2. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды. М.: Физматлит, 2019. – 504 с.</p> <p>3. Яременко Л.А. Кратные интегралы: Практикум. Краснодар: Кубанский гос. ун-т., 2006.- 80 с.</p>
10	Криволинейные и поверхностные интегралы.	<p>1. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. Лань, 2021. – 624 с.</p> <p>2. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник</p>

		<p><i>задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды. М.: Физматлит, 2019. – 504 с.</i></p> <p><i>3. Яременко Л.А., Подберезкина А.И. Криволинейные и поверхностные интегралы. Учебное пособие. Краснодар: Кубанский гос. ун-т., 2012.-109 с.</i></p>
11	Числовые, функциональные и степенные ряды	<p><i>1. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. Лань, 2021. – 624 с.</i></p> <p><i>2. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды. М.: Физматлит, 2019. – 504 с.</i></p>

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### **3. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины (модуля)**

В ходе изучения дисциплины предусмотрено использование следующих образовательных технологий: активные и интерактивные формы, лекции, практические занятия, контрольные работы, коллоквиумы, зачеты и экзамены, компьютеры. В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому лабораторному занятию. В семестре проводятся контрольные работы (на практических занятиях). Экзамен сдается после сдачи контрольных работ.

Компетентностный подход в рамках преподавания дисциплины реализуется в использовании интерактивных технологий и активных методов (проектных методик, разбора конкретных ситуаций) в сочетании с внеаудиторной работой.

Информационные технологии, применяемые при изучении дисциплины: использование информационных ресурсов, доступных в информационно-телекоммуникационной сети Интернет.

Адаптивные образовательные технологии, применяемые при изучении дисциплины – для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

### **4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации**

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Аналитическая геометрия и линейная алгебра».

Оценочные средства включают контрольные материалы для проведения **текущего контроля** в форме *заданий к контрольным работам, вопросов к коллоквиуму* и **промежуточной аттестации** в форме *вопросов к экзамену*.

### Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

№ п/п	Код и наименование индикатора (в соответствии с п. 1.4)	Результаты обучения (в соответствии с п. 1.4)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1	ИОПК-1.1. Применяет знания математики в инженерной практике при моделировании биотехнических систем	Умеет решать стандартные задачи математического анализа;	<i>Контрольная работа №1, вопросы к коллоквиуму 1-11</i>	<i>Вопросы на экзамене 1-8</i>
2	ИОПК-1.1. Применяет знания математики в инженерной практике при моделировании биотехнических систем	Умеет решать стандартные задачи математического анализа	<i>Кр.-2, Вопросы к коллоквиуму 10-36</i>	<i>Вопросы на экзамене 9-32</i>
3	ИОПК-1.1. Применяет знания математики в инженерной практике при моделировании биотехнических систем	Умеет решать стандартные задачи математического анализа;	<i>Кр.-2, Вопросы к коллоквиуму 10-36</i>	<i>Вопросы на экзамене 9-32</i>
4	ИОПК-1.1. Применяет знания математики в инженерной практике при моделировании биотехнических систем	Умеет решать стандартные задачи математического анализа;	<i>Кр.-2, Вопросы к коллоквиуму 10-36</i>	<i>Вопросы на экзамене 9-32</i>
5	ИОПК-1.1. Применяет знания математики в инженерной практике при моделировании биотехнических систем	Умеет решать стандартные задачи математического анализа	<i>Кр.-3, Вопросы к коллоквиуму 37-58</i>	<i>Вопросы на экзамене 33-51.</i>
6	ИОПК-1.1. Применяет знания математики в инженерной практике при моделировании биотехнических систем	Знает теоретические основы понятий математического анализа и способы их применения в физических дисциплинах и других областях знаний.	<i>Вопросы на экзамене 33-51</i>	<i>Вопросы на экзамене 52-62;</i>
7	ИОПК-1.1. Применяет знания математики в инженерной практике при моделировании биотехнических систем	Знает основные положения и принципы математического анализа, физическую сущность фундаментальных понятий. .	<i>Вопросы на экзамене 33-51</i>	<i>Вопросы на экзамене 52-62;</i>
8	ИОПК-1.1. Применяет знания математики в инженерной практике при моделировании биотехнических систем	Знает основные положения и принципы математического анализа, физическую сущность фундаментальных понятий;	<i>Кр.-5, Опрос</i>	<i>Вопросы на экзамене (2 семестр) 1-18;</i>
9	ИОПК-1.1. Применяет знания математики в инженерной практике при моделировании биотехнических систем средств	Знает основные положения и принципы математического анализа, физическую сущность фундаментальных понятий;	<i>Кр.-6, Опрос</i>	<i>Вопросы на экзамене (2 семестр) 19-26;</i>
10	ИОПК-1.1. Применяет знания математики в	Знает основные положения и принципы	<i>Кр.-7, Опрос</i>	<i>Вопросы на экзамене(2</i>



	инженерной практике при моделировании биотехнических систем	математического анализа, физическую сущность фундаментальных понятий.		семестр) 27-37;
11	ИОПК-1.1. Применяет знания математики в инженерной практике при моделировании биотехнических систем	Знает основные положения и принципы математического анализа, физическую сущность фундаментальных понятий.	Опрос	Вопросы на экзамене (2 семестр) 37-45;

**Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

### Типовые задачи для самостоятельной работы

#### I семестр

1. Построить графики функций:

$$\text{а) } y = \left| \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \right|; \quad \text{б) } y = |x - 2| + |3x|; \quad \text{в) } y = 3^{\sin x}.$$

2. Найти пределы последовательностей:

$$\text{а) } \lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^2 + 5n} - \sqrt{n^2 + 2}); \quad \text{б) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 2 + 3 + \dots + n}{n^2 + 5n}; \quad \text{в) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n + 3}{2n - 1} \right)^{n-3}.$$

3. Найти пределы функций:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^5 x}{x^2}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} (2 - \cos x)^{\frac{1}{\sin^2 x}}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1+x}{2+x} \right)^{x^2}.$$

4. Вычислить производные функций:

$$\text{а) } f(x) = (\cos x)^{\sin x}; \quad \text{б) } f(x) = (\ln x - 2)\sqrt{1 + \ln x}; \quad \text{в) } f(x) = \frac{\arccos \ln \sqrt{2x+1}}{x^3 - 1}.$$

5. Найти производные  $y'_x$ ,  $y''_{x^2}$  функции, заданной параметрически:

$$x = 2t - t^2$$

6. Найти производную  $y'_x$  функции  $y = y(x)$ , заданной неявно:  
 $e^y + y = \ln x + x$

7. Найти дифференциал функции  $f(x, y) = \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2})$ .

8. Найти  $df$  и  $d^2f$  для функции  $f$ , если  $f(x) = (x+1) \cdot e^x$ .

9. Найти дифференциал первого и второго порядка для функции  $y = e^{3tg^4 x}$ .

10. Найти  $y''$ , если  $y = \frac{1}{6} (e^{3x} + e^{-3x})$ ;

11. Найти производную порядка  $n$  для функции  $y = (x^2 + 1)e^{3x}$ .

12. Вычислить приближенно  $\sqrt[3]{125,5}$ .

13. Построить график функции  $y = 3x^3 + 4x^2 + 1$ .

14. Вычислить неопределенные интегралы:

$$\text{а) } \int \frac{1}{x^2} \cos \frac{1}{x} dx; \quad \text{б) } \int \frac{\sin x dx}{\sqrt{1+2\cos x}}; \quad \text{в) } \int \frac{\arccos^2 2x}{\sqrt{1-4x^2}} dx$$

15. Вычислить определенные интегралы

$$\text{а) } \int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx; \quad \text{б) } \int_{-2}^1 \frac{(2x+4)dx}{x^2+4x+13}; \quad \text{в) } \int_{-2}^1 \frac{(x+5)dx}{x^2+4x+13};$$

16. Вычислить несобственные интегралы

$$\text{а) } \int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2+4x+13}; \quad \text{б) } \int_0^2 \frac{xdx}{\sqrt{(4-x^2)^3}};$$

17. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми:  $x = \cos t, y = 2 \sin t$ .

## II семестр

18. Найти частные производные второго порядка функции

$$f(x, y) = \operatorname{arctg}(x/y).$$

19. Исследовать функцию на экстремум:

$$\text{а) } f(x, y) = 4x^2 - 4xy + y^2 + 4x - 2y - 7; \quad \text{б) } u = \frac{x^3}{3} + 2y^2 - z^2x + z$$

20. Найти наибольший объем, который может иметь прямоугольный параллелепипед, если сумма длин ребер его равна  $a$ .

21. Найти производные и полные дифференциалы первого порядка и второго порядка

$$\text{функции } z = x^2 \ln y, \text{ где } x = \frac{u}{v}; \quad y = 3u - 2v;$$

22. Дана функция  $x \cos y + y \cos z + z \cos x = 1$ , заданная неявно. Найти частные производные и дифференциалы первого и второго порядков.

$$z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$

23. Найти экстремум функции интеграл  $z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$  при условии  $2x + y = 4$ .

24. Найти наибольшее и наименьшее значение функции в области

$$z = x^2 - y^2, \quad D: x^2 + y^2 \leq 4;$$

25. Вычислить интегралы:

$$\text{а) } \int_0^1 dx \int_{-1}^2 (x + 2|y|) dy; \quad \text{б) } \int_0^{\pi} dx \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(x-y) dy;$$

26. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями:

$$z + x^2 + y^2 = 1, \quad x + y + z = 1;$$

27. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми.

$$x^2 + 3y^2 = 4, \quad y \leq x, \quad y \geq 0.$$

$$\iint_{\Omega} f(x, y) dx dy$$

28. В двойном интеграле  $\iint_{\Omega} f(x, y) dx dy$  расставить пределы интегрирования в том и другом порядке, если  $\Omega$  – треугольник с вершинами  $O(0;0), A(1,0), B(1,1)$ ;

29. В двойном интеграле  $\iint_{\Omega} f(x, y) dx dy$  перейти к полярным координатам  $r$  и  $\phi$  и расставить пределы интегрирования, если:  $\Omega = \{x^2 + y^2 \leq ax\}, (a > 0)$ .
30. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми:  
 $r = 1 + \cos\varphi, r = \sqrt{3} \sin\varphi$ .
31. Найти массу пластинки, ограниченной кривыми:  $x = 1, y = x^2, y = -\sqrt[3]{x}$ , где  $\rho(x, y) = 5x^2 + 4xy^2$  – поверхностная плотность.
32. Вычислить тройной интеграл  $\iiint_T (x + y + z) dx dy dz$ , где  $T: z = x^2 + y^2, z = 1$ ;
33. Вычислить  $\int_L (x^2 + y^2) dS$ , где  $L$  – окружность  $x^2 + y^2 = 4x$ .
34. Показать, что интеграл  $\int_{(0;1)}^{(2;4)} (x+2y) dx + (y+2x) dy$  не зависит от пути интегрирования и вычислить его.
35. Вычислить поверхностный интеграл:  
 $\iint_T x ds$ , где  $T$  – полусфера  $z = \sqrt{1-x^2-y^2}$ .
36. Исследовать на сходимость указанные ряды с положительными членами:  
 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^3 \sqrt{n}}$ .
37. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующийся ряд:  
 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{5n(n+1)}$ .
38. Найти область сходимости степенного ряда  
 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2}{7^n (n+3)} (x+2)^n$ .

### Вопросы к коллоквиуму по математическому анализу

1. Понятие множества. Операции над множествами. Логическая символика.
2. Расширенная числовая прямая. Абсолютная величина числа. Множества на прямой, окрестности.
3. Эквивалентные множества. Счетные и несчетные множества.
4. Ограниченные и неограниченные числовые множества. Грани числовых множеств. Теорема существования верхней (нижней) грани числового множества.
5. Принцип Архимеда. Принцип вложенных отрезков.
6. Общее понятие функции (отображения). Композиция функций. Обратная функция. Числовые функции. Основные элементарные функции, их свойства и графики.

7. Способы задания функций. Неявный способ задания функции. Функции, заданные параметрическими уравнениями и уравнениями в полярных координатах.
8. Определение последовательности и её предела. Единственность предела, ограниченность сходящейся последовательности.
9. Арифметические операции над сходящимися последовательностями.
10. Свойства сходящейся последовательности, связанные с неравенствами.
11. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, их свойства.
12. Принцип сходимости монотонной последовательности.
13. Принцип стягивающихся отрезков. Число  $e$ .
14. Подпоследовательности и частичные пределы числовой последовательности. Лемма Больцано-Вейерштрасса.
15. Фундаментальная последовательность. Критерий Коши сходимости последовательности.
16. Определение предела функции в точке. Определение предела по Коши и по Гейне, эквивалентность определений. Предел функции на бесконечности.
17. Бесконечно малые функции, их свойства. Бесконечно большие функции. Общее определение предела функции.
18. Общие свойства предела функции: единственность, локальная ограниченность.
19. Свойства предела функции, связанные с арифметическими операциями.
20. Свойства предела функции, связанные с неравенствами.
21. Предел композиции функций.
22. Односторонние пределы. Предел монотонной функции.
23. Сравнение функций, эквивалентные функции.
24. Определение непрерывности функции в точке. Точки разрыва функции. Классификация точек разрыва.

**Зачетно-экзаменационные материалы для промежуточной аттестации (экзамен)**

***Вопросы к экзамену по математическому анализу )***

**I семестр**

1. Понятие множества. Операции над множествами. Логическая символика.
2. Множество действительных чисел. Свойства действительных чисел.
3. Мощность множества. Счетность рациональных чисел. Несчетность действительных чисел.
4. Расширенная числовая прямая. Абсолютная величина числа. Множества на прямой, окрестности.
5. Ограниченные и неограниченные числовые множества. Грани числовых множеств. Теорема существования верхней (нижней) грани числового множества.
6. Принцип Архимеда. Принцип вложенных отрезков.
7. Общее понятие функции (отображения). Композиция функций. Обратная функция. Числовые функции. Основные элементарные функции, их свойства и графики.
8. Способы задания функций. Неявный способ задания функции. Функции, заданные параметрическими уравнениями и уравнениями в полярных координатах.
9. Определение последовательности и её предела. Единственность предела, ограниченность сходящейся последовательности.
10. Арифметические операции над сходящимися последовательностями.

11. Свойства сходящейся последовательности, связанные с неравенствами.
12. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, их свойства.
13. Принцип сходимости монотонной последовательности.
14. Принцип стягивающихся отрезков. Число  $\epsilon$ .
15. Подпоследовательности и частичные пределы числовой последовательности.  
Лемма Больцано-Вейерштрасса.
16. Фундаментальная последовательность. Критерий Коши сходимости последовательности.
17. Определение предела функции в точке. Определение предела по Коши и по Гейне, эквивалентность определений. Предел функции на бесконечности.
18. Общие свойства предела функции: единственность, локальная ограниченность.
19. Свойства предела функции, связанные с арифметическими операциями.
20. Свойства предела функции, связанные с неравенствами.
21. Предел композиции функций.
22. Односторонние пределы. Предел монотонной функции.
23. Сравнение функций, эквивалентные функции.
24. Определение непрерывности функции в точке. Точки разрыва функции.  
Классификация точек разрыва.
25. Свойства функций, непрерывных в точке. Непрерывность основных элементарных функций.
26. Непрерывность сложной функции.
27. Теорема Больцано-Коши (о промежуточном значении непрерывной на сегменте функции). Следствие теоремы.
28. Первая теорема Вейерштрасса (об ограниченности непрерывной на сегменте функции).
29. Вторая теорема Вейерштрасса (о достижении непрерывной на сегменте функции экстремальных значений).
30. Первый замечательный предел и его следствия.
31. Второй замечательный предел.
32. Следствия второго замечательного предела
33. Условие дифференцируемости функции. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции.
34. Производная функции. Односторонние и бесконечные производные.
35. Связь между существованием производной и дифференцируемостью функции.
36. Правила дифференцирования суммы, разности, произведения и частного функций.
37. Таблица производных основных элементарных функций (вывод формул).
38. Понятие дифференциала. Его геометрический смысл.
39. Производная обратной функции, функции, заданной неявно и параметрически.
40. Производная сложной функции. Инвариантность формы I дифференциала.
41. Производные и дифференциалы высших порядков;  $n$ -ые производные функций:  
 $a^x, \sin x, \cos x, y = \log_a x, (1+x)^a$ .
42. Дифференциалы высших порядков от сложных функций. «Нарушение» инвариантной формы дифференциалов высших порядков.
43. Теорема Ферма, её геометрический смысл.
44. Теорема Лагранжа, Ролля, их геометрический смысл.
45. Теорема Коши. Правило Лопиталья раскрытия неопределенностей вида  $0/0$  и  $\infty/\infty$ .
46. Формула Тейлора функции с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа.
47. Разложение по формуле Маклорена основных элементарных функций.



48. Условия постоянства и монотонности функции.
49. Локальный экстремум функции. Необходимое и достаточные условия экстремума.
50. Направление выпуклости графика функции. Достаточное условие выпуклости графика функции.
51. Точки перегиба графика функции. Необходимое и достаточные условия точек перегиба.
52. Понятие первообразной, ее свойства.
53. Определение неопределенного интеграла, основные свойства.
54. Таблица неопределенных интегралов основных элементарных функций.
55. Метод замены переменной и интегрирования по частям в неопределенном интеграле.
56. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Площадь криволинейной трапеции.
57. Определение интеграла Римана. Необходимое условие интегрируемости. Геометрический смысл определенного интеграла.
58. Критерий интегрируемости по Риману. Классы интегрируемых функций.
59. Свойства определенного интеграла, выраженные равенствами.
60. Свойства определенного интеграла, выраженные неравенствами. Теорема о среднем значении.
61. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.
62. Метод замены переменной и интегрирования по частям в определенном интеграле.

## 2 семестр

1. Понятие  $n$ -мерного евклидова пространства  $\mathbb{R}^n$ . Примеры множеств  $\mathbb{R}^n$ .
2. Последовательность в  $\mathbb{R}^n$  и ее предел.
3. Вещественная функции двух переменных и ее график, линии уровня.
4. Двойные пределы. Повторные пределы, условия их равенства.
5. Предел функции многих переменных.
6. Непрерывность функции многих переменных, свойства.
7. Частные производные и частные дифференциалы функции многих переменных.
8. Дифференцируемость функции многих переменных. Полный дифференциал. Геометрический смысл частной производной и полного дифференциала.
9. Необходимое и достаточные условия дифференцируемости.
10. Производная сложной функции, инвариантность формы первого дифференциала.
11. Производная по направлению. Градиент.
12. Производные и дифференциалы высших порядков. Условия равенства вторых производных.
13. Формула Тейлора функции многих переменных.
14. Локальный экстремум функции многих переменных. Необходимое условие экстремума.
15. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы. Достаточные условия локального экстремума.
16. Локальный экстремум функции двух переменных. Необходимое и достаточные условия экстремума.
17. Вычисление производных неявно заданных функций. Понятие об условном экстремуме. Метод Лагранжа нахождения условного экстремума.
18. Наибольшее и наименьшее значения функции на компакте.
19. Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла.
20. Определение двойного интеграла. Условия существования двойного интеграла.

21. Свойства двойных интегралов.
22. Сведение двойного интеграла к повторному в случае прямоугольной области.
23. Сведение двойного интеграла к повторному в случае криволинейной области.
24. Элемент площади в криволинейных координатах. Замена переменных в двойном интеграле. Полярные координаты.
25. Тройные интегралы и их вычисление. Замена переменных в тройном интеграле.
26. Применение кратных интегралов к решению геометрических и физических задач.
27. Понятие гладкой кривой. Криволинейные интегралы 1- рода, их свойства, геометрический смысл.
28. Ориентированные кривые. Криволинейные интегралы 2- рода, их свойства. Работа силового поля.
29. Связь между криволинейными интегралами 1-го и 2-го рода. Способы сведения криволинейных интегралов к определенным интегралам.
30. Формула Грина. Вычисление площади с помощью криволинейных интегралов.
31. Условия независимости криволинейного интеграла 2-го рода от пути интегрирования. Случай полного дифференциала. Первообразная для подынтегрального выражения  $P(x, y)dx + Q(x, y)dy$ .
32. Понятие гладкой поверхности. Векторно-параметрическая форма задания поверхности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Площадь поверхности.
33. Поверхностные интегралы I-го рода и их свойства.
34. Двусторонние поверхности. Ориентация поверхности и выбор стороны. Направляющие косинусы нормали.
35. Поверхностные интегралы 2-го рода и их свойства.
36. Способы сведения поверхностных интегралов к двойным интегралам.
37. Ротор, дивергенция, циркуляция. Формулы Стокса и Остроградского-Гаусса, векторная запись. Условия потенциальности векторного поля в пространстве.
38. Определение числового ряда, суммы ряда. Необходимое условие сходимости ряда. Свойства сходящихся рядов.
39. Ряды с неотрицательными членами. Критерий сходимости. Признаки сходимости (сравнения, Даламбера, Коши).
40. Интегральный признак сходимости. Обобщенный гармонический ряд и его сходимость.
41. Знакопеременные ряды. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Признак Лейбница.
42. Понятие функционального ряда. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости.
43. Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.
44. Почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов.
45. Ряды Тейлора и Маклорена. Степенные ряды основных элементарных функций. Использование разложения функции в ряд Тейлора для приближённых вычислений.

#### **Критерии оценивания результатов обучения**

<i>Оценка</i>	<i>Критерии оценивания по экзамену</i>
<i>Высокий уровень «5» (отлично)</i>	<i>оценку «отлично» заслуживает студент, освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал без пробелов; выполнивший все задания, предусмотренные учебным планом на высоком качественном уровне; практические навыки профессионального применения освоенных знаний сформированы.</i>
<i>Средний уровень «4»</i>	<i>оценку «хорошо» заслуживает студент, практически полностью освоивший знания, умения, компетенции и теоретический</i>

<i>(хорошо)</i>	<i>материал, учебные задания не оценены максимальным числом баллов, в основном сформировал практические навыки.</i>
<i>Пороговый уровень «3» (удовлетворительно)</i>	<i>оценку «удовлетворительно» заслуживает студент, частично с пробелами освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, многие учебные задания либо не выполнил, либо они оценены числом баллов близким к минимальному, некоторые практические навыки не сформированы.</i>
<i>Минимальный уровень «2» (неудовлетворительно)</i>	<i>оценку «неудовлетворительно» заслуживает студент, не освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не выполнил, практические навыки не сформированы.</i>

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## **5. Перечень учебной литературы, информационных ресурсов и технологий**

### **5.1. Учебная литература**

1. Зорич В.А. Математический анализ. В 2-х ч. М.: МЦНМО, 2020. Ч. 1 – 657 с. Ч. 2 – 789 с.
2. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. Лань, 2021. – 624 с
3. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М.: Физматлит, 2019. – 496 с.
4. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды. М.: Физматлит, 2009. – 504 с. 5.
5. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по

математическому анализу. Том 3. *Функции нескольких переменных*. М.: Физматлит, 2019. – 504 с.

6. Лунгу К.Н., Писменный Д.Т., Федин С.Н., Шевченко Ю.А. *Сборник задач по высшей математике. 1 курс*. – М.: Айрис-пресс, 2017. – 576 с.

7. Ильин В.А., Позняк Э.Г. *Основы математического анализа: учебник; в 2 ч.* М., 2009. Ч. I. – 464с., Ч. II. – 646с.

8. Фихтенгольц Г.М. *Основы математического анализа: учебник; в 2 т.* СПб. Лань, 2020. Т. I. - 440с., Т. II. - 463с.

9. Яременко Л.А. *Кратные интегралы: Практикум*. Краснодар: Кубанский гос. ун-т., 2006.- 80 с.

10. Яременко Л.А., Подберезкина А.И. *Криволинейные и поверхностные интегралы. Учебное пособие*. Краснодар: Кубанский гос. ун-т., 2012.-109 с.

## 5.2. Периодическая литература

Не используются при изучении данного курса.

## 5.3. Интернет-ресурсы, в том числе современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. *Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость*. М.: Физматлит, 2010. – 496 с. ([http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=2226](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2226)).

2. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. *Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды*. М.: Физматлит, 2009. – 504 с. ([http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=2227](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2227)).

3. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. *Сборник задач по математическому анализу. Том 3. Функции нескольких переменных*. М.: Физматлит, 2003. – 472 с. ([http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=2220](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2220)).

## 6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Текущий контроль осуществляется преподавателем, ведущим практические занятия на основе выполнения студентами домашних заданий и лабораторного практикума. В течение семестра проводятся контрольные работы и теоретический коллоквиум. Итоговый контроль осуществляется в форме экзамена.

Контрольные, коллоквиумы оцениваются по пятибалльной системе. Экзамены оцениваются по системе: неудовлетворительно, удовлетворительно, хорошо, отлично. На практических занятиях контроль осуществляется при ответе у доски и при проверке домашних заданий.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

## 7. Материально-техническое обеспечение по дисциплине (модулю)

Наименование специальных помещений	Оснащенность специальных помещений	Перечень лицензионного программного обеспечения
------------------------------------	------------------------------------	---



Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор	Не предусмотрено
Учебные аудитории для проведения практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Мебель: учебная мебель	Не предусмотрено

Для самостоятельной работы обучающихся предусмотрены помещения, укомплектованные специализированной мебелью, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Наименование помещений для самостоятельной работы обучающихся	Оснащенность помещений для самостоятельной работы обучающихся	Перечень лицензионного программного обеспечения
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (читальный зал Научной библиотеки)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (аудитория)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	