

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по учебной работе,
качеству образования – первый
проректор

Т.А. Хагуров

подпись

« _____ »

2022 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.В.12 СТОХАСТИЧЕСКИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ
УРАВНЕНИЯ**

Направление подготовки 01.05.01 Фундаментальная математика и механика

Направленность (профиль) «Фундаментальная математика и ее приложения»

Форма обучения очная

Квалификация Математик. Механик. Преподаватель

Краснодар 2022

Рабочая программа дисциплины «Стохастические дифференциальные уравнения» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 01.05.01 Фундаментальные математика и механика.

Программу составили:

С.В. Азарина, канд. физ.-мат. наук



Рабочая программа дисциплины «Интегральные уравнения» утверждена на заседании кафедры (разработчика) функционального анализа и алгебры протокол № 9 «13» апреля 2022 г.

Заведующий кафедрой (разработчика) Барсукова В.Ю.



Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук «5» мая 2022 г, протокол № 5.

Председатель УМК факультета Шмалько С. П.



Рецензенты:

Ковалёва Л.А., кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной математики и компьютерного моделирования ИИиЦТ, НИУ «БелГУ»

Засядко О.В., кандидат педагогических наук, доцент кафедры информационных образовательных технологий КубГУ

1 Цели и задачи изучения дисциплины (модуля)

1.1 Цель освоения дисциплины

Цели освоения дисциплины определены федеральным государственным стандартом высшего образования по направлению подготовки «Фундаментальные математика и механика», в рамках которой преподается дисциплина.

Целями освоения дисциплины «Стохастические дифференциальные уравнения» являются:

1. формирование у студентов представлений о понятии стохастического дифференциального уравнения, типах таких уравнений, сильных и слабых решениях, производных в среднем и приложениях стохастических дифференциальных уравнений;
2. формирование математической культуры, способностей к алгоритмическому и логическому мышлению;
3. формирование и развитие личности студентов;
4. овладение современным аппаратом стохастических дифференциальных уравнений для дальнейшего использования в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

1.2 Задачи дисциплины

Задачами изучения дисциплины являются:

1. получение студентами основных теоретических знаний (интегралы Ито, Стратоновича, формула Ито, мартингалы, диффузионные процессы и генераторы, производные в среднем, теоремы существования);
2. формирование представления об основных видах стохастических дифференциальных уравнений, способах решения таких уравнений, возможных приложениях;
3. выработать умения и навыки исследования и решения стохастических дифференциальных уравнений, уравнений диффузионного типа, с производными в среднем;
4. приобретение практических навыков работы с понятиями и объектами курса интегральных уравнений;
5. научить применять стохастические дифференциальные уравнения к решению различных прикладных задач (физических, экономических).

1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Интегральные уравнения» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана. В соответствии с рабочим учебным планом дисциплина изучается на 5 курсе (9 семестр) по очной форме обучения. Вид промежуточной аттестации: зачёт.

Место курса в профессиональной подготовке определяется ролью стохастических дифференциальных уравнений в формировании высококвалифицированного специалиста по направлению «Фундаментальные математика и механика».

Для успешного освоения дисциплины обучающийся должен владеть знаниями, умениями и навыками по программе дисциплин «Математический анализ», «Аналитическая геометрия», «Дифференциальные уравнения», «Дополнительные главы дифференциальных уравнений», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Теория случайных процессов». Данная дисциплина является основополагающей для дальнейшего изучения дисциплин высшей математики и механики.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), сопоставленных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

Код и наименование индикатора* достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине (знает, умеет, владеет (навыки и/или опыт деятельности))
ПК-1 Способен формулировать и решать актуальные и значимые задачи фундаментальной и прикладной математики	
ИПК-1.1 Знает основные понятия, идеи и методы фундаментальных математических дисциплин для решения базовых задач	Знает понятия интегралов Ито, Стратоновича и их свойства, теоремы существования и единственности решений стохастических дифференциальных уравнений, уравнений диффузионного типа.
	Умеет применять формулу Ито, находить генератор стохастического потока, производные в среднем.
	Владеет навыками необходимых технических преобразований; навыками применения полученных знаний в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания
ИПК-1.2 Умеет передавать результаты проведенных теоретических и прикладных исследований в виде конкретных предметных рекомендаций в терминах предметной области	Знает возможные сферы приложений изученных в теории стохастических дифференциальных уравнений объектов и их основных свойств
	Умеет математически корректно ставить и исследовать задачи, возникающие в приложениях
	Владеет навыками необходимых технических преобразований; стандартными и нестандартными приемами решения исследовательских задач; навыками поиска нужной информации
ИПК-1.3 Самостоятельно и корректно решает стандартные задачи фундаментальной и прикладной математики	Знает основные понятия, свойства изучаемых объектов, взаимосвязи между ними; постановки основных задач, структуру формулировки и доказательства утверждений
	Умеет выделять и исследовать основные объекты в отдельной предметной области математического знания
	Владеет навыками необходимых технических преобразований; стандартными и нестандартными приемами решения исследовательских задач; навыками поиска и переработки необходимого теоретического материала из различных источников
ИПК-1.4 Имеет навыки решения математических задач, соответствующих квалификации, возникающих при проведении научных и прикладных исследований	Знает основные понятия, свойства изучаемых объектов, взаимосвязи между ними; постановки основных задач, структуру формулировки и доказательства утверждений
	Умеет выделять и исследовать основные объекты в отдельной предметной области математического знания
	Владеет навыками поиска и переработки необходимого теоретического материала из различных источников
ОПК-2 Способен создавать, анализировать и реализовывать новые математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении	
ИОПК-2.1 Знает математические модели стандартных задач в области профессиональной деятельности	Знает возможные способы построения моделей задач об оптимальной остановке, стохастического управления, финансовой математики
	Умеет самостоятельно строить математические модели стандартных задач
	Владеет навыками технических преобразований, исследования построенных моделей
ИОПК-2.2 Выбирает необходимые методы исследования, модифицирует существующие и разрабатывает новые методы, исходя из задач конкретного исследования	Знает методы исследования моделей на основе стохастических дифференциальных уравнений, уравнений с производными в среднем
	Умеет разрабатывать новые подходы к исследованию моделей
	Владеет навыками поиска и подбора подходящего метода исследования конкретной задачи экономики, управления, математической физики.
ИОПК-2.3 Применяет полученные результа-	Умеет интерпретировать полученный результат и делать

Код и наименование индикатора* достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине (знает, умеет, владеет (навыки и/или опыт деятельности))
ты, представляет итоги проделанной работы	прогнозы на его основе
	Знает как можно использовать полученный результат для решения практической задачи
	Владеет методами представления полученной в результате исследования информации, интерпретирования полученных результатов

Результаты обучения по дисциплине достигаются в рамках осуществления всех видов контактной и самостоятельной работы обучающихся в соответствии с утвержденным учебным планом.

Индикаторы достижения компетенций считаются сформированными при достижении соответствующих им результатов обучения.

2. Структура и содержание дисциплины

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 2 зачетных единицы (72 часа), их распределение по видам работ представлено в таблице

Виды работ	Всего часов	Форма обучения	
		очная	
		7 семестр (часы)	8 семестр (часы)
Контактная работа, в том числе:			
Аудиторные занятия (всего):	30	-	-
занятия лекционного типа	10	-	10
лабораторные занятия	20	-	20
практические занятия	-	-	-
семинарские занятия	-	-	-
Иная контактная работа:			
Контроль самостоятельной работы (КСР)	-	-	-
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,2	-	0,2
Самостоятельная работа, в том числе:			
Курсовая работа/проект (КР/КП) (подготовка)	-	-	-
Контрольная работа	10	-	10
Расчётно-графическая работа (РГР) (подготовка)	-	-	-
Реферат/эссе (подготовка)	-	-	-
Самостоятельное изучение разделов, самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным и практическим занятиям, коллоквиумам и т.д.)	29,8	-	29,8
Подготовка к текущему контролю	2	-	2
Общая трудоёмкость	час.	72	72
	в том числе контактная работа	30,2	30,2
	зач. ед	2	2

2.2 Содержание дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоёмкости по разделам дисциплины.

Разделы (темы) дисциплины, изучаемые в 8 семестре (4 курсе) (очная форма обучения)

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1.	Тема 1 Введение	12	2	-	4	6
2.	Тема 2 Стохастические интегралы.	15	2	-	4	9
3.	Тема 3 Стохастические дифференциальные уравнения	18	2	-	6	10
4.	Тема 4 Производные в среднем	14	2	-	4	8
5.	Тема 5 Некоторые приложения	12,8	2	-	2	8,8
	<i>ИТОГО по разделам дисциплины</i>		10	-	20	41,8
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	-	-	-	-	-
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0.2	-	-	-	-
	Общая трудоемкость по дисциплине	72	10	-	20	41,8

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

2.3 Содержание разделов (тем) дисциплины

2.3.1 Занятия лекционного типа

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Форма текущего контроля
1.	Введение	Стохастические аналоги классических дифференциальных уравнений. Задачи фильтрации, стохастический подход к детерминированным краевым задачам, оптимальная остановка, стохастическое управление, финансовая математика. Некоторые определения теории вероятностей и теории случайных процессов. Броуновское движение. Условное математическое ожидание. Марковские процессы. Мартингалы и семимартингалы.	Устный опрос
2.	Стохастические интегралы	Стохастические интегралы. Построение интеграла Ито (по типу интеграла Римана). Интеграл Стратоновича. Свойства. Формула Ито.	Устный опрос
3.	Стохастические дифференциальные уравнения	Стохастические дифференциальные уравнения. В форме Ито. В форме Стратоновича. Существование и единственность решений. Сильные и слабые решения. Стохастические потоки и их генераторы.	Проверка домашнего задания, устный опрос
4.	Производные в среднем	Производные в среднем справа, слева, симметрическая, квадратичная. Уравнения с производными в среднем. Условия существования решений. Вычисление производных в среднем. Текущая и осмотическая скорость.	Устный опрос
5.	Некоторые приложения	Приложение к задаче об оптимальной остановке, стохастического управления, финансовой математике.	Устный опрос

2.3.2 Лабораторные занятия (практические / семинарские занятия/ лабораторные работы)

При изучении дисциплины могут применяться электронное обучение, дистанционные образовательные технологии в соответствии с ФГОС ВО.

№	Наименование раздела (темы)	Тематика занятий/работ	Форма текущего контроля
1.	Введение	Броуновское движение. Условное математическое ожидание. Ортогональный проектор. Марковские процессы. Мартингалы и семимартингалы	Устный опрос
2.	Стохастические интегралы	Интеграл Ито. Интеграл Стратоновича. Одномерная формула Ито. Многомерная формула Ито.	Проверка домашнего задания
3.	Стохастические дифференциальные уравнения	Стохастические дифференциальные уравнения в форме Ито, в форме Стратоновича. Диффузионные процессы Ито, их генераторы. Моменты остановки. Формула Дынкина. Локальные мартингалы.	Проверка домашнего задания, контрольная работа
4.	Производные в среднем	Вычисление производных в среднем. Вычисление произ-	Проверка домаш-

		водных в среднем для винеровского процесса. Текущая и осмотическая скорость. Решение уравнений с производными в среднем.	него задания, самостоятельная работа
5.	Некоторые приложения	Задачи об оптимальной остановке, стохастического управления, финансовой математики.	Проверка домашнего задания, устный опрос

2.3.3 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы не предусмотрены.

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	Проработка учебного (теоретического) материала	Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.
2	Выполнение домашних заданий (решение задач)	Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.
3	Подготовка к текущему контролю	Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.
4	Промежуточная аттестация (зачет)	Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла,
- в печатной форме на языке Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины (модуля)

В ходе изучения дисциплины предусмотрено использование следующих образовательных технологий: лекции, лабораторные занятия, самостоятельная работа студентов.

Цель лабораторных занятий – научить студента применять полученные на лекциях теоретические знания к решению и исследованию конкретных задач. В каждом семестре проводятся контрольные работы для проверки усвоения материала студентами.

Компетентностный подход в рамках преподавания дисциплины реализуется в использовании интерактивных технологий в сочетании с внеаудиторной работой.

Информационные технологии, применяемые при изучении дисциплины: использование информационных ресурсов, доступных в информационно-телекоммуникационной сети Интернет.

Адаптивные образовательные технологии, применяемые при изучении дисциплины – для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Интегральные уравнения».

Учебная деятельность проходит в соответствии с графиком учебного процесса. Процесс самостоятельной работы контролируется во время аудиторных занятий и индивидуальных консультаций.

Оценочными средствами дисциплины являются средства текущего контроля (коллоквиумы, контрольные работы, а также на лабораторных занятиях – ответ у доски и проверка домашних заданий) и итоговая аттестация (зачёт).

Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

№ п/п	Код и наименование индикатора (в соответствии с п. 1.4)	Результаты обучения (в соответствии с п. 1.4)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1	ИПК-1.1 Знает основные понятия, идеи и методы фундаментальных математических дисциплин для решения базовых задач	Знает понятия интегралов Ито, Стратановича и их свойства, теоремы существования и единственности решений стохастических дифференциальных уравнений, уравнений диффузионного типа.	Устный опрос по теме «Стохастические интегралы», «Стохастические дифференциальные уравнения»	Вопросы на зачете 1-10
2	ИПК-1.2 Умеет передавать результаты проведенных теоретических и прикладных исследований в виде конкретных предметных рекомендаций в терминах предметной области	Знает возможные сферы приложений изученных в теории стохастических дифференциальных уравнений объектов и их основных свойств	Устный опрос по теме «Некоторые приложения»	Вопросы на зачете 15-17
3	ИПК-1.3 Самостоятельно и корректно решает стандартные задачи фундаментальной и прикладной математики	Знает основные понятия, свойства изучаемых объектов, взаимосвязи между ними; постановки основных задач, структуру формулировки и доказательства утверждений	Контрольная работа №1 по теме «Стохастические дифференциальные уравнения»	Вопрос на зачете 3-8
4	ИПК-1.4 Имеет навыки решения математических задач, соответ-	Знает основные понятия, свойства изучаемых объектов, взаимосвязи меж-	Самостоятельная работа по теме «Производные в среднем», устный опрос по теме	Вопрос на зачёте 11-14

	ствующих квалификации, возникающих при проведении научных и прикладных исследований	ду ними; постановки основных задач, структуру формулировки и доказательства утверждений	«Производные в среднем»	
5	ИОПК-2.1 Знает математические модели стандартных задач в области профессиональной деятельности	Знает возможные способы построения моделей задач об оптимальной остановке, стохастического управления, финансовой математики	Устный опрос по теме «Некоторые приложения»	Вопросы на зачёте 15-17
6	ИОПК-2.2 Выбирает необходимые методы исследования, модифицирует существующие и разрабатывает новые методы, исходя из задач конкретного исследования	Знает методы исследования моделей на основе стохастических дифференциальных уравнений, уравнений с производными в среднем	Самостоятельная работа по теме «Производные в среднем», устный опрос по теме «Производные в среднем»	Вопросы на зачёте 11-14
7	ИОПК-2.3 Применяет полученные результаты, представляет итоги проделанной работы	Знает, как можно использовать полученный результат для решения практической задачи	Устный опрос по теме «Стохастические интегралы», «Стохастические дифференциальные уравнения»	Вопросы на зачете 1-10

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Примерные задания для контрольной работы:

- С помощью формулы Ито запишите процесс $x(t) = 2 + t + e^{w(t)}$ в стандартной форме $dx(t) = a(t, x(t))dt + A(t, x(t))dw(t)$, соответствующим образом выбрав коэффициенты.
- Проверьте, что процесс $x(t) = w(t)/(1+t)$, $x(0) = 0$, является решением уравнения $dx(t) = -1/(1+t)x(t)dt + 1/(1+t)dw(t)$.
- Решите стохастическое дифференциальное уравнение $dx(t) = x(t)dt + dw(t)$ (с помощью интегрирующего множителя e^{-t}).

Примерные задания для самостоятельной работы:

Вычислите производные в среднем для процесса $x(t)$, который является решением уравнения $dx(t) = -1/(1+t)x(t)dt + 1/(1+t)dw(t)$, $x(0) = 0$.

Зачетно-экзаменационные материалы для промежуточной аттестации (зачет/экзамен)

Примерные вопросы к зачёту:

9 семестр

- Стохастические интегралы. Построение интеграла Ито (по типу интеграла Римана). Свойства.
- Построение интеграла Стратоновича. Свойства.
- Одномерная формула Ито.
- Многомерная формула Ито.
- Теорема о представлении мартингала.
- Стохастические дифференциальные уравнения в форме Ито.
- Стохастические дифференциальные уравнения в форме Стратоновича.

8. Стохастические дифференциальные уравнения диффузионного типа.
9. Сильные и слабые решения стохастических дифференциальных уравнений.
10. Теоремы существования и единственности решений.
11. Стохастические потоки и их генераторы.
12. Производные в среднем слева, справа.
13. Симметрическая и квадратичная производные в среднем.
14. Уравнения с производными в среднем. Условия существования решений.
15. Задача об оптимальной остановке.
16. Задача стохастического управления.
17. Некоторые задачи финансовой математики.

Типовые задачи, выносимые на зачёт 9 семестр

1. Докажите, что

$$\int_0^t s dw(s) = tw(t) + \int_0^t w(s) ds.$$

2. Преобразуйте стохастическое дифференциальное уравнение в форме Ито в уравнение в форме Стратоновича

$$dx(t) = rx(t)dt + \alpha x(t)dw(t),$$

Где r и α – константы.

3. Решите стохастическое дифференциальное уравнение

$$dx(t) = rdt + \alpha x(t)dw(t),$$

Где r и α – константы.

Критерии оценивания результатов обучения

Критерии оценивания по зачету:

«зачтено»: студент регулярно посещал занятия; выполнял домашние работы; владеет теоретическими знаниями по данному разделу; знает методы решения интегральных уравнений с различными типами ядер, допускает незначительные ошибки в ходе решения задач; студент умеет правильно объяснять изученный материал, иллюстрируя его соответствующими примерами; написал контрольные работы на положительные оценки;

«не зачтено»: студент пропустил более 60 % занятий, не выполнял домашние работы, материал не усвоен или усвоен частично, студент затрудняется привести примеры при изложении изученного материала, имеет довольно ограниченный объем знаний программного материала, написал контрольные работы на неудовлетворительные оценки.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в печатной форме увеличенным шрифтом,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

5. Перечень учебной литературы, информационных ресурсов и технологий

5.1. Учебная литература

1. Оксендаль Б. Стохастические дифференциальные уравнения. Введение в теорию и приложения: Пер. с англ. / Б. Оксендаль – М.: Мир, ООО «Издательство АСТ», 2003. – 408 с., ил. – (Лучший зарубежный учебник)
2. Гликлик Ю.Е. Элементы стохастического анализа / Ю.Е. Гликлик – Воронеж: ВГУ, 2017. – 48 с.
3. Гликлик Ю.Е. Глобальный и стохастический анализ в задачах математической физики / Ю.Е. Гликлик. – М.: Комкнига, 2005. – 416 с.
4. Гихман И.И., Скороход А.В. Стохастические дифференциальные уравнения и их приложения / И.И. Гихман, А.В. Скороход – Киев: Наукова Думка, 1982. – 612 с.
5. Белополюская Я.И., Далецкий Ю.Л. Уравнения Ито и дифференциальная геометрия // Успехи мат. наук, 1982.-Т.37, №3.- С.95-142.

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах «Лань» и «Библиоклуб».

1.3. Интернет-ресурсы, в том числе современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Электронно-библиотечные системы (ЭБС):

1. ЭБС «ЛАНЬ» <https://e.lanbook.com>

Ресурсы свободного доступа:

1. Федеральный портал "Российское образование" <http://www.edu.ru/>
2. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" <http://window.edu.ru/>;
3. Министерство науки и высшего образования Российской Федерации <https://www.minobrnauki.gov.ru/>
4. Краткий справочник по математике - <http://matembook.chat.ru/>
5. Математический портал - <http://www.allmath.com/>

Собственные электронные образовательные и информационные ресурсы КубГУ:

1. Среда модульного динамического обучения <http://moodle.kubsu.ru>
2. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций <http://mschool.kubsu.ru/>

6 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной систематизированный материал, лабораторных занятий, в ходе которых

студентами приобретаются и закрепляются основные практически навыки решения различных задач, в том числе с применением полученных теоретических знаний.

Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине. Самостоятельная работа студентов является неотъемлемой частью процесса подготовки. Под самостоятельной работой понимается часть учебной планируемой работы, которая выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа направлена на усвоение системы научных и профессиональных знаний, формирования умений и навыков, приобретение опыта самостоятельной творческой деятельности. СРС помогает формировать культуру мышления студентов, расширять познавательную деятельность.

Виды самостоятельной работы по курсу:

а) по целям: подготовка к лекциям, к практическим занятиям, к контрольной работе, к коллоквиуму.

б) по характеру работы: изучение литературы, конспекта лекций; поиск литературы в библиотеке; конспектирование рекомендуемой для самостоятельного изучения научной литературы; решение задач, тестов; работа с обучающими и контролирующими программами.

Тематическое планирование самостоятельной работы студентов

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Вид работы
1	Введение	Изучение постановки задач оптимального управления, фильтрации, финансовой математики. Изучение свойств марковских процессов, мартингалов и семимартингалов	Поиск необходимой информации (см. список литературы). Решение задач.
2	Стохастические интегралы	Другой способ построения интеграла Ито, многомерная формула Ито, её применение к вычислениям	Поиск необходимой информации. Изучение лекционного материала. Конспектирование.
3	Стохастические дифференциальные уравнения	Связь между разными типами стохастических дифференциальных уравнений, доказательство теоремы существования и единственности, свойства генераторов.	Повторение лекционного материала и материала учебников. Подготовка к контрольной работе
4	Производные в среднем	Симметрическая и кососимметрическая производные в среднем, текущая и осмотическая скорость.	Поиск необходимой информации. Подготовка к контрольной работе
5	Некоторые приложения	Задачи стохастического управления. Рынки, опционы. Модель Блэка-Шоулса.	Изучение лекционного материала и материала учебников.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

7. Материально-техническое обеспечение по дисциплине (модулю)

Наименование специальных помещений	Оснащенность специальных помещений	Перечень лицензионного программного обеспечения
Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер	Программы для демонстрации и создания презентаций (Miktex, Microsoft Office, Open BSD, Videopad)

Учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: Доска, мел, маркеры	
Учебные аудитории для проведения лабораторных работ. Лаборатория...	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: Доска, мел, маркеры	

Для самостоятельной работы обучающихся предусмотрены помещения, укомплектованные специализированной мебелью, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Наименование помещений для самостоятельной работы обучающихся	Оснащенность помещений для самостоятельной работы обучающихся	Перечень лицензионного программного обеспечения
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (читальный зал Научной библиотеки)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (ауд. _____)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	