

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебной работе,  
качеству образования – первый  
проректор

подпись

  
Т.А. Хагуров  
«27» мая 2022 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
Б1.О.19 ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ**

Направление подготовки 01.03.01 Математика

Направленность (профиль) Преподавание математики и информатики

Математическое моделирование

Форма обучения очная

Квалификация бакалавр

Краснодар 2022

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальные уравнения» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 01.03.01 Математика.

Программу составили:

Т.Н. Афанасьева, доцент, канд. физ.-мат. наук



Рабочая программа дисциплины «Дифференциальные уравнения» утверждена на заседании кафедры (разработчика) функционального анализа и алгебры протокол № 9 «13» апреля 2022 г.

Заведующий кафедрой (разработчика) Барсукова В.Ю.



Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук «5» мая 2022 г, протокол № 5.

Председатель УМК факультета Шмалько С. П.



Рецензенты:

Чубырь Н.О., доцент кафедры прикладной математики КубГТУ, кандидат физико-математических наук, доцент

Павлова А.В., профессор кафедры математического моделирования КубГУ, доктор физико-математических наук, доцент

## 1 Цели и задачи изучения дисциплины (модуля)

### 1.1 Цель освоения дисциплины

Цели освоения дисциплины определены федеральным государственным стандартом высшего образования по направлению подготовки «Математика», в рамках которой преподается дисциплина.

Целями освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения» являются:

1. формирование у студентов представлений о понятиях обыкновенных дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений и методах их решения;
2. формирование математической культуры, способностей к алгоритмическому и логическому мышлению;
3. формирование и развитие личности студентов;
4. овладение современным аппаратом дифференциальных уравнений для дальнейшего использования в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

### 1.2 Задачи дисциплины

Задачами изучения дисциплины являются:

1. получение студентами основных теоретических знаний (теоремы существования и единственности, теоретические основы методов решения различных типов уравнений);
2. формирование представления об основных типах дифференциальных уравнений и методах их решения;
3. выработать умения и навыки исследования и решения обыкновенных дифференциальных уравнений, систем линейных дифференциальных уравнений;
4. приобретение практических навыков работы с понятиями и объектами курса дифференциальных уравнений;
5. научить применять дифференциальные уравнения к решению различных прикладных задач (физических, геометрических).

### 1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» относится к обязательной части Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана. В соответствии с рабочим учебным планом дисциплина изучается на 2 курсе (3-4 семестры) по очной форме обучения. Вид промежуточной аттестации: экзамен.

Место курса в профессиональной подготовке бакалавра определяется ролью дифференциальных уравнений в формировании высококвалифицированного специалиста по направлению «Математика».

Для успешного освоения дисциплины обучающийся должен владеть знаниями, умениями и навыками по программе дисциплин «Математический анализ», «Алгебра» и «Аналитическая геометрия». Данная дисциплина является основополагающей для дальнейшего изучения дисциплин высшей математики и механики.

### 1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

Код и наименование индикатора* достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине (знает, умеет, владеет (навыки и/или опыт деятельности))
<b>ОПК-1</b> Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	
ИОПК-1.1 Применяет базовые знания, полу-	Знает теоремы существования и единственности реше-

Код и наименование индикатора* достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине (знает, умеет, владеет (навыки и/или опыт деятельности))
ченные в области математических и(или) естественных наук	ния задачи Коши для уравнений и систем; теоремы о ФСР для линейной системы и линейного уравнения $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами; теорему о непрерывной зависимости решения от параметров на компактных интервалах, теорем об устойчивости; структуру множества решений линейной системы и линейного уравнения $n$ -го порядка
	Умеет решать уравнения первого порядка: с разделяющимися переменными, линейные и приводящиеся к ним, уравнения в полных дифференциалах; решать линейные однородные уравнения $n$ -го порядка и однородные системы уравнений с постоянными коэффициентами и методом вариации произвольных постоянных соответствующие неоднородные уравнения и системы
	Владеет навыками необходимых технических преобразований; навыками применения полученных знаний в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания
ИОПК-1.2 Оценивает и формулирует актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики	Знает основные понятия, свойства изучаемых объектов, взаимосвязи между ними; постановки основных задач, структуру формулировки утверждений
	Умеет выделять и исследовать основные объекты в отдельной предметной области математического знания
	Владеет навыками поиска и переработки необходимого теоретического материала из различных источников
ИОПК-1.3 Анализирует и применяет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Знает постановки основных задач теории уравнений; структуру формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательств
	Умеет выделять и исследовать основные объекты в отдельной предметной области математического знания
	Владеет навыками применения полученных знаний; навыками необходимых технических преобразований
<b>ПК-1</b> Способен решать актуальные и важные задачи фундаментальной и прикладной математики	
ИПК-1.1 Знает основные понятия, идеи и методы фундаментальных математических дисциплин для решения базовых задач	Знает теоремы существования и единственности решения задачи Коши для уравнений и систем; теоремы о ФСР для линейной системы и линейного уравнения $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами; теорему о непрерывной зависимости решения от параметров на компактных интервалах, теорем об устойчивости; структуру множества решений линейной системы и линейного уравнения $n$ -го порядка
	Умеет решать уравнения первого порядка: с разделяющимися переменными, линейные и приводящиеся к ним, уравнения в полных дифференциалах; решать линейные однородные уравнения $n$ -го порядка и однородные системы уравнений с постоянными коэффициентами и методом вариации произвольных постоянных соответствующие неоднородные уравнения и системы
	Владеет навыками необходимых технических преобразований; навыками применения полученных знаний в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания
ИПК-1.2 Умеет передавать результаты проведенных теоретических и прикладных исследований в виде конкретных предметных рекомендаций в терминах предметной области	Знает постановки основных задач теории уравнений; структуру формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательств
	Умеет выделять и исследовать основные объекты в отдельной предметной области математического знания
	Владеет навыками применения полученных знаний;

Код и наименование индикатора* достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине (знает, умеет, владеет (навыки и/или опыт деятельности))
	навыками необходимых технических преобразований
ИПК-1.3 Имеет навыки решения математических задач, соответствующих квалификации, возникающих при проведении научных и прикладных исследований	Знает основные понятия, свойства изучаемых объектов, взаимосвязи между ними; постановки основных задач, структуру формулировки и доказательства утверждений
	Умеет выделять и исследовать основные объекты в отдельной предметной области математического знания
	Владеет навыками поиска и переработки необходимого теоретического материала из различных источников

Результаты обучения по дисциплине достигаются в рамках осуществления всех видов контактной и самостоятельной работы обучающихся в соответствии с утвержденным учебным планом.

Индикаторы достижения компетенций считаются сформированными при достижении соответствующих им результатов обучения.

## 2. Структура и содержание дисциплины

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 7 зачетных единиц (252 часа), их распределение по видам работ представлено в таблице

Виды работ	Всего часов	Форма обучения	
		очная	
		3 семестр (часы)	4 семестр (часы)
<b>Контактная работа, в том числе:</b>			
<b>Аудиторные занятия (всего):</b>	<b>106</b>	<b>52</b>	<b>54</b>
занятия лекционного типа	36	18	18
лабораторные занятия	70	34	36
практические занятия	-	-	-
семинарские занятия	-	-	-
<b>Иная контактная работа:</b>			
Контроль самостоятельной работы (КСР)	8	6	2
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,6	0,3	0,3
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>			
Курсовая работа/проект (КР/КП) (подготовка)	-	-	-
Контрольная работа	31	25	6
Расчётно-графическая работа (РГР) (подготовка)	-	-	-
Реферат/эссе (подготовка)	-	-	-
Самостоятельное изучение разделов, самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным и практическим занятиям, коллоквиумам и т.д.)	31	21	8
Подготовка к текущему контролю	6	4	2
<b>Контроль:</b>			
Подготовка к экзамену	71,4	35,7	35,7
<b>Общая трудоёмкость</b>	<b>час.</b>	<b>252</b>	<b>108</b>
	<b>в том числе контактная работа</b>	<b>112,5</b>	<b>56,3</b>
	<b>зач. ед</b>	<b>7</b>	<b>3</b>

## 2.2 Содержание дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы (темы) дисциплины, изучаемые в 3 семестре (2 курсе) (очная форма обучения)

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1.	Тема 1 Основные понятия	9	1	-	2	6
2.	Тема 2 Уравнения первого порядка. Интегрируемые типы уравнений	45	3	-	16	26
3.	Тема 3 Линейные системы дифференциальных уравнений	31	7	-	14	10
4.	Тема 4 Линейные уравнения $n$ -го порядка	5	5	-	-	-
5.	Тема 5 Нелинейные системы	12	2	-	2	8
<i>ИТОГО по разделам дисциплины</i>			18	-	34	50
Контроль самостоятельной работы (КСР)		6	-	-	-	-
Промежуточная аттестация (ИКР)		0,3	-	-	=	-
Подготовка к промежуточному контролю		35,7	-	-	-	-
Общая трудоемкость по дисциплине (3 семестр)		144	18	-	34	50

Разделы (темы) дисциплины, изучаемые в 4 семестре (2 курсе) (очная форма обучения)

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1.	Тема 1 Линейные уравнения $n$ -го порядка	20	-	-	14	6
2.	Тема 2 Непрерывная зависимость решения задачи Коши от начальных данных и параметров	28	10	-	12	6
3.	Тема 3 Краевые задачи	22	8	-	10	4
<i>ИТОГО по разделам дисциплины</i>			18	-	36	16
Контроль самостоятельной работы (КСР)		2	-	-	-	-
Промежуточная аттестация (ИКР)		0.3	-	-	-	-
Подготовка к промежуточному контролю		35,7	-	-	-	-
Общая трудоемкость по дисциплине (4 семестр)		108	18	-	36	16
Общая трудоемкость по дисциплине		252	36	-	68	68

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

## 2.3 Содержание разделов (тем) дисциплины

### 2.3.1 Занятия лекционного типа

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Форма текущего контроля
1.	Основные понятия	Введение. Естествознание и математические модели. Уравнение как основной объект изучения в математической модели. Модели, содержащие дифференциальные уравнения. Примеры задач, приводящих к дифференциальным уравнениям. Основные задачи теории дифференциальных уравнений.	Проверка домашнего задания, устный опрос
2.	Уравнения первого порядка. Интегрируемые типы уравнений	Основные интегрируемые типы уравнений I-го порядка: уравнения с разделяющимися переменными, линейные уравнения и приводящиеся к ним, уравнения в полных дифференциалах.	Устный опрос
3.	Линейные системы дифференциальных уравнений	Нормальная система дифференциальных уравнений I-го порядка. Векторная запись. Фазовое пространство. Решение системы дифференциальных уравнений. Интегральная	Проверка домашнего задания, самостоятельная

		кривая. Задача Коши. Линейные системы дифференциальных уравнений (с комплексными коэффициентами и свободными членами). Матрично-векторная запись. Принцип суперпозиции. Эквивалентность задачи Коши для линейной системы и интегрального уравнения. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для линейных систем. Линейные однородные системы. Пространство решений. Фундаментальная система решений. Вронскиан. Критерий линейной независимости решений. Формула Остроградского – Лиувилля. Представление общего решения при помощи фундаментальной матрицы. Множество фундаментальных матриц. Метод вариации постоянных, формула Коши. Матрица Коши, её свойства. Линейные системы с постоянными коэффициентами. Нахождение фундаментальной системы решений методом неопределенных коэффициентов.	работа
4.	Линейные уравнения $n$ -го порядка	Линейные уравнения $n$ -го порядка. Сведение к линейным системам. Принцип суперпозиции решений. Пространство решений однородного уравнения. Вронскиан. Критерий линейной независимости решений. Линейные неоднородные уравнения $n$ -го порядка, метод вариации. Функция и формула Коши. Уравнения с постоянными коэффициентами. Фундаментальная система решений уравнения с постоянными коэффициентами. Функция и формула Коши для уравнения с постоянными коэффициентами.	Проверка домашнего задания, самостоятельная работа
5.	Нелинейные системы	Нелинейные системы. Эквивалентность задачи Коши интегральному уравнению. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.	Проверка домашнего задания, устный опрос
6.	Непрерывная зависимость решения задачи Коши от начальных данных и параметров	Лемма Гронуолла – Беллмана. Непрерывная зависимость решения от параметров. Устойчивость решений по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Устойчивость при постоянно действующих возмущениях. Одновременная устойчивость (асимптотическая устойчивость) всех решений линейной системы. Устойчивость (асимптотическая устойчивость) линейных систем и ограниченность (стремление к нулю при $t \rightarrow \infty$ ) решений однородной системы. Устойчивость (асимптотическая устойчивость) систем с постоянными коэффициентами. Критерий Гурвица (без доказательства). Устойчивость по первому приближению. Постановка задачи. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению.	Проверка домашнего задания, самостоятельная работа
7.	Краевые задачи	Краевые задачи Штурма – Лиувилля. Основные понятия. Теорема об альтернативе. Интегральное представление решения неоднородной задачи. Функция Грина. Спектральная задача. Собственные значения и собственные функции краевой задачи. Теорема существования собственных значений.	Проверка домашнего задания, самостоятельная работа

### 2.3.2 Лабораторные занятия (практические / семинарские занятия/ лабораторные работы)

№	Наименование раздела (темы)	Тематика занятий/работ	Форма текущего контроля
1.	Основные понятия	Основные понятия теории дифференциальных уравнений (решение, задача Коши, порядок уравнения.	Проверка домашнего задания, устный опрос
2.	Уравнения первого порядка. Интегрируемые типы уравнений	Основные интегрируемые типы уравнений I-го порядка: уравнения с разделяющимися переменными, линейные уравнения и приводящиеся к ним, уравнения в полных дифференциалах.	Проверка домашнего задания, контрольная работа
3.	Линейные системы дифференциальных	Нормальная система дифференциальных уравнений I-го порядка. Векторная запись. Задача Коши. Линейные си-	Проверка домашнего задания, кон-

	уравнений	стемы с постоянными коэффициентами. Нахождение фундаментальной системы решений методом неопределенных коэффициентов. Метод вариации постоянных, формула Коши.	трольная работа
4.	Линейные уравнения $n$ -го порядка	Линейные уравнения $n$ -го порядка. Уравнения с постоянными коэффициентами. Фундаментальная система решений уравнения с постоянными коэффициентами. Функция и формула Коши для уравнения с постоянными коэффициентами. Метод вариации.	Проверка домашнего задания, контрольная работа
5.	Нелинейные системы	Нелинейные системы. Эквивалентность задачи Коши интегральному уравнению. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.	Проверка домашнего задания, устный опрос
6.	Непрерывная зависимость решения задачи Коши от начальных данных и параметров	Устойчивость решений по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Критерий Гурвица Устойчивость по первому приближению.	Проверка домашнего задания, самостоятельная работа
7.	Краевые задачи	Краевые задачи Штурма – Лиувилля. Основные понятия. Теорема об альтернативе. Функция Грина. Спектральная задача.	Проверка домашнего задания, контрольная работа

При изучении дисциплины могут применяться электронное обучение, дистанционные образовательные технологии в соответствии с ФГОС ВО.

### 2.3.3 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы не предусмотрены.

### 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	Проработка учебного (теоретического) материала	Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.
2	Выполнение домашних заданий (решение задач)	Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.
3	Подготовка к текущему контролю	Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.
4	Промежуточная аттестация (экзамен)	Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла,
- в печатной форме на языке Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,



- в форме электронного документа.
- Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### 3. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины (модуля)

В ходе изучения дисциплины предусмотрено использование следующих образовательных технологий: лекции, лабораторные занятия, самостоятельная работа студентов.

Цель лабораторных занятий – научить студента применять полученные на лекциях теоретические знания к решению и исследованию конкретных задач. В каждом семестре проводятся контрольные работы для проверки усвоения материала студентами.

Компетентностный подход в рамках преподавания дисциплины реализуется в использовании интерактивных технологий в сочетании с внеаудиторной работой.

Информационные технологии, применяемые при изучении дисциплины: использование информационных ресурсов, доступных в информационно-телекоммуникационной сети Интернет.

Адаптивные образовательные технологии, применяемые при изучении дисциплины – для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

### 4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Дифференциальные уравнения».

Учебная деятельность проходит в соответствии с графиком учебного процесса. Процесс самостоятельной работы контролируется во время аудиторных занятий и индивидуальных консультаций.

Оценочными средствами дисциплины являются средства текущего контроля (коллоквиумы, контрольные работы, а также на лабораторных занятиях – ответ у доски и проверка домашних заданий) и итоговая аттестация (экзамен).

#### Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

№ п/п	Код и наименование индикатора (в соответствии с п. 1.4)	Результаты обучения (в соответствии с п. 1.4)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1	ИОПК-1.1 Применяет базовые знания, полученные в области математических и(или) естественных наук ИПК-1.3 Самостоятельно и корректно решает стандартные задачи фундаментальной и прикладной математики	Знает теоремы существования и единственности решения задачи Коши для уравнений 1-го порядка; умеет решать уравнения первого порядка: с разделяющимися переменными и приводящиеся к ним, линейные и приводящиеся к ним, уравнения в полных	Контрольная работа №1 по теме «Уравнения первого порядка. Интегрируемые типы уравнений»	Вопросы на экзамене 1-4 (3 семестр)
			Типовой расчет №1 по теме «Уравнения первого порядка. Интегрируемые типы уравнений»	

		дифференциалах		
2	ИОПК-1.1 Применяет базовые знания, полученные в области математических и(или) естественных наук ИПК-1.1 Знает основные понятия, идеи и методы фундаментальных математических дисциплин для решения базовых задач ИПК-1.3 Самостоятельно и корректно решает стандартные задачи фундаментальной и прикладной математики	Знает теорему существования и единственности решения задачи Коши для линейных систем; теорему о ФСР для систем с постоянными коэффициентами; структуру множества решений систем; умеет решать однородные системы уравнений с постоянными коэффициентами и методом вариации произвольных постоянных соответствующие неоднородные системы	Контрольная работа №2 по теме «Линейные системы дифференциальных уравнений» Типовой расчет №2 по теме «Линейные системы дифференциальных уравнений»	Вопросы на экзамене 5-14
3	ИОПК-1.1 Применяет базовые знания, полученные в области математических и(или) естественных наук ИОПК-1.3 Анализирует и применяет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Знает теорему существования и единственности решения задачи Коши для нелинейных систем; умеет сводить задачу Коши к соответствующему интегральному уравнению; владеет методом последовательных приближений	Устный опрос по теме «Нелинейные системы», проверка д/з	Вопросы на экзамене 15-16
4	ИОПК-1.1 Применяет базовые знания, полученные в области математических и(или) естественных наук ИПК-1.1 Знает основные понятия, идеи и методы фундаментальных математических дисциплин для решения базовых задач ИПК-1.3 Самостоятельно и корректно решает стандартные задачи фундаментальной и прикладной математики	Знает теорему существования и единственности решения задачи Коши для линейного уравнения $n$ -го порядка; теорему о ФСР для уравнения с постоянными коэффициентами; структуру множества решений уравнения; умеет решать однородные уравнения с постоянными коэффициентами и методом вариации произвольных постоянных соответствующие неоднородные уравнения	Контрольная работа №1 по теме «Линейные уравнения $n$ -го порядка»	Вопросы на экзамене 1-10 (4 семестр)
5	ИОПК-1.1 Применяет базовые знания, полученные в области математических и(или) естественных наук ИПК-1.3 Самостоятельно и корректно решает стандартные задачи фундаментальной и прикладной математики	Знает теорему о непрерывной зависимости решения задачи Коши от начальных данных и параметров, критерии устойчивости (асимптотической устойчивости) линейных систем; умеет решать уравнения первого порядка, линейные системы и уравнения $n$ -го порядка	Контрольная работа №2 по теме «Непрерывная зависимость решения задачи Коши от начальных данных и параметров»	Вопросы на экзамене 11-17
6	ИОПК-1.1 Применяет базовые знания, полу-	Знает альтернативу Фредгольма; умеет ре-	Самостоятельная работа №3 по теме «Краевые задачи»	Вопросы на экзамене 18-22

ченные в области математических и(или) естественных наук	шать краевые задачи Штурма–Лиувилля , спектральные задачи	Типовой расчет №1 по темам 1-7	
--	---	--------------------------------	--

**Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

Примерные задания:

1. Найти решение уравнений

а)  $2t\sqrt{1-x^2}dt + xdx = 0$ ;

б)  $y' = e^{-\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}$ ,  $y(1) = 0$ ;

в)  $tx' - \frac{x}{t+1} = t$ ;

г)  $x' - xtgt + x^2 \cos t = 0$ ;

д)  $(x+3y)y' = 1$ ,

е)  $(2tx-1)dt + (3x^2 + t^2)dx = 0$ .

2. Решить задачу Коши  $\begin{cases} x' = y - 7x \\ y' = -5y - 2x \end{cases}$ ,  $x(0) = 1$ ,  $y(0) = 2$ .

3. Решить систему  $\begin{cases} x' = 2x + y + 2z \\ y' = 2z - x \\ z' = 3z - 2x \end{cases}$ ,  $\lambda_1 = -1$ ,  $\lambda_{2,3} = 1$ .

4. Решить линейную систему  $\begin{cases} x' = 2y - 5x \\ y' = x - 6y - 2e^x \end{cases}$ .

5. Найти ФСР, общее решение линейных уравнений:

а)  $x^{IV} + 2x'' + x = 0$ ;

б)  $9x' + x''' = 0$ .

6. Решить задачу Коши:

$$x'' + 4x' + 3x = 0, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 1.$$

7. Выписать ФСР, если известны корни характеристического уравнения

а)  $\lambda_{1,2} = 0$ ;  $\lambda_{3,4} = -6$ ;  $\lambda_{5,6} = 2 \pm 7i$ ;

б)  $\lambda_{1,2} = 2$ ;  $\lambda_{3,4} = -1 \pm 4i$ ;  $\lambda_{5,6} = -1 \pm 4i$ .

8. Являются ли функции  $x_1(t) = e^{3t} - e^{-2t}$  и  $x_2(t) = 2e^{3t} + e^{-2t}$  ЛНЗ решениями уравнения:

$$x'' - x' - 6x = 0?$$

9. Решить уравнение, используя функцию Коши:

$$x'' - 8x' + 17x = e^{4t}, \quad x(0) = x'(0) = 0.$$

10. Решить уравнение методом вариации произвольных постоянных  $x'' + x' = \frac{1}{e^t + 1}$ .

11. Решить уравнение по виду свободного члена  $x''' - 4x' = 15t + \sin 2t$ .

12. Оценить, насколько отличаются решения задач на отрезке  $[2, 3]$

$$\begin{cases} y' = \sin y - \cos y + x \\ y(2) = 0,1 \end{cases}; \quad \begin{cases} z' = \sin z - \cos z \\ z(2) = 0,3 \end{cases}.$$

13. Используя определение устойчивости по Ляпунову, исследовать устойчивость решения задачи Коши:  $y' + \frac{2y}{x} = 0, y(1) = 2$ .

14. Исследовать устойчивость тривиального решения нелинейной системы:

$$\begin{cases} x' = \ln(1 - 3y) + xy \\ y' = 2e^x - 3\sin y - 2 - y^4 \end{cases}.$$

15. Решить краевую задачу:  $y'' + y = 1, y(0) = 0, y'(\frac{\pi}{2}) = 0$ .

16. Существует ли функция Грина краевой задачи? Если да, то построить ее:

а)  $y'' + y = f(x), y(0) = 0, y'(\pi) = 0$ ;

б)  $y'' = f(x), y'(0) = 0, y'(1) = 0$ .

17. Найти собственные значения и собственные функции краевой задачи:

$$y'' + 4\mu y = 0, y'(0) = 0, y(\pi) = 0.$$

**Зачетно-экзаменационные материалы для промежуточной аттестации (зачет/экзамен)**

Примерные вопросы к экзамену:

### 3 семестр

1. Дифференциальное уравнение первого порядка. Основные понятия. Геометрический смысл уравнения первого порядка.
2. Уравнения с разделяющимися переменными и приводящиеся к ним.
3. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка и приводящиеся к ним.
4. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
5. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений, Векторная запись. Задача Коши.
6. Системы линейных дифференциальных уравнений в нормальной форме, матрично-векторная запись. Эквивалентность комплексной и вещественной систем.
7. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для линейной системы.
8. Линейные системы дифференциальных уравнений, принцип суперпозиции решений и следствия из него.
9. Линейная зависимость и независимость вектор-функций. Линейные однородные системы. Пространство решений.
10. Фундаментальная система решений Определитель Вронского. Критерий линейной независимости решений однородной системы.
11. Фундаментальная матрица, свойства. Общее решение линейной однородной системы.

12. Линейные неоднородные системы дифференциальных уравнений. Метод вариации. Формула Коши.
13. Матрица Коши и ее свойства.
14. Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Теорема о фундаментальной системе решений.
15. Лемма об эквивалентности задачи Коши интегральному уравнению.
16. Теорема Пикара существования и единственности решения задачи Коши.

#### 4 семестр

1. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка (основные определения, примеры). Эквивалентность линейной системе.
2. Теорема о пространстве решений линейного однородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.
3. Линейная зависимость и независимость функций. Критерий линейной независимости решений однородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.
4. Фундаментальная система решений, ее связь с общим решением уравнения.
5. Линейное неоднородное дифференциальное уравнение  $n$ -го порядка. Принцип суперпозиции решений и следствия из него.
6. Метод вариации для линейного неоднородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.
7. Функция Коши. Формула Коши.
8. Теорема о фундаментальной системе решений линейного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.
9. Нахождение частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка по виду свободного члена  $f(x)$ .
10. Функция Коши для линейного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.
11. Лемма Беллмана.
12. Непрерывная зависимость решения задачи Коши от начальных данных.
13. Устойчивость решений по Ляпунову (определения, примеры).
14. Устойчивость линейных систем дифференциальных уравнений.
15. Устойчивость линейных однородных систем дифференциальных уравнений.
16. Устойчивость линейных систем дифференциальных уравнений с постоянной матрицей. Критерий Гурвица.
17. Устойчивость по первому приближению.
18. Краевые задачи (определения, примеры).
19. Теорема об альтернативе.
20. Функция Грина и ее построение.
21. Представление решения краевой задачи через функцию Грина.
22. Спектральная задача.

#### Типовые задачи, выносимые на экзамен

##### 3 семестр

1. Решить задачу Коши:  $y' \operatorname{ctgx} - y = 2 \operatorname{ctgx}$ ,  $y(0)=1$ .

2. Решить систему: 
$$\begin{cases} x' = 2x + 4y - 8 \\ y' = 3x + 6y \end{cases}.$$

#### 4 семестр

1. Решить уравнение:  $x'' - 4x' + 3x = e^{2t}$ .

2. Исследовать устойчивость тривиального решения нелинейной системы

$$\begin{cases} x' = -x - 2y + x^5 \\ y' = -2x + 3y - y^4 + x^3 \end{cases}.$$

#### Критерии оценивания результатов обучения

Оценка	Критерии оценивания по экзамену
Высокий уровень «5» (отлично)	оценку <b>«отлично»</b> заслуживает студент, показавший всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач
Средний уровень «4» (хорошо)	оценку <b>«хорошо»</b> заслуживает студент, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности
Пороговый уровень «3» (удовлетворительно)	оценку <b>«удовлетворительно»</b> заслуживает студент, показавший разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы в некотором объеме, необходимом для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации
Минимальный уровень «2» (неудовлетворительно)	оценку <b>«неудовлетворительно»</b> заслуживает студент, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## **5. Перечень учебной литературы, информационных ресурсов и технологий**

### **5.1. Учебная литература**

#### **Основная литература:**

1. Тихонов А. Н., Васильева А. Б., Свешников А. Г. Дифференциальные уравнения. М., 2005, <https://e.lanbook.com/book/48171/>
2. Петровский И. Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М., 2009, <https://e.lanbook.com/book/59554/>
3. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Москва : Издательство "Лаборатория знаний", 2015. — 222 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/70710/>

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах «Лань» и «Библиоклуб».

#### **Дополнительная литература:**

1. Демидович Б. П. Лекции по математической теории устойчивости. СПб. «Лань», 2008. [www.e.lanbook.com/view/book/123/](http://www.e.lanbook.com/view/book/123/)
2. Бибииков Ю. Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. СПб. «Лань», 2011 [www.e.lanbook.com/view/book/1542/](http://www.e.lanbook.com/view/book/1542/)
3. Краснов М. Л. и др. Обыкновенные дифференциальные уравнения: задачи и примеры с подробными решениями. М., 2009.

### **5.2. Периодическая литература**

Указываются печатные периодические издания из «Перечня печатных периодических изданий, хранящихся в фонде Научной библиотеки КубГУ» <https://www.kubsu.ru/ru/node/15554>, и/или электронные периодические издания, с указанием адреса сайта электронной версии журнала, из баз данных, доступ к которым имеет КубГУ:

1. Базы данных компании «Ист Вью» <http://dlib.eastview.com>
2. Электронная библиотека GREBENNIKON.RU <https://grebennikon.ru/>

### **5.3. Интернет-ресурсы, в том числе современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

#### **Электронно-библиотечные системы (ЭБС):**

1. ЭБС «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
2. ЭБС «УНИВЕРСИТЕТСКАЯ БИБЛИОТЕКА ОНЛАЙН» [www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)
3. ЭБС «BOOK.ru» <https://www.book.ru>
4. ЭБС «ZNANIUM.COM» [www.znanium.com](http://www.znanium.com)
5. ЭБС «ЛАНЬ» <https://e.lanbook.com>

#### **Профессиональные базы данных:**

1. Web of Science (WoS) <http://webofscience.com/>
2. Scopus <http://www.scopus.com/>

3. ScienceDirect [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com)
4. Журналы издательства Wiley <https://onlinelibrary.wiley.com/>
5. [Научная электронная библиотека \(НЭБ\) http://www.elibrary.ru/](http://www.elibrary.ru/)
6. Полнотекстовые архивы ведущих западных научных журналов на Российской платформе научных журналов НЭИКОН <http://archive.neicon.ru>
7. [Национальная электронная библиотека](https://rusneb.ru/) (доступ к Электронной библиотеке диссертаций Российской государственной библиотеки (РГБ) <https://rusneb.ru/>
8. [Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина https://www.prilib.ru/](https://www.prilib.ru/)
9. Электронная коллекция Оксфордского Российского Фонда <https://ebookcentral.proquest.com/lib/kubanstate/home.action>
10. Springer Journals <https://link.springer.com/>
11. Nature Journals <https://www.nature.com/siteindex/index.html>
12. Springer Nature Protocols and Methods <https://experiments.springernature.com/sources/springer-protocols>
13. Springer Materials <http://materials.springer.com/>
14. zbMath <https://zbmath.org/>
15. Nano Database <https://nano.nature.com/>
16. Springer eBooks: <https://link.springer.com/>
17. "Лекториум ТВ" <http://www.lektorium.tv/>
18. Университетская информационная система РОССИЯ <http://uisrussia.msu.ru>

#### **Информационные справочные системы:**

1. Консультант Плюс - справочная правовая система (доступ по локальной сети с компьютеров библиотеки)

#### **Ресурсы свободного доступа:**

1. Американская патентная база данных <http://www.uspto.gov/patft/>
2. Полные тексты канадских диссертаций <http://www.nlc-bnc.ca/thesescanada/>
3. КиберЛенинка (<http://cyberleninka.ru/>);
4. Министерство науки и высшего образования Российской Федерации <https://www.minobrnauki.gov.ru/>;
5. Федеральный портал "Российское образование" <http://www.edu.ru/>;
6. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" <http://window.edu.ru/>;
7. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов <http://school-collection.edu.ru/> .
8. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (<http://fcior.edu.ru/>);
9. Проект Государственного института русского языка имени А.С. Пушкина "Образование на русском" <https://pushkininstitute.ru/>;
10. Справочно-информационный портал "Русский язык" <http://gramota.ru/>;
11. Служба тематических толковых словарей <http://www.glossary.ru/>;
12. Словари и энциклопедии <http://dic.academic.ru/>;
13. Образовательный портал "Учеба" <http://www.uceba.com/>;
14. [Законопроект "Об образовании в Российской Федерации". Вопросы и ответы http://xn--273--84d1f.xn--p1ai/voprosy\\_i\\_otvety](http://xn--273--84d1f.xn--p1ai/voprosy_i_otvety)

#### **Собственные электронные образовательные и информационные ресурсы КубГУ:**

1. Среда модульного динамического обучения <http://moodle.kubsu.ru>
2. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций <http://mschool.kubsu.ru/>



3. Библиотека информационных ресурсов кафедры информационных образовательных технологий <http://mschool.kubsu.ru>;
4. Электронный архив документов КубГУ <http://docspace.kubsu.ru/>
5. Электронные образовательные ресурсы кафедры информационных систем и технологий в образовании КубГУ и научно-методического журнала "ШКОЛЬНЫЕ ГОДЫ" <http://icdau.kubsu.ru/>

## 6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной систематизированный материал, лабораторных занятий, в ходе которых студентами приобретаются и закрепляются основные практические навыки решения различных задач, в том числе с применением полученных теоретических знаний.

Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине. Самостоятельная работа студентов является неотъемлемой частью процесса подготовки. Под самостоятельной работой понимается часть учебной планируемой работы, которая выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа направлена на усвоение системы научных и профессиональных знаний, формирования умений и навыков, приобретение опыта самостоятельной творческой деятельности. СРС помогает формировать культуру мышления студентов, расширять познавательную деятельность.

Виды самостоятельной работы по курсу:

**а) по целям:** подготовка к лекциям, к лабораторным занятиям, к контрольным работам, к коллоквиуму.

**б) по характеру работы:** изучение литературы, конспекта лекций; поиск литературы в библиотеке; конспектирование рекомендуемой для самостоятельного изучения научной литературы; решение задач.

Тематическое планирование самостоятельной работы студентов.

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Вид работы
1	Основные понятия	Модели, содержащие дифференциальные уравнения. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.	Поиск необходимой информации (см. список литературы). Решение задач
2	Интегрируемые типы уравнений	Теоремы существования и единственности решения задачи Коши.	Поиск необходимой информации. Изучение лекционного материала. Конспектирование.
3	Линейные системы дифференциальных уравнений	Фундаментальная система решений. Фундаментальная матрица. Множество фундаментальных матриц. Матрица Коши, её свойства.	Повторение лекционного материала и материала учебников. Подготовка к контрольной работе.
4	Линейные уравнения $n$ -го порядка	Уравнения с постоянными коэффициентами. Решение уравнений со специальной правой частью.	Поиск необходимой информации. Подготовка к контрольной работе.
5	Нелинейные системы	Теоремы Пикара и Пеано.	Изучение лекционного материала и материала учебников.
6	Непрерывная зависимость решения задачи Коши от начальных данных.	Устойчивость по первому приближению.	Поиск необходимой информации. Решение задач. Подготовка к контрольной работе.

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Вид работы
7	Краевые задачи	Функция Грина: существование, построение.	Изучение и повторение лекционного материала и материала учебников.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

### 7. Материально-техническое обеспечение по дисциплине (модулю)

Наименование специальных помещений	Оснащенность специальных помещений	Перечень лицензионного программного обеспечения
Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер/ноутбук	Программы для демонстрации и создания презентаций («Microsoft Power Point»).
Учебные аудитории для проведения лабораторных занятий	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер/ноутбук Оборудование:	Программы для демонстрации и создания презентаций («Microsoft Power Point»).
Учебные аудитории для проведения групповых (индивидуальных) консультаций	Аудитория, (кабинет) 314Н	
Учебные аудитории для текущего контроля, промежуточной аттестации	Аудитории, (кабинеты) 312Н, 314Н, 307Н, 310Н	

Для самостоятельной работы обучающихся предусмотрены помещения, укомплектованные специализированной мебелью, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Наименование помещений для самостоятельной работы обучающихся	Оснащенность помещений для самостоятельной работы обучающихся	Перечень лицензионного программного обеспечения
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (читальный зал Научной библиотеки)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU ( <a href="http://www.elibrary.ru/">http://www.elibrary.ru/</a> )
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (ауд. 314Н)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к ин-	Программы для демонстрации и создания презентаций («Microsoft Power Point»).

	формационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	
--	--	--