

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение выс-  
шего образования

«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по учебной работе,  
качеству образования – первый  
проректор

Хагуров Т.А.

подпись

«27» мая 2022 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ Б1.О.16 МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Специальность 01.05.01 Фундаментальная математика и механика

Направленность (профиль) Фундаментальная математика и ее приложения  
Вычислительная математика и компьютерный инжиниринг

Форма обучения Очная

Квалификация Математик. Механик. Преподаватель

Краснодар 2022

Рабочая программа дисциплины «Математический анализ» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по специальности 01.05.01 Фундаментальные математика и механика.

Программу составили:

В.Ю. Барсукова, канд. физ.-мат. наук, доцент



---

Рабочая программа дисциплины «Математический анализ» утверждена на заседании кафедры (разработчика) функционального анализа и алгебры протокол № 9 от «13» апреля 2022 года.

Заведующий кафедрой (разработчика) Барсукова В.Ю.



---

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук «5» мая 2022 г, протокол № 5.

Председатель УМК факультета Шмалько С.П.



---

Рецензенты:

Чубырь Н.О., кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной математики КубГТУ

Павлова А.В., доктор физико-математических наук, профессор кафедры математического моделирования КубГУ

## **1 Цели и задачи изучения дисциплины**

### **1.1 Цель дисциплины**

Целями освоения дисциплины «Математический анализ» являются формирование математической культуры студентов, фундаментальная подготовка студентов в области математического анализа, овладение современным аппаратом математического анализа для дальнейшего использования в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

Цели курса – сформировать у студентов систематические знания в области математического анализа; добиться понимания основных объектов исследования и понятий анализа, продемонстрировать возможности методов анализа для решения задач фундаментальной и прикладной математики; привить точность и обстоятельность аргументации в математических рассуждениях, способствовать: подготовке к ведению исследовательской деятельности в областях, использующих математические методы; созданию и использованию математических моделей процессов и объектов.

### **1.2 Задачи дисциплины**

Задачами изучения дисциплины являются:

1. Формирование знаний о действительных числах и операциях с действительными числами.
2. Формирование знаний о свойствах пределов последовательностей и пределов функций.
3. Овладение методами дифференцирования функций одной и многих переменных. Формирование навыков применения дифференциального исчисления к исследованию функций и в различных приложениях.
4. Овладение основными методами интегрирования функций одной и многих переменных.

### **1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина «Математический анализ» относится к обязательной части Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана и является одной из основных дисциплин в освоении математических знаний. Курс «Математический анализ» читается на 1-2 курсах: 1-4 семестры. Вид промежуточной аттестации: зачет (1, 3, 4 семестры), экзамен (1-4 семестры).

Место курса в профессиональной подготовке специалиста определяется ролью математического анализа в формировании высококвалифицированного специалиста по специальности «Фундаментальная математика и механика». Данная дисциплина является основополагающей для дальнейшего изучения дисциплин высшей математики и механики. Математический анализ используется при изучении теории функций действительного переменного, теории функций комплексного переменного, теории приближений, теории обыкновенных дифференциальных уравнений, теории дифференциальных уравнений с частными производными, теории интегральных уравнений, дифференциальной геометрии, вариационного исчисления, функционального анализа и теории вероятностей.

Для успешного освоения дисциплины достаточно знаний школьного курса алгебры и геометрии.

### **1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

Код и наименование индикатора* достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
<b>ОПК-1</b> способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики	
ИОПК-1.1. Знает актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики	Знает основные определения и понятия математического анализа такие как: предел последовательности, понятие сходящегося ряда и его суммы, предел функции и последовательности, определение производной функций одной и многих переменных, определение интеграла Римана, понятие равномерной сходимости функциональных последовательностей и рядов и др.
	Умеет формулировать и доказывать утверждения, решать задачи, связанные с нахождением экстремальных значений функций и использовать знания теории дифференциального исчисления для исследования функций и построения графиков
	Обладает навыками применения аппарата математического анализа к решению задач
ИОПК-1.3. Владеет навыками формализации актуальных задач фундаментальной математики и применения подходящих методов их решения	Знает дифференциальное и интегральное исчисление функций одного и нескольких переменных
	Умеет правильно и корректно выстраивать схему рассуждений при формулировке и получении результата (при решении практических задач)
	Обладает навыками применения методов математического анализа к решению практических задач
<b>ПК-1</b> способен формулировать и решать актуальные и значимые задачи фундаментальной и прикладной математики	
ИПК-1.1. Знает основные понятия, идеи и методы фундаментальных математических дисциплин для решения базовых задач	Знает основные понятия и свойства объектов математического анализа
	Умеет использовать методы вычислений разного рода интегралов, сумм и функциональных последовательностей в конкретных приложениях для решения практических задач
	Обладает навыками применения аппарата математического анализа к решению задач
ИПК-1.3. Самостоятельно и корректно решает стандартные задачи фундаментальной и прикладной математики	Знает постановки стандартных задач математического анализа
	Умеет определять класс задач, для которых применим тот или иной аппарат математического анализа
	Обладает навыками доказательства утверждений

Результаты обучения по дисциплине достигаются в рамках осуществления всех видов контактной и самостоятельной работы обучающихся в соответствии с утвержденным учебным планом.

Индикаторы достижения компетенций считаются сформированными при достижении соответствующих им результатов обучения.

## 2 Структура и содержание дисциплины

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 24 зачетных единиц (864 часа), их распределение по видам работ представлено в таблице

Виды работ	Всего часов	Форма обучения			
		очная			
		1	2	3	4

		семестр (часы)	семестр (часы)	семестр (часы)	семестр (часы)
<b>Контактная работа, в том числе:</b>					
<b>Аудиторные занятия (всего):</b>		<b>496</b>	<b>120</b>	<b>112</b>	<b>136</b>
занятия лекционного типа		232	52	48	68
лабораторные занятия		264	68	64	64
<b>Иная контактная работа:</b>					
Контроль самостоятельной работы (КСР)		16	4	4	4
Промежуточная аттестация (ИКР)		1,8	0,5	0,3	0,5
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>		<b>153,4</b>	<b>37,8</b>	<b>46</b>	<b>38,8</b>
Самостоятельное изучение разделов, самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным занятиям, коллоквиумам и т.д.)			20	26	26
Подготовка к текущему контролю			17,8	20	12,8
<b>Контроль:</b>					
Подготовка к экзамену		196,8	53,7	53,7	44,7
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>час.</b>	<b>864</b>	<b>216</b>	<b>216</b>	<b>214</b>
	<b>в том числе контактная работа</b>	<b>513,8</b>	<b>124,5</b>	<b>116,3</b>	<b>140,5</b>
	<b>зач. ед</b>	<b>24</b>	<b>6</b>	<b>6</b>	<b>6</b>

## 2.2 Структура дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины. Разделы дисциплины, изучаемые в **первом** семестре:

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа СРС
			Л	ПЗ	ЛР	
1.	Введение в анализ	26	10		10	6
2.	Простейшие элементарные функции	38	8		22	8
3.	Предел функции	40	14		20	6
4.	Числовые ряды	22	6		8	8
5.	Непрерывные функции.	31,8	14		8	9,8
	<i>ИТОГО по разделам дисциплины</i>	157,8	<b>52</b>		<b>68</b>	<b>37,8</b>
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	4				
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,5				
	Подготовка к контролю	53,7				
	Общая трудоемкость по дисциплине	216				

Разделы дисциплины, изучаемые во **втором** семестре:

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов
---	-----------------------------	------------------

		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	СРС
1.	Дифференцируемые функции	30	10		10	10
2.	Приложения дифференциального исчисления	34	10		16	8
3.	Неопределенный интеграл	34	8		18	8
4.	Определенный интеграл	24	8		8	8
5.	Несобственные интегралы.	20	6		6	8
6.	Функциональные последовательности и ряды.	16	6		6	4
<b>ИТОГО по разделам дисциплины</b>		<b>158</b>	<b>48</b>		<b>64</b>	<b>46</b>
Контроль самостоятельной работы (КСР)		4				
Промежуточная аттестация (ИКР)		0,3				
Подготовка к контролю		53,7				
Общая трудоемкость по дисциплине		216				

Разделы дисциплины, изучаемые в **третьем семестре**:

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	СРС
1.	Функции нескольких переменных	48	20		20	8
2.	Дифференцируемость функций нескольких переменных	48	20		20	8
3.	Интегралы, зависящие от параметра	24	8		8	8
4.	Кратные интегралы	46,8	20		20	6,8
<b>ИТОГО по разделам дисциплины</b>		<b>166,8</b>	<b>68</b>		<b>68</b>	<b>30,8</b>
Контроль самостоятельной работы (КСР)		4				
Промежуточная аттестация (ИКР)		0,5				
Подготовка к контролю		44,7				
Общая трудоемкость по дисциплине		216				

Разделы дисциплины, изучаемые в **четвертом семестре**:

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	СРС

16	Криволинейные и поверхностные интегралы	50	20		20	10
17	Элементы теории поля	34	12		12	10
18	Представление функций рядами	82,8	32		32	18,8
	<i>ИТОГО по разделам дисциплины</i>	166,8	<b>64</b>		<b>64</b>	<b>38,8</b>
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	4				
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,5				
	Подготовка к контролю	44,7				
	Общая трудоемкость по дисциплине	216				

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

## 2.3 Содержание разделов дисциплины

### 2.3.1 Занятия лекционного типа

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1	Введение в анализ	Структура теорем, необходимые и достаточные условия. Логические символы. Предмет математического анализа. Множества и операции над ними. <i>Функции</i> : отображения, образ, прообраз, график. Классы функций: последовательность, числовая функция, взаимно однозначное отображение. Операции: сужение, композиция, алгебраические операции. Определение множества действительных чисел. Ограниченные множества. Точная верхняя и нижняя грань. Арифметические операции над числами. Аксиома непрерывности.	Устный опрос
2	Предел функции	Бесконечно малые последовательности Свойства бесконечно малых. Предел последовательности. Свойства предела: единственность, алгебраические операции, неравенства. Предельная точка. Бесконечно малые функции при $x \rightarrow a$ , $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ . Свойства: алгебраические операции, неравенства, композиция. Эквивалентность определений предела по Коши и по Гейне. <i>Критерии существования предела последовательности</i> : предел монотонной последовательности, $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} x_n$ , $\underline{\lim}_{n \rightarrow \infty} x_n$ , $\exists \lim_{n \rightarrow \infty} x_n \Leftrightarrow \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} x_n = \underline{\lim}_{n \rightarrow \infty} x_n$ , критерий Коши. Критерии существования $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ — аналоги критериев для последовательностей. Сравнение бесконечно малых, « <i>O</i> », « <i>o</i> ». Эквивалентные бесконечно малые. Понятие об асимптотике и асимптотическом разложении.	Коллоквиум
3	Простейшие	Тригонометрические функции. Асимптотика.	Проверка

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
	элементарные функции	Определение $a^x$ для рациональных и иррациональных $x$ . Свойства. Асимптотика.	домашнего задания
4	Числовые ряды	Критерии сходимости, признак сравнения. Ряды с положительными членами. Признаки Коши и Даламбера. Гармонический ряд. Абсолютно и условно сходящиеся ряды.	Устный опрос
5	Непрерывные функции	Непрерывность элементарных функций. Принцип вложенных отрезков. Принцип Больцано-Вейерштрасса. Свойства непрерывных на замкнутом отрезке функций. <i>Монотонные функции.</i> Точки разрыва, непрерывность монотонной функции. Непрерывность обратной функции. <i>Периодические функции.</i> Периодическое продолжение. Свойства периодов.	Коллоквиум
6	Дифференцируемые функции	Дифференцируемость и производная. Теорема о наилучшей локальной аппроксимации. Теоремы о производных: алгебраические операции, композиция, обратная функция. Производные элементарных функций. Производные и дифференциалы высших порядков. Теорема Ферма, Лагранжа (следствие — теорема Ролля). Формула Тейлора. Разложение элементарных функций.	Коллоквиум
7	Приложения дифференциального исчисления	Монотонность. Локальный экстремум. Выпуклость. Неравенства. Решение уравнений.	Коллоквиум
8	Неопределенный интеграл	Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Основные методы: линейность, подстановка, по частям. Таблица интегрирования. Интегрирование элементарных функций (рациональные, тригонометрические, квазиполиномы).	Проверка домашнего задания
9	Определенный интеграл	Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Свойства интеграла: интеграл — линейный, положительный, ограниченный функционал. Замена переменных в определенном интеграле. Приближенное вычисление интегралов. Формула прямоугольников, трапеций, Симпсона. Оценка погрешности. Интегральные суммы Римана. Приложение интеграла: геометрические, механические, определение функций. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме. Интегральный признак сходимости числового ряда.	Устный опрос
10	Несобственные интегралы.	Интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций. Определения. Примеры. Свойства несобственных интегралов. Критерий Коши. Абсолютная и условная сходимость. Признаки схо-	Проверка домашнего задания

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
		димости. Главное значение несобственного интеграла	
11	Функциональные последовательности и ряды.	Пространство $C[a;b]$ . Равномерная сходимость, критерий Коши равномерной сходимости. Непрерывность предела равномерно сходящейся последовательности непрерывных функций. Интегрируемость и дифференцируемость предельной функции. Функциональный ряд и область его сходимости. Равномерная сходимость. Необходимый и достаточный признак равномерной сходимости. Признак Вейерштрасса.	Проверка домашнего задания
12	Функции нескольких переменных	Линейное пространство $R^n$ . Скалярное произведение, норма, сходимость. Окрестности. Предельные точки. Открытые и замкнутые множества. отображения $R^n$ в $R^m$ . Алгебраические операции, композиции, обратное отображение. Пределы функций в $R^n$ . Критерий Коши. Непрерывные функции. Свойства непрерывных на компакте функций. Пространство непрерывных функций.	Устный опрос
13	Дифференцируемость функций нескольких переменных	Дифференцируемость $f: R^n \rightarrow R^m$ . Случай $m=1$ , и $n=1$ . Частные производные. Связь дифференцируемости с частными производными. Свойства дифференцируемости: $f+g$ , $cf$ , $f \circ g$ . Формула конечных приращений. Производная по направлению. Градиент. Производные и дифференциалы высших порядков. Равенство смешанных производных. Формула Тейлора для $f: R \rightarrow R^n$ и $f: R^n \rightarrow R$ . Неявные функции. Теорема существования (метод последовательных приближений). Теорема о дифференцировании неявной функции. Теорема об обратной функции. Экстремум $f: R^n \rightarrow R$ . Необходимые условия. Достаточные условия. Понятие об условном экстремуме. Метод Лагранжа.	Проверка домашнего задания, коллоквиум
14	Интегралы, зависящие от параметра	Интегралы, зависящие от параметра: непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость. Критерии. Интегрирование и дифференцирование. Эйлеровы интегралы.	Проверка домашнего задания
15	Кратные интегралы	Понятие площади. Квадрируемые фигуры. Объем. Мера Жордана. Определение и простейшие свойства кратных интегралов. Сведение кратного интеграла к повторному. Замена переменных в кратном интеграле. Приложения кратных интегралов.	Проверка домашнего задания
16	Криволинейные и поверхностные интегралы	Кривые. Спрямолинейные кривые. Производная длины гладкой кривой. Криволинейные интегралы. Определение, примеры. Связь интегралов первого и второго рода. Простейшие свойства. Понятие поверх-	Проверка домашнего задания,

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
		ности. Касательная и нормаль. Ориентация. Площадь поверхности. Поверхностные интегралы первого и второго рода. Определения, примеры, свойства.	устный опрос
17	Элементы теории поля	Скалярные и векторные поля. Основные дифференциальные операторы. Интегральные теоремы Гаусса – Остроградского, Грина, Стокса. Независимость криволинейного интеграла от кривой.	Проверка домашнего задания
18	Представление функций рядами	Степенные ряды. Определение. Радиус сходимости и формула Коши-Адамара. Алгебраические операции над рядами. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Разложение функций в степенной ряд. Ряд Тейлора. Теорема единственности. Разложение элементарных функций в степенные ряды. Определение ряда Фурье, основные задачи. Минимальное свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Бесселя. Лемма Римана. Интеграл Дирихле. Сходимость ряда Фурье в точке. Равномерная сходимость. Гладкость и скорость сходимости. Теорема Вейерштрасса об аппроксимации непрерывных функций. Сходимость в среднем ряда Фурье. Равенство Парсевала. Разложение функций в ряд Фурье. Ряд Фурье для произвольного промежутка. Комплексная форма ряда Фурье. Преобразование Фурье. Определение и простейшие свойства. Представление функций интегралом Фурье. Приложения.	Проверка домашнего задания, устный опрос

2.3.2 Занятия семинарского типа не предусмотрены

2.3.3 Лабораторные занятия.

№ п/п	Наименование раздела	Тематика лабораторных занятий	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1	Функции и их графики	Множества. Операции над ними. Ограниченные множества. Точные грани. Функции: образ, прообраз, операции над функциями. Обратная функция. Построение графиков функций.	Контрольная работа
2	Предел	Бесконечно малые последовательности. Предел последовательности. Их свойства. Бесконечно малые функции. Предел функции. Их свойства. Вычисление пределов.	Устный опрос, контрольная работа
3	Числовые ряды	Ряды. Необходимый признак сходимости ряда. Признак сравнения. Признаки Даламбера	Самостоятельная

№ п/п	Наименование раздела	Тематика лабораторных занятий	Форма текущего контроля
		и Коши. Абсолютно и условно сходящиеся ряды.	работа
4	Производная и ее применение	Производная. Техника вычисления производных. Производные высших порядков. Формула Тейлора. Исследование функций: монотонность, локальный экстремум, выпуклость; построение графика. Доказательство неравенств.	устный опрос, контрольная работа
5	Неопределенный интеграл	Таблица интегралов. Интегрирование заменой переменной, интегрирование по частям. Интегрирование основных классов функций: рациональных, тригонометрических, квазимногочленов, иррациональных. Техника вычисления интегралов	Устный опрос, Контрольная работа
6	Определенный интеграл	Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование заменой переменных и по частям. Приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы. Признаки сходимости. Абсолютная сходимость.	Самостоятельная работа
7	Функции многих переменных	Пространство $R^n$ , нормы в $R^n$ , шары. Сходимость в $R^n$ . Классификация точек, открытые и замкнутые множества. Функции многих переменных. Композиция, обратное отображение. Вычисление пределов. Непрерывность. Равномерная непрерывность.	Устный опрос, контрольная работа
8	Дифференцируемые функции	Дифференцируемые функции. Частные производные, дифференциал. Дифференцируемость композиции. Производная по направлению. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. Теорема Лагранжа. Экстремумы функций многих переменных. Условный экстремум. Наибольшее и наименьшее значения непрерывных функций на компакте. Неявные функции	Устный опрос, самостоятельная работа, контрольная работа
9	Интегралы, зависящие от параметра	Интегралы, зависящие от параметра. Непрерывность, предельный переход, дифференцируемость, интегрируемость. Сходимость. Несобственные интегралы, зависящие от параметра.	Самостоятельная работа
10	Кратные интегралы	Повторные интегралы. Расстановка пределов интегрирования. Вычисление двойных интегралов сведением к повторным. Замена переменных. Тройные интегралы. Приложения кратных интегралов: вычисление площадей и объемов.	Контрольная работа
11	Криволинейные и поверхностные интегралы	Криволинейные интегралы. Поверхностные интегралы. Касательная плоскость. Теория поля. Приложение криволинейных и поверхностных интегралов.	Устный опрос, самостоятельная

№ п/п	Наименование раздела	Тематика лабораторных занятий	Форма текущего контроля
			работа
12	Представление функций рядами	Функциональные ряды. Равномерная сходимость последовательностей и рядов. Признак Вейерштрасса. Степенные ряды. Разложение функций в ряд Тейлора. Ряды Фурье.	Контрольная работа

**2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)** курсовые работы не предусмотрены.

**2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Проработка учебного (теоретического) материала	Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.
2	Выполнение домашних заданий (решение задач)	Методические указания по выполнению лабораторных работ. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г. Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.
3	Подготовка к текущему контролю	Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.
4	Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.
5	Коллоквиум	Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### 3 Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины (модуля)

В ходе изучения дисциплины предусмотрено использование следующих образовательных технологий: лекции, практические занятия, проблемное обучение, подготовка письменных работ, самостоятельная работа студентов.

Компетентностный подход в рамках преподавания дисциплины реализуется в использовании интерактивных технологий и активных методов (разбора конкретных задач) в сочетании с внеаудиторной работой.

Информационные технологии, применяемые при изучении дисциплины: использование информационных ресурсов, доступных в информационно-телекоммуникационной сети Интернет.

Адаптивные образовательные технологии, применяемые при изучении дисциплины – для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты

### 4 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Математический анализ».

Оценочные средства включают контрольные материалы для проведения текущего контроля в форме самостоятельных и контрольных работ, вопросов для устного опроса, коллоквиумов и промежуточной аттестации в форме вопросов и заданий к зачету (1, 3, 4 семестры) и экзаменов (1-4 семестры).

№ п/п	Код и наименование индикатора (в соответствии с п. 1.4)	Результаты обучения (в соответствии с п. 1.4)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1	ИОПК-1.1. Знает актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики	Знает основные определения и понятия математического анализа такие как: предел последовательности, понятие сходящегося ряда и его суммы, предел функции и последовательности, определение производной функций одной и многих переменных, определение интеграла Римана, понятие равномерной сходимости функциональных последовательностей и рядов и др.	Устные опросы по всем темам, коллоквиум	Вопросы на экзаменах 1-4 семестр
2		Умеет формулировать и доказывать утверждения, решать задачи, связанные с нахождением экстремальных значений функций и	Устные опросы по всем темам, коллоквиум	Вопросы на экзаменах 1-4 семестр

		использовать знания теории дифференциального исчисления для исследования функций и построения графиков		
3		Обладает навыками применения аппарата математического анализа к решению задач	Контрольные работы	Вопросы на экзаменах 1-4 семестр
4	ИОПК-1.3. Владеет навыками формализации актуальных задач фундаментальной математики и применения подходящих методов их решения	Знает дифференциальное и интегральное исчисление функций одного и нескольких переменных	Устные опросы по всем темам, коллоквиум	Вопросы на экзаменах 1-4 семестр
5		Умеет правильно и корректно выстраивать схему рассуждений при формулировке и получении результата (при решении практических задач)	Устные опросы по всем темам, коллоквиум	Вопросы на экзаменах 1-4 семестр
6		Обладает навыками применения методов математического анализа к решению практических задач	Контрольные работы	Вопросы на экзаменах 1-4 семестр
7	ИПК-1.1. Знает основные понятия, идеи и методы фундаментальных математических дисциплин для решения базовых задач	Знает основные понятия и свойства объектов математического анализа	Устные опросы по всем темам, коллоквиум	Вопросы на экзаменах 1-4 семестр
8		Умеет использовать методы вычислений разного рода интегралов, сумм и функциональных последовательностей в конкретных приложениях для решения практических задач	Контрольные работы	Вопросы на экзаменах 1-4 семестр
9		Обладает навыками применения аппарата математического анализа к решению задач	Контрольные работы	Вопросы на экзаменах 1-4 семестр
10	ИПК-1.3. Самостоятельно и корректно решает стандартные задачи фундаментальной и прикладной математики	Знает постановки стандартных задач математического анализа	Устные опросы по всем темам, коллоквиум	Вопросы на экзаменах 1-4 семестр
11		Умеет определять класс задач, для которых применим тот или иной аппарат математического анализа	Устные опросы по всем темам, коллоквиум	Вопросы на экзаменах 1-4 семестр
12		Обладает навыками доказательства утверждений	Устные опросы по всем темам, коллоквиум	Вопросы на экзаменах 1-4 семестр

**Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

## Образцы контрольных работ

### 1 семестр

#### Контрольная работа на тему «Графики функций»

1. Построить эскизы графиков функций:

$$1) y = \frac{x(x+1)}{(x+2)(x+3)}; \quad 2) y = \frac{x(x-1)}{(x+3)}; \quad 3) y = \sqrt{x(x+2)(3-x)};$$

$$4) y = \frac{1}{3x-2}; \quad 5) y = \ln \frac{x+2}{x-1}; \quad 6) y = x^2 \cos x$$

2.  $f(x) = |\lg x|$ . Найти  $f(1)$ ,  $f([10; 100])$ ,  $f^{-1}(-2)$ ,  $f^{-1}([1; 3])$ .

3.  $f(x) = \ln x$ ,  $g(x) = \frac{1}{x^2-1}$ . Найти  $f \circ f$ ,  $g \circ g$ ,  $f \circ g$  и  $g \circ f$ . Указать их области определения.

4. Представить  $f(x) = \sqrt{\arccos x^2}$  в виде композиции  $g_1 \circ g_2 \circ g_3$ . Найти область определения.

5. Имеет ли  $f(x) = 2x - x^2$  обратную на  $D(f)$ ? Найти  $f^{-1}$  на  $(-\infty; 1)$ .

#### Контрольная работа на тему «Предел»

1. Вычислить пределы:

$$1) \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^2} \right); \quad 2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x-2)^5 (2x-5)^4}{(x+1)^6 (3x-4)^3}; \quad 3) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{6-x}-1}{3-\sqrt{x+4}};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{(x+2)(x-3)} - x \right); \quad 5) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left( 2x \operatorname{tg} x - \frac{\pi}{\cos x} \right); \quad 6) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\left( \frac{\pi}{2} - x \right)^2};$$

$$7) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-2}{x+3} \right)^{\frac{x(x+2)}{x+1}}; \quad 8) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1 + \sin x}{1 + \operatorname{tg} x} \right)^{\frac{1}{x}}; \quad 9)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sin \sqrt{x+1} - \sin \sqrt{x} \right)$$

#### Самостоятельная работа по теме «Числовые ряды»

1. Исследовать сходимость числовых рядов

$$а) \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \sin \frac{\pi}{3^n} \quad б) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 - 2n + 2} \quad в) \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n-1}{n+1} \right)^{n^2+4n+5} \quad г)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n-1}{n+2} \right)^2$$

$$д) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n (2n+1)!} \quad е) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} n}{n \sqrt{n^2 + n + 1}} \quad ж) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln \left( 1 + \frac{1}{n^2} \right)}{\sqrt[3]{n^2 + 1}}$$

## 2 семестр

### Контрольная работа на тему «Приложения дифференциального исчисления»

1. Исследовать функцию и построить график: а)  $y = \frac{x(x+2)}{(x-1)^2}$ ; б)  $y = \sqrt{x} \ln x$ .
2. Найти предел, используя формулу Тейлора:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \sqrt{1-x^2}}{\sin x - x}$ .
3. Написать разложение по формуле Маклорена до  $x^3$ . Остаточный член записать в форме Пеано и в форме Лагранжа:  $y = x \ln(x+1)$ .

### Контрольная работа на тему «Неопределенный и определенный интеграл»

1. Вычислить

- 1)  $\int \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$
- 2)  $\int x^2 \arctg x dx$
- 3)  $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx$
- 4)  $\int \frac{(2x+5)dx}{\sqrt{x^2+4x+7}}$
- 5)  $\int \frac{x^4 dx}{(x^3+1)}$
- 6)  $\int_0^1 \frac{e^{2x} + 2e^x}{e^{2x} + 1} dx$
- 7)  $\int_1^4 \frac{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$

2. Найти длину дуги кривой  $x = a \sin^3 t, y = a \cos^3 t, 0 \leq t \leq \pi$
3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x, y = \frac{1}{x}, x = 3$

## 3 семестр

### Контрольная работа на тему «Функции нескольких переменных»

1. Определяет ли функция норму в пространстве  $R^2$ ?

- 1)  $f(x) = |x_2| + 2|x_1|,$
- 2)  $f(x) = |x_2 x_1|$

Построить единичный шар с центром в точке  $(2; 1)$  в соответствующей норме.

2. Найти внутренние, внешние, граничные и предельные точки множества:

1.  $(0; 3) \cup [4; 5] \cup \{-1\};$
2.  $\{(x; y) : x^2 + y^2 \geq 1\}.$

3. Сходятся ли последовательности при  $k \rightarrow \infty$ :

- 1)  $\left( \frac{\sin k}{k}, \frac{k+2}{k}, \cos \frac{1}{k} \right)$  в  $R^3$ ;
- 2)  $\left( \frac{1}{k}, \frac{2}{k^2}, \dots, \frac{n}{k^n} \right)$  в  $R^n$ ;
- 3)  $(k; 1; 1)$  в  $R^3$ .

4. Найти область определения функции  $f(x, y) = \ln x - \ln \sin y$ .

5. Найти  $f^{-1}(1)$ , при отображении  $f(x, y) = xy$ .

6. Найти, если возможно,  $f \circ g$  и  $g \circ f$ :  $f(x_1, x_2, x_3) = \begin{pmatrix} x_1^2 - x_3 \\ x_2^2 + x_1 \end{pmatrix}, g(u_1, u_2) = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}.$

7. Вычислить: 1)  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} (1 + xy^2)^{\frac{1}{x^2 + y^2}}$ ; 2)  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \left( x \sin \frac{1}{y} + y \sin \frac{1}{x} \right).$

8. Найти значение параметра  $a$ , при котором функция будет непрерывной

$$f(x, y) = \begin{cases} x^3 + y^3, & x + y \neq 0 \\ a, & x + y = 0 \end{cases}$$

**Контрольная работа на тему «Дифференцируемость функций нескольких переменных»**

1. Проверить дифференцируемость функции в точке. Выписать матрицу Якоби и дифференциал.

а)  $f(x, y) = 3x^2 + 2x^2y^3$  в  $(0, 0)$ ; б)  $f(x) = \begin{pmatrix} 3 \sin x \\ 5x^3 \end{pmatrix}$  в  $0$ ;

2. Найти значение первого дифференциала функции  $f(x, y) = \sqrt[3]{x^2 - y^2}$  в точке  $(1, 2)$  на векторе  $h = (0, 1, 0, 1)$ . Найти  $\text{grad} f(1, 2)$ .

3. Исследовать на экстремум функцию  $f(x, y) = \frac{8}{x} + \frac{x}{y} + y$ .

4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x, y) = x^2 - 2y + 3$  в области  $D = \{y - x \leq 1, x \leq 0, y \geq 0\}$ .

5. Для функции  $z(x, y)$  найти  $\frac{\partial z(1, 4)}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial z(1, 4)}{\partial y}$ , если  $z(1, 4) = 2$  и  $16 - z^3 - xyz = 0$ .

6. Преобразовать выражение к новым переменным  $u$  и  $v$ :  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 4x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - \frac{1}{x} \frac{\partial z}{\partial x}$ ,

$$u = x^2 + y, v = -x^2 + y.$$

**Контрольная работа на тему «Кратные интегралы»**

1 Расставить пределы интегрирования (двумя способами):  $\iint_D f(x, y) dx dy$ ,

$$D: |x| + |y| \leq 1.$$

2. Вычислить тройной интеграл  $\iiint_V xy^2 z^3 dx dy dz$ ,  $V$  ограничена поверхностями  $z = x^2 + y^2$ ,

$$z = 0, x = y, x = 1.$$

3. Вычислить с помощью двойного интеграла площадь области, ограниченной линиями:  $y = x^2, y = 0, 5x^2, y = 2x$ .

4. В интеграле  $\iint_G f(x, y) dx dy$  перейти к полярным координатам:

$$G = \{x^2 + y^2 \leq 2x; x \leq y\}.$$

**4 семестр**

**Контрольная работа на тему «Криволинейные и поверхностные интегралы»**

1. Вычислить интеграл,  $\int_{\Gamma} x^2 ds$ , где  $\Gamma$  – кривая  $x^2 + y^2 = a^2, y \geq 0$ .

2. Вычислить а) непосредственно; б) по формуле Грина  $\int_{\Gamma} (x^2 - 2xy) dx + (x - 2y)^2 dy$ ,

где  $\Gamma$  – граница прямоугольника  $x = 0, x = 2, y = 0, y = 1$ , пробегаемая в положительном направлении.

3. Вычислить  $\iint_{\Phi} (x^2 + y^2 + z^2) dS$ , где  $\Phi$  – сфера  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$

4. Вычислить интеграл  $\iint_{\Phi} x^6 dydz + y^4 dzdx + z^2 dxdy$ , где  $\Phi$  – внешняя сторона поверхности  $x^2 + y^2 = z$ ,  $z \leq 1$ .
5. Найти угол между  $\text{rot } \vec{a}(M_1)$  и  $\text{rot } \vec{a}(M_2)$ ,  
 $\vec{a} = (x^2 + y^2)\vec{i} + (z^2 + y^2)\vec{j} + (x^2 + z^2)\vec{k}$ ,  $M_1(1,2,3)$ ,  $M_2(1,1,-1)$ .

**Контрольная работа на тему «Функциональные ряды.  
Представление функций рядами»**

1. Исследовать ряды на равномерную сходимость:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} 2^{-n} \cos \pi nx$ ,  $x \in \mathbb{R}$       б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2+x)^n \cos^2 nx}{\sqrt{n^3 + x^4}}$ ,  $-3 \leq x \leq -1$ ,

2. Найти радиус и интервал сходимости рядов и исследовать сходимость в концах интервала сходимости:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}} \frac{x^n}{3^n}$       б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n^4 + 3}{n^3 + 4n}} (x + 2)^n$

3. Разложить функцию в степенной ряд ( $x_0 = 0$ )  $f(x) = \frac{5 - 2x}{x^2 - 2x - 3}$

4. Написать разложение в ряд Фурье а)  $f(x) = \sin \frac{x}{2}$   $x \in (-\pi, \pi)$ ;

б)  $f(x) = \arccos(\cos x)$

**Коллоквиум (образцы заданий)**

**1 семестр**

№1

1. Функция. Образ (точки и множества)
2. Бесконечно малые последовательности.
3. Критерий Коши существования предела функции.
4. Плотность множества рациональных чисел (доказать).

№2

1. Определение  $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} x_n$ .
2. Монотонные последовательности.
3. Теорема о пределе композиции.
4. Бесконечно малые последовательности и их свойства (доказать 2 свойства).

**2 семестр**

№ 1.

Дать определения:

1. Дифференцируемая в точке функция.
2. Возрастающая функция.
3. Точка перегиба.

Сформулировать:

1. Признак Коши сходимости числовых рядов.
2. Дифференцируемость и производная.
3. Теорема Лагранжа.

4. Необходимое условие экстремума.  
Вывести формулу производной  $\sin x$ .

**№ 2.**

Дать определения:

1. Производная функции в точке.
2. Убывающая функция.
3. Выпуклая вниз функция.

Сформулировать:

1. Необходимый признак сходимости.
2. Теорема о наилучшей локальной аппроксимации.
3. Теорема Ролля.
4. Достаточное условие экстремума.

Вывести формулу производной  $\ln x$ .

**3 семестр**

**№ 1.**

Дать определение понятий:

1. Открытый шар.
2. Внутренняя точка
3. Замкнутое множество
4. Равномерная непрерывность функции
5. Дифференцируемое в точке отображение
6. Частная производная

Сформулировать утверждения:

7. Равносильность определения предела по Коши и Гейне
8. Достаточные условия дифференцируемости
9. Дифференцирование функциональных рядов

**№ 2.**

Дать определение понятий:

1. Окрестность в  $R^n$ .
2. Граничная точка
3. Открытое множество
4. Непрерывное отображение
5. Дифференцируемое в точке отображение
6. Градиент

Сформулировать утверждения:

7. Теорема Кантора
8. Критерий Коши существования предела функции
9. Формула Лагранжа

## **4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации**

Примерные вопросы к экзамену:

**1 семестр**

1. Бесконечные десятичные дроби.
2. Аксиома полноты.
3. Ограниченные множества. Границы множеств.
4. Точные грани. Существование точной верхней и нижней грани.

5. Аксиома Архимеда. Плотность множества рациональных чисел.
6. Функции. Образ. Прообраз. Композиция. График.
7. Операции над функциями. Обратная функция.
8. Бесконечно малые последовательности. Свойства бесконечно малых последовательностей.
9. Предел последовательности. Единственность предела.
10. Свойства предела, связанные с алгебраическими операциями.
11. Свойства предела, связанные с неравенствами.
12. Монотонные последовательности. Критерий существования предела монотонной последовательности.
13. Фундаментальные последовательности. Критерий Коши.
14.  $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} x_n$ ,  $\underline{\lim}_{n \rightarrow \infty} x_n$ .
15. Неравенство Бернулли.
16. Второй замечательный предел. Число  $e$ .
17. Теорема о вложенных и стягивающихся отрезках.
18. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
19. Бесконечно малые функции. Свойства бесконечно малых функций.
20. Предел функции. Его единственность.
21. Свойства предела функции, связанные с алгебраическими операциями.
22. Свойства предела функции, связанные с неравенствами.
23. Предел композиции.
24. Эквивалентность предела по Коши и Гейне.
25. Монотонные функции. Критерий существования предела монотонной функции.
26. Критерий Коши существования предела функции.
27. Односторонние пределы.
28. Сравнение функций ( $o$ ,  $O$ , эквивалентность).
29. Существование корня  $n$ -ой степени.
30. Определение показательной функции. Характеристические свойства.
31. Множество значений показательной функции. Логарифмическая функция.
32. Первый замечательный предел и асимптотика тригонометрических функций.
33. Асимптотика логарифма при  $x \rightarrow 1$ .
34. Асимптотика  $a^x$  и  $(1+x)^\alpha$  при  $x \rightarrow 0$ .
35. Асимптотика  $a^x$  при  $x \rightarrow \infty$  и  $\log x$  при  $x \rightarrow \infty$  и  $x \rightarrow 0$ .
36. Непрерывные функции. Простейшие свойства.
37. Непрерывность основных элементарных функций.
38. Теорема о существовании корня. Следствие из нее.
39. Теорема Вейерштрасса.
40. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.
41. Условие непрерывности монотонной функции.
42. Критерий обратимости непрерывной функции.
43. Периодические функции. Периоды непрерывных функций.
44. Множество периодов периодической функции.

## 2 семестр

1. Числовой ряд. Критерий сходимости. Необходимый признак сходимости.
2. Признак сравнения сходимости ряда и следствия из него.
3. Гармонический ряд и геометрическая прогрессия.
4. Признак Даламбера сходимости числовых рядов.
5. Признак Коши сходимости числовых рядов.

6. Абсолютная и условная сходимость. Знакопеременные ряды . Признак Лейбница.
7. Дифференцируемые функции. Дифференциал.
8. Производная. Дифференцируемость и производная.
9. Геометрический смысл производной. Касательная.
10. Теорема о наилучшей локальной аппроксимации.
11. Дифференцируемость и алгебраические операции.
12. Дифференцируемость композиции.
13. Дифференцируемость обратной функции.
14. Дифференцируемость элементарных функций.
15. Теорема Ферма.
16. Теорема Лагранжа.
17. Формула Коши.
18. Теорема Ролля.
19. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.
20. Критерий монотонности.
21. Критерий строгой монотонности.
22. Критерий постоянства функции.
23. Локальный экстремум.
24. Выпуклые функции.
25. Критерий выпуклости дифференцируемой функции.
26. Критерий выпуклости дважды дифференцируемой функции.
27. Первообразная. Неопределенный интеграл.
28. Замена переменной в неопределенном интеграле.
29. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
30. Разложение рациональных функций на простейшие дроби.
31. Интегрирование простейших дробей.
32. Интегрирование тригонометрических функций.
33. Интегрирование квазимногочленов.
34. Определенный интеграл.
35. Свойства определенного интеграла (линейность, положительность)
36. Свойства определенного интеграла (положительность и следствия из нее).
37. Вычисление площади криволинейной трапеции.
38. Приближенное вычисление интеграла. Формула прямоугольников.
39. Интегральные суммы Римана.
40. Формула трапеций.
41. Несобственный интеграл (по бесконечному промежутку).
42. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла (по бесконечному промежутку).
43. Критерий сходимости несобственного интеграла для  $f(x) \geq 0$ .
44. Признак сравнения сходимости несобственного интеграла и следствия из него.
45. Несобственный интеграл от неограниченной функции.
46. Функциональные последовательности и ряды.
47. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости ряда.
48. Непрерывность предела последовательности непрерывных функций.
49. Интегрирование функциональных рядов.
50. Дифференцирование функциональных рядов.

### 3 семестр

1. Линейное пространство  $R^n$ . Норма. Шары и окрестности в  $R^n$ .
2. Сходимость в  $R^n$ .
3. Типы точек.

4. Открытые и замкнутые множества в  $R^n$ .
5. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
6. Критерий Коши сходимости последовательности.
7. Теорема Кантора.
8. Лемма Бореля-Лебега.
9. Необходимое и достаточное условие компакта в  $R^n$ .
10. Предел функции многих переменных.
11. Предел композиции.
12. Свойства предела функции, связанные с алгебраическими операциями.
13. Свойства предела функции, связанные с неравенствами.
14. Критерий Коши существования предела функции.
15. Равносильность определения предела по Коши и Гейне.
16. Непрерывные отображения.
17. Непрерывные отображения компактов.
18. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.
19. Дифференцируемое отображение.
20. Частные производные. Связь с дифференцируемостью.
21. Производная композиции.
22. Производная по направлению.
23. Формула Лагранжа.
24. Частные производные высших порядков. Равенство смешанных производных.
25. Формула Тейлора.
26. Теорема существования неявной функции.
27. Теорема дифференцирования неявной функции.
28. Теорема об обратной функции.
29. Экстремумы функций многих переменных. Лемма Ферма.
30. Достаточные условия экстремума стационарной точки.
31. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.
32. Площадь. Основные свойства.
33. Верхняя площадь и ее свойства.
34. Построение площади.
35. Критерий квадратуемости.
36. Собственный интеграл, зависящий от параметра. Непрерывность и дифференцируемость.
37. Интегрируемость собственного интеграла, зависящего от параметра.
38. Интеграл, зависящий от параметра (общий случай).
39. Регулярные области. Двойной интеграл.
40. Равенство повторных интегралов.
41. Свойства двойного интеграла.
42. Интегральные суммы Римана.
43. Замена переменной в двойном интеграле.
44. Тройной интеграл.
45. Замена переменных в тройном интеграле. Сферические, цилиндрические координаты.

#### 4 семестр

1. Понятие кривой. Спрямолинейная кривая.
2. Длина кривой. Спрямолинейность гладкой кривой.
3. Криволинейный интеграл первого рода.
4. Криволинейный интеграл второго рода.
5. Поверхности. Касательный вектор, касательная плоскость и нормаль.

6. Ориентация поверхности.
7. Площадь поверхности.
8. Поверхностные интегралы первого рода.
9. Поверхностные интегралы второго рода.
10. Элементы теории поля.
11. Теорема Остроградского-Гаусса.
12. Формула Стокса.
13. Потенциальное поле. Условие потенциальности.
14. Степенные ряды. Теорема о радиусе сходимости.
15. Интегрирование степенных рядов.
16. Дифференцирование степенных рядов.
17. Представление функций степенными рядами.
18. Достаточные условия представления функций степенными рядами.
19. Разложение элементарных функций в ряд Тейлора.
20. Тригонометрические ряды. Ряды Фурье. Коэффициенты Фурье.
21. Интеграл от периодической функции.
22. Вычисление суммы косинусов.
23. Лемма Римана-Лебега.
24. Неравенство Бесселя.
25. Интеграл Дирихле.
26. Сходимость ряда Фурье в точке.
27. Разложение в ряд Фурье функции, заданной на произвольном промежутке.
28. Разложение функции только по синусам или только по косинусам.
29. Равномерная сходимость ряда Фурье.
30. Оценка скорости сходимости.
31. Дифференцирование рядов Фурье.
32. Интегрирование рядов Фурье.
33. Теорема Вейерштрасса (аппроксимация тригонометрическими многочленами).
34. Теорема Вейерштрасса (аппроксимация многочленами).
35. Полнота тригонометрической системы и системы степеней в смысле равномерной сходимости.
36. Полнота тригонометрической системы и системы степеней в смысле средне-квадратического приближения.
37. Минимальное свойство коэффициентов Фурье.
38. Равенство Парсеваля.
39. Ортогональные системы.
40. Скалярное произведение и его свойства.
41. Неравенство Коши-Буняковского. Теорема Пифагора.
42. Ряд Фурье по произвольной тригонометрической системе.
43. Минимальное свойство частичных сумм ряда Фурье (по произвольной системе).
44. Комплексная форма рядов Фурье.
45. Интеграл Фурье и преобразование Фурье.
46. Представление функции своим интегралом Фурье.
47. Свойства преобразования Фурье.
48. Применение преобразования Фурье.

### Типовые задачи, выносимые на экзамен

#### 1 семестр

#### 1 вариант

1. Вычислить  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - 1}{x(e^{3x} - \sqrt{4x+1})}$

2. Изобразить эскиз графика функции  $y = \frac{(1-x)(x+1)}{(x+3)(x-2)}$

2 вариант

1. Вычислить  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - \operatorname{tg} 5x}{1 - \sqrt{4x+1}}$

2. Изобразить эскиз графика функции  $y = \frac{(1+x)(x+2)}{(x-3)(x-2)}$

## 2 семестр

1 вариант

1. Исследовать функцию и построить график  $y = 2x^4 - x^2 - 1$ .

2. Вычислить  $\int \sin^2 x \cos^2 x dx$

2 вариант

1. Исследовать функцию и построить график  $y = x - \ln(x+1)$ .

2. Вычислить  $\int \frac{dx}{x+x^2}$

## 3 семестр

1 вариант

1. Исследовать на экстремум функцию:  $z = x^3 + y^3 - 3xy - 2$ .

2. Вычислить  $\int_{\Gamma} y dx + x dy$ , где  $\Gamma$  – отрезок, соединяющий точки  $A(0;0)$  и  $B(1;2)$ .

2 вариант

1. Исследовать на экстремум функцию:  $z = 3(x^2 + y^2) - x^3 + 6y + 3$ :

2. Вычислить  $\iint_D (2x+y) dx dy$ , где  $D$  – область, ограниченная линиями  $y = x$ ,  $y = 3x$ ,  $x = 2$ ,  $x = 3$ .

## 4 семестр

1 вариант

1. Найти радиус и интервал сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2} x^n$

2. Разложить функцию в ряд Фурье  $f(x) = \sin \frac{x}{2}$ ,  $x \in (-\pi, \pi)$

2 вариант

1. Найти радиус и интервал сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}} \frac{x^n}{3^n}$

2. Разложить функцию в ряд Фурье  $f(x) = 1 - \frac{x}{2}$ ,  $x \in (-\pi, \pi)$

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### ***Критерии оценивания по промежуточной аттестации***

#### **Критерии оценивания результатов обучения**

Оценка	Критерии оценивания по экзамену
Высокий уровень «5» (отлично)	оценку «отлично» заслуживает студент, освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал без пробелов; выполнивший все задания, предусмотренные учебным планом на высоком качественном уровне; практические навыки профессионального применения освоенных знаний сформированы.
Средний уровень «4» (хорошо)	оценку «хорошо» заслуживает студент, практически полностью освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не оценены максимальным числом баллов, в основном сформировал практические навыки.
Пороговый уровень «3» (удовлетворительно)	оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, показавшему разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы в некотором объеме, необходимом для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
Минимальный уровень «2» (неудовлетворительно)	оценку «неудовлетворительно» заслуживает студент, не освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не выполнил, практические навыки не сформированы.

Критерии оценивания по зачету:

Зачет выставляется по результатам работы студента в течение семестра. Отметка «зачтено» выставляется студентам, которые регулярно посещали занятия, выполняли домашние работы, написали контрольные работы на положительные оценки.

Отметка «незачтено» выставляется студентам, которые пропустили более 60 % занятий и написали контрольные работы на неудовлетворительные оценки, показавшими, что изучавшийся материал не усвоен или усвоен частично, студент затрудняется решать простейшие задачи, имеет довольно ограниченный объем знаний программного материала.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## **5. Перечень учебной литературы, информационных ресурсов и технологий**

### **5.1. Учебная литература**

1. Берман, Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2016. — 492 с. <https://e.lanbook.com/reader/book/73084/>
2. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт. Том 1 [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2016. — 608 с. <https://e.lanbook.com/reader/book/71768/>
3. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт. Том 2 [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2016. — 800 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/71769>
4. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: Учебник. В 3-х тт. Том 3 [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 656 с. <https://e.lanbook.com/reader/book/409/>
5. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М.: Физматлит, 2012. – 496 с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=2226](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2226)

6. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды. М.: Физматлит, 2009. – 504 с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=2227](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2227)
1. Афанасьева Т. Н., Барсукова В. Ю., Бачурская А. Ф., Засядко О. В., Цалюк М. В. Практикум по математическому анализу (Функции и графики): учебное пособие для студентов 1 курса факультета математики и компьютерных наук КубГУ /, - 2-е изд. - Краснодар, 2013. - 87 с.
2. Барсукова В. Ю., Цалюк З. Б. Математический анализ : учебное пособие для студентов 2 курса факультета математики и компьютерных наук. Ч. 2 / Фак. математики и компьютерных наук Кубанского гос. ун-та. - Краснодар : [Просвещение-Юг], 2014. - 72 с. (50 экз.)
3. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 3. Функции нескольких переменных. М.: Физматлит, 2003. – 472 с. (<http://e.lanbook.com/reader/books/2220/>).
4. Никольский С.М. Курс математического анализа. М.: Физматлит, 2001. – 591 с.  
<https://e.lanbook.com/reader/book/2270/>
5. Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа. Т.1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды: Учебник [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2015. — 444 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/71994>.
6. Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа. Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2010. — 424 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2225>

## 5.2. Периодическая литература

*Указываются печатные периодические издания из «Перечня печатных периодических изданий, хранящихся в фонде Научной библиотеки КубГУ» <https://www.kubsu.ru/ru/node/15554>, и/или электронные периодические издания, с указанием адреса сайта электронной версии журнала, из баз данных, доступ к которым имеет КубГУ:*

1. Базы данных компании «Ист Вью» <http://dlib.eastview.com>
2. Электронная библиотека GREBENNIKON.RU <https://grebennikon.ru/>

## 5.3. Интернет-ресурсы, в том числе современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

**Электронно-библиотечные системы (ЭБС):**

1. ЭБС «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
2. ЭБС «УНИВЕРСИТЕТСКАЯ БИБЛИОТЕКА ОНЛАЙН» [www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)
3. ЭБС «BOOK.ru» <https://www.book.ru>
4. ЭБС «ZNANIUM.COM» [www.znanium.com](http://www.znanium.com)
5. ЭБС «ЛАНЬ» <https://e.lanbook.com>

### **Профессиональные базы данных:**

1. Web of Science (WoS) <http://webofscience.com/>
2. Scopus <http://www.scopus.com/>
3. ScienceDirect [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com)
4. Журналы издательства Wiley <https://onlinelibrary.wiley.com/>
5. Научная электронная библиотека (НЭБ) <http://www.elibrary.ru/>
6. Полнотекстовые архивы ведущих западных научных журналов на Российской платформе научных журналов НЭИКОН <http://archive.neicon.ru>
7. Национальная электронная библиотека (доступ к Электронной библиотеке диссертаций Российской государственной библиотеки (РГБ) <https://rusneb.ru/>
8. Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина <https://www.prlib.ru/>
9. Электронная коллекция Оксфордского Российского Фонда <https://ebookcentral.proquest.com/lib/kubanstate/home.action>
10. Springer Journals <https://link.springer.com/>
11. Nature Journals <https://www.nature.com/siteindex/index.html>
12. Springer Nature Protocols and Methods <https://experiments.springernature.com/sources/springer-protocols>
13. Springer Materials <http://materials.springer.com/>
14. zbMath <https://zbmath.org/>
15. Nano Database <https://nano.nature.com/>
16. Springer eBooks: <https://link.springer.com/>
17. "Лекториум ТВ" <http://www.lektorium.tv/>
18. Университетская информационная система РОССИЯ <http://uisrussia.msu.ru>

### **Информационные справочные системы:**

1. Консультант Плюс - справочная правовая система (доступ по локальной сети с компьютеров библиотеки)

### **Ресурсы свободного доступа:**

1. Американская патентная база данных <http://www.uspto.gov/patft/>
2. Полные тексты канадских диссертаций <http://www.nlc-bnc.ca/thesescanada/>
3. КиберЛенинка (<http://cyberleninka.ru/>);
4. Министерство науки и высшего образования Российской Федерации <https://www.minobrnauki.gov.ru/>;
5. Федеральный портал "Российское образование" <http://www.edu.ru/>;
6. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" <http://window.edu.ru/>;
7. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов <http://school-collection.edu.ru/> .
8. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (<http://fcior.edu.ru/>);
9. Проект Государственного института русского языка имени А.С. Пушкина "Образование на русском" <https://pushkininstitute.ru/>;
10. Справочно-информационный портал "Русский язык" <http://gramota.ru/>;
11. Служба тематических толковых словарей <http://www.glossary.ru/>;
12. Словари и энциклопедии <http://dic.academic.ru/>;
13. Образовательный портал "Учеба" <http://www.ucheba.com/>;

14. Законопроект "Об образовании в Российской Федерации". Вопросы и ответы [http://xn--273--84d1f.xn--plai/voprosy\\_i\\_otvety](http://xn--273--84d1f.xn--plai/voprosy_i_otvety)

### Собственные электронные образовательные и информационные ресурсы КубГУ:

1. Среда модульного динамического обучения <http://moodle.kubsu.ru>
2. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций <http://mschool.kubsu.ru/>
3. Библиотека информационных ресурсов кафедры информационных образовательных технологий [http://mschool.kubsu.ru/](http://mschool.kubsu.ru;);
4. Электронный архив документов КубГУ <http://docspace.kubsu.ru/>
5. Электронные образовательные ресурсы кафедры информационных систем и технологий в образовании КубГУ и научно-методического журнала "ШКОЛЬНЫЕ ГОДЫ" <http://icdau.kubsu.ru/>

### 6 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной систематизированный материал, лабораторных занятий, в ходе которых студентами приобретаются и закрепляются основные практически навыки решения различных задач, в том числе с применением полученных теоретических знаний.

Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине. Самостоятельная работа студентов является неотъемлемой частью процесса подготовки. Под самостоятельной работой понимается часть учебной планируемой работы, которая выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа направлена на усвоение системы научных и профессиональных знаний, формирования умений и навыков, приобретение опыта самостоятельной творческой деятельности. СРС помогает формировать культуру мышления студентов, расширять познавательную деятельность.

Виды самостоятельной работы по курсу:

**а) по целям:** подготовка к лекциям, к практическим занятиям, к контрольной работе, к коллоквиуму; подготовка научного доклада и выполнение заданий по НИР.

**б) по характеру работы:** изучение литературы, конспекта лекций; поиск литературы в библиотеке; конспектирование рекомендуемой для самостоятельного изучения научной литературы; решение задач, тестов; работа с обучающими и контролирующими программами.

Тематическое планирование самостоятельной работы студентов

Раздел	Тема	Содержание вопросов темы	Вид работы
1	Введение в анализ	Множества и операции над ними. Функции. Классы функций. Операции: сужение, композиция, алгебраические операции. Определение множества действительных чисел. Ограниченные множества. Точная верхняя и нижняя грань. Арифметические операции над числами. Аксиома непрерывности.	Поиск необходимой информации (см. список литературы). Решение задач.
2	Предел функции	Бесконечно малые последовательности и их свойств. Предел последовательности. Свойства предела: единственность, алгебраиче-	Поиск необходимой информации. Изучение лекции-

Раздел	Тема	Содержание вопросов темы	Вид работы
		ские операции, неравенства. Свойства: алгебраические операции, неравенства, композиция. Эквивалентность определений предела по Коши и по Гейне. Критерии существования предела последовательности. Критерии существования $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ . Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые. Понятие об асимптотике и асимптотическом разложении.	онного материала. Конспектирование. Решение задач.
3	Простейшие элементарные функции	Тригонометрические функции. Асимптотика. Определение $a^x$ для рациональных и иррациональных $x$ . Свойства. Асимптотика.	Повторение лекционного материала и материала учебников. Подготовка к контрольной работе
4	Гармонические ряды	Критерий сходимости, признак сравнения. Ряды с положительными членами. Признаки Коши и Даламбера. Абсолютно и условно сходящиеся ряды.	Поиск необходимой информации. Решение задач.
5	Непрерывные функции	Непрерывность элементарных функций. Принцип вложенных отрезков. Принцип Больцано-Вейерштрасса. Свойства непрерывных на замкнутом отрезке функций. Точки разрыва, непрерывность монотонной функции. Непрерывность обратной функции. Периодическое продолжение. Свойства периодов.	Изучение лекционного материала и материала учебников.
6	Дифференцируемые функции	Дифференцируемость и производная. Теорема о наилучшей локальной аппроксимации. Теоремы о производных: алгебраические операции, композиция, обратная функция. Производные элементарных функций (вывод по определению). Производные и дифференциалы высших порядков. Теорема Ферма, Лагранжа (теорема Ролля). Формула Тейлора. Разложение элементарных функций.	Поиск необходимой информации. Решение задач. Подготовка к контрольной работе
7	Приложения дифференциального исчисления	Монотонность. Локальный экстремум. Выпуклость. Неравенства. Решение уравнений.	Изучение и повторение лекционного материала и материала учебников. Решение задач.
8	Неопределенный интеграл	Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Основные методы интегрирования. Таблица интегрирования. Интегрирование элементарных функций (рациональные, тригонометрические, квазиполиномы).	Поиск необходимой информации (см. список литературы). Решение задач.

Раздел	Тема	Содержание вопросов темы	Вид работы
9	Определенный интеграл	Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Свойства интеграла. Замена переменных в определенном интеграле. Приближенное вычисление интегралов. Формула прямоугольников, трапеций, Симпсона. Оценка погрешности. Интегральные суммы Римана. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме. Интегральный признак сходимости числового ряда.	Поиск необходимой информации. Изучение лекционного материала. Конспектирование.
10	Несобственные интегралы.	Интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций. Свойства несобственных интегралов. Критерий Коши. Абсолютная и условная сходимость. Признаки сходимости.	Повторение лекционного материала и материала учебников. Подготовка к контрольной работе
11	Функциональные последовательности и ряды.	Критерий Коши равномерной сходимости. Непрерывность предела равномерно сходящейся последовательности непрерывных функций. Интегрируемость и дифференцируемость предельной функции. Функциональный ряд и область его сходимости. Равномерная сходимость. Необходимый и достаточный признак равномерной сходимости. Признак Вейерштрасса.	Поиск необходимой информации. Подготовка к контрольной работе
12	Функции нескольких переменных	Скалярное произведение, норма, сходимость. Критерий Коши. Непрерывные функции. Свойства непрерывных на компакте функций. Пространство непрерывных функций.	Изучение лекционного материала и материала учебников.
13	Дифференцируемость функций нескольких переменных	Связь дифференцируемости с частными производными. Свойства дифференцируемости: $f + g$ , $cf$ , $f \circ g$ . Формула конечных приращений. Производная по направлению. Градиент. Производные и дифференциалы высших порядков. Равенство смешанных производных. Формула Тейлора для $f: R \rightarrow R^n$ и $f: R^n \rightarrow R$ . Теорема существования (метод последовательных приближений). Теорема о дифференцировании неявной функции. Теорема об обратной функции. Необходимые и достаточные условия экстремума. Метод Лагранжа.	Поиск необходимой информации. Решение задач. Подготовка к контрольной работе
14	Интегралы, зависящие от параметра	Непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Критерии сходимости.	Изучение и повторение лекционного материала
15	Кратные ин-	Мера Жордана. Свойства кратных интегра-	Поиск необходи-

Раздел	Тема	Содержание вопросов темы	Вид работы
	тегралы	лов. Сведение кратного интеграла к повторному. Замена переменных в кратном интеграле. Приложения кратных интегралов.	мой информации (см. список литературы). Решение задач.
16	Криволинейные и поверхностные интегралы	Свойства криволинейных и поверхностных интегралов. Криволинейные и поверхностные интегралы первого и второго рода.	Поиск необходимой информации. Изучение лекционного материала. Конспектирование.
17	Элементы теории поля	Интегральные теоремы Гаусса – Остроградского, Грина, Стокса. Независимость криволинейного интеграла от кривой.	Повторение лекционного материала и материала учебников. Подготовка к контрольной работе
18	Представление функций рядами	Радиус сходимости степенных рядов и формула Коши-Адамара. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Разложение функций в степенной ряд. Ряд Тейлора. Теорема единственности. Разложение элементарных функций в степенные ряды. Ряд Фурье. Минимальное свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Бесселя. Лемма Римана. Интеграл Дирихле. Теорема Вейерштрасса об аппроксимации непрерывных функций. Равенство Парсеваля. Разложение функций в ряд Фурье. Преобразование Фурье. Определение и простейшие свойства. Представление функций интегралом Фурье.	Поиск необходимой информации. Повторение лекционного материала и материала учебников. Решение задач. Подготовка к контрольной работе

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

## 7. Материально-техническое обеспечение по дисциплине (модулю)

По всем видам учебной деятельности в рамках дисциплины используются аудитории, кабинеты и лаборатории, оснащенные необходимым специализированным и лабораторным оборудованием.

Наименование специальных помещений	Оснащенность специальных помещений	Перечень лицензионного программного обеспечения
Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер	Microsoft Windows 8, 10 Microsoft Office Professional Plus Kaspersky Endpoint Security для бизнеса
Учебные аудитории для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер	Microsoft Windows 8, 10 Microsoft Office Professional Plus Kaspersky Endpoint Security для бизнеса
Учебные аудитории для проведения лабораторных работ.	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер	Microsoft Windows 8, 10 Microsoft Office Professional Plus Kaspersky Endpoint Security для бизнеса
Учебные аудитории для выполнения курсовых работ	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер	Microsoft Windows 8, 10 Microsoft Office Professional Plus Kaspersky Endpoint Security для бизнеса MATLAB Wavelet Toolbox WolframResearch Mathematica MapleSoft Maple 18 PTC Mathcad

Для самостоятельной работы обучающихся предусмотрены помещения, укомплектованные специализированной мебелью, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Наименование помещений для самостоятельной работы обучающихся	Оснащенность помещений для самостоятельной работы обучающихся	Перечень лицензионного программного обеспечения
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (читальный зал Научной библиотеки)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	Microsoft Windows 8, 10 Microsoft Office Professional Plus Kaspersky Endpoint Security для бизнеса
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (ауд.314)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная	Microsoft Windows 8, 10 Microsoft Office Professional Plus

	<p>техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)</p>	<p>Kaspersky Endpoint Security для бизнеса  MATLAB Wavelet Toolbox  WolframResearch Mathematica  MapleSoft Maple 18  PTC Mathcad</p>
--	--	--