АННОТАЦИЯ
дисциплины Б1.О.14.01 «МАТЕМЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»

Объем трудоемкости: 10 зачетных единиц (360 часов, из них – 132 часа аудиторной нагрузки: лекционных 66 ч, практических 66 ч, 142 ч самостоятельной работы, 14 ч КСР, 0,6 ч ИКР)

Цель дисциплины: изучение теоретических основ математического анализа, освоение методов исследования функций и формирование у студентов навыков корректного использования математических формул и методов вычисления, способности применять базовые знания для практического использования математических методов при анализе, решении и создании математических моделей типовых профессиональных задач.

Задачи дисциплины:

Важнейшей задачей подготовки бакалавра на ФТФ университета является формирование у студентов высоких профессиональных качеств. Значительная роль при этом отводится математическим дисциплинам. Основными в курсе математического анализа являются понятия вещественного числа, множества, функции, предела, производной, интеграла. Без этих понятий были бы невозможны многие расчеты в современной физике, механике и т. п. Поэтому необходимо знать физическую сущность фундаментальных понятий, теоретические основы этих понятий, законы и методы математического анализа, и способы их применения в физических дисциплинах и других областях знаний. Формирование у студента фундаментальных понятий и знаний:

– формирование знаний о действительных числах и операциях с действительными числами;

– формирование знаний о свойствах пределов последовательностей и пределов функций одной и многих переменных. Овладение методами вычисления пределов;

– формирование знаний о локальных и глобальных свойствах непрерывных функций одной и многих переменных;

– формирование знаний о производных, их геометрическом и физическом смысле, дифференцируемых функциях одной и нескольких переменных, а также навыков их применения к исследованию свойств функций и отысканию их приближенных значений;

– формирование знаний об интегрировании функций одной и многих переменных, включая определенные, криволинейные, кратные и поверхностные интегралы; овладения навыками их вычисления и применения;

– формирование представлений об основных элементах теории поля, овладение навыками применения формулы Грина, Стокса и Остроградского-Гаусса;

– формирование знаний о числовых, функциональных и степенных рядах, умений и навыков использования представления функций в виде ряда Тейлора.

Место дисциплины в структуре ООП ВПО

Дисциплина «Математический анализ» относится к обязательной части Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана. В соответствии с рабочим учебным планом для направления 03.03.02 Физика дисциплина изучается на 1 курсе по очной форме обучения. Вид промежуточной аттестации: экзамен.

Требования к уровню освоения дисциплины

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

Код и наименование индикатора*достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
ОПК-1 Способен применять базовые знания в области физики и радиофизики и использовать их в профессиональной деятельности, в том числе в сфере педагогической деятельности	
ИОПК-1.1. Уметь решать стандартные	Знает фундаментальные понятия, основные положения и

Код и наименование индикатора*достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования	принципы математического анализа, прикладные аспекты дисциплины.
	Умеет выявлять и анализировать математическую сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, и корректно использовать для их решения соответствующий физико-математический аппарат.
	Владеет навыками корректного использования методов математического анализа к построению и анализу математических моделей физических процессов и применять их в профессиональной деятельности.

Основные разделы дисциплины:

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)
1.	Введение в анализ	Предмет математического анализа. Понятие множества. Операции над множествами. Логическая символика. Свойства действительных чисел. Абсолютная величина числа. Множества на прямой, окрестности. Верхняя и нижняя грани числовых множеств. Теорема существования верхней (нижней) грани числового множества. Принцип Архимеда. Принцип вложенных отрезков. Представление действительных чисел десятичными дробями. Общее понятие функции (отображения). Композиция функций. Обратная функция. Числовые функции. Основные элементарные функции, их свойства и графики. Функции, заданные неявно, параметрическими уравнениями и уравнениями в полярных координатах. Гиперболические функции, их свойства и графики.
2.	Предел последовательности	Определение предела последовательности. Свойства сходящейся последовательности: единственность предела, ограниченность сходящейся последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Арифметические операции над сходящимися последовательностями. Свойства сходящейся последовательности, связанные с неравенствами. Предел монотонной последовательности. Число «е». Принцип стягивающихся отрезков. Примеры вычисления пределов последовательностей с помощью принципа сходимости монотонной последовательности. Подпоследовательности и частичные пределы числовой последовательности. Лемма Больцано-Вейерштрасса. Фундаментальные последовательности. Критерий Коши сходимости числовой последовательности.
3.	Предел и непрерывность функции	Понятие предела функции. Определение предела функции по Коши и по Гейне. Эквивалентность определений. Определение предела функции на языке окрестностей. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Общее определение предела функции на языке окрестностей. Свойства пределов функций. Арифметические операции над функциями, имеющими пределы. Свойства предела функции, связанные с неравенствами. Предел композиции функций. Пределы монотонных функций. Критерий Коши существования предела функции. Первый замечательный предел и его следствия. Второй замечательный предел. Следствия второго замечательного предела. Понятие непрерывности функции в точке. Локальные свойства непрерывных функций, непрерывных в точке. Точки разрыва функции. Непрерывность основных элементарных функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Теорема Больцано-Коши (о промежуточном значении функции). Следствие теоремы. Первая теорема Вейерштрасса (об ограниченности функции). Вторая теорема Вейерштрасса (о достижении функцией экстремальных значений). Сравнение функций. О – символика. Теоремы об эквивалентных функциях. Сравнение бесконечно малых функций
4.	Дифференцирование функций одной переменной	Определение производной, ее геометрический и механический смысл. Односторонние и бесконечные производные. Таблица производных основных элементарных функций. Дифференциал функции. Геометрический и физический смысл дифференциала. Правила дифференцирования суммы, разности, произведения и частного функций. Производная обратной функции,

		функции, заданной неявно и параметрически. Производная композиции функций. Инвариантность формы первого дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков. Дифференциалы высших порядков от сложных функций. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей. Многочлен Тейлора и формула Тейлора дифференцируемой функции, различные формы записи остаточного члена. Применения формулы Тейлора к нахождению пределов и значений функций. Исследование функций: условия постоянства и монотонности; экстремумы, направление выпуклости графика функции, точки перегиба, асимптоты. Экстремальные значения функции на отрезке.
5.	Неопределенный интеграл	Первообразная функции и неопределенный интеграл, свойства. Таблица неопределенных интегралов основных элементарных функций. Основные методы интегрирования: замена переменного, интегрирование по частям. Простые дроби и их интегрирование. Разложение рациональной функции на простые дроби. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование иррациональных функций. Интегрирование тригонометрических и гиперболических функций. Подстановки Чебышева.
6.	Определённый интеграл и его приложения	Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Понятие определенного интеграла. Необходимое условие интегрируемости. Суммы Дарбу и их свойства. Критерий интегрируемости по Риману. Классы интегрируемых функций. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона – Лейбница. Понятие длины кривой. Дифференциал дуги гладкой кривой. Вычисление длины дуги с помощью определенного интеграла. Понятие площади плоской фигуры. Выражение площади интегралом. Понятие объема пространственной области. Вычисление объема тела с помощью поперечных сечений. Объем тела вращения. Вычисление площадей поверхностей вращения. Приложение определенного интеграла к задачам физики. Несобственные интегралы. Интегралы с бесконечными пределами. Интегралы от неограниченных функций. Признаки сравнения и некоторые условия их сходимости.
7.	Функции многих переменных	Линейное пространство R^m. Норма, сходимость последовательности точек. Открытые и замкнутые множества, их свойства, окрестности. Двойные и повторные пределы. Предел функции многих переменных, непрерывность. Вещественная функция двух переменных и ее график, линии уровня. Локальные свойства непрерывных функций. Свойства функций, непрерывных на компакте.
8.	Дифференцирование функций многих переменных	Частные производные и частные дифференциалы функции многих переменных. Дифференцируемость функции многих переменных. Полный дифференциал. Геометрический смысл частной производной и полного дифференциала. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Достаточное условие дифференцируемости. Производная сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Производная по направлению. Градиент. Производные и дифференциалы высших порядков. Условия равенства вторых производных. Формула Тейлора функции многих переменных. Локальный экстремум функции многих переменных. Необходимое условие экстремума. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы. Достаточные условия локального экстремума. Вычисление производных функций, заданных неявно. Локальный экстремум функции двух переменных. Необходимое и достаточное условия экстремума. Понятие об условном экстремуме. Метод неопределенных множителей Лагранжа. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функций на компакте.
9.	Кратные интегралы и их приложения	Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Определение двойного интеграла. Мера Жордана. Измеримые множества на плоскости. Суммы Дарбу. Условия существования двойного интеграла. Свойства двойных интегралов. Сведение двойного интеграла к повторному в случае прямоугольной и криволинейной областей. Элемент площади в криволинейных координатах. Замена переменных в двойном интеграле. Полярные координаты. Тройные интегралы и их вычисление. Замена переменных в тройном интеграле. Цилиндрические и сферические координаты. Применение кратных интегралов к решению геометрических и физических задач.
10.	Криволинейные	Криволинейные интегралы I-го и 2-го рода, их свойства. Геометрический смысл

	интегралы	криволинейного интеграла I-го рода. Связь между криволинейными интегралами 1-го и 2-го рода. Способы сведения криволинейных интегралов к определенным интегралам. Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла 2-го рода от пути интегрирования. Случай полного дифференциала. Первообразная для подынтегрального выражения $P(x,y)dx + Q(x,y)dy$. Работа силового поля. Вычисление площади с помощью криволинейных интегралов.
11.	Поверхностные интегралы. Элементы теории поля	Понятие гладкой поверхности. Векторно-параметрическая форма задания поверхности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Площадь поверхности. Поверхностные интегралы I-го рода и их свойства. Двусторонние поверхности. Ориентация поверхности и выбор стороны. Направляющие косинусы нормали. Поверхностные интегралы 2-го рода и их свойства. Способы сведения поверхностных интегралов к двойным интегралам. Ротор, дивергенция, циркуляция. Формулы Стокса и Остроградского-Гаусса в векторной форме. Поток вектора через поверхность. Условия потенциальности векторного поля в пространстве.
12.	Числовые, функциональные и степенные ряды	Числовой ряд. Определение суммы ряда. Необходимое условие сходимости ряда. Ряд геометрической прогрессии. Свойства сходящихся рядов. Критерий сходимости ряда с неотрицательными членами. Признаки сходимости рядов: сравнения, Даламбера и Коши, интегральный признак сходимости. Обобщенный гармонический ряд и его сходимость. Знакопеременные ряды. Понятие абсолютной и условной сходимости. Признак Лейбница. Понятие функционального ряда, его суммы. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов. Степенные ряды. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Ряды Тейлора и Маклорена. Степенные ряды основных элементарных функций: e^x, $\sin x$, $\cos x$, $(1+x)^r$, $\ln(1+x)$. Использование разложения функции в ряд Тейлора в приближённых вычислениях и при вычислении пределов функции. Ряды Фурье. Условия разложения функции в ряд Фурье. Разложение в ряд Фурье непериодической функции, заданной в произвольном промежутке. Разложение в ряд Фурье только по косинусам или только по синусам.

Изучение дисциплины заканчивается аттестацией в форме экзамена.

Учебная литература:

1. Ильин, В. А. Основы математического анализа: учебник / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк; под редакцией В. А. Ильина. — 7-е изд. — Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2004. — 648 с. — ISBN 5-9221-0536-1. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/59376

2. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа: учебник / Г. М. Фихтенгольц. — 12-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2020 — Часть 1 — 2020. — 444 с. — ISBN 978-5-8114-5338-2. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/139261

3. Демидович, Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие для вузов / Б. П. Демидович. — 23-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 624 с. — ISBN 978-5-8114-6940-6. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/153688

4. Сборник задач по математическому анализу: учебное пособие / Л. Д. Кудрявцев, А. Д. Кутасов, В. И. Чехлов, М. И. Шабунин. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва: ФИЗМАТЛИТ, [б. г.]. — Том 1: Предел. Непрерывность. Дифференцируемость — 2010. — 496 с. — ISBN 978-5-9221-0306-0. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/2226

5. Сборник задач по математическому анализу: учебное пособие / Л. Д. Кудрявцев, А. Д. Кутасов, В. И. Чехлов, М. И. Шабунин. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва: ФИЗМАТЛИТ, [б. г.]. — Том 2: Интегралы. Ряды — 2009. — 504 с. — ISBN 978-5-9221-

0307-7. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/2227
6. *Сборник задач по математическому анализу: учебное пособие / Л. Д. Кудрявцев, А. Д. Кутасов, В. И. Чехлов, М. И. Шабунин. — 2-е изд., перераб. — Москва: ФИЗМАТЛИТ, [б. г.]. — Том 3: Функции нескольких переменных — 2003. — 472 с. — ISBN 5-9221-0308-3. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL:* https://e.lanbook.com/book/2220
7.*Лунгу К.Н, Писменный Д. Т., Федин С. Н., Шевченко Ю. А. Сборник задач по высшей математике.1 курс. – М.: Айрис-пресс, 2017. – 576 с.*
8. *Зорич В. А. Математический анализ. В 2-х ч. М.: МЦНМО, 2020. Ч. 1 – 657 с., Т. 2 – 789 с.*
9. *Яременко Л. А. Кратные интегралы: Практикум. Краснодар: Кубанский гос. ун-т., 2006.- 80 с.*
10. *Яременко Л. А., Подберезкина А. И. Криволинейные и поверхностные интегралы. Учебное пособие. Краснодар: Кубанский гос. ун-т., 2012.-109 с.*